

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN 10**

Ngày thi: 15 tháng 3 năm 2025

Thời gian làm bài: 150 phút

(Đề thi gồm 02 trang)

**PHẦN I. TRẢ LỜI NGẮN (10,0 điểm)**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Với mỗi câu hỏi, thí sinh viết kết quả vào giấy thi.

**Câu 1.** (1,0 điểm) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$  xác định trên  $(-1;0)$  có dạng  $T = (-\infty; a] \cup [b; +\infty)$ . Khi đó  $ab$  có giá trị bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** (1,0 điểm) Điền kiểm tra môn Toán của một nhóm gồm 10 học sinh như sau

3 4 4,5 5 6 6,5 8 8,5 9 10

Khi đó trung vị của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu?

**Câu 3.** (1,0 điểm) Cho parabol  $(P): y = ax^2 + bx + 4$  đi qua điểm  $A(1;7)$  và có trục đối xứng  $x = -1$ . Tích  $ab$  nhận giá trị bằng bao nhiêu?

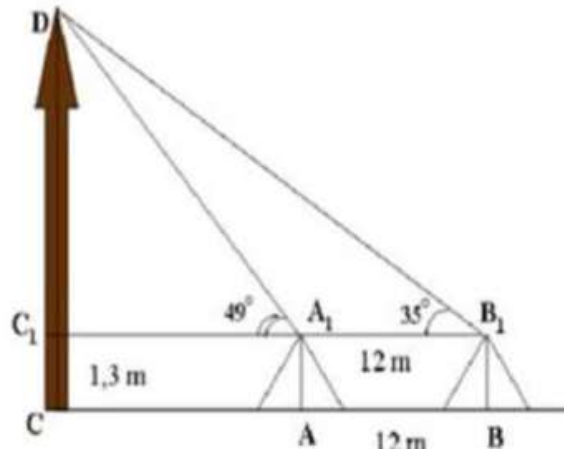
**Câu 4.** (1,0 điểm) Cho Parabol  $y = x^2 + 2mx + m$ . Khi  $m$  thay đổi, tập hợp đỉnh của Parabol là một đường cong cắt đường thẳng  $y = x + 1$  tại điểm  $A(a,b)$ . Tổng  $a + b$  bằng bao nhiêu?

**Câu 5.** (1,0 điểm) Trong năm 2025, một cửa hàng kinh doanh xe máy dự định kinh doanh hai loại xe máy Lead và xe máy Vision, với tổng số vốn ban đầu không vượt quá 36 tỉ đồng. Giá nhập về 1 chiếc xe máy Lead là 40 triệu đồng, lợi nhuận dự kiến là 5 triệu đồng một chiếc. Giá nhập về 1 chiếc xe máy Vision là 30 triệu đồng, lợi nhuận dự kiến là 3,2 triệu đồng một chiếc. Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu thị trường không vượt quá 1100 chiếc xe cả hai loại và nhu cầu xe Lead không vượt quá 1,5 lần nhu cầu xe Vision. Hỏi lợi nhuận có thể thu được lớn nhất của cửa hàng là bao nhiêu tiền? (Viết câu trả lời theo đơn vị triệu đồng).

**Câu 6.** (1,0 điểm) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - 4x + m = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt?

**Câu 7.** (1,0 điểm) Cho tam giác  $ABC$ , trọng tâm  $G$ . Trên cạnh  $AB$  kéo dài lấy điểm  $I$  sao cho  $B$  là trung điểm  $AI$ . Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $J$  sao cho  $AJ = \frac{2}{5}AC$ . Biết  $\overrightarrow{IG} = k\overrightarrow{IJ}$ , hỏi  $k$  bằng bao nhiêu?

**Câu 8.** (1,0 điểm) Để đo chiều cao  $CD$  của cây cổ thụ, bạn An chọn trên mặt đất hai điểm  $A, B$  có khoảng cách  $AB = 12m$  cùng thẳng hàng với chân  $C$  của gốc cây để đặt giác kế. Chân của giác kế có chiều cao  $h = 1,3m$ . Gọi hai điểm quan sát  $A_1; B_1$  cùng thẳng hàng với  $C_1$  thuộc chiều cao  $CD$  của cây cổ thụ. Bạn Bình đo được góc  $DA_1C_1 = 49^\circ$  và góc  $DB_1C_1 = 35^\circ$ . Bạn An đo chiều cao của cây cổ thụ đó bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



**Câu 9.**(1,0 điểm) Ký hiệu  $a, b, c$  lần lượt là độ dài các cạnh đối diện với các đỉnh  $A, B, C$  của tam giác  $ABC$ . Biết tam giác  $ABC$  có các cạnh thỏa hệ thức  $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ . Khi đó số đo của góc  $C$  bằng bao nhiêu ?

