HỘI CÁC TRƯỜNG THPT CHUYÊN
KHU VỰC DH&ĐB BẮC BỘ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
LẦN THỨ XVII, NĂM 2026
ĐỀ THI MÔN TOÁN - LỚP 10
Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 23/04/2026
(Đề thi gồm 1 trang)

Câu 1. *(5 điểm)* Gọi D là tập hợp tất cả các bộ số thực dương (x,y,z) thỏa mãn $xyz=1$. Cho k là số thực và xét biểu thức

$$F(x,y,z)=\frac{1}{k+x}+\frac{1}{k+y}+\frac{1}{k+z}.$$

a) Với $k=\frac{1}{2}$, chứng minh rằng $F(x,y,z)\geq 2$ với mọi $(x,y,z)\in D$.

b) Tìm tất cả các số thực dương k sao cho ở trên D biểu thức trên đạt được giá trị nhỏ nhất.

Câu 2. *(5 điểm)* Cho số nguyên dương $k>1$. Giả sử phân số $\frac{1}{k}$ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kỳ cơ sở gồm 8 chữ số như sau:

$$\frac{1}{k}=0,\left(\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}\right).$$

a) Chứng minh rằng $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8=36$.

b) Chứng minh rằng 8 chữ số $a_1,a_2,\ldots,a_8$ không thể đôi một khác nhau.

Câu 3. *(5 điểm)* Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O). Giả sử tia BA và tia CD cắt nhau tại E, tia DA và tia CB cắt nhau tại F. Gọi M,L lần lượt là trung điểm của BD,CA. Gọi K là giao điểm của các đường phân giác trong của $\widehat{AED},\widehat{AFB}$.

a) Gọi N,N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của E trên BC,AD. Chứng minh rằng ML là đường trung trực của đoạn thẳng NN'.

b) Gọi H là hình chiếu của F trên DC. Chứng minh rằng K là tâm đường tròn nội tiếp tam giác NLH.

Câu 4. *(5 điểm)* Trong một giải cờ vua, có 20 vận động viên tham gia. Mỗi vòng, các vận động viên được chia thành 10 cặp thi đấu với nhau. Hai vận động viên bất kỳ thi đấu với nhau không quá một lần. Tìm số nguyên dương k lớn nhất thỏa mãn: Sau 3 vòng đấu, bất kể cách chia cặp đấu ra sao, có thể chắc chắn chọn ra k vận động viên đôi một chưa từng thi đấu với nhau?

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.