

Họ và tên:.....Lớp:.....

ĐỀ LỄ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi câu học sinh chọn chỉ một đáp án đúng.

Câu 1. Tìm x để các số 2; 8; x ; 128 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A. $x = 14$. B. $x = 32$. C. $x = 64$. D. $x = 68$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 4$. Giá trị u_{2024} bằng

- A. 8074. B. 4074. C. 8094. D. 4078.

Câu 3. Cho các công thức sau, công thức nào đúng?

- A. $\sin u + \sin v = \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. B. $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$.
C. $\sin u - \sin v = \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. D. $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$.

Câu 4. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $T = \mathbb{R}$. B. $T = [-1;1]$. C. $T = [0;1]$. D. $T = 2\pi$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A' , B' lần lượt là trung điểm của SA , SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SAD) .

Câu 6. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+7}{n+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số giảm. B. Dãy số tăng.
C. Dãy số không tăng, không giảm. D. Có số hạng $u_{n+1} = \frac{n+8}{n+3}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(1)$ không tính được. B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.
C. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$. D. $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'DC')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCB') . B. $(D'AC)$. C. $(B'CD')$. D. $(CB'A)$.

Câu 9. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{9}{1945n} \right)$?

- A. $-\infty$ B. 1. C. 2. D. $+\infty$.

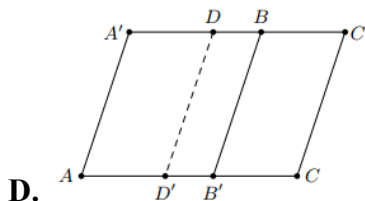
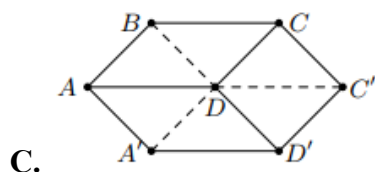
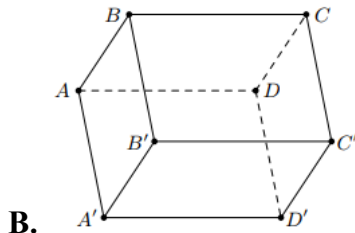
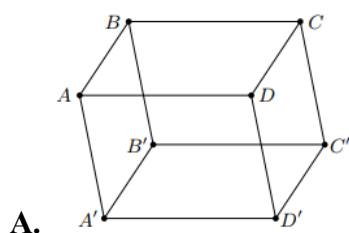
Câu 10. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^5 - 3x^2 + 1)$.

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 2.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi J, I lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. IJ song song với CD . B. IJ song song với AB .
C. IJ chéo CD . D. IJ cắt AB .

Câu 12. Hình vẽ nào sau đây **không** phải là hình biểu diễn của hình hộp?



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2, g(x) = ax + b$ (với a,b là hằng số, $a \neq 0$)

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$
b) Với $a = 1, b = -2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = -1$.
c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} = \frac{1}{a}$
d) Để $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{ax + b} = 2$ thì $a + b = \frac{3}{2}$.

Câu 2. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M, M', N lần lượt là trung điểm của $BC, B'C', CC'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tứ giác $AMM'A'$ là hình bình hành

b) $\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{1}{3}$

c) Mặt phẳng (IKG) cắt $(BCC'B')$

d) Gọi H là điểm thuộc đoạn $A'B$ sao cho $\frac{BH}{BA'} = \frac{1}{4}$. Mặt phẳng (α) là mặt phẳng qua H và

song song với mặt phẳng đáy. Gọi J là giao điểm của (α) và CB' . Tỉ số $\frac{JC}{JB'} = \frac{1}{3}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Năm 2019 dân số thành phố Hà Nội là 8,06 triệu người, tỉ suất di cư thuần (tỉ lệ tăng dân số hàng năm do di cư) của tp Hà Nội là 2,28%. Hỏi nếu giữ nguyên tỉ lệ tăng dân số như năm 2019 thì dân số thành phố Hà Nội sau 30 năm sẽ là bao nhiêu triệu người? (Làm tròn đến hàng phần mười, giả sử tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không ảnh hưởng đến sự tăng dân số của thành phố Hà Nội).

