

Họ và tên: Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1;1)$, $N(4;-1)$. Tính độ dài vectơ \overrightarrow{MN} .

- A. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{13}$. B. $|\overrightarrow{MN}| = 3$. C. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{29}$. D. $|\overrightarrow{MN}| = 5$.

Câu 2. Số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh trong một bài kiểm tra 1 tiết môn toán:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	$N = 40$

Mốt của số liệu :

- A. $M_0 = 5$. B. $M_0 = 7$. C. $M_0 = 6$. D. $M_0 = 18$.

Câu 3. Một cửa hàng bán hai loại thức uống, trong đó 1 ly thức uống loại A có giá 15000 đồng, 1 ly thức uống loại B có giá 20000 đồng. Muốn có lãi theo dự tính thì mỗi ngày cửa hàng phải bán được ít nhất 2 triệu đồng tiền hàng. Hỏi trong một ngày, số ly thức uống mỗi loại bán được trong trường hợp nào sau đây thì cửa hàng đó có lãi như dự tính?

- A. 90 ly loại A và 30 ly loại B . B. 78 ly loại A và 42 ly loại B .
C. 83 ly loại A và 37 ly loại B . D. 85 ly loại A và 35 ly loại B .

Câu 4. Cho tập hợp $X = \{a; b; c\}$. Số tập con của X là

- A. 12 B. 8 C. 6 D. 4

Câu 5. Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $2x - y + 1 < 0$?

- A. $(2; -1)$. B. $(1; 4)$. C. $(0; -1)$ D. $(3; 5)$.

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình $x^2 + 7x - 2 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu.
B. $6\sqrt{2}$ là số hữu tỷ.
C. 17 là số chẵn.
D. Phương trình $x^2 + x + 7 = 0$ có nghiệm.

Câu 7. Tam giác ABC có $\hat{C} = 150^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB ?

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{3}$. C. 10. D. 1.

Câu 8. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\cos \alpha$ là

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{8}{9}$.

Câu 9. Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4 5 6 8 9 11 13 16 16 18 20 21 25 30 31 33 36 37 40 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 20. B. 22. C. 24. D. 26.

Câu 10. Cho tập hợp $X = \{1; 5\}$, $Y = \{1; 3; 5\}$. Tập $X \cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\{1; 3; 5\}$ B. $\{1\}$ C. $\{1; 5\}$ D. $\{1; 3\}$

Câu 11. Cho $\vec{a} = (x - 4; 3)$, $\vec{b} = (-2; y + 1)$. Giá trị của x và y để $\vec{a} = \vec{b}$ là

- A. $x = 2; y = 2$. B. $x = -2; y = 2$. C. $x = 2; y = -2$. D. $x = 6; y = 2$.

Câu 12. Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} = 2\overline{MA}$.

B. $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$.

C. $\overline{AB} = 2\overline{BM}$.

D. $\overline{MA} = \overline{MB}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là x, y .

a) Hệ bất phương trình thoả mãn yêu cầu đề bài là
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \\ 2x + y \geq 480 \end{cases}$$

b) Phân xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai thì thu được số tiền lãi là cao nhất.

c) Số tiền lãi mà phân xưởng thu được cao nhất là 6480000 đồng.

d) Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là $\frac{2x-y}{60}$ (giờ)

Câu 2. Điểm một bài kiểm tra môn Toán của một nhóm học sinh cho ở bảng số liệu sau

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	5	6	8	3	1

a) Độ lệch chuẩn điểm của các học sinh nhỏ hơn 1 điểm.

b) Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu là $\Delta_Q = 2$.

c) Khoảng biến thiên của bảng số liệu là $R = 5$.

d) Trung vị của bảng số liệu là 6.

