

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ 1 TOÁN 11 NĂM HỌC 2025-2026

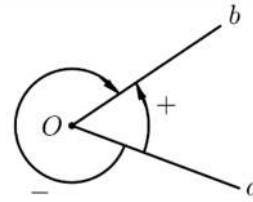
A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ.

CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

1 Góc lượng giác

Góc lượng giác có tia đầu Oa , tia cuối Ob ,
kí hiệu (Oa, Ob) .

Chiều dương: ngược chiều kim đồng hồ.

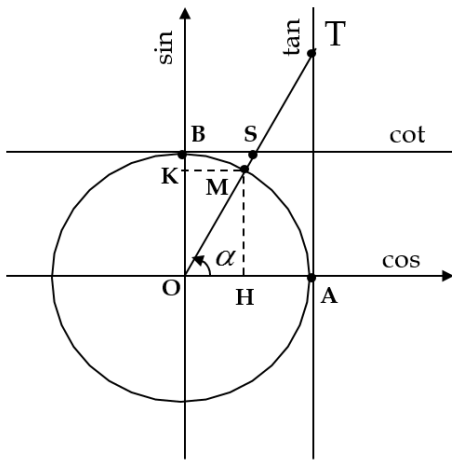


Đơn vị radian

- $180^\circ = \pi \text{ rad}$
- $a^\circ = \frac{\pi a}{180} \text{ rad}$
- $\alpha \text{ rad} = \left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)^\circ$

Độ dài cung tròn: bán kính R , góc ở tâm có số đo α rad thì độ dài cung là $l = \alpha R$.

2 Giá trị lượng giác của một góc lượng giác



- $\cos \alpha = x_M$
- $\sin \alpha = y_M$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = y_T \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$
- $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = x_S \left(\alpha \neq k\pi \right)$

$\forall \alpha$, ta có:

- $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$
- $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$
- $\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$
- $\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$
- $\tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha$
- $\cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha$

3 Các công thức lượng giác

Hai góc đối nhau	Hai góc bù nhau	Hai góc hơn kém π
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$	$\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$ $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$ $\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$ $\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha$
Hai góc phụ nhau	Hai góc hơn kém $\frac{\pi}{2}$	Công thức lượng giác cơ bản
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$	$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$ $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$ $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot \alpha$ $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\tan \alpha$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$
“COS ĐỐI – SIN BÙ – PHỤ CHÉO – TAN, COT HƠN KÉM PI” “HƠN PI/2 SIN BẠN COS”		

Công thức cộng	Công thức nhân đôi
$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$ $\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$
Công thức biến đổi tích thành tổng	Công thức biến đổi tổng thành tích
$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$ $\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$ $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$	$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
Công thức hạ bậc	Một số công thức khác
$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ $\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$	$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cdot \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$ $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$

4. Hàm số lượng giác và đồ thị

Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

- Hàm số $y = f(x)$ là **hàm số chẵn** trên D nếu với mọi $x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số $y = f(x)$ là **hàm số lẻ** trên D nếu với mọi $x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

Chú ý: - Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.

- Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

- Hàm số $y = f(x)$ là **hàm số tuần hoàn** nếu tồn tại một số T khác 0 sao cho với mọi $x \in D$ ta có

$$x \pm T \in D \text{ và } f(x+T) = f(x).$$

Số T dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên được gọi là **chu kì** của hàm số tuần hoàn $y = f(x)$.

Hàm số lượng giác

Hàm số lượng giác	Đồ thị
Hàm số $y = \sin x$ Tập xác định $D = \mathbb{R}$ Tập giá trị $[-1; 1]$ Hàm số lẻ, tuần hoàn chu kỳ $T = 2\pi$	
Hàm số $y = \cos x$ Tập xác định $D = \mathbb{R}$ Tập giá trị $[-1; 1]$ Hàm số chẵn, tuần hoàn chu kỳ $T = 2\pi$	
Hàm số $y = \tan x$ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ Tập giá trị \mathbb{R} Hàm số lẻ, tuần hoàn chu kỳ $T = \pi$	
Hàm số $y = \cot x$ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ Tập giá trị \mathbb{R} Hàm số lẻ, tuần hoàn chu kỳ $T = \pi$	

5 Phương trình lượng giác cơ bản

Phương trình $\sin x = m$ với $m \in [-1; 1]$

$$\bullet \sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Phương trình $\cos x = m$ với $m \in [-1; 1]$

$$\bullet \cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Phương trình $\tan x = m$

$$\bullet \tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Phương trình $\cot x = m$

$$\bullet \cot x = m \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Một số trường hợp đặc biệt

- $\sin u = 0 \Leftrightarrow u = k\pi$
- $\sin u = 1 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k2\pi$
- $\sin u = -1 \Leftrightarrow u = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$
- $\cos u = 0 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k\pi$
- $\cos u = 1 \Leftrightarrow u = k2\pi$
- $\cos u = -1 \Leftrightarrow u = \pi + k2\pi$

CHƯƠNG II. DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG. CẤP SỐ NHÂN

1 Dãy số

Dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số) là hàm số: $u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$

$$n \mapsto u_n = u(n)$$

Dạng khai triển của dãy số (u_n) là: $u_1; u_2; \dots; u_n; \dots$

Dãy số tăng, dãy số giảm

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số **tăng** nếu $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số **giảm** nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số bị chặn

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số **bị chặn trên** nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số **bị chặn dưới** nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số **bị chặn** nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, nghĩa là tồn tại các số M và m sao cho $m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

2 Cấp số cộng

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số d không đổi (d được gọi là **công sai**).

Định nghĩa: $u_{n+1} = u_n + d, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$ với $n \geq 2$.

Tính chất các số hạng: $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$.

Tổng n số hạng đầu tiên: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$.

3 Cấp số nhân

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số q không đổi (q được gọi là **công bội**).

