

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $y = \tan x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .  
 B. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ và có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O.  
 C. Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
 D. Hàm số  $y = \tan x$  nghịch biến trên  $(0; \pi)$ .

**Câu 2.** Bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x) = \cos 2x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  là:

**A.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-1	1	-1	1	-1

**B.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	1	-1	1	-1	1

**C.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-2	2	-2	2	-2

**D.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	2	-2	2	-2	2

**Câu 3.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 4.** Tìm công thức nghiệm của phương trình  $2 \cos(x + \alpha) = 1$ .

- A.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .  
 B.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .  
 C.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .  
 D.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 5.** Cho đồ thị hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ . Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của  $x$  trên đoạn  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$  thỏa mãn  $\sin x = 0$ . Số phần tử của  $S$  là

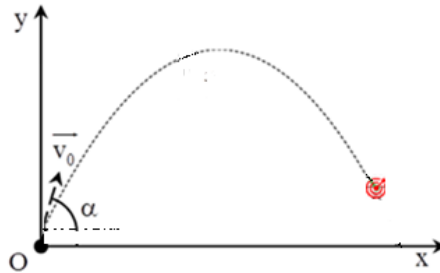


b. Đồ thị của hàm số  $y = f(x) + g(x)$  đi qua điểm  $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ .

c. Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số chẵn và có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

d. Phương trình  $f(x) = 1$  có đúng 10 nghiệm thuộc  $(0; 10\pi]$

**Câu 2.** Trong chuỗi hoạt động chào mừng ngày thành lập Đoàn TNCS HCM năm 2019, tổ KHTN trường THPT Thực hành Sư phạm có tổ chức cuộc thi Angry Birds với nội dung chính như sau: Các đội thi sử dụng máy bắn banh tự thiết kế để bắn rơi các hợp quả (yêu cầu góc bắn trên 30 độ), xem hình minh hoạ bên dưới.



Sau các lần thử nghiệm đội thi đã đo được các thông số  $v_0 = \sqrt{245}$  m/s, độ cao của máy bắn  $y_0 = 0,5$  m vị trí mục tiêu:  $x = 25$  (m),  $y = 0,5$  (m) để giải phương trình ném xiên:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0$$

Trong đó: Gia tốc trọng trường  $g = 9,8$  m/s, góc bắn  $\alpha$  thoả  $30^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

a. Phương trình trên tương đương với phương trình

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0 = -\frac{gx^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x + y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

b. Với thông số đề bài, phương trình trở thành

$$-\frac{x^2}{50} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x - \frac{x^2}{50} = 0$$

$$-12,5 \tan^2 \alpha + 25 \tan \alpha - 12,5 = 0$$

c. Đặt  $\tan \alpha = t$ , phương trình trở thành  $-12,5t^2 + 25t - 12,5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = 1$ .

Vậy cần đặt máy bắn góc 45 độ so với phương ngang để bắn trúng mục tiêu.

d. Nếu thay đổi vị trí mục tiêu thành  $x = 20$  thì cần bắn góc  $\alpha$  thoả  $\tan \alpha = 2, \alpha \approx 64^\circ$  (làm tròn đến độ)

**Câu 3.** Số **tam giác** (tiếng Anh: *triangular number*) là số tự nhiên có giá trị bằng tổng các số điểm chấm xuất hiện trong một tam giác đều được sắp xếp bởi các điểm tương tự hình bên; số tam giác thứ  $n$  có giá trị bằng tổng các số tự nhiên từ 1 tới  $n$ .

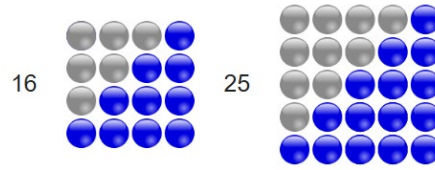


a. Số tam giác tiếp theo hình trên (số tam giác thứ 5) là 16.

