SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH QUẢNG NAM** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT** **NĂM HỌC 2024 – 2025 ĐỢT 2** **Môn thi: TOÁN 10 (chuyên)** **Thời gian: 180 phút** (*không kể thời gian giao đề*) **Ngày thi: 07/3/2025**

Câu 1 (3,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x+2}(x-y+4)=\sqrt{y-1}\\ \dfrac{5}{\sqrt{y}+3}=y-1-\sqrt{x+3}\end{cases}$.

Câu 2. (3,0 điểm). Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ với hệ số thực thỏa mãn $P(1)=2025$ và $(x-1)^2.P(x)=x(x+1).P(x-1)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 3. (3,0 điểm).

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2y^2=2+\sqrt{-x^2-2x+24}$.

b) Tìm tất cả các số nguyên dương m và n thỏa mãn $2m+n^2$ chia hết cho m^2-n và $2n+m^2$ chia hết cho n^2-m.

Câu 4. (5,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC $(AB<AC)$ nội tiếp trong đường tròn tâm O; hai điểm B,C cố định và điểm A thay đổi trên cung lớn BC của đường tròn (O). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, A' là điểm đối xứng với A qua BC, B' là điểm đối xứng với B qua AC. Hai đường thẳng AO và $B'C$ cắt nhau tại E; hai đường thẳng $A'O$ và BC cắt nhau tại F.

a) Chứng minh hai tam giác AHB, ACE đồng dạng và bốn điểm B,O,C,E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh đường thẳng AF đi qua điểm cố định khi A thay đổi.

Câu 5. (3,0 điểm). Lớp 10A có 32 học sinh, phân công 4 học sinh tham gia mỗi buổi trực nhật. Biết rằng trong một năm học, hai học sinh bất kỳ của lớp 10A trực nhật chung với nhau đúng 3 buổi. Tính số buổi trực nhật của lớp 10A trong năm học đó.

Câu 6. (3,0 điểm). Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $ab+bc+ca=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^2}{a+2b^2}+\dfrac{b^2}{b+2c^2}+\dfrac{c^2}{c+2a^2}$.

——— **HẾT** ———