

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 03 trang)

PHẦN I. TRẢ LỜI NGẮN (15,0 điểm)

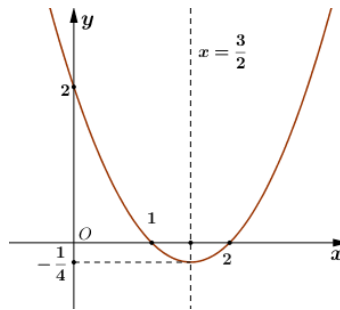
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 15. Với mỗi câu hỏi, thí sinh viết kết quả vào giấy thi.

Câu 1.(1,0 điểm) Tập xác định D của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-2}$ là $D = [a; +\infty) \setminus \{b\}$.

Khi đó $2a + b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 2.(1,0 điểm) Hàm số $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ nghịch biến trên khoảng nào?

Câu 3.(1,0 điểm) Hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ có đồ thị như hình vẽ



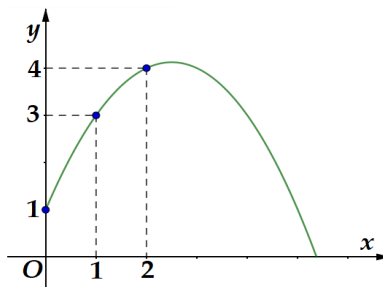
Hỏi giá trị $3a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Câu 4.(1,0 điểm) Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 7x - 10 \geq 0$ là $[a; b]$. Hỏi tích ab bằng bao nhiêu?

Câu 5.(1,0 điểm) Phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

Câu 6.(1,0 điểm) Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(5; 2)$ và song song với đường thẳng $3x - 2y + 5 = 0$, có phương trình tổng quát dạng $\Delta: 3x - 2y + m = 0$. Hỏi giá trị tham số m bằng bao nhiêu?

Câu 7.(1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tập giá trị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $[a; b]$. Khi đó tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

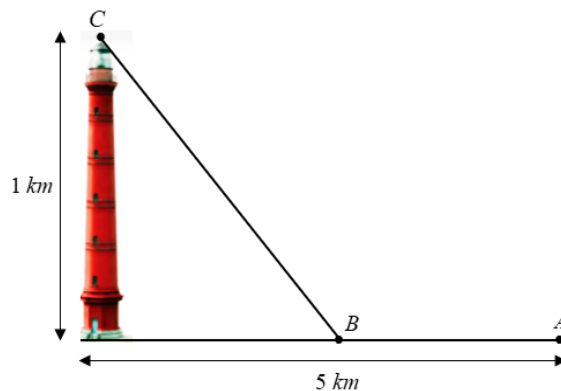
Câu 8.(1,0 điểm) Trong lớp 10B có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Số em thích đúng hai môn trong ba môn trên là bao nhiêu?

Câu 9.(1,0 điểm) Với x, y thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases} . \text{ Giá trị lớn nhất của biểu thức}$$

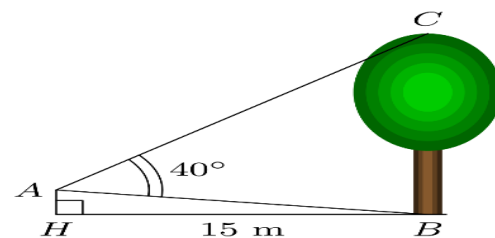
$$F(x; y) = 20x + 25y \text{ bằng bao nhiêu?}$$

Câu 10.(1,0 điểm) Người ta kéo dây điện từ nguồn điện ở vị trí A đến B rồi kéo lên vị trí C là ngọn hải đăng ở Vũng Tàu để chiếu sáng (B không trùng với chân ngọn hải đăng). Biết khoảng cách từ vị trí A đến chân Ngọn Hải Đăng là 5 km, chiều cao Ngọn Hải Đăng là 1 km. Tiền công kéo dây điện bắt từ A đến



B là 2 triệu đồng/km và từ B đến C là 3 triệu đồng/km (hình vẽ bên). Hỏi tổng chiều dài (km) dây điện đã kéo từ A đến C là bao nhiêu biết tổng chi phí tiền công kéo dây điện là 13 triệu đồng?