Câu 3. Cho tam giác ABC có $AC = 8; AB = 15; \cos A = \frac{4}{5}$.

a) Tam giác ABC tù

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $R = \frac{5\sqrt{97}}{6}$

c) Độ dài đường cao AH của tam giác ABC bằng $\frac{36\sqrt{97}}{97}$

d) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{97}$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;2), B(3;-1), C(2;0)$

a) Cho điểm $D(x;y)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $2y - 1 = 6$

b) Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$

c) Đường tròn tâm B đi qua điểm A cắt tia Oy tại điểm $M(a;b)$. Khi đó $3a + 2027b = 2027$

d) Các điểm A, B, C thẳng hàng

PHẦN III. Câu trả lời ngắn.

Câu 1. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Nhà máy cần sản xuất x tấn sản phẩm A và y tấn sản phẩm B thoả mãn các điều kiện trên để tiền lãi nhiều nhất. Khi đó tổng $2x + y$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Từ một địa điểm O cố định của một vùng đất cù lao (các mặt của vùng đất đều giáp với các con sông), người ta cần chọn một địa điểm T trên vùng cù lao sao cho $OT = 60(km)$ để xây dựng các con đường cao tốc (cầu vượt cao tốc) nối từ hai địa điểm X và Y của hai tỉnh thành lân cận đến T . Cho biết $OX = 120(km)$, $OY = 140(km)$, $\widehat{XOY} = 120^\circ$. Chi phí hoàn thành $1(km)$ đoạn đường đi từ T đến X là $100000 USD$; chi phí hoàn thành $1(km)$ đoạn đường đi từ T đến Y là $200000 USD$. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành hai con đường trên (đơn vị triệu USD , kết quả làm tròn tới hàng phần chục)?

Câu 3. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_3 là $100\sqrt{3}N$ và $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Giá trị của $|\vec{F}_1|$ là bao nhiêu để $|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất?

Câu 4. Diện tích đa giác biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$
 trên mặt phẳng

tọa độ là $S = \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}$, $\frac{m}{n}$ tối giản). Khi đó $m - 2n$ bằng

Câu 5. Lớp 10A có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào trong hai môn trên. Tìm số học sinh lớp 10A chỉ chơi một môn thể thao?

Câu 6. Điều tra số sách tham khảo môn toán của 30 học sinh ở một lớp 10 của một trường THPT ta thu được bảng số liệu:

Số sách	1	2	3	4	5	6	7	
Số học sinh	2	7	6	4	3	4	4	$N = 30$

Xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

Họ và tên: Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A. $\overline{MA} = \overline{MB}$. B. $\overline{AM} = -\frac{1}{2}\overline{AB}$. C. $\overline{AB} = 2\overline{MA}$. D. $\overline{BA} = 2\overline{BM}$.

Câu 2. Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $4x - y + 1 < 0$?

- A. (3;5). B. (0;-1) C. (0;8). D. (2;-1).

Câu 3. Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4 5 6 8 9 11 13 16 16 18 20 21 25 30 31 33 36 37 40 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 26. B. 20. C. 22. D. 24.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình $x^2 + x + 7 = 0$ vô nghiệm.
 B. Phương trình $x^2 + 7x - 2 = 0$ có 2 nghiệm cùng dấu.
 C. $6\sqrt{2}$ là số hữu tỷ.
 D. 17 là số chẵn.

Câu 5. Số áo bán được trong một quý ở cửa hàng bán áo sơ mi nam được thống kê như sau:

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42
Số áo bán được	13	45	126	125	110	40	12

Một của số liệu trên là

- A. 126. B. 38. C. 12. D. 42.

Câu 6. Một cửa hàng bán hai loại thức uống, trong đó 1 ly thức uống loại A có giá 15000 đồng, 1 ly thức uống loại B có giá 20000 đồng. Muốn có lãi theo dự tính thì mỗi ngày cửa hàng phải bán được ít nhất 2 triệu đồng tiền hàng. Hỏi trong một ngày, số ly thức uống mỗi loại bán được trong trường hợp nào sau đây thì cửa hàng đó có lãi như dự tính?

- A. 85 ly loại A và 35 ly loại B . B. 78 ly loại A và 42 ly loại B .
 C. 90 ly loại A và 30 ly loại B . D. 83 ly loại A và 37 ly loại B .