Câu 2. Tính $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n\sqrt{n} + 1)(\sqrt{n} + 3)}{(n+1)(n+2)}$

Câu 3. Tính $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^3 - 27}{x}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, biết đáy lớn $AD = 4$ đáy nhỏ $BC = 2$. Gọi E, F lần lượt lấy trên SA và SD sao cho $SE = x.SA, SF = x.SD$. K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . M là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) , đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tìm x để tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF là $\frac{4}{9}$

PHẦN IV. Tự luận. Học sinh làm bài từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1.

a. (0,5 điểm). Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$.

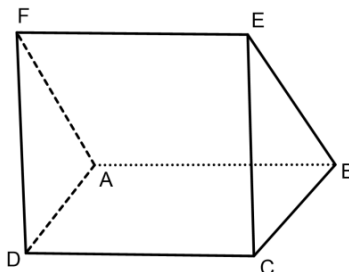
b. (0,5 điểm). Giải phương trình: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$

Câu 2. (1 điểm).

Hàm số $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 4t + 12 & \text{khi } 0 \leq t \leq 5 \\ at - 3 & \text{khi } 5 < t \leq 10 \end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm t

(giây) trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;10]$ và trong 10 giây đầu tiên đó, có hai lần vật đạt vận tốc 10(m/s) là vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính $t_1 + t_2$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần 10)

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.



a) (0,5 điểm)

Chứng minh rằng $BC // (AFD)$.

b) (0,5 điểm)

Gọi M là trọng tâm của tam giác ABE . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (AFD) . Lấy N là giao điểm của (P) và AC . Tính $\frac{AN}{NC}$.

Họ và tên:.....Lớp:.....

ĐỀ CHẤM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi câu học sinh chọn chỉ một đáp án đúng.

Câu 1. Tìm x để các số 2; 8; x ; 20 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

- A. $x = 14$. B. $x = 32$. C. $x = 64$. D. $x = 68$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $q = -4$. Giá trị u_7 bằng

- A. -2048 . B. 8192 . C. -256 . D. 4096 .

Câu 3. Công thức nào sau đây sai?

- A. $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$. B. $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.
C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 4. Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin x$ là

- A. $T = \mathbb{R}$. B. $T = [-2; 2]$. C. $T = [0; 2]$. D. $T = 2\pi$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , SD . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SDC) . C. $(ABCD)$. D. (SAD) .

Câu 6. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n-8}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số giảm B. Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Có số hạng $u_{n+1} = \frac{n+7}{n+2}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{khi } x > 0 \\ x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $f(0) = 0$. B. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 0$.
C. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCB') . B. $(D'AC)$. C. $(B'CD')$. D. $(C'BD)$.

Câu 9. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^2 + 5n + 1954}{n^2 + 1}$?

A. $+\infty$

B. 5.

C. 1954.

D. 7.

Câu 10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1}$ bằng

A. -4.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ABD . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

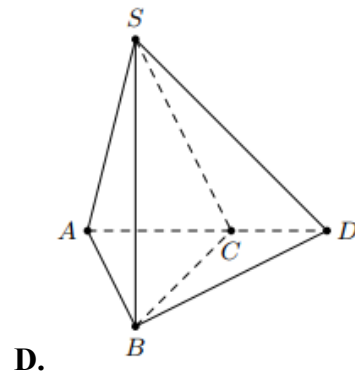
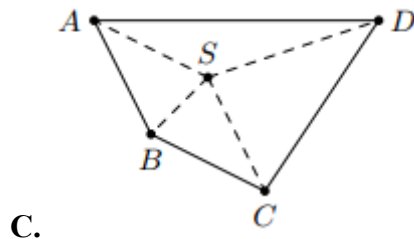
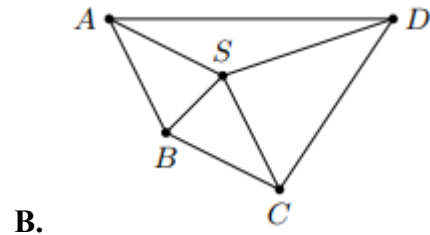
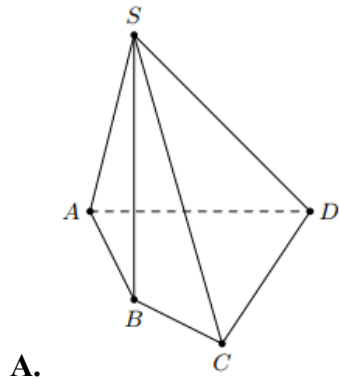
A. GG' song song với AC .