Câu 11.(1,0 điểm) Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao. Biết $AH = 3$ (m), $HB = 15$ (m), $\widehat{BAC} = 40^\circ$ (hình vẽ



bên). Hỏi chiều cao BC của cây là bao nhiêu mét? (làm tròn tới phần mười)

Câu 12.(1,0 điểm) Cho tam giác ABC có P là trung điểm của đoạn thẳng AB và M, N lần lượt là các điểm thỏa mãn các hệ thức $\overline{MB} - 2\overline{MC} = \vec{0}$ và $\overline{NA} + x\overline{NC} = \vec{0}$. Giá trị của x bằng bao nhiêu để ba điểm M, N, P thẳng hàng?

Câu 13.(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a + 6b$.

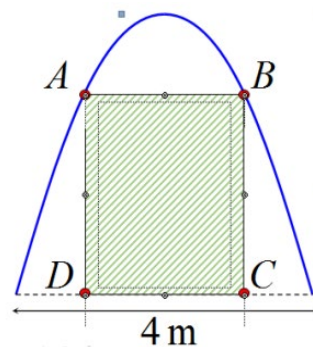
Câu 14.(1,0 điểm) Cho tam giác ABC có I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác và $AB = c$, $BC = 3$, $CA = 5$. Gọi G là trọng tâm ΔABC , hỏi c bằng bao nhiêu để đường thẳng IG vuông góc với đường thẳng IC .

Câu 15.(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$, các điểm $A(3; 4)$, $B(-1; 2)$ và $C(0; 1)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng d sao cho $P = \left| \overline{MA} - 2\overline{MB} + 3\overline{MC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất?

PHẦN II. TỰ LUẬN (5,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 16 đến câu 20. Với mỗi câu hỏi, thí sinh trình bày lời giải vào giấy thi.

Câu 16.(1,0 điểm) Trong đợt hội trại “26-3” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên 1 pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 2m, AD = 3m$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp và pano được đặt sao cho cạnh CD tiếp xúc với mặt đất. Hỏi vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là bao nhiêu mét?



Câu 17.(1,0 điểm) Một cơ sở chiết xuất ít nhất 140 kg chất X và ít nhất 18 kg chất Y từ hai loại nguyên liệu loại I và loại II. Với mỗi tấn nguyên liệu loại I, người ta chiết xuất được 20 kg chất X và 1,2 kg chất Y. Với mỗi tấn nguyên liệu loại II, người ta chiết xuất được 10 kg chất X và 3 kg chất Y. Giá mỗi tấn nguyên liệu loại I là 12 triệu đồng và loại II là 8 triệu đồng. Hỏi người ta phải dùng ít nhất bao nhiêu triệu đồng để mua nguyên liệu mà vẫn đạt mục tiêu đề ra. Biết rằng cơ sở nhập nguyên liệu tối đa 9 tấn nguyên liệu loại I và tối đa 8 tấn nguyên liệu loại II. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 18.(1,0 điểm) Cho tứ giác lồi $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại điểm O . Gọi điểm H, K lần lượt là trực tâm các tam giác ABO và CDO . Gọi điểm I, J lần lượt là trung điểm của cạnh AD và BC . Chứng minh đường thẳng HK vuông góc đường thẳng IJ .

Câu 19.(1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$ và I là trung điểm của AM . Biết IB vuông góc IC . Chứng minh $6b^2 + 3c^2 = 11a^2$.

Câu 20.(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $AC = 2AB$. Phương trình đường chéo $(BD): x - 4 = 0$. Gọi $E\left(\frac{5}{2}; 7\right)$ là điểm thuộc đoạn AC thỏa mãn $AC = 4AE$, gọi M là trung điểm cạnh BC . Biết điểm M nằm trên đường thẳng $2x + y - 18 = 0$ và $S_{BEDC} = 36$. Tìm tọa độ điểm B biết tung độ $y_B < 2$?

----- **Hết** -----

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Họ tên và chữ ký của giám thị 1:

Họ tên và chữ ký của giám thị 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM
(Gồm 05 trang)

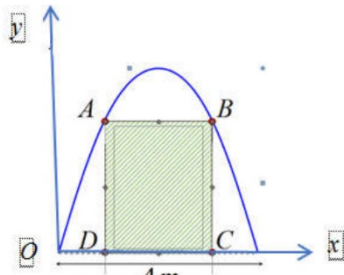
PHẦN I - Trả lời ngắn (15,0 điểm).