**Câu 10.**(1,0 điểm) Cho  $ABC$  đều có cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$  và điểm  $M$  di động trên đường thẳng  $d$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $|\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}|$ .

**PHẦN II. TỰ LUẬN (10,0 điểm)**

**Thí sinh trả lời từ câu 11 đến câu 13. Với mỗi câu hỏi, thí sinh trình bày lời giải vào giấy thi.**

**Câu 11.**(4,0 điểm) Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2 - 3mx + 2m^2 + m + 1$  và đường thẳng  $(D): y = x + 2$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $(D)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho diện tích tam giác  $OAB$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 12.**(4,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ . Các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  và  $I(7;3)$  là trọng tâm tam giác  $ABN$ . Điểm  $E$  thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $IE = IA$  ( $E$  khác  $A$ ) và đường thẳng  $IE: x + 2y - 13 = 0$ . Biết điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $(d_1): x + 3y - 12 = 0$ ,  $B$  thuộc đường thẳng  $(d_2): x + y + 2 = 0$  và  $A$  có hoành độ lớn hơn 5. Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$ .

**Câu 13.**(2,0 điểm) Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số dạng  $\overline{abc}$  thỏa mãn  $a, b, c$  là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân ( kể cả tam giác đều )?

----- **HẾT** -----

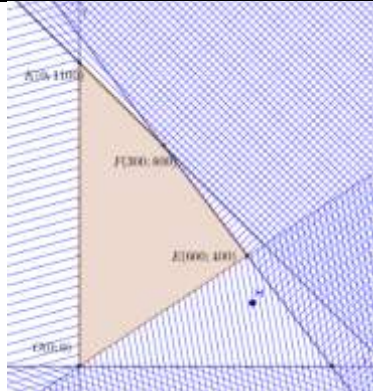
*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*

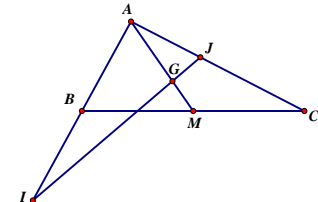
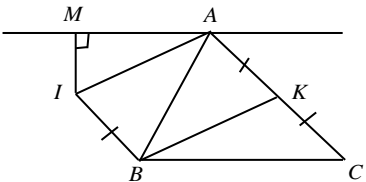
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi thứ nhất: ..... Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi thứ hai: .....

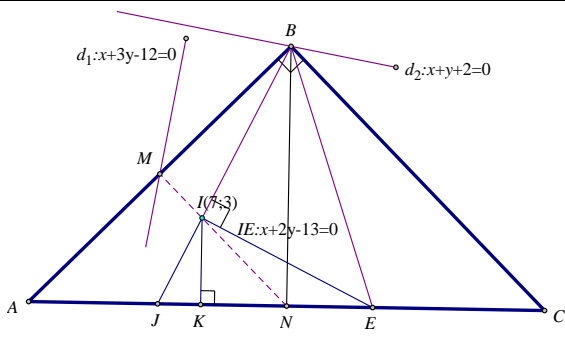
**HƯỚNG DẪN CHẤM**  
(Hướng dẫn chấm gồm 4 trang)