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(-1;3)$ và $C(3;1)$. Độ dài vectơ \overline{BC} bằng

- A. 2. B. 6. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 8. Cho ΔABC có $a = 8, c = 5, B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. 10. B. 5. C. $5\sqrt{3}$. D. $10\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho tập hợp $X = \{a; b\}$. Số tập con của X là

- A. 3 B. 4 C. 2 D. 8

Câu 10. Cho tập hợp $X = \{1; 3; 7\}, Y = \{1; 3; 5; 9\}$. Tập $X \cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\{1; 3; 5\}$ B. $\{1; 5\}$ C. $\{1\}$ D. $\{1; 3\}$

Câu 11. Cho $\vec{a} = (x-4; 5), \vec{b} = (-2; y+1)$. Giá trị của x và y để $\vec{a} = \vec{b}$ là

- A. $x = 2; y = 2$. B. $x = 2; y = 4$. C. $x = -2; y = 2$. D. $x = 6; y = 2$.

Câu 12. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Điền một bài kiểm tra môn Toán của một nhóm học sinh cho ở bảng số liệu sau

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	5	6	8	3	1

- a) Tứ phân vị thứ 3 bằng 8
 b) Trung vị của bảng số liệu là 7.
 c) Độ lệch chuẩn điểm của các học sinh lớn hơn 1 điểm.
 d) Khoảng biến thiên của bảng số liệu là $R = 7$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $AC = 8; AB = 15; \cos A = \frac{3}{5}$.

- a) Tam giác ABC có 3 góc nhọn
 b) Độ dài đường cao AH của tam giác ABC bằng $\frac{96\sqrt{145}}{145}$
 c) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{97}$.
 d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $R = \frac{5\sqrt{145}}{6}$

Câu 3. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là x, y .

- a) Số tiền lãi mà phân xưởng thu được cao nhất là 648000 đồng.
 b) Phân xưởng cần sản xuất 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 80 chiếc mũ kiểu thứ hai thì thu được số tiền lãi là cao nhất.
 c) Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là $\frac{2x+y}{60}$ (giờ)
 d) Hệ bất phương trình thỏa mãn yêu cầu đề bài là $\begin{cases} 0 \leq x \leq 240 \\ 0 \leq y \leq 200 \\ 2x + y \leq 480 \end{cases}$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;2), B(3;-1), C(2;0)$

- a) Trung điểm của đoạn thẳng BC là điểm $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
 b) Các điểm A, B, C không thẳng hàng.
 c) Cho điểm $D(x; y)$ sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành. Khi đó $2y - 1 = -7$
 d) Đường tròn tâm B đi qua điểm A cắt tia Oy tại điểm $M(a; b)$. Khi đó $a + 2025b = 2026$

PHẦN III. Câu trả lời ngắn.

Câu 1. Từ một địa điểm O cố định của một vùng đất cù lao (các mặt của vùng đất đều giáp với các con sông), người ta cần chọn một địa điểm T trên vùng cù lao sao cho $OT = 60(km)$ để xây dựng các con đường cao tốc (cầu vượt cao tốc) nối từ hai địa điểm X và Y của hai tỉnh thành lân cận đến T . Cho biết $OX = 120(km), OY = 160(km), \widehat{XOY} = 120^\circ$. Chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến X là 100000 USD; chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến Y là 200000 USD. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành hai con đường trên (đơn vị triệu USD, kết quả làm tròn tới hàng phần chục)?

Câu 2. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng

yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_3 là $50\sqrt{3}N$ và $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Giá trị của $|\vec{F}_1|$ là bao nhiêu để $|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất?

Câu 3. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 9 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 30 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Tiền lãi thu được nhiều nhất là bao nhiêu? (đơn vị triệu đồng).

Câu 4. Lớp 10A có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 13 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào trong hai môn trên. Tìm số học sinh của lớp 10A chỉ chơi một môn thể thao?