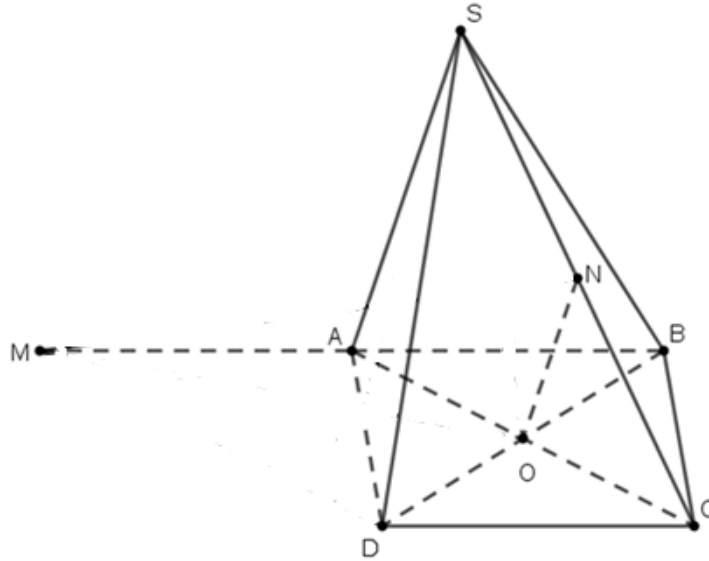
b. Số tam giác là tổng của cấp số cộng có số hạng đầu và công sai đều bằng 1. Số hạng tổng quát

của số tam giác là  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

- c. Biết số lần bắt tay (1 lần 2 người) của  $n+1$  người trong phòng kín là số tam giác thứ  $n$ . Vậy số lần bắt tay nói trên của 6 người là  $\frac{6.7}{2} = 21$  (lần)
- d. Sử dụng số viên bi bằng tổng của hai số tam giác liên tiếp (thứ  $n$  và thứ  $n-1$  ta có thể sắp được 1 hình vuông với mỗi cạnh có  $n$  viên bi.



**Câu 4.** Một chiếc bánh có dạng hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $N, I$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $SC, AB$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ .



- a. Giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCB)$  là đường thẳng  $SO$ .
- b. Gọi  $K$  là giao điểm của  $MO$  và  $AD$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MON)$  và  $(SAD)$  là đường thẳng  $d$  qua  $K$  và song song  $NO, SA$ .
- c. Gọi  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $MN$  khi đó  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ .
- d. Tỉ số  $\frac{GM}{GN} = \frac{AM}{AI} = 3$ .

### PHẦN III. Tự luận (3 điểm)

**Câu 1.** (1 điểm) Giải phương trình lượng giác sau:  $2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$ .

**Câu 2.** (2 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD \parallel BC$ ),  $AD = 2BC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Lấy  $K$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AK = 2KB$ ,  $G$  là trung điểm  $SD$ ,  $H$  là trọng tâm tam giác  $SAD$ .

- a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AHK)$  và  $(SBD)$ .
- b. Gọi  $L$  là giao điểm của mặt phẳng  $(KOH)$  và đường thẳng  $SD$ . Chứng minh  $\frac{DL}{DG} = \frac{2}{3}$ .

----- Hết -----

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $y = \tan x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .  
 B. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ và có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O.  
 C. Hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
 D. Hàm số  $y = \cot x$  nghịch biến trên  $(0; \pi)$ .

**Câu 2.** Bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x) = \cos 2x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  là:

**A.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-1	1	-1	1	-1

**B.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	1	-1	1	-1	1

**C.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-2	2	-2	2	-2

**D.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	2	-2	2	-2	2

**Câu 3.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 4.** Tìm công thức nghiệm của phương trình  $2\sin(x + \alpha) = \sqrt{3}$ .