B. GG' song song với AB .

C. GG' chéo AC .

D. GG' cắt AB .

Câu 12. Hình vẽ nào sau đây không phải là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác $S.ABCD$?



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 5x + 4, g(x) = ax + b$ (a, b là hằng số khác 0).

a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{\sqrt{x} - 2} = 12.$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} = \frac{1}{a}$

d) Để $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{ax + b} = 4$ thì $4a + 2b = -3.$

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $A'B'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu gọi H là trung điểm của $B'C'$ thì $FH = \frac{1}{2} A'C'$

b) $EF \parallel (BCC'B')$.

c) Nếu gọi K là trung điểm của AB thì tứ giác $CC'FK$ là hình thang vuông

d) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC' . Đường thẳng qua đi qua trọng tâm I của tam giác ABC cắt $A'B$ và MN lần lượt tại P, Q . Tỉ số $\frac{IP}{PQ} = \frac{2}{5}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Năm 2019 dân số tỉnh Bắc Ninh là 1,38 triệu người, tỉ suất di cư thuần (tỉ lệ tăng dân số do di cư) ở tỉnh Bắc Ninh là 8,53%. Hỏi nếu giữ nguyên tỉ lệ tăng dân số như năm 2019 thì dân số tỉnh Bắc Ninh sau 30 năm sẽ là bao nhiêu triệu người? (Làm tròn đến hàng phần mười, giả sử tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không ảnh hưởng đến sự tăng dân số của tỉnh này).

Câu 2. Tính $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(\sqrt{n}-3)(n\sqrt{n}+1)}{(n-1)(n-2)}$

Câu 3. Tính $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{x}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, biết đáy lớn $AD = 6$ đáy nhỏ $BC = 3$. Gọi E, F lần lượt lấy trên SA và SD sao cho $SE = y.SA, SF = y.SD$. K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . M là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) , đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tìm y để tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF là $\frac{4}{9}$.

PHẦN IV. Tự luận. Học sinh làm bài từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1.

a.(0,5 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 2\alpha + \cos \alpha}{1 - \cos 2\alpha + \sin \alpha}$.

b.(0,5 điểm).

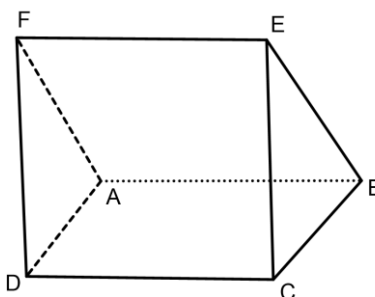
Giải phương trình: $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

Câu 2. (1 điểm)

Hàm số $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 10t + 5 & \text{khi } 0 \leq t \leq 6 \\ at + 41 & \text{khi } 6 < t \leq 12 \end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm t

(giây) trong khoảng thời gian 12 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;12]$ và trong 12 giây đầu tiên đó, có hai lần vật đạt vận tốc 21 (m/s) là vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính $t_1 + t_2$?

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.



a) (0,5 điểm)

Chứng minh rằng $AD \parallel (BEC)$.

b) (0,5 điểm)

Gọi M là trọng tâm của tam giác AFE . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (AFD) . Lấy N là giao điểm của (P) và AC . Tính $\frac{AN}{NC}$

Họ và tên:.....Lớp:.....

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Đề lẻ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi câu học sinh chọn chỉ một đáp án đúng.

Câu 1. Tìm x để các số 2; 8; x ; 128 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A. $x = 14$. B. $x = 32$. C. $x = 64$. D. $x = 68$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 4$. Giá trị u_{2024} bằng

- A. 8074. B. 4074. C. 8094. D. 4078.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát: $u_{2024} = u_1 + 2023d = 2 + 2023.4 = 8094$.

Câu 3. Cho các công thức sau, công thức nào đúng?

- A. $\sin u + \sin v = \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. B. $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$.
C. $\sin u - \sin v = \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. D. $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$.

Câu 4. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $T = \mathbb{R}$. B. $T = [-1; 1]$. C. $T = [0; 1]$. D. $T = 2\pi$.

