

Câu 1. (4 điểm)

Mỗi ngày, quán chè của cô Mai dự kiến nhập hai loại nguyên liệu về để nấu chè đậu là: đậu đen và đậu đỏ. Theo kinh nghiệm nhiều năm thì: tổng nguyên liệu nên dao động từ 6 kg đến 12 kg, lượng đậu đen sẽ không ít hơn $\frac{1}{2}$ lượng đậu đỏ nhưng không nhiều hơn 3 lần lượng

đậu đỏ. Cô Mai có liên hệ được hai đơn vị cung cấp nguyên liệu:

- Ông Hai: bán 80 nghìn đồng/kg đậu đen và 52 nghìn đồng/kg đậu đỏ.
- Bà Ba: bán đồng giá hai loại là 60 nghìn đồng/kg.

Hỏi cô Mai nên mua của ai để có thể tiết kiệm nhất và chi phí cần dùng khi đó là bao nhiêu?

Câu 2. (4 điểm)

2.1. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2AD$ và tâm đối xứng là $I(2;2)$. Biết cạnh AB đi qua điểm $M(2;4)$, cạnh CD đi qua điểm $N(0;-2)$ và điểm D có tung độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

2.2. Cho hai đường tròn $(C_1): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$, $(C_2): (x-2)^2 + (y-5)^2 = 10$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $I(7;-4)$ và cắt hai đường tròn trên theo hai dây cung bằng nhau.

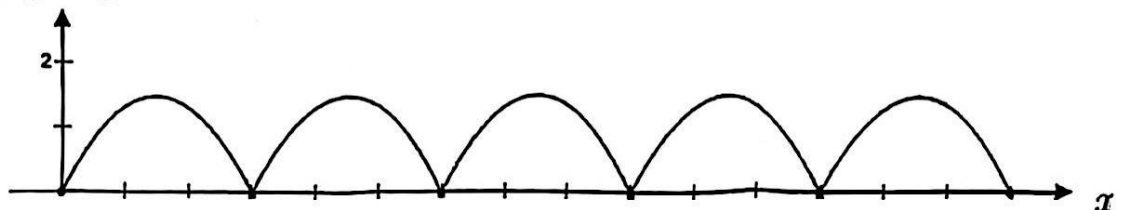
Câu 3. (4 điểm)

Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập X .

- Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là một số chính phương.
- Tính xác suất để số được chọn có tích các chữ số là một số chính phương.

Câu 4. (4 điểm)

Một trò chơi điện tử được thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Một nhân vật Mario sẽ xuất phát từ gốc tọa độ O và với đặc trưng m là một số nguyên dương, nhân vật này sẽ thực hiện các bước nhảy có dạng parabol (xuất phát và tiếp đất tại các vị trí trên chiều dương của trục hoành), có khoảng cách từ điểm nhảy đến điểm tiếp đất cùng bằng m , ngoài ra độ cao các đỉnh parabol là không đổi và Mario có thể tùy chọn giá trị đặc trưng này. Bên dưới là hình minh họa với $m = 3$.



Tìm tất cả các số nguyên dương m sao cho Mario ăn được quả táo tại điểm có tọa độ $(30; 4)$ tại lượt nhảy thứ 5; đồng thời ứng với m tìm được, viết phương trình quỹ đạo chuyển động của Mario trong lượt nhảy đầu tiên.

Câu 5. (4 điểm)

Trên một bàn cờ vua hình vuông kích thước 8×8 , mỗi ô vuông ghi một số từ 1 đến 64 (các số chỉ ghi đúng một lần). Bạn Tuấn chơi một trò chơi như sau: Xóa hai số a, b trong hai ô vuông và ghi lại số $a^2 - b^2$ vào một trong hai ô đó. Cứ tiếp tục như thế... Chứng minh rằng sau 63 lần thực hiện như vậy thì số còn lại trên bàn cờ chia hết cho 4.

--- HẾT ---

(Giám thị không giải thích gì thêm)