- A.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .  
 B.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .  
 C.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .  
 D.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 5.** Cho đồ thị hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ . Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của  $x$  trên đoạn  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$  thỏa mãn  $\sin x = 1$ . Số phần tử của  $S$  là

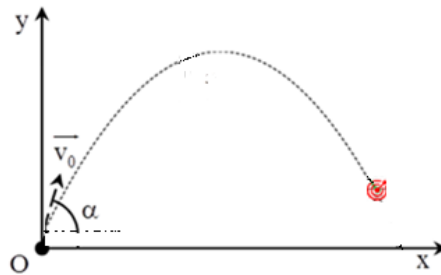


b. Đồ thị của hàm số  $y = f(x) + g(x)$  đi qua điểm  $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ .

c. Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số lẻ và có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

d. Phương trình  $f(x) = 1$  có đúng 10 nghiệm thuộc  $(0; 10\pi]$

**Câu 2.** Trong chuỗi hoạt động chào mừng ngày thành lập Đoàn TNCS HCM năm 2019, tổ KHTN trường THPT Thực hành Sư phạm có tổ chức cuộc thi Angry Birds với nội dung chính như sau: Các đội thi sử dụng máy bắn banh tự thiết kế để bắn rơi các hợp quả (yêu cầu góc bắn trên 30 độ), xem hình minh họa bên dưới.



Sau các lần thử nghiệm đội thi đã đo được các thông số  $v_0 = \sqrt{245}$  m/s, độ cao của máy bắn  $y_0 = 0,5$  m vị trí mục tiêu:  $x = 25$  (m),  $y = 0,5$  (m) để giải phương trình ném xiên:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0$$

Trong đó: Gia tốc trọng trường  $g = 9,8$  m/s, góc bắn  $\alpha$  thỏa  $30^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

a. Phương trình trên tương đương với phương trình

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0 = -\frac{gx^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x + y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

b. Với thông số đề bài, phương trình trở thành

$$-\frac{x^2}{50} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x - \frac{x^2}{50} = 0$$

$$-12,5 \tan^2 \alpha + 25 \tan \alpha - 12,5 = 0$$

c. Đặt  $\tan \alpha = t$ , phương trình trở thành  $-12,5t^2 + 25t - 12,5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = 1$ .

Vậy cần đặt máy bắn góc 60 độ so với phương ngang để bắn trúng mục tiêu.

d. Nếu thay đổi vị trí mục tiêu thành  $x = 20$  thì cần bắn góc  $\alpha$  thỏa  $\tan \alpha = 2, \alpha \approx 64^\circ$  (làm tròn đến độ)

**Câu 3.** Số **tam giác** (tiếng Anh: *triangular number*) là số tự nhiên có giá trị bằng tổng các số điểm chấm xuất hiện trong một tam giác đều được sắp xếp bởi các điểm tương tự hình bên; số tam giác thứ  $n$  có giá trị bằng tổng các số tự nhiên từ 1 tới  $n$ .

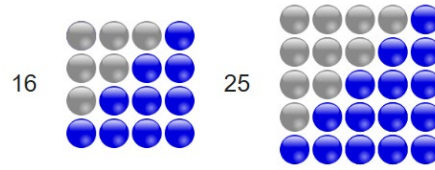


a. Số tam giác tiếp theo hình trên (số tam giác thứ 5) là 16.

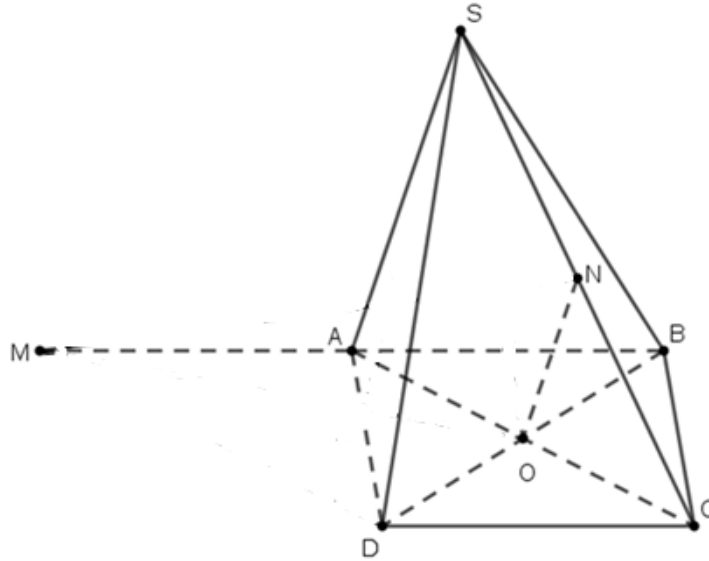
b. Số tam giác là tổng của cấp số cộng có số hạng đầu và công sai đều bằng 1. Số hạng tổng quát