**PHẦN I - Trả lời ngắn (10,0 điểm).**

CÂU	ĐÁP SỐ	ĐIỂM	GHI CHÚ
1	0	1,0	+) $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ . +) Hàm số xác định trên $(-1;0)$ khi và chỉ khi $m \notin (-1;0) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .
2	6,25	1,0	Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{6+6,5}{2} = 6,25$ .
3	2	1,0	+) Parabol đi qua điểm $A(1;7)$ nên ta có $7 = a.1^2 + b.1 + 4 \Leftrightarrow a + b = 3$ . +) Trục đối xứng $x = -1$ nên $\frac{-b}{2a} = -1 \Leftrightarrow b = 2a$ .
4	-1	1,0	+) Tọa độ đỉnh $I$ của Parabol là $\begin{cases} x_I = -m \\ y_I = m^2 - 2m^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -m \\ y_I = -m^2 + m \end{cases}$ $\Rightarrow y_I = -x_I^2 - x_I$ . +) Suy ra tập hợp đỉnh của Parabol là $y = -x^2 - x$
5	4280	1,0	+) Gọi $x, y$ lần lượt là số xe máy Lead và số xe máy Vision nhập về để lợi nhuận thu được là lớn nhất ( $x \geq 0; y \geq 0$ ). Ta có hệ BPT $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 40x + 30y \leq 36000 \quad (I) \\ x + y \leq 1100 \\ x \leq \frac{3}{2}y \end{cases}$  Lợi nhuận: $F(x, y) = 5x + 3,2y$ $F(0;0) = 0$

				$F(600;400) = 4280$ $F(300;800) = 4060$ $F(0;1100) = 3520.$
6	3	1,0	+) Phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m > 0 \end{cases}$	Vậy có 3 giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn.
7	$\frac{5}{6}$	1,0	+)Ta có: $\vec{IJ} = \vec{AJ} - \vec{AI} = \frac{2}{5}\vec{AC} - 2\vec{AB}.$ +)Gọi $M$ là trung điểm của $BC$ . Khi đó $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}).$ +) $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}.$ Ta có $\vec{IG} = \frac{1}{3}\vec{AC} - \frac{5}{3}\vec{AB}.$	 $5\vec{IJ} = 6\vec{IG}$ hay $\vec{IG} = \frac{5}{6}\vec{IJ}.$
8	22,8	1,0	+)Ta có $C_1D = B_1D \sin 35^\circ$ +) $\frac{B_1D}{\sin 131^\circ} = \frac{12}{\sin 14^\circ} \Rightarrow B_1D = \frac{12 \sin 131^\circ}{\sin 14^\circ}.$ Khi đó $CD = 1,3 + C_1D = 1,3 + B_1D \sin 35^\circ$ $= 1,3 + \frac{12 \sin 35^\circ \sin 131^\circ}{\sin 14^\circ} \approx 22,772.$	$CD = 22,8m.$
9	$120^\circ$	1,0	Ta có: $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ +) $\Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 - ab$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$ Vậy $C = 120^\circ.$	$C = 120^\circ$
10	$a\sqrt{3}$	1,0	Xét điểm $I$ sao cho: $\vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow \vec{IA} + 2(\vec{IA} + \vec{AB}) - \vec{IC} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow \vec{IA} = \frac{\vec{BA} + \vec{BC}}{2} = \vec{BK}$ (với $K$ là trung điểm $AC$ ), $\Rightarrow I$ là điểm thứ 4 của hình bình hành $AIBK$ . Ta có: $ \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}  = 2MI$ $M \in d \Rightarrow$ GTNN đạt được khi $IM \perp d$ . Khi đó: $MAI = MAB - IAB = 60^\circ - ABK = 30^\circ.$ $2IM = 2IA \sin 30^\circ = 2BK \sin 30^\circ$ $= 2\sqrt{4a^2 - a^2} \cdot \frac{1}{2} = a\sqrt{3}.$	
<b>TỔNG</b>		<b>10,0 điểm</b>		