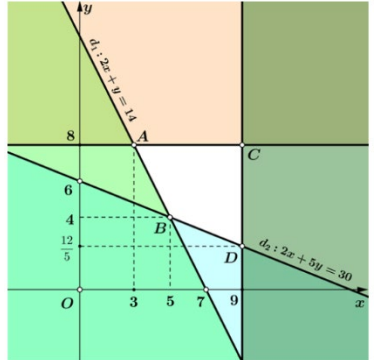
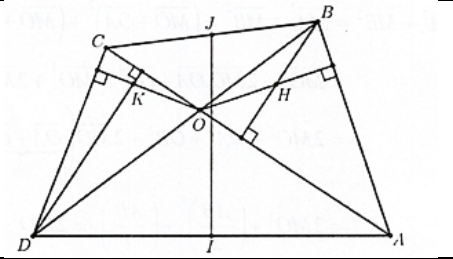
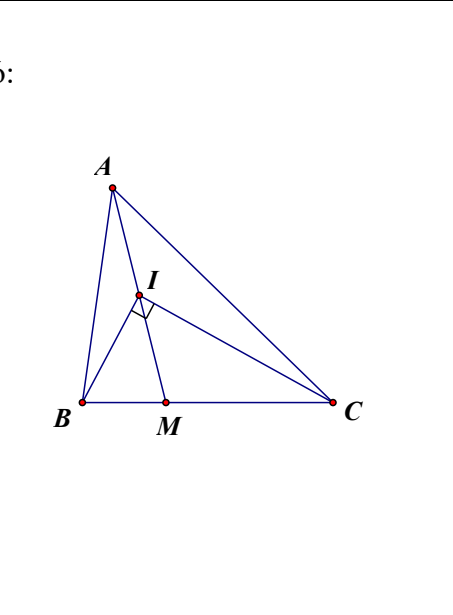
CÂU	ĐÁP SỐ	ĐIỂM	GHI CHÚ	
1	5	1,0	Điều kiện $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}$	$a = \frac{3}{2}; b = 2; 2a + b = 5.$
2	$(-\infty; 1)$	1,0	$f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ có $a = 2 > 0$ nên nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.	$(-\infty; 1).$
3	-3	1,0	$y = x^2 - 3x + 2$	$3a + 2b = 3.1 + 2(-3) = -3$
4	10	1,0	$-x^2 + 7x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 5]$	$ab = 2.5 = 10$
5	2	1,0	$\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$ $\Rightarrow 3x^2 - 4x - 1 = 2x^2 - 4x + 3$ $\Leftrightarrow x = \pm 2.$	Hai nghiệm $\begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$
6	-11	1,0	Do Δ song song với đường thẳng $3x - 2y + 5 = 0$ nên Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2)$.	$\Delta: 3(x-5) - 2(y-2) = 0$ $\Leftrightarrow \Delta: 3x - 2y - 11 = 0$
7	5	1,0	Tập giá trị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $[1; 4]$	$a + b = 5$
8	14	1,0	Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán; x là số học sinh chỉ thích hai môn là văn và toán y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và toán z là số học sinh chỉ thích hai môn là văn và Sử.	 Giải ra $x + y + z = 14$

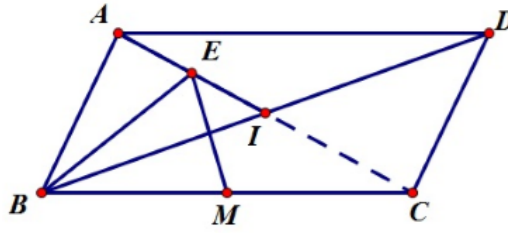
9	155	1,0	$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$	Vẽ miền nghiệm, từ đó được kết quả cần tìm là 155
10	$\frac{26}{5}$	1,0	<p>Gọi chiều dài đoạn dây điện kéo từ A đến B là $AB = x$ (km).</p> <p>Khi đó chiều dài dây điện kéo từ B đến C là</p> $BC = \sqrt{1 + (5 - x)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 26}$ <p>Tổng tiền công là</p> $3\sqrt{x^2 - 10x + 26} + 2x = 13$ <p>Giải ra $AB = x = \frac{13}{5} \Rightarrow BC = \frac{13}{5}$ (km).</p>	<p>Khi đó tổng chiều dài dây điện đã kéo từ A đến C là:</p> $AB + BC = \frac{26}{5} = 5,2 \text{ (km)}.$
11	11,2	1,0	<p>Vì tam giác AHB vuông tại H nên có</p> $AB = \sqrt{3^2 + 15^2} = \sqrt{234} \approx 15,3 \text{ (m)}.$ <p>Ta có</p> $\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} = \frac{15}{\sqrt{234}} \approx 0,984$ $\Rightarrow \widehat{BAH} \approx 78,6^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 78,6^\circ.$ $\Rightarrow \widehat{ACB} \approx 61,4^\circ$	<p>Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có</p> $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}.$ <p>Suy ra $BC \approx 11,2$ (m).</p>
12	2	1,0	<p>Phân tích $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN}$ theo $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA}$</p> <p>Phân tích $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP}$ theo $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA}$</p> <p>$M, N, P$ thẳng hàng khi \overrightarrow{MN} cùng phương với \overrightarrow{MP}</p>	Giải ra $x = 2$
13	7	1,0	<p>Gọi $H(a; b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho khi đó ta có:</p> $\overrightarrow{AH}(a+3; b), \overrightarrow{BC}(-1; 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ $\overrightarrow{BH}(a-3; b), \overrightarrow{AC}(5; 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$	<p>Từ đó ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} -a + 6b = 3 \\ 5a + 6b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases}$ $\Rightarrow a + 6b = 7$
14	$\frac{13}{4}$	1,0	<p>+) Chứng minh được $a \cdot \overrightarrow{IA} + b \cdot \overrightarrow{IB} + c \cdot \overrightarrow{IC} = \vec{0}$</p> $+) \Rightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{1}{a+b+c} (a\overrightarrow{CA} + b\overrightarrow{CB})$	$BC = a = 3, AC = b = 5,$ <p>ta tính được $c = \frac{13}{4}$.</p>