của số tam giác là  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

- c. Biết số lần bắt tay (1 lần 2 người) của  $n+1$  người trong phòng kín là số tam giác thứ  $n$ . Vậy số lần bắt tay nói trên của 6 người là  $\frac{6.7}{2} = 21$  (lần)
- d. Sử dụng số viên bi bằng tổng của hai số tam giác liên tiếp (thứ  $n$  và thứ  $n-1$  ta có thể sắp được 1 hình vuông với mỗi cạnh có  $n$  viên bi.



- Câu 4.** Một chiếc bánh có dạng hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $N, I$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $SC, AB$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ .



- a. Giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCB)$  là đường thẳng  $SO$ .
- b. Gọi  $K$  là giao điểm của  $MO$  và  $AD$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MON)$  và  $(SAD)$  là đường thẳng  $d$  qua  $K$  và song song  $NO, SA$ .
- c. Gọi  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $MN$  khi đó  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ .
- d. Tỉ số  $\frac{GM}{GN} = \frac{AM}{AI} = 2$ .

### PHẦN III. Tự luận (3 điểm)

**Câu 1.** (1 điểm) Giải phương trình lượng giác sau:  $2 \cos \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$ .

- Câu 2.** (2 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD \parallel BC$ ),  $AD = 2BC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Lấy  $K$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AK = 2KB$ ,  $G$  là trung điểm  $SD$ ,  $H$  là trọng tâm tam giác  $SAD$ .

- a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AHK)$  và  $(SBD)$ .

- b. Gọi  $L$  là giao điểm của mặt phẳng  $(KOH)$  và đường thẳng  $SD$ . Chứng minh  $\frac{DL}{DG} = \frac{2}{3}$ .

----- Hết -----

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua hai đường thẳng phân biệt cho trước.
- B. Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- C. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.
- D. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua một điểm và một đường thẳng đi qua điểm đó.

**Câu 2.** Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là 4,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,2 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.

- A. 83,7.                      B. 78,3.                      C. 73,8.                      D. 67,2.

**Câu 3.** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $y = \tan x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .
- B. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ và có đồ thị đối xứng qua gốc toạ độ O.
- C. Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .
- D. Hàm số  $y = \tan x$  nghịch biến trên  $(0; \pi)$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .
- B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 5.** Tìm công thức nghiệm của phương trình  $2 \cos(x + \alpha) = 1$ .

- A.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- B.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- C.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- D.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 6.** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?

- A.  $u_n = n - \sin 3n$
- B.  $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ .
- C.  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ .
- D.  $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$ .

**Câu 7.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n}{2^n}$ . Chọn đáp án đúng.

- A.  $u_4 = \frac{1}{4}$ .
- B.  $u_5 = \frac{1}{16}$ .
- C.  $u_5 = \frac{1}{32}$ .
- D.  $u_3 = \frac{1}{8}$ .

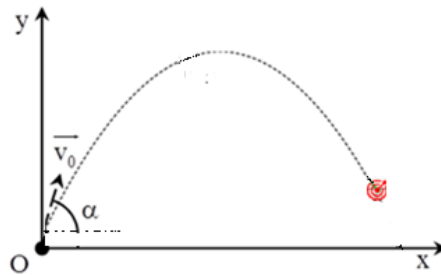


b. Phương trình  $f(x) = 1$  có đúng 10 nghiệm thuộc  $(0; 10\pi]$

c. Đồ thị của hàm số  $y = f(x) + g(x)$  đi qua điểm  $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ .

d. Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số chẵn và có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

**Câu 2.** Trong chuỗi hoạt động chào mừng ngày thành lập Đoàn TNCS HCM năm 2019, tổ KHTN trường THPT Thực hành Sư phạm có tổ chức cuộc thi Angry Birds với nội dung chính như sau: Các đội thi sử dụng máy bắn banh tự thiết kế để bắn rơi các hợp quả (yêu cầu góc bắn trên 30 độ), xem hình minh họa bên dưới.



