

Câu 1. (2 điểm) Tìm tập hợp các số thực m thỏa mãn $[m-1; m+8] \cap [4; 5] \neq \emptyset$.

Câu 2. (4 điểm) Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn
$$\begin{cases} -x + y < 3 \\ 3x + 2y < 6 \\ x - 2y < 2 \\ x + 3y > -3 \end{cases}$$

Câu 3. (2 điểm) Cho $f(x) = x^2 - 2(m+1012)x + m^2 - 2024m - 2025$ với m là tham số. Tìm m thỏa mãn $f(x) \geq 0 \forall x \in [2025; 2026]$.

Câu 4. (2 điểm) Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AD, BC . Chứng minh rằng

$$\cot BAC - \cot BDC = \frac{AB^2 + AC^2 - DB^2 - DC^2}{4S} \text{ với } S \text{ là diện tích của tam giác } ABC.$$

Câu 5. (2 điểm) Cho hình bình hành $ABCD$. Ba điểm M, N, I lần lượt thuộc ba cạnh AB, AD, CD thỏa mãn $AM = \frac{3}{4}AB, AN = \frac{5}{6}AD, DI = \frac{9}{10}DC$. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng AM, AN . Chứng minh rằng ba đường thẳng AI, MQ, NP cùng đi qua một điểm.

Câu 6. (2 điểm) Cho tam giác ABC và điểm M thay đổi trên đường thẳng AB . Xác định vị trí của điểm M sao cho vector $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + 4\vec{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

Câu 7. (4 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = 18x, AC = 24x, x > 0$. Xác định vị trí của các điểm M, N biết rằng $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} + \vec{MC}| = 2|\vec{AM} - \vec{AN}| = 10x$.

Câu 8. (2 điểm) Mệnh đề sau đúng hay sai, vì sao?

Nếu a, b, c là các số nguyên lẻ phân biệt thì $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca + 6$.

.....HẾT.....