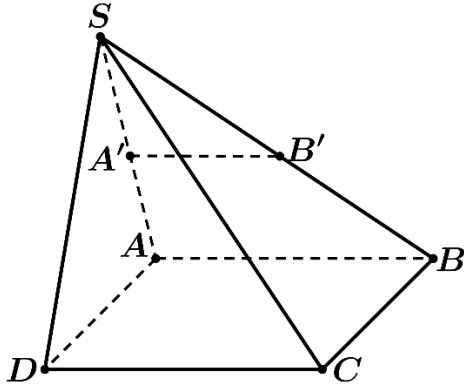
Lời giải

Ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $-1 \leq y \leq 1$ hay tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là $T = [-1; 1]$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SAD) .

Lời giải



Trong (SAB) có $A'B' \parallel AB$ (vì $A'B'$ là đường trung bình của $\triangle SAB$).

Mặt khác trong $(ABCD)$ ta có $AB \parallel CD$ do $ABCD$ là hình bình hành.

$$\text{Từ đó ta có } \begin{cases} A'B' \parallel CD \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow A'B' \parallel (SCD). \\ A'B' \not\subset (SCD) \end{cases}$$

Câu 6. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+7}{n+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số giảm.

B. Dãy số tăng.

C. Dãy số không tăng, không giảm.

D. Có số hạng $u_{n+1} = \frac{n+8}{n+3}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(1)$ không tính được. **B.** $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.

C. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

D. $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Lời giải

Ta có: Hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R}

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2 \text{ và } f(1) = 2.$$

Suy ra hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'DC')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCB') . B. $(D'AC)$. C. $(B'CD')$. D. $(CB'A)$.

Câu 9. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{9}{1945n} \right)$?

- A. $-\infty$ B. 1. C. 2. D. $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{9}{1945n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{9}{1945} \cdot \frac{1}{n} \right) = 2 + \frac{9}{1945} \cdot 0 = 2.$$

Câu 10. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^5 - 3x^2 + 1)$.

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 2.

Lời giải

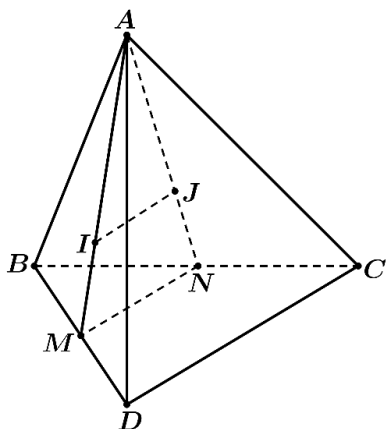
Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^5 - 3x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left(2 - \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^5} \right) = -\infty$

Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^5} \right) = 2 > 0$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi J, I lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. IJ song song với CD . B. IJ song song với AB .
C. IJ chéo CD . D. IJ cắt AB .

Lời giải



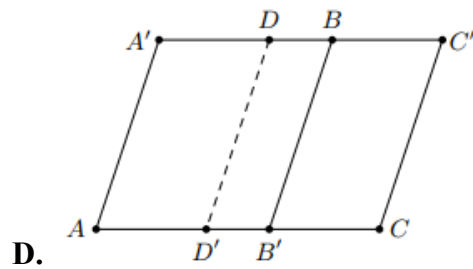
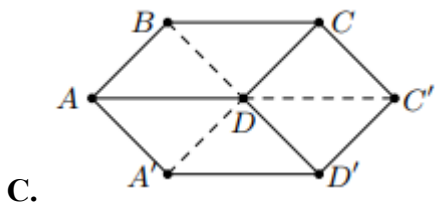
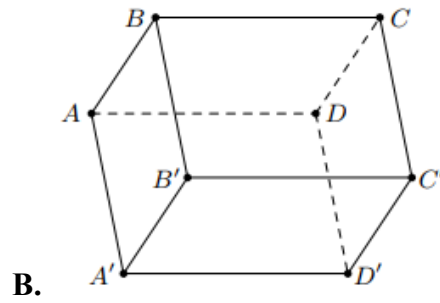
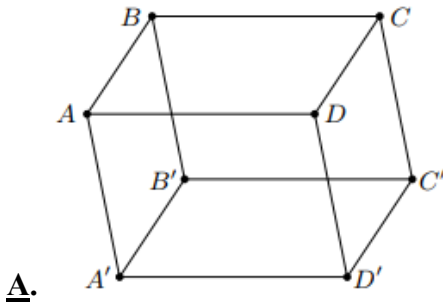
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, BC

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$ 1

$$J, I \text{ lần lượt là trọng tâm các tam giác } ABC \text{ và } ABD \Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN \quad 2$$

Từ 1 và 2 suy ra $IJ \parallel CD$.