Sau các lần thử nghiệm đội thi đã đo được các thông số  $v_0 = \sqrt{245}$  m/s, độ cao của máy bắn  $y_0 = 0,5$  m vị trí mục tiêu:  $x = 25$  (m),  $y = 0,5$  (m) để giải phương trình ném xiên:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0$$

Trong đó: Gia tốc trọng trường  $g = 9,8$  m/s, góc bắn  $\alpha$  thỏa  $30^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

a. Phương trình trên tương đương với phương trình

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0 = -\frac{gx^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x + y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

b. Với thông số đề bài, phương trình trở thành

$$-\frac{x^2}{50} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x - \frac{x^2}{50} = 0$$

$$-12,5 \tan^2 \alpha + 25 \tan \alpha - 12,5 = 0$$

c. Đặt  $\tan \alpha = t$ , phương trình trở thành  $-12,5t^2 + 25t - 12,5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = 1$ .

Vậy cần đặt máy bắn góc 45 độ so với phương ngang để bắn trúng mục tiêu.

d. Nếu thay đổi vị trí mục tiêu thành  $x = 20$  thì cần bắn góc  $\alpha$  thỏa  $\tan \alpha = 2, \alpha \approx 64^\circ$  (làm tròn đến độ)

**Câu 3.** Số **tam giác** (tiếng Anh: *triangular number*) là số tự nhiên có giá trị bằng tổng các số điểm chấm xuất hiện trong một tam giác đều được sắp xếp bởi các điểm tương tự hình bên; số tam giác thứ  $n$  có giá trị bằng tổng các số tự nhiên từ 1 tới  $n$ .

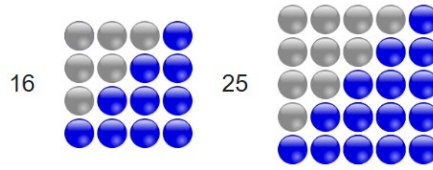


a. Số tam giác tiếp theo hình trên (số tam giác thứ 5) là 16.

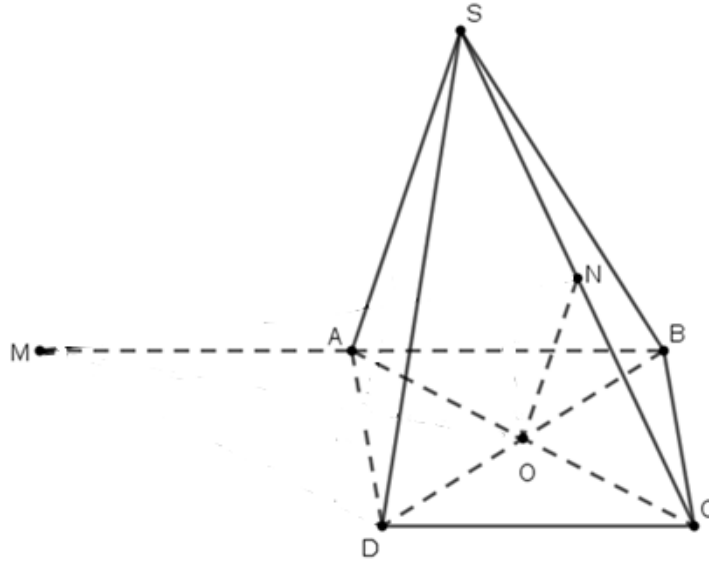
b. Số tam giác là tổng của cấp số cộng có số hạng đầu và công sai đều bằng 1. Số hạng tổng quát

của số tam giác là  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

- c. Biết số lần bắt tay (1 lần 2 người) của  $n+1$  người trong phòng kín là số tam giác thứ  $n$ . Vậy số lần bắt tay nói trên của 6 người là  $\frac{6.7}{2} = 21$  (lần)
- d. Sử dụng số viên bi bằng tổng của hai số tam giác liên tiếp (thứ  $n$  và thứ  $n-1$  ta có thể sắp được 1 hình vuông với mỗi cạnh có  $n$  viên bi.