Câu 5. Trong một cuộc thi thể thao, người ta ghi lại thời gian hoàn thành chặng đường đua của một số vận động viên ở bảng sau:

Thời gian(phút)	4	5	6	7	8	
Số vận động viên	3	4	3	5	1	$N = 16$

Xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu(làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Diện tích đa giác biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$ trên mặt phẳng

tọa độ là $S = \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}$, $\frac{m}{n}$ tối giản). Khi đó $m + n$ bằng

----- **HẾT** -----

Câu\Mã đề	0101	0103	0105	0102	0104	0106
1	A	A	B	D	A	A
2	C	B	D	C	A	A
3	B	C	C	C	A	B
4	B	C	B	A	B	C
5	B	C	A	B	A	C
6	A	B	D	B	D	B
7	A	B	A	C	C	D
8	A	D	A	A	D	C
9	B	C	A	B	D	D
10	C	A	C	D	D	B
11	A	B	D	B	D	B
12	B	B	C	D	C	B
1	SĐĐS	ĐĐSS	ĐSSĐ	ĐĐĐS	SSĐS	ĐSĐĐ
2	SĐĐS	SĐĐĐ	SSĐĐ	SĐSS	ĐSSS	SSĐS
3	ĐĐSĐ	ĐSSĐ	SĐĐS	SSĐS	SĐĐĐ	ĐĐSS
4	SĐĐS	ĐSĐS	ĐĐĐS	SĐĐS	SĐSĐ	SĐSS
1	17	20	241	35,4	35,4	35,4
2	31,4	100	100	50	22	1,24
3	100	17	17	53	73	73
4	241	241	1,89	22	53	50
5	20	1,89	31,4	1,24	50	22
6	1,89	31,4	20	73	1,24	53

HƯỚNG DẪN CÁC CÂU VẬN DỤNG

Câu 1. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là x, y .

a) Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là $\frac{2x - y}{60}$ (giờ)

b) Hệ bất phương trình thoả mãn yêu cầu đề bài là
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \\ 2x + y \geq 480 \end{cases}$$

c) Phân xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai thì thu được số tiền lãi là cao nhất.

d) Số tiền lãi mà phân xưởng thu được cao nhất là 6480000 đồng.

Lời giải

a) Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là $x, y (x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z})$.

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{1}{60}$ (giờ).

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất là: $2 \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$ (giờ).

Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{1}{30}x + \frac{1}{60}y = \frac{2x + y}{60}$ (giờ)

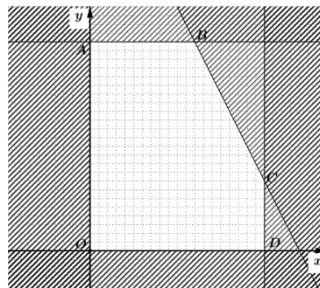
b) Theo giả thiết, x và y phải thoả mãn các điều kiện: $0 \leq x \leq 200, 0 \leq y \leq 240$;

$$\frac{2x + y}{60} \leq 8 \text{ hay } 2x + y \leq 480.$$

Tổng số tiền lãi thu được khi bán x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là: $T = 24x + 15y$ (nghìn đồng).

Bài toán đưa về: Tìm các số nguyên x, y là nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \quad (II) \\ 2x + y \leq 480 \end{cases}$$
 sao cho

$T = 24x + 15y$ đạt giá trị lớn nhất.



c) Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;240),$

$$B(120;240), C(200;80), D(200;0)$$

Ta có biểu thức $T = 24x + 15y$ có giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của ngũ giác $OABCD$.