Định nghĩa: $u_{n+1} = u_n \cdot q, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$.

Tính chất các số hạng: $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ với $k \geq 2$.

Tổng n số hạng đầu tiên: $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ với $q \neq 1$.

Chú ý: Nếu $q=1$ thì $S_n = nu_1$.

CHƯƠNG III. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	m_2	...	m_k

Nhóm $[a_p; a_{p+1}) = \{x \in \mathbb{R} \mid a_p \leq x < a_{p+1}\}$

Cỡ mẫu $n = m_1 + \dots + m_k$.

Giá trị đại diện của nhóm $[a_p; a_{p+1})$ là $x_p = \frac{a_p + a_{p+1}}{2}$.

Độ dài của nhóm $[a_p; a_{p+1})$ là $a_{p+1} - a_p$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{n}$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm

Xác định nhóm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm $[a_p; a_{p+1})$ có tần số lớn nhất.

$$M_0 = a_p + \frac{m_p - m_{p-1}}{(m_p - m_{p-1}) + (m_p - m_{p+1})} \cdot (a_{p+1} - a_p).$$

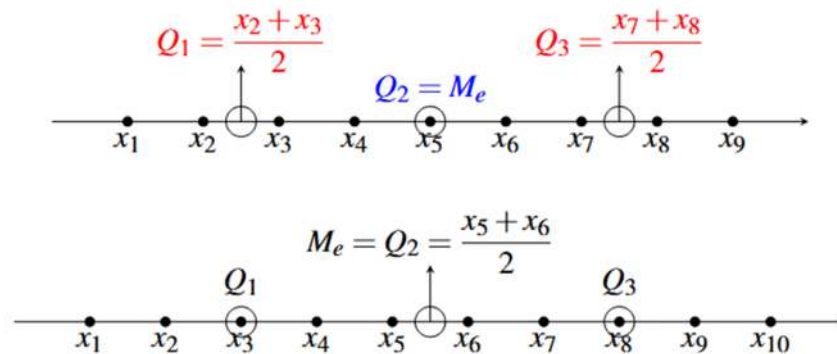
Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử là nhóm $[a_p; a_{p+1})$.

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p).$$

Trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm



Xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ i với $i \in \{1; 2; 3\}$. Giả sử là nhóm $[a_p; a_{p+1})$.

$$Q_i = a_p + \frac{\frac{in}{4} - (m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p).$$

Trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Lưu ý: Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

CHƯƠNG IV. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG. QUAN HỆ SONG SONG.

1. Điểm, đường thẳng và mặt phẳng trong không gian

Cách xác định mặt phẳng

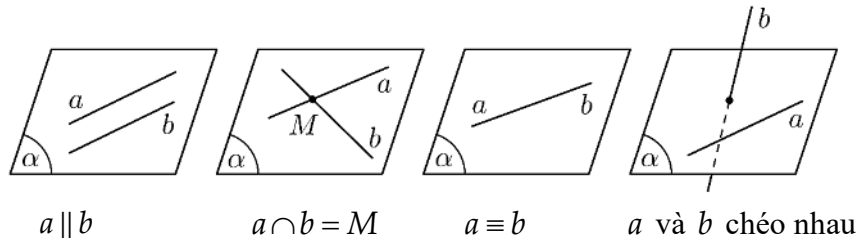
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng.
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó.
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa hai đường thẳng song song.

Các kí hiệu thường dùng

- Điểm *thuộc* đường thẳng: $A \in \Delta$.
- Điểm *thuộc* mặt phẳng: $A \in (\alpha)$.
- Đường thẳng *nằm trong* mặt phẳng: $\Delta \subset (\alpha)$.
- **Giao điểm** của 2 đường thẳng: $M = \Delta \cap d$.
- **Điểm chung** của 2 mặt phẳng: $M \in (\alpha) \cap (\beta)$.
- **Giao tuyến** của 2 mặt phẳng: $\Delta = (\alpha) \cap (\beta)$.
- **Giao điểm** của đường thẳng và mặt phẳng: $M = \Delta \cap (\alpha)$.

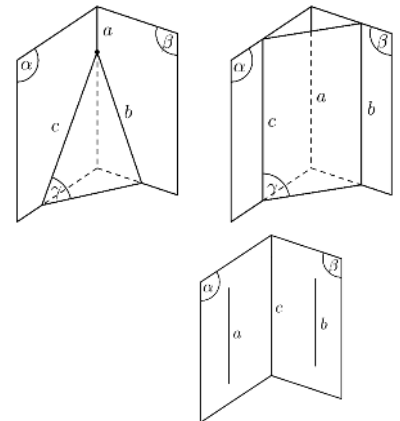
2 Hai đường thẳng song song

Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian



Định lí (về giao tuyến của ba mặt phẳng)

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.



Hệ quả

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).

Định lí

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

3 Đường thẳng và mặt phẳng song song

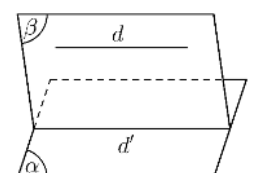
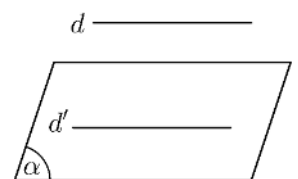
Đường thẳng và mặt phẳng song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

Định lí

Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) .

Định lí

Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) đi qua d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì $d' \parallel d$.

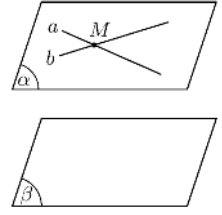


4 Hai mặt phẳng song song

Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung

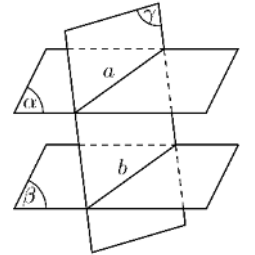
Định lí

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β) .