**Câu 4.** Một chiếc bánh có dạng hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $N, I$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $SC, AB$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ .



- a. Gọi  $K$  là giao điểm của  $MO$  và  $AD$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MON)$  và  $(SAD)$  là đường thẳng  $d$  qua  $K$  và song song  $NO, SA$ .
- b. Gọi  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $MN$  khi đó  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ .
- c. Tỉ số  $\frac{GM}{GN} = \frac{AM}{AI} = 3$ .
- d. Giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCB)$  là đường thẳng  $SO$ .

### PHẦN III. Tự luận (3 điểm)

**Câu 1.** (1 điểm) Giải phương trình lượng giác sau:  $2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ .

**Câu 2.** (2 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD \parallel BC$ ),  $AD = 2BC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Lấy  $K$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AK = 2KB$ ,  $G$  là trung điểm  $SD$ ,  $H$  là trọng tâm tam giác  $SAD$ .

a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AHK)$  và  $(SBD)$ .

b. Gọi  $L$  là giao điểm của mặt phẳng  $(KOH)$  và đường thẳng  $SD$ . Chứng minh  $\frac{DL}{DG} = \frac{2}{3}$ .

----- Hết -----

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $y = \tan x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .  
 B. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ và có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O.  
 C. Hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
 D. Hàm số  $y = \cot x$  nghịch biến trên  $(0; \pi)$ .

**Câu 2.** Bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x) = \cos 2x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  là:

**A.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-1	1	-1	1	-1

**B.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	1	-1	1	-1	1

**C.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-2	2	-2	2	-2

**D.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	2	-2	2	-2	2

**Câu 3.** Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 4,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ty.

- A. 83,7.                      B. 78,3.                      C. 73,8.                      D. 67,2.

**Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua hai đường thẳng phân biệt cho trước.  
 B. Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.  
 C. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.  
 D. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua một điểm và một đường thẳng đi qua điểm đó.

**Câu 5.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 6.** Tìm công thức nghiệm của phương trình  $2\sin(x + \alpha) = \sqrt{3}$ .

- A.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

$$\text{C. } \begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

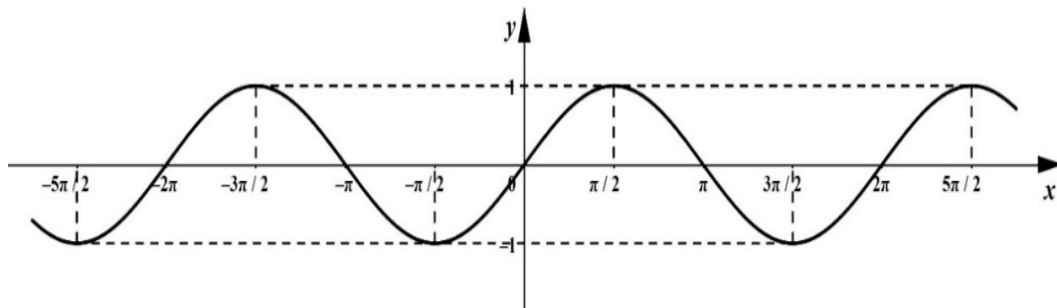
**Câu 7.** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?

A.  $u_n = n - \sin 3n$       B.  $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ .      C.  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ .      D.  $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$ .