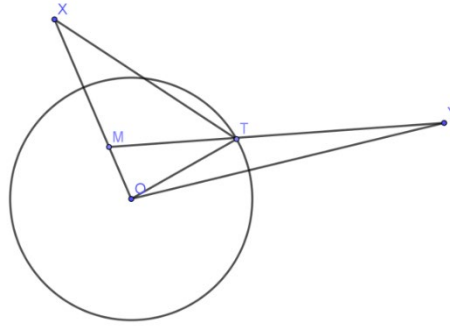
Tính giá trị của biểu thức $T = 24x + 15y$ tại cặp số $(x; y)$ là toạ độ các đỉnh của ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó. Ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 6480 khi $x = 120, y = 240$ ứng với toạ độ đỉnh B .

d) Vậy để thu được tiền lãi là cao nhất thì trong một ngày, phân xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Khi đó tiền lãi thu được là 6480 nghìn đồng hay 6480000 đồng.

Câu 2. Từ một địa điểm O cố định của một vùng đất cù lao (các mặt của vùng đất đều giáp với các con sông), người ta cần chọn một địa điểm T trên vùng cù lao sao cho $OT = 60(km)$ để xây dựng các con đường cao tốc (cầu vượt cao tốc) nối từ hai địa điểm X và Y của hai tỉnh thành lân cận đến T . Cho biết $OX = 120(km),$

$OY = 140(km)$, $\widehat{XOY} = 120^\circ$. Chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến X là 100000 USD; chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến Y là 200000 USD. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành hai con đường trên (đơn vị triệu USD, kết quả làm tròn tới hàng phân chục)?

Lời giải



+ Tổng chi phí để hoàn thành con đường $A = \frac{1}{10}(TX + 2TY)$ (triệu USD).

+ Gọi M là điểm thuộc đoạn OX sao cho hai tam giác OMT và OTX đồng dạng.

Suy ra $\frac{MT}{TX} = \frac{OT}{OX} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \Rightarrow TX = 2MT$. Ta có $A = \frac{1}{10}(TX + 2TY) = \frac{1}{10}(2MT + 2TY) \geq \frac{1}{5}MY$.

Dấu bằng xảy ra khi M, T, Y thẳng hàng

$\Leftrightarrow T$ là giao điểm của đoạn MY với đường tròn tâm O , bán kính bằng 60.

Mặt khác $\frac{OM}{OT} = \frac{OT}{OX} = \frac{1}{2} \Rightarrow OM = \frac{1}{2}OT = 30$

+ Trong tam giác MOY ta có

$$MY = \sqrt{OM^2 + OY^2 - 2OM \cdot OY \cdot \cos 120^\circ} = 10\sqrt{247} \text{ (km)}.$$

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là $A = 2\sqrt{247} \approx 31,4$ (triệu USD).

Câu 3. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Nhà máy cần sản xuất x tấn sản phẩm A và y tấn sản phẩm B thỏa mãn các điều kiện trên để tiền lãi nhiều nhất. Khi đó tổng $2x + y$ bằng bao nhiêu?

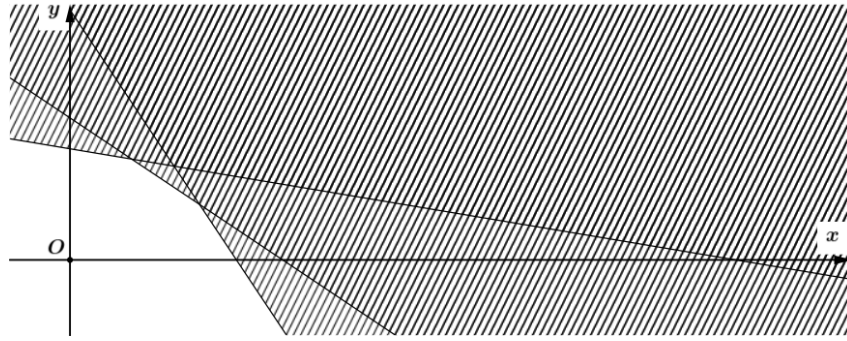
Lời giải

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B ta có:

$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I ; $2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II .

$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III ; Số tiền lãi của nhà máy: $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \text{ (*)} \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$$
 để $T = 4x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất.



Miền nghiệm của hệ (*) là phần miền ngũ giác không bị gạch chéo.