Định lí

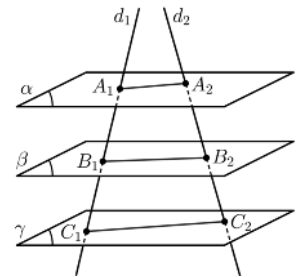
Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.



Định lí Thalès trong không gian

Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

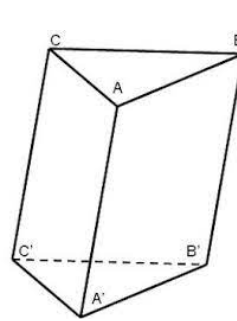
$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{B_1C_1}{B_2C_2} = \frac{A_1C_1}{A_2C_2}$$



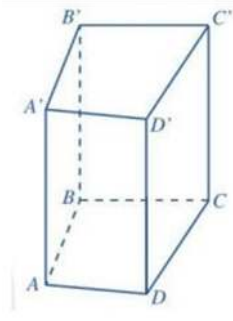
Hình lăng trụ

Hình lăng trụ: hai đáy là hai đa giác bằng nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song, các cạnh bên song song và bằng nhau.

- Các mặt bên là hình bình hành.



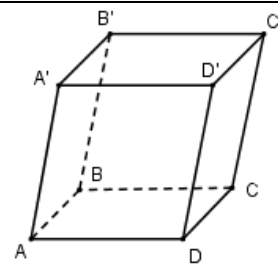
Lăng trụ tam giác
ABC.A'B'C'



Lăng trụ tứ giác
ABCD.A'B'C'D'

Hình hộp: lăng trụ có đáy là hình bình hành.

- Tất cả các mặt là hình bình hành.



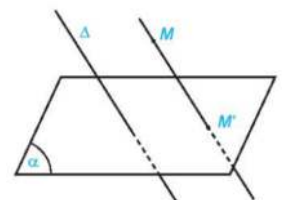
Hình hộp ABCD.A'B'C'D'

5 Phép chiếu song song

Mặt phẳng chiếu (α) ; phương chiếu Δ (với Δ cắt (α))

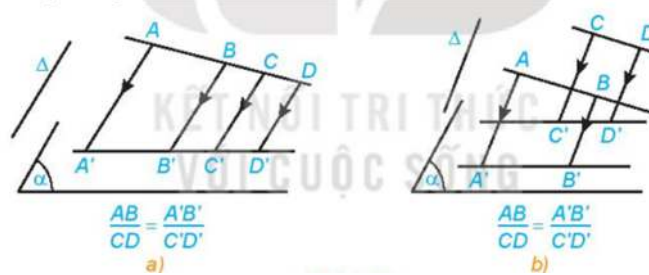
- Nếu M thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và Δ .

- Nếu M không thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và đường thẳng qua M song song với Δ .



Tính chất phép chiếu song song

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó, biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.



Hình biểu diễn của một hình không gian

- Hình biểu diễn của một tam giác (cân, đều, vuông) là một tam giác.
- Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành là hình bình hành.
- Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.
- Giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.

CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

1 Giới hạn dãy số

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0; \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \quad (q < 1)$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} c = c \quad (\text{với } c \text{ là hằng số})$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty \quad (q > 1)$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n} = +\infty$

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

Cho cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q , với $|q| < 1$. Khi đó: $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots = \frac{u_1}{1-q}$.

2 Giới hạn hàm số

Với c là hằng số và k nguyên dương, ta có:

$\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$	$\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \begin{cases} +\infty & ; k = 2l \\ -\infty & ; k = 2l + 1 \end{cases}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^k} = 0$	

Giới hạn một bên

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.
- Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ thì không tồn tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.

Một số quy tắc tìm giới hạn vô cực

Tìm giới hạn của tích

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Tìm giới hạn của thương

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$\pm\infty$	Tùy ý	0
$L > 0$	0	$+$	$+\infty$
		$-$	$-\infty$
$L < 0$		$+$	$-\infty$
		$-$	$+\infty$

3 Hàm số liên tục

Hàm số $y = f(x)$ **liên tục tại điểm** $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng đó.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ (liên tục phải tại a), $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ (liên tục trái tại b).

Chú ý: Đồ thị của hàm số liên tục trên một khoảng là một “đường liền nét” trên khoảng đó.

Định lí

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một số $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$ (hay phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $c \in (a; b)$).

B. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Câu 1: 1: Khi quy đổi 1° ra đơn vị radian, ta được kết quả là:

- A. π rad. B. $\frac{180}{\pi}$ rad. C. $\frac{\pi}{180}$ rad. D. $\frac{\pi}{360}$ rad.

Câu 2: 2. Góc có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị là radian là:

- A. $\frac{25\pi}{12}$. B. $\frac{25\pi}{18}$. C. $\frac{25\pi}{9}$. D. $\frac{35\pi}{18}$.

Câu 3: 3. Nếu một cung tròn có số đo bằng radian là $\frac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của cung tròn đó là

- A. 172° . B. 15° . C. 225° . D. 115° .

Câu 4: 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi a, b ?

- A. $\cos(a - b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$. B. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
C. $\cos(a - b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. D. $\cos(a - b) = \cos a \sin b - \sin a \cos b$.

Câu 5: 2. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\cos 2a = 2 \sin a \cos a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$. D. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

Câu 6: 3 Chọn khẳng định đúng?

- A. $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$. B. $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.
C. $\cot(\pi - \alpha) = \cot \alpha$. D. $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$.

Câu 7: 1. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- A. $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$. B. $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$. C. $\cos 2\alpha = -\frac{7}{9}$. D. $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$.

Câu 8: 2. Biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Kết quả $\cos 2\alpha$ là:

- A. $\frac{23}{25}$. B. $-\frac{23}{25}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Câu 9: 3. Biểu thức nào sau đây bằng $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$?