Câu 12. Hình vẽ nào sau đây **không** phải là hình biểu diễn của hình hộp?



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2, g(x) = ax + b$ (với a,b là hằng số)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

b) Với $a = 1, b = -2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = -1$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} = \frac{1}{a}$

d) Để $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{ax + b} = 2$ thì $a + b = \frac{3}{2}$.

Lời giải

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$ đúng

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 1$. Vậy ý **b** sai.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{ax + b} = \frac{1}{a}$ đúng

d) Để $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{ax+b} = 2$ thì

+ $ax+b$ có nghiệm bằng 2 $\Leftrightarrow 2a+b=0 \Leftrightarrow b=-2a$.

+ Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{ax+b} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{a(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{a} = \frac{1}{a} = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -1$.

Vậy $a+b = -\frac{1}{2}$, ý **d** sai.

Câu 2. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M, M', N lần lượt là trung điểm của $BC, B'C', CC'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tứ giác $AMM'A'$ là hình bình hành

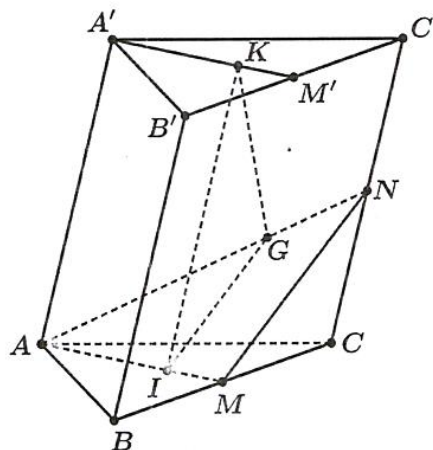
b) $\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{1}{3}$

c) Mặt phẳng (IKG) cắt $(BCC'B')$

d) Gọi H là điểm thuộc đoạn $A'B$ sao cho $\frac{BH}{BA'} = \frac{1}{4}$. Mặt phẳng (α) là mặt phẳng qua H và

song song với mặt phẳng đáy. Gọi J giao điểm của (α) và CB' . Tỉ số $\frac{JC}{JB'} = \frac{1}{3}$

Lời giải



MM' là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$ nên

a) Đúng: $\begin{cases} MM' \parallel BB' \\ MM' = BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MM' \parallel AA' \\ MM' = AA' \end{cases} \Rightarrow AMM'A' \text{ là hình bình hành}$

Vì I, K theo thứ tự là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên

$$IM = KM' = \frac{1}{3} A'M' = \frac{1}{3} AM, \text{ mà } IM \parallel KM' \text{ nên } IKM'M \text{ là hình bình hành.}$$

Suy ra $IK \parallel MM', MM' \subset (BCC'B') \Rightarrow IK \parallel (BCC'B'). (1)$

b) Sai: Gọi N là trung điểm của CC' tam giác AMN . có $\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm)

Suy ra $IG \parallel MN$ mà $MN \subset (BCC'B')$ nên $IG \parallel (BCC'B') (2)$

c) Sai: Từ (1) và (2) suy ra $(IKG) \parallel (BCC'B')$.

d)

Vì (α) qua H và song song với mặt phẳng đáy nên (α) cắt mặt phẳng $(ABB'A')$ theo giao tuyến là đường thẳng d_1 qua H và song song AB , $d_1 \cap BB' = P$

(α) cắt mặt $(BCC'B')$ theo giao tuyến là đường thẳng d_2 qua P và song song BC

Gọi $d_2 \cap CC' = K$; $d_2 \cap CB' = J \Rightarrow (\alpha) \cap CB' = J$

Ta có $BP = CK$ nên $\frac{JC}{JB'} = \frac{CK}{PB'} = \frac{BP}{PB'} = \frac{1}{3}$

Vậy $\frac{JC}{JB'} = \frac{1}{3}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Năm 2019 dân số thành phố Hà Nội là 8,06 triệu người, tỉ suất di cư thuần (tỉ lệ tăng dân số hàng năm do di cư) của tp Hà Nội là 2,28%. Hỏi nếu giữ nguyên tỉ lệ tăng dân số như năm 2019 thì dân số thành phố Hà Nội sau 30 năm sẽ là bao nhiêu triệu người? (Làm tròn đến hàng phần mười, giả sử tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không ảnh hưởng đến sự tăng dân số của thành phố Hà Nội).