Tìm giao điểm của các cặp đường thẳng ta được các đỉnh có tọa độ hữu hạn của miền nghiệm là:

$$O(0;0); A(7;3); B(9;0); C(0;6); D\left(\frac{10}{3}; \frac{49}{9}\right)$$

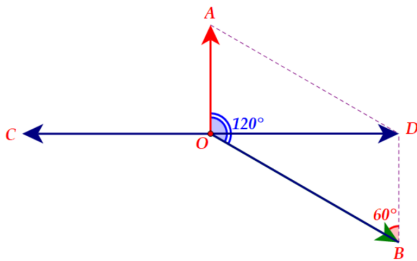
Thay tọa độ các điểm này vào biểu thức T ta được: T đạt giá trị lớn nhất tại điểm A , tức là khi

$$x = 7; y = 3. \text{ Vậy } 2x + y = 17$$

Câu 4. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của \vec{F}_3 là $100\sqrt{3}N$ và $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Giá trị của $|\vec{F}_1|$ là bao nhiêu để $|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất?

Lời giải



Ta có $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = -\vec{OC} = \vec{OD}$ (D đối xứng với C qua O)

Trong hình bình hành $OADB$, có $\widehat{AOB} = 120^\circ$ suy ra $\widehat{OBD} = 60^\circ$.

Áp dụng định lý Sin trong tam giác OBD , ta có:

$$\frac{OD}{\sin \widehat{DBO}} = \frac{OB}{\sin \widehat{ODB}} \Rightarrow OB = \frac{OD \cdot \sin \widehat{ODB}}{\sin \widehat{DBO}} = \frac{100\sqrt{3} \cdot \sin \widehat{ODB}}{\sin 60^\circ}$$

$|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OB$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin \widehat{ODB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin \widehat{ODB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{ODB} = 90^\circ$.

Khi đó, $OB = \frac{100\sqrt{3} \cdot 1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 200$ và $BD = OB \cdot \cos \widehat{OBD} = 200 \cdot \cos 60^\circ = 100$. Vậy $|\vec{F}_1| = 100N$.

Câu\Mã đề	0101	0103	0105	0102	0104	0106
1	A	A	B	D	A	A
2	C	B	D	C	A	A
3	B	C	C	C	A	B
4	B	C	B	A	B	C
5	B	C	A	B	A	C
6	A	B	D	B	D	B
7	A	B	A	C	C	D
8	A	D	A	A	D	C
9	B	C	A	B	D	D
10	C	A	C	D	D	B
11	A	B	D	B	D	B
12	B	B	C	D	C	B
1	SĐĐS	ĐĐSS	ĐSSĐ	ĐĐĐS	SSĐS	ĐSĐĐ
2	SĐĐS	SĐĐĐ	SSĐĐ	SĐSS	ĐSSS	SSĐS
3	ĐĐSĐ	ĐSSĐ	SĐĐS	SSĐS	SĐĐĐ	ĐĐSS
4	SĐĐS	ĐSĐS	ĐĐĐS	SĐĐS	SĐSĐ	SĐSS
1	17	20	241	35,4	35,4	35,4
2	31,4	100	100	50	22	1,24
3	100	17	17	53	73	73
4	241	241	1,89	22	53	50
5	20	1,89	31,4	1,24	50	22
6	1,89	31,4	20	73	1,24	53

HƯỚNG DẪN CÁC CÂU VẬN DỤNG

Câu 1. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là x, y .

a) Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là $\frac{2x - y}{60}$ (giờ)

b) Hệ bất phương trình thoả mãn yêu cầu đề bài là
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \\ 2x + y \geq 480 \end{cases}$$

c) Phân xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai thì thu được số tiền lãi là cao nhất.

d) Số tiền lãi mà phân xưởng thu được cao nhất là 6480000 đồng.

Lời giải

a) Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là $x, y (x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z})$.

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{1}{60}$ (giờ).

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất là: $2 \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$ (giờ).

Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{1}{30}x + \frac{1}{60}y = \frac{2x + y}{60}$ (giờ)

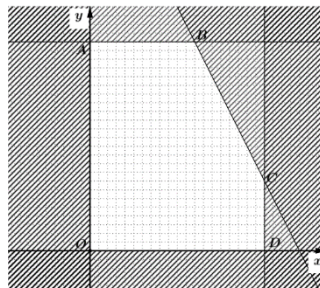
b) Theo giả thiết, x và y phải thoả mãn các điều kiện: $0 \leq x \leq 200, 0 \leq y \leq 240$;

$$\frac{2x + y}{60} \leq 8 \text{ hay } 2x + y \leq 480.$$

Tổng số tiền lãi thu được khi bán x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là: $T = 24x + 15y$ (nghìn đồng).

Bài toán đưa về: Tìm các số nguyên x, y là nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \text{ (II)} \\ 2x + y \leq 480 \end{cases}$$
 sao cho

$T = 24x + 15y$ đạt giá trị lớn nhất.



c) Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;240),$

$$B(120;240), C(200;80), D(200;0)$$

Ta có biểu thức $T = 24x + 15y$ có giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của ngũ giác $OABCD$.

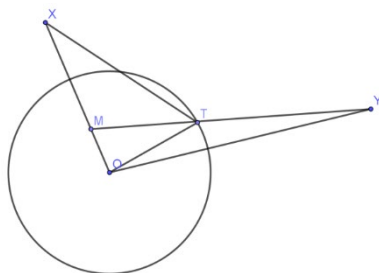
Tính giá trị của biểu thức $T = 24x + 15y$ tại cặp số $(x; y)$ là toạ độ các đỉnh của ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó. Ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 6480 khi $x = 120, y = 240$ ứng với toạ độ đỉnh B .

d) Vậy để thu được tiền lãi là cao nhất thì trong một ngày, phân xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Khi đó tiền lãi thu được là 6480 nghìn đồng hay 6480000 đồng.

Câu 2. Từ một địa điểm O cố định của một vùng đất cù lao (các mặt của vùng đất đều giáp với các con sông), người ta cần chọn một địa điểm T trên vùng cù lao sao cho $OT = 60(km)$ để xây dựng các con đường cao tốc (cầu vượt cao tốc) nối từ hai địa điểm X và Y của hai tỉnh thành lân cận đến T . Cho biết $OX = 120(km),$

$OY = 160(km)$, $\widehat{XOY} = 120^\circ$. Chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến X là 100000 USD; chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến Y là 200000 USD. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành hai con đường trên (đơn vị triệu USD, kết quả làm tròn tới hàng phân chục)?

Lời giải



+ Tổng chi phí để hoàn thành con đường $A = \frac{1}{10}(TX + 2TY)$ (triệu USD).

+ Gọi M là điểm thuộc đoạn OX sao cho hai tam giác OMT và OTX đồng dạng.

Suy ra $\frac{MT}{TX} = \frac{OT}{OX} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \Rightarrow TX = 2MT$. Ta có $A = \frac{1}{10}(TX + 2TY) = \frac{1}{10}(2MT + 2TY) \geq \frac{1}{5}MY$.

Dấu bằng xảy ra khi M, T, Y thẳng hàng

$\Leftrightarrow T$ là giao điểm của đoạn MY với đường tròn tâm O , bán kính bằng 60.

Mặt khác $\frac{OM}{OT} = \frac{OT}{OX} = \frac{1}{2} \Rightarrow OM = \frac{1}{2}OT = 30$

+ Trong tam giác MOY ta có

$$MY = \sqrt{OM^2 + OY^2 - 2OM \cdot OY \cdot \cos 120^\circ} = 10\sqrt{313} \text{ (km)}.$$

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là $A = 2\sqrt{313} \approx 35,4$ (triệu USD).

Câu 2. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 9 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 30 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Tiền lãi thu được nhiều nhất là bao nhiêu? (đơn vị triệu đồng).