			<p>+) Mặt khác $\overline{GI} = \overline{CI} - \overline{CG} =$ $= \frac{1}{a+b+c}(a\overline{CA} + b\overline{CB}) - \frac{1}{3}(\overline{CA} + \overline{CB})$ +) IG vuông góc với IC khi và chỉ khi $\overline{IG} \cdot \overline{IC} = 0$ tương đương $b(2a - b - c) + a(2b - a - c) = 0$ $\Leftrightarrow c = \frac{4ab - a^2 - b^2}{a + b}$</p>	
15	$M\left(3; \frac{1}{2}\right)$	1,0	<p>Vì $M \in d$ nên $M(2t + 2; t)$. Suy ra $\overline{AM} = (2t - 1; t - 4)$, $\overline{BM} = (2t + 3; t - 2)$ và $\overline{CM} = (2t + 2; t - 1)$. $\overline{AM} - 2\overline{BM} + 3\overline{CM} = (4t - 1; 2t - 3)$,</p>	<p>$P^2 = 20t^2 - 20t + 10$. $P_{\min} \Leftrightarrow P^2_{\min} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$ Khi đó: $M\left(3; \frac{1}{2}\right)$.</p>
TỔNG		15,0 điểm		

PHẦN II - Tự luận (5,0 điểm).

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 16 (1,0 điểm)	<p>Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X... Xây dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ:</p> <p>Bài toán đưa về: Xác định tung độ đỉnh của parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), biết parabol đi qua các điểm $O(0;0)$, $A(1;3)$, $B(3;3)$.</p> 	0,5
	<p>Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a \cdot 1 + b \cdot 1 + c = 3 \\ a \cdot 9 + b \cdot 3 + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Parabol } y = -x^2 + 4x \text{ có đỉnh } I(2;4).$</p> <p>Vậy vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là $4m$.</p>	0,5
Câu 17 (1,0 điểm)	<p>Một cơ sở chiết xuất ít nhất 140 kg chất X và ít nhất 18 kg chất Y... ọi x, y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần dùng. Điều kiện: $0 \leq x \leq 9$; $0 \leq y \leq 8$. Theo giả thiết, ta có bất phương trình $0,02x + 0,01y \geq 0,14$ hay $2x + y \geq 14$ Và $0,0012x + 0,003y \geq 0,018$ hay $2x + 5y \geq 30$. Từ đó ta có hệ bất phương trình:</p>	0,5