Lời giải

Gọi P_t là dân số TP Hà Nội vào năm thứ t sau năm 2019 thì dân số năm thứ $t+1$ sau năm 2019 $P_{t+1} = P_t + P_t \cdot 0,0228 = 1,0228 \cdot P_t$.

Vậy theo đầu bài dân số TP Hà Nội tăng trưởng theo cấp số nhân với công bội $q = 1,0228$ tính từ năm 2019. Công thức tính dân số TP Hà Nội: $P_t = P_0 \cdot (1,0228)^t$ Trong đó:

P_t là dân số sau t năm tính từ năm 2019

P_0 là dân số ban đầu tính mốc là năm 2019.

Thay số vào công thức: $P_{30} = 8,06 \cdot (1,0228)^{30} \approx 15,89$ triệu người.

Làm tròn đến hàng phần mười triệu người: 15,9 triệu người.

Câu 2. Tính $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n\sqrt{n}+1)(\sqrt{n}+3)}{(n+1)(n+2)}$

Lời giải

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n\sqrt{n}+1)(\sqrt{n}+3)}{(n+1)(n+2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} \left(\frac{2n\sqrt{n}+1}{n\sqrt{n}} \right) \sqrt{n} \left(\frac{\sqrt{n}+3}{\sqrt{n}} \right)}{n \left(\frac{n+1}{n} \right) n \left(\frac{n+2}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(2 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right) \left(1 + \frac{3}{\sqrt{n}} \right)}{\left(1 + \frac{1}{n} \right) \left(1 + \frac{2}{n} \right)} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 2$$

Câu 3. Tính $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^3 - 27}{x}$

Lời giải

$$B = 27$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^3 - 27}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 9x^2 + 27x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 9x + 27) = 27$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, biết đáy lớn $AD = 4$ đáy nhỏ $BC = 2$. Gọi E, F lần lượt lấy trên SA và SD sao cho $SE = x.SA, SF = x.SD$. K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . M là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) , đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tìm x để tỉ số diện tích của hai tam giác KMN

và KEF là $\frac{4}{9}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} E \in SA \subset (SAB) \\ E \in (CED) \end{cases} \Rightarrow E = (CED) \cap (SAB)$$

$$AB \cap CD = K \Rightarrow \begin{cases} K \in AB \subset (SAB) \\ K \in CD \subset (CED) \end{cases} \Rightarrow K = (CED) \cap (SAB)$$

Nên

$$KE = (CED) \cap (SAB)$$

Lại có:

$$SB \subset (SAB), SB \cap (CDE) = M \Rightarrow M = SB \cap KE$$

$$\begin{cases} K \in EM \subset (EFM) \\ K \in CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K = (EFM) \cap (SCD)$$

$$\begin{cases} F \in (EFM) \\ F \in SD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow F = (EFM) \cap (SCD)$$

Nên

$$KF = (EFM) \cap (SCD)$$

Lại có:

$$SC \subset (SCD), SC \cap (EFM) = N \Rightarrow N = SC \cap KF \Rightarrow \exists (EFNM)$$

Theo đề bài:

$$\begin{aligned} SE = x.SA \Rightarrow \frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SD} = \frac{EF}{AD} = \frac{x}{1} \Rightarrow EF \parallel AD \parallel BC \Rightarrow \exists (EFCB) \\ SF = x.SD \end{aligned}$$

Từ đó:

$$\begin{cases} (EFCB) \cap (EFNM) = EF \\ (EFNM) \cap (SBC) = MN \\ (SBC) \cap (EFCB) = BC \\ EF \parallel BC \end{cases} \Rightarrow EF \parallel MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{SM}{SB} = \frac{MN}{\frac{1}{2}AD} \quad (1)$$

$$\begin{cases} BC // AD \\ BC = \frac{1}{2} AD \Rightarrow \frac{KA}{KB} = 2 \\ \Delta KBC \sim \Delta KAD \end{cases}$$