Lời giải

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B ta có:

$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I ; $2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II .

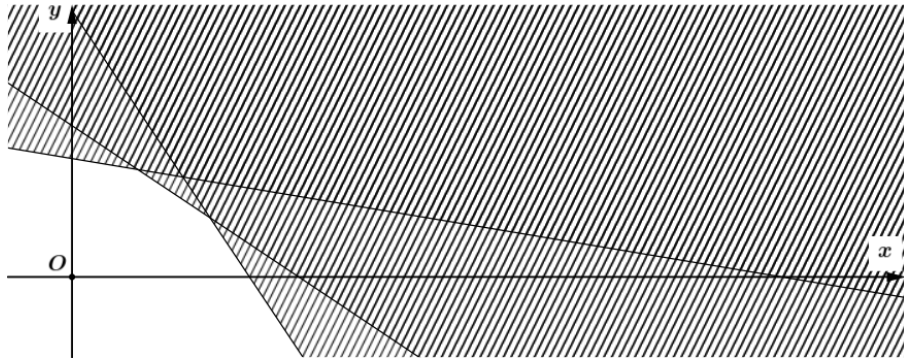
$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III ; Số tiền lãi của nhà máy: $T = 3x + 9y$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x + 6y \leq 30 \\ 2x + 3y \leq 23 \text{ (*) để } T = 3x + 9y \text{ đạt giá trị lớn nhất.} \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ (*) là phần miền ngũ giác không bị gạch chéo.

Tìm giao điểm của các cặp đường thẳng ta được các đỉnh có tọa độ hữu hạn của miền nghiệm là:

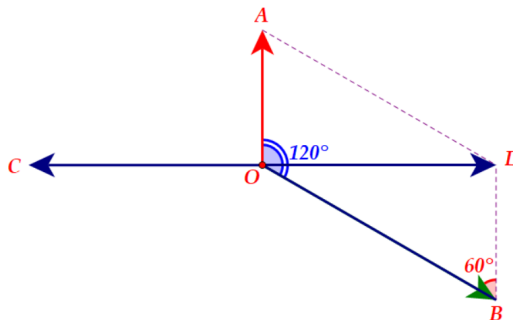
$$O(0;0); A(7;3); B(9;0); C(0;5); D\left(\frac{16}{3}; \frac{37}{9}\right)$$



Thay tọa độ các điểm này vào biểu thức T ta được: T đạt giá trị lớn nhất tại điểm D , tức là khi $x = \frac{16}{3}; y = \frac{37}{9}$. Vậy nhà máy cần sản xuất $\frac{16}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{37}{9}$ tấn sản phẩm B để tiền lãi được nhiều nhất và số tiền lãi nhiều nhất là 53 (triệu đồng)

Câu 4: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_3 là $50\sqrt{3}N$ và $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Giá trị của $|\vec{F}_1|$ là bao nhiêu để $|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất?

Lời giải



Ta có $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = -\vec{OC} = \vec{OD}$ (D đối xứng với C qua O)

Trong hình bình hành $OADB$, có $\widehat{AOB} = 120^\circ$ suy ra $\widehat{OBD} = 60^\circ$.

Áp dụng định lý Sin trong tam giác OBD , ta có:

$$\frac{OD}{\sin \widehat{DBO}} = \frac{OB}{\sin \widehat{ODB}} \Rightarrow OB = \frac{OD \cdot \sin \widehat{ODB}}{\sin \widehat{DBO}} = \frac{50\sqrt{3} \cdot \sin \widehat{ODB}}{\sin 60^\circ}$$

$|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OB$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin \widehat{ODB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin \widehat{ODB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{ODB} = 90^\circ$.

Khi đó, $OB = \frac{50\sqrt{3} \cdot 1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 100$ và $BD = OB \cdot \cos \widehat{OBD} = 100 \cdot \cos 60^\circ = 50$. Vậy $|\vec{F}_1| = 50N$.

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 10**
<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-10>