- A. $\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x$. C. $\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12: Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là?

- A. \mathbb{R} . B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. $[-1; 1]$.

Câu 13: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A. 3 ; -5. B. -2 ; -8. C. 2 ; -5. D. 8 ; 2.

Câu 14: Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M = 1$; $m = -1$. B. $M = 2$; $m = 1$. C. $M = 3$; $m = 0$. D. $M = 3$; $m = 1$.

Câu 15: 1. Khẳng định nào dưới đây là Sai?

- A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ. D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

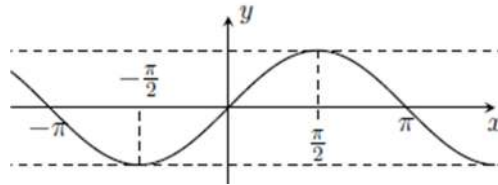
Câu 16: 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ ?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \cos^2 x$. D. $y = \sin^2 x$

Câu 17: 3. Hàm số nào tuần hoàn với chu kì π trong các hàm số sau đây :

- A. $y = \cos 2x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot 2x$

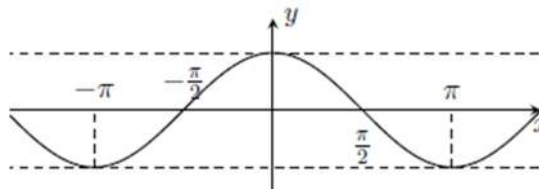
Câu 18: Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

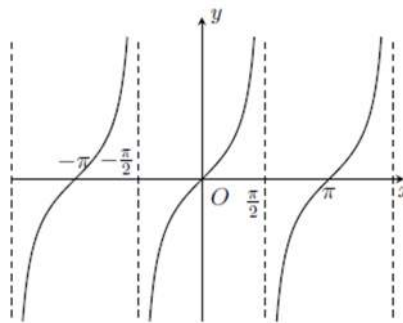
Câu 19: Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

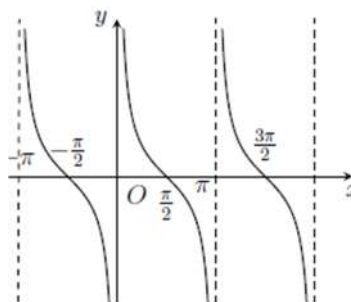
Câu 20: Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 21: Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 22: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- A.** $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C.** $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

- Câu 31:** 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng
A. $u_n = 1$. **B.** $u_n = -1$. **C.** $u_n = (-1)^n$. **D.** $u_n = (-1)^{n+1}$.
- Câu 32:** 2. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0.1; 0.01; 0.001; 0.0001 \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?
A. $u_n = \underbrace{0.00\dots01}_{n \text{ số } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0.00\dots01}_{n-1 \text{ số } 0}$. **C.** $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.
- Câu 33:** 1. Cho dãy số $-1; 1; -1; \dots; (-1)^n; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số (u_n) tăng. **B.** Dãy số (u_n) giảm.
C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm. **D.** Dãy số (u_n) không đổi.
- Câu 34:** 2. Cho dãy số $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots; \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số (u_n) tăng. **B.** Dãy số (u_n) giảm.
C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm. **D.** Dãy số (u_n) không đổi.
- Câu 35:** 3. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số (u_n) tăng. **B.** Dãy số (u_n) giảm.
C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm. **D.** Dãy số (u_n) không đổi.
- Câu 36:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào bị chặn?
A. $u_n = 2n$. **B.** $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. **C.** $u_n = \frac{2n+1}{3}$. **D.** $u_n = 3 - 2n$.
- Câu 37:** 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là u_1 và d là công sai. Khi đó số hạng tổng quát của cấp số cộng này là:
A. $u_n = u_1 + nd$. **B.** $u_n = 2u_1 + (n-1)d$. **C.** $u_n = u_1 + (n+1)d$. **D.** $u_n = u_1 + (n-1)d$.
- Câu 38:** 2. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng với công sai d , ta có hệ thức truy hồi:
A. $u_{n+1} = u_n \cdot d, n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_{n+1} = u_n + d, n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_{n+1} = \frac{u_n}{d}, n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_{n+1} = u_n - d, n \in \mathbb{N}^*$.
- Câu 39:** Trong các dãy số có số hạng tổng quát được cho bởi công thức sau, dãy số nào là cấp số cộng?
A. $u_n = n^2 + 1$. **B.** $u_n = 2n + 3$. **C.** $u_n = n^2 + n - 1$. **D.** $u_n = 2^n$.
- Câu 40:** 3. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -3$ và công sai $d = 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $u_2 = 2$. **B.** $u_2 = -2$. **C.** $u_2 = -1$. **D.** $u_2 = -3$.
- Câu 41:** 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng
A. $u_{10} = 31$. **B.** $u_{10} = -23$. **C.** $u_{10} = -20$. **D.** $u_{10} = 15$.
- Câu 42:** 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?
A. 15. **B.** 20. **C.** 35. **D.** 36.

Câu 43: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1, u_2 = 4$. Tính S_{20} ?

- A. $S_{20} = 620$. B. $S_{20} = 560$. C. $S_{20} = 590$. D. $S_{20} = 780$.

Câu 44: Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. 1, 1, 1, 2, 3. B. 1, -2, 4, -6, 8. C. 1, 3, 9, 12, 15. D. 1, 2, 4, 8, 16.

Câu 45: 1: Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_3 = 6; u_4 = 2$. Tìm công bội q của cấp số nhân.

- A. $q = 4$. B. $q = 2$. C. $q = \frac{1}{3}$. D. $q = -4$.

Câu 46: 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$. B. $u_5 = -\frac{16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 47: 3: Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) có các số hạng $u_3 = 27, u_4 = 81$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.

Câu 48: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho là

- A. $S_{20} = 2^{20} - 1$. B. $S_{20} = 3(1 - 2^{20})$. C. $S_{20} = 3(2^{20} - 1)$. D. $S_{20} = 3(2^{19} - 1)$.

Câu 49: 1: Độ dài của mỗi nhóm $[a; b)$ trong mẫu số liệu ghép nhóm được tính thế nào?

- A. $a - b$. B. $a + b$. C. $b + a$. D. $b - a$.

Câu 50: 2: Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng phân bố tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm độ dài (cm)	Tần số
[10;20)	8
[20;30)	18
[30;40)	24
[40;50)	10
Tổng	60

Hỏi số lá có chiều dài từ 30cm đến 50cm là bao nhiêu?

- A. 26 B. 42 C. 34 D. 60

Câu 51: 3: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Các nhóm có độ dài bằng?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 52: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Câu 66: 2 Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu $a // (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b // a$.

C. Nếu $\begin{cases} a // (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a // b$.

D. Nếu $a // (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 67: 3 Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

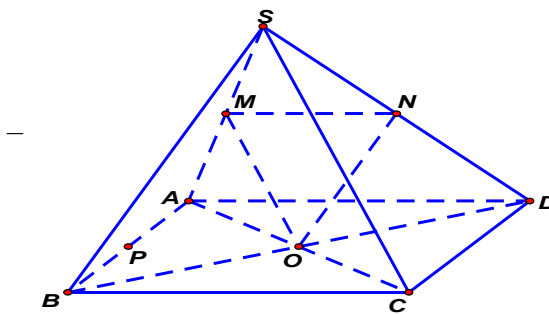
A. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$.

B. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$ và $b // (\alpha)$.

C. $a // b \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$.

D. a và b chéo nhau.

Câu 68: 1 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB (tham khảo hình vẽ bên dưới)



– Khẳng định nào sau đây **đúng**?

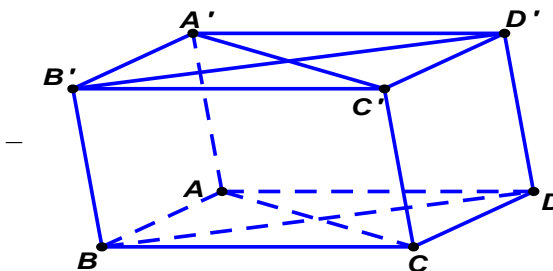
A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) // (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) // (SBD)$.

Câu 69: 2 Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới)



– Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABCD) // (A'B'C'D')$.

B. $(AA'D'D) // (BCC'B')$.

C. $(BDD'B') // (ACC'A')$.

D. $(ABB'A') // (CDD'C')$.

Câu 70: 3 Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2, G_3 theo thứ tự là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD . Mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCD) .

B. (ABC) .

C. (ACD) .

D. (BCG_2) .

Câu 71: 3 Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Nhận định nào dưới đây là **đúng**?

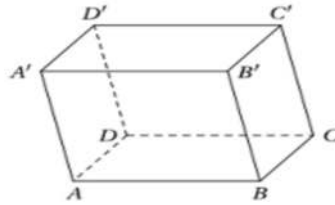
A. $MG // (ACD)$.

B. MG cắt (ACD) .

C. $MG // (BCD)$.

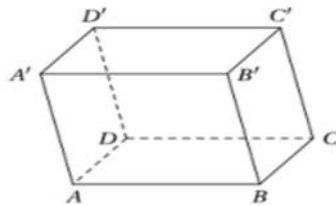
D. MG thuộc (BCD) .

Câu 72: 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phép chiếu song song có phương chiếu DA' , mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ biến điểm B' thành điểm nào?



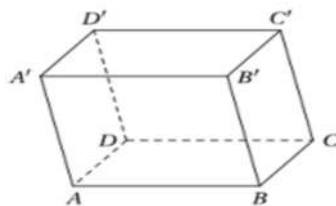
- A. A . B. B . C. C . D. D .

Câu 73: 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phép chiếu song song có phương chiếu AA' , mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ biến điểm B' thành điểm nào?



- A. A . B. B . C. C . D. D .

Câu 74: 3:: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phép chiếu song song có phương chiếu CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C'D')$ biến điểm B thành điểm nào?



- A. A . B. B' . C. C . D. D .

Câu 75: Cho dãy (u_n) có $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 5$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = ?$

- A. 15. B. 8. C. 5. D. 3.

Câu 76: Cho dãy số (u_n) có $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -3$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5 - u_n)$.

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5 - u_n) = 8$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5 - u_n) = 2$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5 - u_n) = -8$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5 - u_n) = -2$.

Câu 77: 1: Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2)^n$.

Câu 78: 3: Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\pi}\right)^n$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (10)^n$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2)^n$.

Câu 79: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n+2}{2n-1}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. -2 . D. $\frac{3}{2}$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 91: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai. Cho hai hàm số $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$.

- a) Chúng đều là những hàm số chẵn với chu kì $T = 2\pi$.
- b) $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = g(x)$.
- c) Nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.
- d) Phương trình $f(x) - g(x) = 3$ vô nghiệm.

Câu 92: 2 Cho hàm số $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

- a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{2}$ là 0.
- b) Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .
- c) Tập giá trị của hàm số là $[-3; 1]$.
- d) Số nghiệm của phương trình $y = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là hai nghiệm.

Câu 93: Cho phương trình $3 - \sqrt{3} \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$. Khi đó

- a) Phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
- b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$.
- c) Phương trình có ba nghiệm trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right)$.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right)$ bằng $\frac{\pi}{6}$.

Câu 94: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$. Khi đó :

- a) Số hạng đầu của dãy số là $\frac{9}{2}$.
- b) Tổng ba số hạng đầu của dãy là một số nguyên
- c) Số hạng thứ hai mươi của dãy có dạng $u_{20} = \frac{85}{21}$
- d) Dãy số (u_n) là một dãy số bị chặn trên

Câu 95: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

- a) Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$

- b) 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho
 c) $\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho
 d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Câu 96: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$.
 b) Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$.
 c) Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$.
 d) $-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8.

Câu 97: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9; 0,95)	[0,95; 1,0)	[1,0; 1,05)	[1,05; 1,1)	[1,1; 1,15)
Số pin	10	20	35	15	5

- a) Số trung bình của mẫu số liệu là 1,016.
 b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [1,05; 1,1).
 c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 0,98$.
 d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 1,248$.

Câu 98: Cho các dãy số $(a_n), (b_n)$ với $a_n = 1 - 2n; b_n = -n^3 + 2n + 1$.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$.
 b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b_n}{a_n} = 0$.
 c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = -\infty$.
 d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{a_n} = +\infty$.

Câu 99: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 1}$ Khi đó:

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$.
 b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.
 c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 7$.

d) Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 100: 1 Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng, sai?

a) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$.

c) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow -1$

Câu 101: 2 Cho các hàm số sau: $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng, sai?

a) $f(1) = -\frac{1}{2}$.

b) $f(x) \rightarrow \frac{1}{2}$ khi $x \rightarrow 1^+$.

c) $f(x) \rightarrow -\frac{1}{2}$ khi $x \rightarrow 1^-$.

d) Hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 102: 3 Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2a-1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-2}{x-1} = 3$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

c) $f(1) = 1$

d) Với $a = 2$ thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$

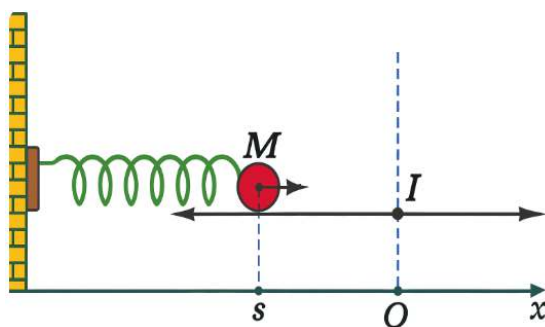
PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Câu 103: Mực nước của một con sông hàng ngày lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước con sông tại thời điểm t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t \leq 24$) được tính theo công thức

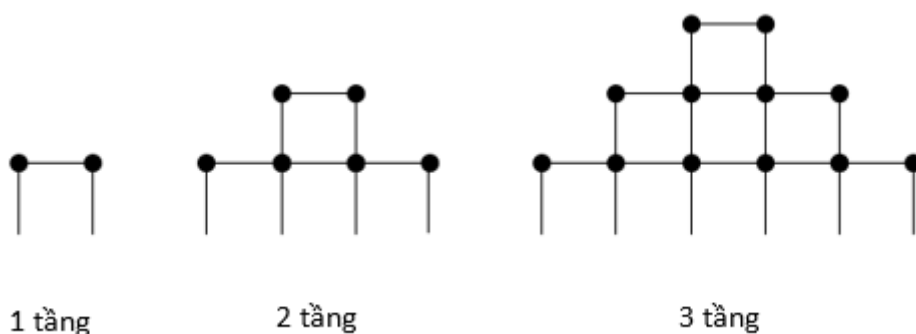
$$h = -4 \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 5. \text{ Tính độ sâu của mực nước con sông tại thời điểm 9 giờ sáng?}$$

Câu 104: Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I , biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại lượng

s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \sin\left(8t + \frac{\pi}{2}\right)$. Có bao nhiêu thời điểm trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3cm$?



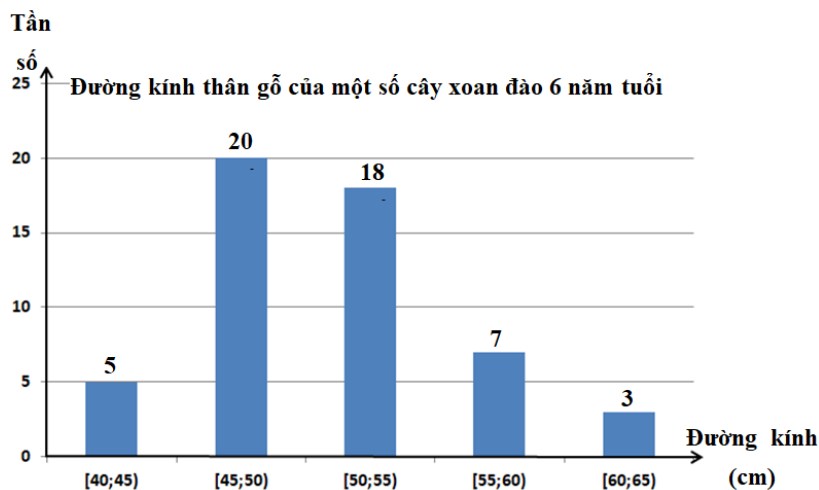
Câu 105: Một em học sinh dùng các que diêm để xếp thành hình tháp có quy luật được thể hiện như trong hình sau:



Hỏi cần bao nhiêu que diêm để xếp thành hình tháp có 10 tầng?

Câu 106: Do ảnh hưởng của tình hình kinh tế toàn cầu nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 30 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?

Câu 107: Biểu đồ dưới đây thống kê đường kính thân gỗ của cây xoan đào 6 năm tuổi trong một lâm trường.



Đường kính thân gỗ trung bình của cây xoan đào 6 năm tuổi trong lâm trường là bao nhiêu? (Đơn vị: cm . Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

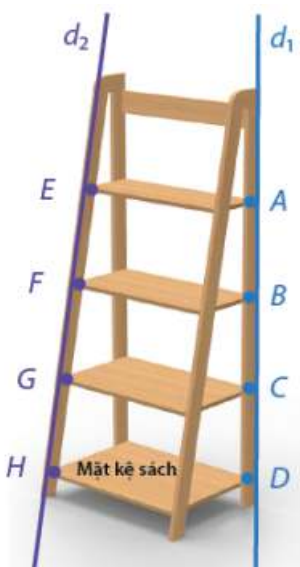
Câu 108: Một công ty viễn thông muốn khảo sát thời gian sử dụng dịch vụ Internet hàng tháng của các hộ gia đình trong một khu vực. Họ thu thập dữ liệu từ 1000 hộ gia đình và thống kê được như sau:

Thời gian sử dụng (giờ)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)	[100; 120)
Số hộ gia đình	50	120	380	250	150	50

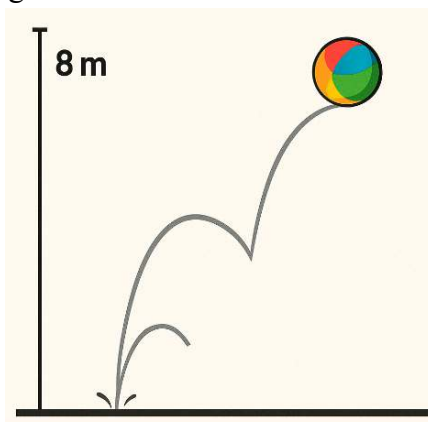
Dựa vào trung vị, có thể kết luận rằng 50% số hộ gia đình sử dụng dịch vụ Internet ít nhất bao nhiêu giờ mỗi tháng? Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần chục.

Câu 109: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm của các cạnh SA . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = x$. Tìm x để MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 110: Hình ảnh dưới đây là kệ sách gỗ có 4 mặt kệ với thanh gỗ đứng và thanh gỗ xiên. Giá đỡ các mặt kệ xuất hiện ở các vị trí A, B, C, D và E, F, G, H . Biết $EF = 35$ cm và A, B, C, D cách đều nhau và các mặt kệ song song với mặt đất. Tính độ dài đoạn HE .



Câu 111: Bạn Khánh Linh thả quả bóng cao su từ độ cao 8 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{1}{3}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn



Câu 112: Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

Câu 113: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ ax - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm a để $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ tồn tại.

PHẦN IV. CÂU HỎI TỰ LUẬN

Câu 114: Cho góc a thỏa mãn $3\pi < a < \frac{7\pi}{2}$ và $\tan a = 5$.

- Tính $\sin a; \cos a; \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right)$.
- Tính $\sin 2a; \cos 2a; \sin 3a; \tan 3a$.
- Tính $\sin\left(2a - \frac{2023\pi}{2}\right) + \cos(2a + 2023\pi)$.
- Tính $\sin \frac{a}{2}; \cos \frac{a}{2}$.

Câu 115: Giải các phương trình sau

- $2 \sin 4x + 1 = 0$.
- $3 \cos x - 2 = 0$.
- $3 \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$.
- $\cot(3x + 1) + 1 = 0$.
- $(\sin 3x + 1)(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$.
- $\sin 7x + \cos 2x = 0$.

Câu 116: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:

$$d(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t - 80)\right) + 12, \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

- Thành phố A có đúng 12 giờ ánh sáng mặt trời vào ngày nào trong năm?
- Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có đúng 9 giờ ánh sáng mặt trời?
- Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có đúng 15 giờ ánh sáng mặt trời?

Câu 117: Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} 9u_2 - u_7 = 1 \\ 2u_4 - u_{10} = -10 \end{cases}$.

- Tìm u_1 và công sai d .
- Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng trên.
- Tính tổng $u_1 + u_2 + \dots + u_{33}$.
- Tính tổng $T = u_{33} + u_{34} + \dots + u_{55}$.

Câu 118: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng thỏa:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$$

- Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân.
- Hỏi tổng bao nhiêu số hạng đầu tiên bằng 3069?
- Số 12288 là số hạng thứ mấy?

Câu 119: Dân số trung bình của Việt Nam năm 2022 là 97,6 triệu người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm là 1,14%/ năm. Giả sử tỷ lệ tăng dân số hàng năm không thay đổi qua các năm.

- Dân số Việt Nam sau 1 năm là bao nhiêu triệu người? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
- Tìm công thức tính số dân Việt Nam sau n năm, kể từ năm 2022.
- Tính số dân Việt Nam năm 2030.

Câu 120: Khảo sát tổng thời gian truy cập Internet mỗi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh, thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)
Số học sinh	11	25	36	15	8	5

- Tìm số trung bình của mẫu số liệu trên.
- Tìm một của mẫu số liệu trên.
- Tìm số trung vị của mẫu số liệu trên.
- Tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Câu 121: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là tứ giác có cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- (SAC) và (SBD) . b) (SAC) và (MBD) .
- (MBC) và (SAD) . d) (SAB) và (SCD) .

Câu 122: Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm I thuộc đoạn SA . Một đường thẳng không song song với AC cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại J và K . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- Mặt phẳng (IJK) và (SAC) .
- Mặt phẳng (IJK) và (SAB) .
- Mặt phẳng (IJK) và (SBC) .

Câu 123: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB .

- Chứng minh: $MN // CD$
- Tìm giao điểm P của SC với (AND) . Kéo dài AN và DP cắt nhau tại I .
Chứng minh $SI // AB // CD$. Tứ giác $SIBA$ là hình gì? Vì sao?

Câu 124: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) // (SBC)$.

b) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, ON . Chứng minh $PQ // (SBC)$.

Câu 125: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) // (SBC)$.

b) Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên $(ABCD)$ và cách đều AB, CD . Chứng minh rằng $IJ // (SAB)$.

Câu 126: Tính các giới hạn sau:

$$1. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{5n+9}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 9n + 2}{5n + 9}.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-7}{n^2 + 9n + 2}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n+2} + 1}.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - 3n + 1}{(2n+3)(n^2 + 7)}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 7^n}{2^{3n-1} + 7^{n+1}}.$$

$$7. \lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n^3 + 9n^2 + 1).$$

$$8. \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 + 2} - 5n).$$

$$9. \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 8n + 2}).$$

Câu 127: Tính các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x - 30}{2x^2 - 9x - 5}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x + 2}{4x^2 - 1}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{-x^2 + 4x + 5}$$

Câu 128: Tính các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + 2x + 4}{x^2 - 3x - 4}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 6x^2 - 27}{x^3 + 3x^2 + x + 3}$$

Câu 129: Tính các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 + x - 18}{x^3 - 8}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - x^2 - 72}{x^2 - 2x - 3}$$

Câu 130: Tìm giới hạn các hàm số sau

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x^2 + 3}}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^3 - 8}$$

Câu 131: Xét tính liên tục của hàm số tại điểm được chỉ ra :

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -1 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad (\text{tại } x = 1)$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad (\text{tại } x=1)$$

Câu 132: Xét tính liên tục của hàm số tại điểm được chỉ ra:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{2-7x+5x^2-x^3}{x^2-3x+2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad (\text{tại } x=2)$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3} & \text{khi } x > 5 \\ (x-5)^2+3 & \text{khi } x \leq 5 \end{cases} \quad (\text{tại } x=5)$$

Câu 133: Xét tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của chúng :

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+x+2}{x^3+1} & \text{khi } x \neq -1 \\ \frac{4}{3} & \text{khi } x = -1 \end{cases};$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2-3x+4 & \text{khi } x < 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \\ 2x+1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

PHẦN V. ĐỀ MINH HỌA CUỐI KÌ I

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1: Đổi số đo của góc 70° sang đơn vị radian.

A. $\frac{70}{\pi}$. B. $\frac{7}{18}$. C. $\frac{7\pi}{18}$. D. $\frac{7}{18\pi}$.

Câu 2: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. B. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
C. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 3: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = -\sin^2 x$. B. $y = \cos x - \sin x$. C. $y = \cos x \sin x$. D. $y = \cos x + \sin^2 x$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \alpha$ (α đơn vị rad) là:

A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) tăng. B. Dãy số (u_n) giảm.
C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm. D. Dãy số (u_n) không đổi.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là u_1 và d là công sai. Khi đó số hạng tổng quát của cấp số cộng này là:

- A. $u_n = u_1 + nd$. B. $u_n = 2u_1 + (n-1)d$. C. $u_n = u_1 + (n+1)d$. D. $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$; $q = \frac{2}{3}$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân là

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$. B. $u_5 = -\frac{16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 8: Tìm hiểu thời gian xem tivi trong tuần trước của học sinh (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2

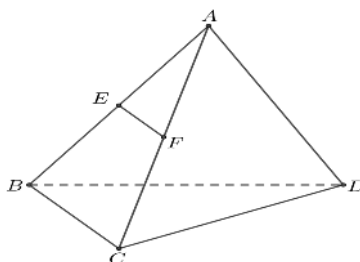
Tính thời gian xem tivi trung bình trong tuần trước của bạn học sinh này.

- A. 8,5 (giờ). B. 7,5 (giờ). C. 6,5 (giờ). D. 9,5 (giờ).

Câu 9: Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC (Hình vẽ sau).



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $EF \parallel (BCD)$. B. EF cắt (BCD) . C. $EF \parallel (ABD)$. D. $EF \parallel (ABC)$.

Câu 11: Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$. B. $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim \left(\frac{4}{3}\right)^n$. D. $\lim (2)^n$.

Câu 12: Với giá trị nào của m thì hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 2$

- A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 5$. D. $m = 6$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{2}$ là 0.

b) Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

c) Tập giá trị của hàm số là $[-3; 1]$.

d) Số nghiệm của phương trình $y = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là hai nghiệm.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4$, $u_4 = 9$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$.

b) Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$.

c) Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$.

d) $-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8.

Câu 3: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0,9; 0,95)$	$[0,95; 1,0)$	$[1,0; 1,05)$	$[1,05; 1,1)$	$[1,1; 1,15)$
Số pin	10	20	35	15	5

a) Số trung bình của mẫu số liệu là 1,016.

b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[1,05; 1,1)$.

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 0,98$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 1,248$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2a - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

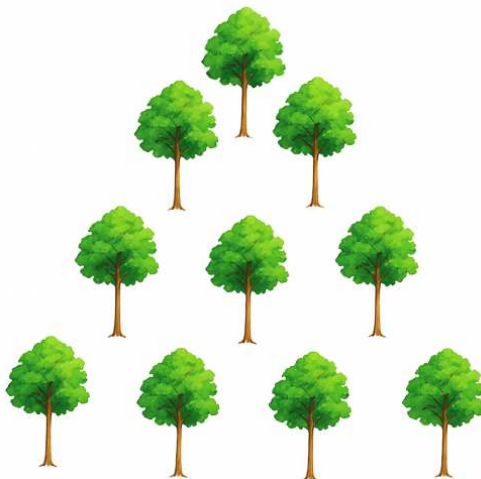
c) $f(1) = 1$

d) Với $a = 2$ thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

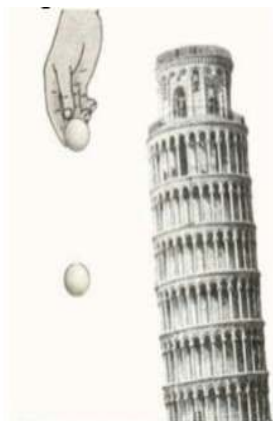
PHẦN III. Trả lời ngắn.

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{6}$ trong khoảng $(0; \pi)$ là?

Câu 2: Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tính số hàng cây được trồng.



Câu 3: Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tính tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất?



Câu 4: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

PHẦN IV. Tự Luận.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, ON . Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$.

.....**Hết**.....