**PHẦN II - Tự luận (10,0 điểm).**

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
<p><b>Câu 11</b> (4,0 điểm)</p>	<p>Trong hệ tọa độ <math>Oxy</math>, cho parabol <math>(P): y = x^2 - 3mx + 2m^2 + m + 1 \dots</math></p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của <math>(D)</math> và <math>(P)</math>:  <math>x^2 - 3mx + 2m^2 + m + 1 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + m - 1 = 0</math> (*).</p> <p><math>(D)</math> cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt <math>A, B \Leftrightarrow</math> PT (*) có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2; \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 5 &gt; 0, \forall m \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>Theo hệ thức Vi-et ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 3m + 1 \\ x_1 x_2 = 2m^2 + m - 1 \end{cases}</math>.</p> <p>Giả sử <math>\begin{cases} A(x_1; x_1 + 2) \\ B(x_2; x_2 + 2) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(m^2 + 2m + 5)}</math></p> <p>Mặt khác: <math>d(O; (D)) = \frac{ 2 }{\sqrt{2}} = \sqrt{2}</math>.</p> <p>Khi đó: <math>S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot d(O; (D)) \cdot AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2(m^2 + 2m + 5)} = \sqrt{(m+1)^2 + 4} \geq 2</math>.</p> <p>Vậy <math>m = -1</math>.</p>	<p><b>4,0</b></p> <p>1,5</p> <p>1,5</p> <p>1,0</p>
<p><b>Câu 12</b> (4,0 điểm)</p>	<p>Trong mặt phẳng với hệ tọa độ <math>Oxy</math>, cho tam giác <math>ABC</math> vuông cân tại <math>B \dots</math></p>  <p>Gọi <math>a = BA = BC</math>. Khi đó ta tính được  <math>BN = \frac{a\sqrt{2}}{2}; MN = \frac{a}{2}; MI = \frac{a}{6}; BI = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{6}</math>;</p> <p>Ta tính được <math>IK = \frac{1}{3}BN = \frac{a\sqrt{2}}{6}; JK = \frac{1}{3}JN = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{12}</math>;  <math>\Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{2}}{12} + \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{3}</math>. Suy ra <math>IE = AI = \sqrt{IK^2 + AK^2} = \frac{a\sqrt{10}}{6}</math>.</p> <p>Ta có <math>NE = KE - KN = \frac{a\sqrt{2}}{3} - \frac{a\sqrt{2}}{6} = \frac{a\sqrt{2}}{6}</math>.</p> <p>Suy ra <math>BE = \sqrt{BN^2 + NE^2} = \frac{\sqrt{5}a}{3} \Rightarrow BE^2 = \frac{5}{9}a^2 = BI^2 + IE^2</math>.</p>	<p><b>4,0</b></p> <p>0,5</p> <p>1,0</p> <p>1,0</p>

	Suy ra tam giác $BIE$ vuông tại $I$ .	
	Suy ra $BI : 2x - y = 11 \Rightarrow B = BI \cap d_2 = (3; -5)$ . Suy ra $BI = 4\sqrt{5} = \frac{a\sqrt{10}}{6} \Rightarrow a = 12\sqrt{2}$ .	0,5
	Gọi $M \in d_1 \Rightarrow M(12 - 3t; t) \Rightarrow A = (21 - 6t; 2t + 5)$ . Ta có $AI = \sqrt{(14 - 6t)^2 + (2t + 2)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{6} = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = (3; 11) \\ A = (15; 7) \end{cases}$	0,5
	Do hoành độ $A$ lớn hơn 5. Ta chọn $A(15; 7)$ , suy ra $N = (3; 7) \Rightarrow C = (-9; 7)$ .	0,5
<b>Câu 13</b> (2,0 điểm)	Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số dạng $\overline{abc}$ thỏa ...	<b>2,0</b>
	Gọi độ dài cạnh bên và cạnh đáy của tam giác cân là $x, y \Rightarrow \begin{cases} 0 < y < 2x \\ 0 < y \leq 9 \\ 0 < x \leq 9 \end{cases}$ Th1: $\begin{cases} 0 < y \leq 9 \\ 5 \leq x \leq 9 \end{cases}$ suy ra có $9 \cdot 5 = 45$ cặp số.	0,5
	Th2: $\begin{cases} x = i \\ 1 \leq y \leq 2i - 1 \end{cases}$ với $1 \leq x \leq 4$ . Với mỗi giá trị của $i$ , có $2i - 1$ số. Do đó, trường hợp này có: $(2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + (2 \cdot 4 - 1) = 16$ cặp số	0,5
	Suy ra có 61 cặp số $(x; y)$ . Với mỗi cặp $(x; y)$ ta viết số có 3 chữ số trong đó có 2 chữ số $x$ , một chữ số $y$ . Trong 61 cặp có: + 9 cặp $x = y$ , viết được 9 số. + 52 cặp $x \neq y$ , mỗi cặp viết được 3 số nên có $3 \cdot 52 = 156$ số. Vậy tất cả có 165 số.	1,0

**Chú ý:** Học sinh làm theo cách khác nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa.