

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 01 trang)

Môn: Toán. Lớp 10
(Thời gian làm bài: 150 phút)

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Câu 1 (6 điểm):

a. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{4}{2026-x} - \frac{x+4}{\sqrt{x^2-7x+6}}$.

b. Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 4$ có đồ thị là (P) và đường thẳng d có phương trình: $y = 2x - m$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA^2 + OB^2 = 57$, với O là gốc tọa độ.

Câu 2 (5 điểm):

a. Giải phương trình $(x^2 - x - 1)\sqrt{-x^2 + 7x - 6} = -x^3 + 5x^2 - 3x - 4$.

b. Trong năm 2026, một cửa hàng kinh doanh xe máy dự định kinh doanh hai loại xe máy Lead và xe máy Vision, với tổng số vốn ban đầu không vượt quá 36 tỉ đồng. Giá nhập về 1 chiếc xe máy Lead là 40 triệu đồng, lợi nhuận dự kiến là 5 triệu đồng một chiếc. Giá nhập về 1 chiếc xe máy Vision là 30 triệu đồng, lợi nhuận dự kiến là 3,2 triệu đồng một chiếc. Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu thị trường không vượt quá 1100 chiếc xe cả hai loại và nhu cầu xe Lead không vượt quá 1,5 lần nhu cầu xe Vision. Hỏi lợi nhuận có thể thu được lớn nhất của cửa hàng là bao nhiêu tiền?

Câu 3 (5 điểm):

a. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi N, P lần lượt là các điểm thỏa mãn $2\overline{BN} + 5\overline{NC} = \overline{0}$ và $\overline{PA} = k\overline{PC}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để 3 điểm G, P, N thẳng hàng.

b. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2; -3)$ và $B(1; 1)$. Đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$ đi qua A và đường phân giác trong của góc A cắt BC tại điểm I sao cho diện tích tam giác IAB bằng $\frac{4}{5}$ diện tích tam giác IAC . Biết điểm A có hoành độ dương, viết phương trình tổng quát của đường thẳng BC .

Câu 4 (2 điểm): Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1 + xy$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $S = x^4 + y^4 - x^2y^2$. Tính giá trị của $M + m$.

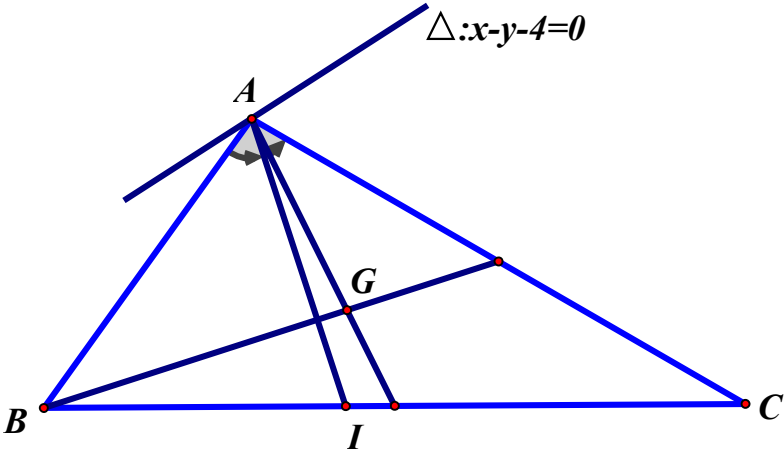
Câu 5 (2 điểm): Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số dạng \overline{abc} thỏa mãn $a; b; c$ là độ dài ba cạnh của một tam giác cân (kể cả tam giác đều)?

.....**HẾT**.....

- Học sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1a 3đ	Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{4}{2026-x} - \frac{x+4}{\sqrt{x^2-7x+6}}$.	
	Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 1) \cup (6; +\infty) \setminus \{2026\}$	3đ
Câu 1b 3đ	Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 4$ có đồ thị là (P) và đường thẳng d có phương trình: $y = 2x - m$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA^2 + OB^2 = 57$, với O là gốc tọa độ.	
	<p>Hoàn độ giao điểm của đường thẳng d và (P) là nghiệm của phương trình:</p> $x^2 - 3x + 4 = 2x - m$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x + m + 4 = 0 \quad (1)$ $\Delta = 25 - 4.1.(m + 4) = 9 - 4m$ <p>Đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ (*)</p> <p>Với điều kiện (*), gọi hai giao điểm của d và (P) là $A(x_1; 2x_1 - m), B(x_2; 2x_2 - m)$, trong đó x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1).</p> <p>Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = 5, x_1 x_2 = m + 4$.</p> <p><i>(Học sinh có thể không có bước này, các bước sau đúng vẫn được điểm tối đa)</i></p> <p>Ta có: $OA^2 + OB^2 = 57 \Leftrightarrow x_1^2 + (2x_1 - m)^2 + x_2^2 + (2x_2 - m)^2 = 57$</p> $\Leftrightarrow 5(x_1^2 + x_2^2) - 4m(x_1 + x_2) + 2m^2 = 57 \Leftrightarrow 5(x_1 + x_2)^2 - 10x_1 x_2 - 4m(x_1 + x_2) + 2m^2 = 57$ $\Leftrightarrow 5.5^2 - 10(m + 4) - 4m.5 + 2m^2 = 57$ $\Leftrightarrow 2m^2 - 30m + 28 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 14 \end{cases}$ <p>Đổi chiếu với điều kiện (*) ta thấy $m = 14$ bị loại, $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
Câu 2a 3đ	Giải phương trình $(x^2 - x - 1)\sqrt{-x^2 + 7x - 6} = -x^3 + 5x^2 - 3x - 4$.	
	<p>Điều kiện: $-x^2 + 7x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 6$.</p> <p>Với điều kiện đó</p> <p>Phương trình $(x^2 - x - 1)\sqrt{-x^2 + 7x - 6} = (x^2 - x - 1)(4 - x)$</p> $\Leftrightarrow (x^2 - x - 1)(\sqrt{-x^2 + 7x - 6} + x - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{-x^2 + 7x - 6} + x - 4 = 0 & (1) \\ x^2 - x - 1 = 0 & (2) \end{cases}$ $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x \geq 0 \\ -x^2 + 7x - 6 = 16 - 8x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x \geq 0 \\ 2x^2 - 15x + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x = 2 \\ x = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>