Kẻ $BL // AS$

Nên $\Delta KBL \sim \Delta KAE, \Delta MBL \sim \Delta MSE$

$$\frac{KA}{KB} = \frac{AE}{BL}, \frac{MB}{MS} = \frac{BL}{SE} \Rightarrow \frac{KA}{KB} \frac{MB}{MS} = \frac{AE}{SE} \Rightarrow \frac{2MB}{MS} = \frac{AE}{SE} = \frac{SA - SE}{SE} = \frac{1-x}{x}$$

Nên:

$$\frac{MB}{MS} = \frac{1-x}{2x} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{2x}{1+x} \quad (2)$$

Kết hợp với (1) ta có:

$$\frac{MN}{\frac{1}{2}AD} = \frac{2x}{1+x} \Rightarrow \frac{MN}{EF} = \frac{1}{1+x}$$

Mặt khác:

$$MN // EF \Rightarrow \Delta KMN \sim \Delta KEF \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \left(\frac{MN}{EF}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{1+x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{Nên: } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \quad (t/m) \\ x = \frac{-5}{2} \quad (l) \end{cases}$$

$$\text{Đáp án: } x = \frac{1}{2} = 0,5$$

PHẦN IV. Tự luận. Học sinh làm bài từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1.

a. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$.

$$\text{Giải: Ta có } A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha (2\cos \alpha + 1)}{2\cos^2 \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha (2\cos \alpha + 1)}{\cos \alpha (2\cos \alpha + 1)} = \tan \alpha.$$

b. Giải phương trình: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

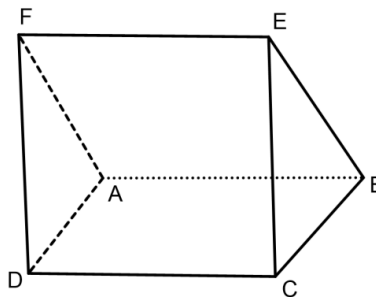
Câu 2. Hàm số $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 4t + 12 & \text{khi } 0 \leq t \leq 5 \\ at - 3 & \text{khi } 5 < t \leq 10 \end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm

t (giây) trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;10]$ và trong 10 giây đầu tiên đó, có hai lần vật đạt vận tốc 10 (m/s) là vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính $t_1 + t_2$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần 10)

Lời giải

<p>Hàm số $v(t)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ nên hàm số liên tục tại $t = 5$.</p> <p>Suy ra $\lim_{t \rightarrow 5^+} v(t) = \lim_{t \rightarrow 5^-} v(t) = v(5) \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow 5^+} (at - 3) = \lim_{t \rightarrow 5^-} (-t^2 + 4t + 12) = 7$</p> <p>$\Leftrightarrow 5a - 3 = -5^2 + 4 \cdot 5 + 12 \Leftrightarrow a = 2$.</p>	0,5 điểm
<p>Khi đó $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 4t + 12 & \text{khi } 0 \leq t \leq 5 \\ 2t - 3 & \text{khi } 5 < t \leq 10 \end{cases}$.</p> <p>Vật đạt vận tốc 10 (m/s) nên ta có $v(t) = 10$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} -t^2 + 4t + 12 = 10 & (0 \leq t \leq 5) \\ 2t - 3 = 10 & (5 < t < 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{6} \\ t = \frac{13}{2} \end{cases}$.</p> <p>Như vậy ta có $t_1 = 2 + \sqrt{6}$ và $t_2 = \frac{13}{2}$ $t_1 + t_2 = 2 + \sqrt{6} + \frac{13}{2} \approx 10,9$.</p>	0,5 điểm

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.



a) (0,5 điểm)

Đề chẵn

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi câu học sinh chọn chỉ một đáp án đúng.

Câu 1. Tìm x để các số 2; 8; x ; 20 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

- A.** $x = 14$. **B.** $x = 32$. **C.** $x = 64$. **D.** $x = 68$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $q = -4$. Giá trị u_7 bằng

- A.** -2048 . **B.** 8192 . **C.** -256 . **D.** 4096 .

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát: $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 2 \cdot (-4)^6 = 8192$.

Câu 3. Công thức nào sau đây sai?

- A.** $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$. **B.** $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.
C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. **D.** $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Lời giải

Ta có $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 4. Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin x$ là

- A.** $T = \mathbb{R}$. **B.** $T = [-2; 2]$. **C.** $T = [0; 2]$. **D.** $T = 2\pi$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , SD . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.** (SAB) . **B.** (SDC) . **C.** $(ABCD)$. **D.** (SAD) .