	$(I) \begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$ <p>Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình (I) sao cho biểu thức $F(x, y) = 12x + 8y$ nhỏ nhất.</p>		
	<p>Miền nghiệm của hệ là miền trong tứ giác $ABDC$ (hình vẽ), với $A(3; 8), B(5; 4), D(9; \frac{12}{5}), C(9; 8)$.</p> <p>Tại đỉnh A, ta có $F = 100$ Tại đỉnh B, ta có $F = 92$ Tại đỉnh D, ta có $F = 127,2$ Tại đỉnh C, ta có $F = 172$ Vậy cơ sở chi phí thấp nhất 92 triệu đồng.</p>		0,5
<p>Câu 18 (1,0 điểm)</p>	<p>Cho tứ giác lồi $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại điểm O...</p>		
	<p>Ta có: $\begin{cases} \vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AC} + \vec{CJ} \\ \vec{IJ} = \vec{ID} + \vec{DB} + \vec{BJ} \\ \Rightarrow 2\vec{IJ} = \vec{AC} + \vec{DB} \end{cases}$</p>		1,0
	<p>Suy ra: $\vec{HK} \cdot 2\vec{IJ} = \vec{HK}(\vec{AC} + \vec{DB}) = \vec{HK} \cdot \vec{AC} + \vec{HK} \cdot \vec{DB}$ $= (\vec{HB} + \vec{BD} + \vec{DK})\vec{AC} + (\vec{HA} + \vec{AC} + \vec{CK})\vec{DB} = \vec{AC}(\vec{BD} + \vec{DB}) = \vec{AC} \cdot \vec{0} = 0$.</p> <p>Vậy $\vec{HK} \cdot \vec{IJ} = 0$ nên $HK \perp IJ$.</p>		0,5
<p>Câu 19 (1,0 điểm)</p>	<p>Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$.</p>		
	<p>Từ giả thiết $MC = 2MB$, ta có: $MB = \frac{BC}{3} = \frac{a}{3}; MC = \frac{2a}{3}$.</p> <p>Áp dụng định lý cosin trong tam giác, ta có: + Tam giác ABC, có: $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$. + Tam giác ABM có: $AM^2 = BA^2 + BM^2 - 2 \cdot BA \cdot BM \cdot \cos B$ $= c^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2 - 2 \cdot c \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$ $\Rightarrow AM^2 = \frac{6c^2 + 3b^2 - 2a^2}{9}$.</p>		0,5

	<p>Áp dụng công thức đường trung tuyến, ta có: + BI là trung tuyến của AMB nên:</p> $BI^2 = \frac{2(BA^2 + BM^2) - AM^2}{4} = \frac{2\left(c^2 + \frac{a^2}{9}\right) - \frac{6c^2 + 3b^2 - 2a^2}{9}}{4} = \frac{4a^2 - 3b^2 + 12c^2}{36}.$ <p>+ CI là trung tuyến của AMC nên tương tự có $CI^2 = \frac{10a^2 + 15b^2 - 6c^2}{36}$.</p> <p>Do $IB \perp IC$ nên tam giác IBC vuông tại I, ta có:</p> $IB^2 + IC^2 = BC^2 \Rightarrow \frac{4a^2 + 12c^2 - 3b^2}{36} + \frac{10a^2 + 15b^2 - 6c^2}{36} = a^2.$ $\Leftrightarrow 14a^2 + 12b^2 + 6c^2 = 36a^2 \Leftrightarrow 12b^2 + 6c^2 = 22a^2 \Leftrightarrow 6b^2 + 3c^2 = 11a^2 \text{ (đpcm)}.$	0,5
<p>Câu 20 (1,0 điểm)</p>	<p>Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD \dots$</p> <p>Ta chứng minh $EM \perp BD$.</p> <p>Thật vậy, vì $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ do đó ta có $\triangle ABE \sim \triangle ACB$.</p> <p>Vậy $BC = 2BE$ mà $BC = 2BM$ do đó $\triangle EBM$ cân tại B.</p> <p>Mặt khác, $IE = \frac{1}{2}IA = \frac{1}{2}AB, IM = \frac{1}{2}AB$ (đường trung bình $\triangle ABC$).</p> <p>Vậy IB là đường trung trực của EM. Do vậy $EM \perp BD$.</p> 	0,5
	<p>Phương trình đường thẳng EM qua E và vuông góc với BD là $(EM): y = 7$.</p> <p>Tọa độ của M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y - 18 = 0 \\ (EM): y = 7 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{11}{2}; 7\right)$.</p> <p>Như vậy ta có $ME = 3$.</p> <p>Mặt khác</p> $S_{BEDC} = 2S_{\triangle BEC} = 4S_{\triangle BEM} \Rightarrow d_{(B;(EM))} \times ME = 18 \Rightarrow d_{(B;(EM))} = 6.$ <p>Gọi tọa độ tham số điểm $B(4; b)$ ta có $d_{(B;(EM))} = \frac{ b - 7 }{1} = 6 \Rightarrow b = 13 \vee b = 1$.</p> <p>Vì B có tung độ bé hơn 2 nên ta chọn $B(4; 1)$.</p>	0,5

Chú ý: Học sinh làm theo cách khác nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa.

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 10**
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-10>