	$\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{7}{6}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{7}{6}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$	0.5
	<p>Mà 3 điểm G, P, N thẳng hàng nên hai vector $\overrightarrow{GP}, \overrightarrow{GN}$ cùng phương</p> $\Rightarrow \frac{\frac{-2k-1}{\frac{4}{3}}}{\frac{-1}{-1}} = \frac{\frac{-2k-1}{\frac{4}{3}}}{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \frac{-2k-1}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-2k-1}{1-k} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow k = \frac{-7}{2}.$	0.5
		0.5
Câu 3b 2.5đ	<p>Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2; -3)$ và $B(1; 1)$. Đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$ đi qua A và đường phân giác trong của góc A cắt BC tại điểm I sao cho diện tích tam giác IAB bằng $\frac{4}{5}$ diện tích tam giác IAC. Biết điểm A có hoành độ dương, viết phương trình tổng quát của đường thẳng BC.</p>	
	 <p>+ Gọi $A(t; t - 4) \in \Delta$ với $t > 0$.</p> <p>Do $G(2; -3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên: $\begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 5 - t \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = -6 - t \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow C(5 - t; -6 - t)$.</p> <p>+ Vì AI là phân giác trong của tam giác ABC nên $d(I; AB) = d(I; AC)$, khi đó</p> $S_{IAB} = \frac{4}{5} S_{IAC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(I; AB) \cdot AB = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot d(I; AC) \cdot AC \Leftrightarrow AB = \frac{4}{5} AC$ $\Leftrightarrow 25AB^2 = 16AC^2$ $\Leftrightarrow 25[(t-1)^2 + (t-5)^2] = 16[(2t-5)^2 + (2t+2)^2]$ $\Leftrightarrow 39t^2 + 54t - 93 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -\frac{31}{13} \text{ (loại)} \Rightarrow C(4; -7).$ <p>+ Khi đó BC đi qua $B(1; 1)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (3; -8)$ nên có phương trình</p> $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 8t \end{cases}$ <p>Suy ra đường thẳng BC có phương trình tổng quát là $8x + 3y - 11 = 0$.</p>	0.5
		0.5
		0.5
Câu 4 2đ	<p>Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1 + xy$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $S = x^4 + y^4 - x^2y^2$. Tính giá trị của $M + m$.</p>	

	<p>Có $S = (x^2 + y^2)^2 - 3x^2y^2 = (1 + xy)^2 - 3x^2y^2 = -2x^2y^2 + 2xy + 1$</p> <p>Đặt $t = xy \Rightarrow S = -2t^2 + 2t + 1$</p> <p>Có</p> <p>$x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow 1 + xy \geq 2xy \Rightarrow xy \leq 1$, dấu bằng xảy ra khi $x = y = \pm 1$</p> <p>$x^2 + y^2 \geq -2xy \Rightarrow 1 + xy \geq -2xy \Rightarrow xy \geq -\frac{1}{3}$, dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}}, y = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, y = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$</p> <p>Suy ra $t \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$</p> <p>Xét hàm số $f(t) = -2t^2 + 2t + 1, t \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$</p> <p>Ta có bảng biến thiên</p> <table border="1" data-bbox="451 726 1276 1073"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">t</td> <td style="text-align: center;">$-\frac{1}{3}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{2}$</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(t)$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{9}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{3}{2}$</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Từ bảng biến thiên ta thấy $M = \frac{3}{2}; m = \frac{1}{9} \Rightarrow M + m = \frac{29}{18}$</p>	t	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	$f(t)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{2}$	1	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
t	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1							
$f(t)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{2}$	1							
<p>Câu 5 2đ</p>	<p>Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số dạng \overline{abc} thỏa mãn $a; b; c$ là độ dài ba cạnh của một tam giác cân (kể cả tam giác đều)?</p>									
	<p>1. Trường hợp có 3 cạnh bằng nhau (tam giác đều): có 9 số</p> <p>2. Trường hợp có 2 cạnh bằng nhau (tam giác không đều)</p> <p>+ $a = b \neq c$: Điều kiện $2a > c$</p> <p>* $a = 1$: $2 > c$; $c = 1$ loại</p> <p>* $a = 2$: $4 > c$; $c = 1; 3$ có 2 số</p> <p>* $a = 3$: $6 > c$; $c = 1; 2; 4; 5$ có 4 số</p> <p>* $a = 4$: $8 > c$; $c = 1; 2; 3; 5; 6; 7$ có 6 số</p> <p>* $a = 5; 6; 7; 8; 9$ mỗi a có 8 giá trị c có 40 số</p> <p>Tổng có $2+4+6+40=52$ số</p> <p>Tương tự cho $a = c \neq b; b = c \neq a$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>								

	Vậy tổng cộng có: $9 + 52 \times 3 = 165$ số	
--	--	--

Nếu thí sinh làm cách khác mà kết quả đúng vẫn cho điểm.