**Câu 8.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n}{2^n}$ . Chọn đáp án đúng.

A.  $u_4 = \frac{1}{4}$ .      B.  $u_5 = \frac{1}{16}$ .      C.  $u_5 = \frac{1}{32}$ .      D.  $u_3 = \frac{1}{8}$ .

**Câu 9.** Cho đồ thị hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ . Gọi S là tập hợp các giá trị của  $x$  trên đoạn  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$  thỏa mãn  $\sin x = 1$ . Số phần tử của S là



A. 3.      B. 5.      C. 6.      D. 4.

**Câu 10.** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{10^n}{3}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng      B. Dãy số giảm  
C. Dãy số không tăng, không giảm      D.  $u_{n-1} = \frac{10}{3^n - 1}$

**Câu 11.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2, n \geq 1 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$

**Câu 12.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SD. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(OMN)$  và  $(ABC)$  là

A. Đường thẳng đi qua M và song song với AB.      B. Đường thẳng đi qua N và song song với BD.  
C. Đường thẳng đi qua O và song song với AD.      D. Đường thẳng đi qua S và song song với BC.

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

**Câu 1.** Cho hai hàm số  $f(x) = \tan x$  và  $g(x) = \cot x$ .

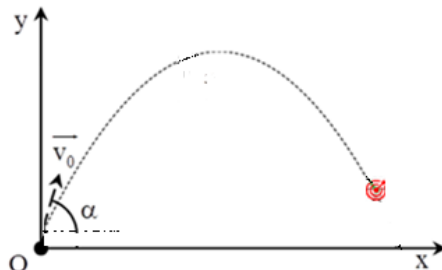
a. Đồ thị của hàm số  $y = f(x) + g(x)$  đi qua điểm  $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ .

b. Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số lẻ và có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

c. Phương trình  $f(x) = 1$  có đúng 10 nghiệm thuộc  $(0; 10\pi]$

d. Tập xác định của hàm số  $y = f(x)$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 2.** Trong chuỗi hoạt động chào mừng ngày thành lập Đoàn TNCS HCM năm 2019, tổ KHTN trường THPT Thực hành Sư phạm có tổ chức cuộc thi Angry Birds với nội dung chính như sau: Các đội thi sử dụng máy bắn banh tự thiết kế để bắn rơi các hợp quả (yêu cầu góc bắn trên 30 độ), xem hình minh họa bên dưới.



Sau các lần thử nghiệm đội thi đã đo được các thông số  $v_0 = \sqrt{245}$  m/s, độ cao của máy bắn  $y_0 = 0,5$  m vị trí mục tiêu:  $x = 25$  (m),  $y = 0,5$  (m) để giải phương trình ném xiên:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0$$

Trong đó: Gia tốc trọng trường  $g = 9,8$  m/s, góc bắn  $\alpha$  thỏa  $30^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

a. Phương trình trên tương đương với phương trình

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0 = -\frac{gx^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x + y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

b. Với thông số đề bài, phương trình trở thành

$$-\frac{x^2}{50} \tan^2 \alpha + \tan \alpha \cdot x - \frac{x^2}{50} = 0$$

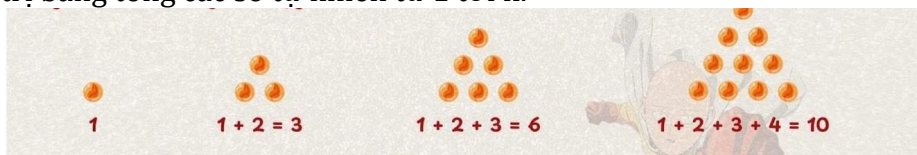
$$-12,5 \tan^2 \alpha + 25 \tan \alpha - 12,5 = 0$$

c. Đặt  $\tan \alpha = t$ , phương trình trở thành  $-12,5t^2 + 25t - 12,5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = 1$ .

Vậy cần đặt máy bắn góc 60 độ so với phương ngang để bắn trúng mục tiêu.

d. Nếu thay đổi vị trí mục tiêu thành  $x = 20$  thì cần bắn góc  $\alpha$  thỏa  $\tan \alpha = 2, \alpha \approx 64^\circ$  (làm tròn đến độ)

**Câu 3.** Số tam giác (tiếng Anh: *triangular number*) là số tự nhiên có giá trị bằng tổng các số điểm chấm xuất hiện trong một tam giác đều được sắp xếp bởi các điểm tương tự hình bên; số tam giác thứ  $n$  có giá trị bằng tổng các số tự nhiên từ 1 tới  $n$ .

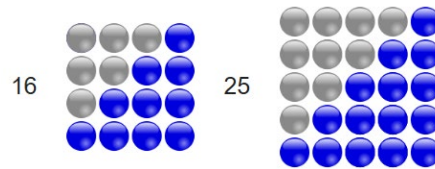


a. Số tam giác tiếp theo hình trên (số tam giác thứ 5) là 16.

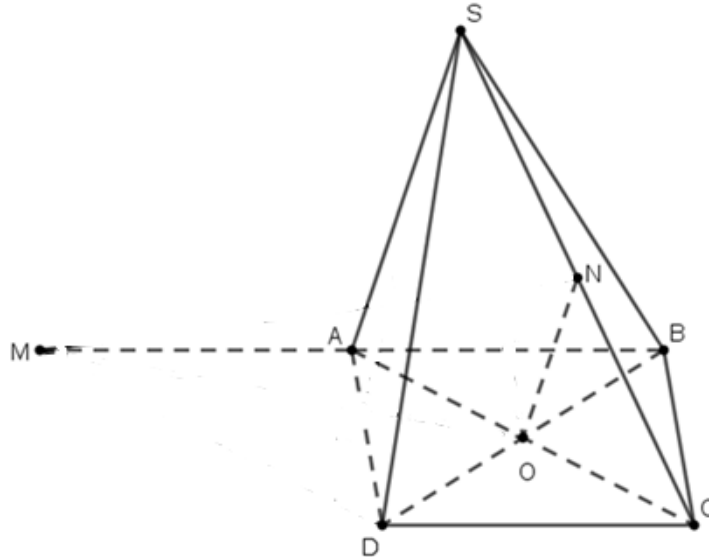
b. Số tam giác là tổng của cấp số cộng có số hạng đầu và công sai đều bằng 1. Số hạng tổng quát của số tam giác là  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

c. Biết số lần bắt tay (1 lần 2 người) của  $n+1$  người trong phòng kín là số tam giác thứ  $n$ . Vậy số lần bắt tay nói trên của 6 người là  $\frac{6 \cdot 7}{2} = 21$  (lần)

d. Sử dụng số viên bi bằng tổng của hai số tam giác liên tiếp (thứ  $n$  và thứ  $n-1$  ta có thể sắp được 1 hình vuông với mỗi cạnh có  $n$  viên bi.



**Câu 4.** Một chiếc bánh có dạng hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $N, I$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $SC, AB$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ .



- Gọi  $K$  là giao điểm của  $MO$  và  $AD$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MON)$  và  $(SAD)$  là đường thẳng  $d$  qua  $K$  và song song  $NO, SA$ .
- Gọi  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $MN$  khi đó  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ .
- Tỉ số  $\frac{GM}{GN} = \frac{AM}{AI} = 2$ .
- Giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCB)$  là đường thẳng  $SO$ .

### PHẦN III. Tự luận (3 điểm)

**Câu 1.** (1 điểm) Giải phương trình lượng giác sau:  $2 \cos \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$ .

**Câu 2.** (2 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD \parallel BC$ ),  $AD = 2BC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Lấy  $K$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AK = 2KB$ ,  $G$  là trung điểm  $SD$ ,  $H$  là trọng tâm tam giác  $SAD$ .

a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AHK)$  và  $(SBD)$ .

b. Gọi  $L$  là giao điểm của mặt phẳng  $(KOH)$  và đường thẳng  $SD$ . Chứng minh  $\frac{DL}{DG} = \frac{2}{3}$ .

----- Hết -----