Câu 6. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n-8}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số giảm **B.** Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có số hạng $u_{n+1} = \frac{n+7}{n+2}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{khi } x > 0 \\ x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $f(0) = 0$. **B.** $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 0$.
C. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$. **D.** $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$.

Lời giải

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 2) = 0^2 + 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{hàm số gián đoạn tại } x_0 = 0.$$

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCB') . B. $(D'AC)$. C. $(B'CD')$. **D. $(C'BD)$.**

Câu 9. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^2 + 5n + 1954}{n^2 + 1}$?

- A. $+\infty$ B. 5. C. 1954. **D. 7.**

Lời giải

Ta có: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^2 + 5n + 1954}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7 + \frac{5}{n} + \frac{1954}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{7}{1} = 7.$

Câu 10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{-x + 1}$ bằng

- A. -4.** B. 4. C. 2. D. 1.

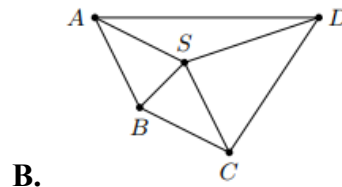
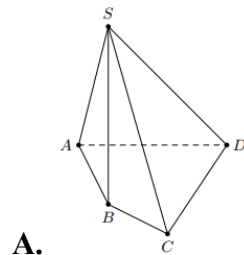
Lời giải

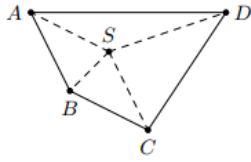
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{-x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{-1 + \frac{1}{x}} = -4.$$

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ABD . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

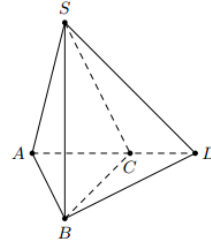
- A. GG' song song với AC .** B. GG' song song với AB .
C. GG' chéo AC . D. GG' cắt AB .

Câu 12. Hình vẽ nào sau đây không phải là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác $S.ABCD$?





C.



D.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 5x + 4$, $g(x) = ax + b$ (a, b là hằng số khác 0).

a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{\sqrt{x} - 2} = 12$.

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} = \frac{1}{a}$

d) Để $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{ax + b} = 4$ thì $4a + 2b = -3$.

Lời giải

a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 5x + 4) = 10$. Vậy **a sai**

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-1)(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x-1)(\sqrt{x}+2) = 12$. Vậy **b đúng**.

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{ax + b} = -\frac{1}{a}$. Vậy **c sai**

d) Để $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{ax + b} = 4$ thì

+ $ax + b$ có nghiệm bằng 4 $\Leftrightarrow 4a + b = 0 \Leftrightarrow b = -4a$

+ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{ax + b} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x-1)}{a(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-1)}{a} = \frac{3}{a} = 4$

$\Leftrightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow b = -3 \Rightarrow 4a + 2b = -3$. Vậy **d đúng**.

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $A'B'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu gọi H là trung điểm của $B'C'$ thì $FH = \frac{1}{2} A'C'$

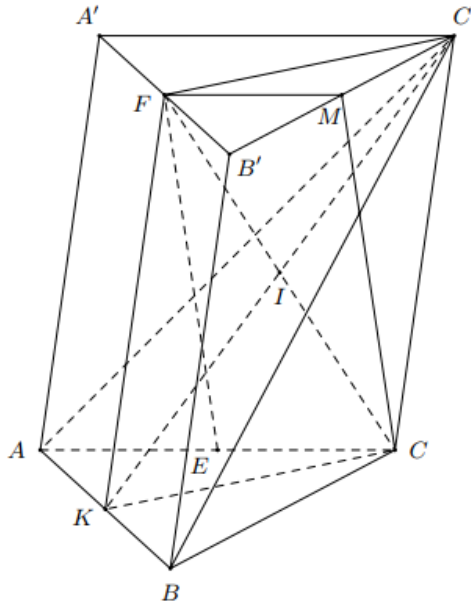
b) $EF \parallel (BCC'B')$.

c) Nếu gọi K là trung điểm của AB thì tứ giác $CC'FK$ là hình thang vuông

d) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC' . Đường thẳng qua đi qua trọng tâm

I của tam giác ABC cắt $A'B$ và MN lần lượt tại P, Q . Tỉ số $\frac{IP}{PQ} = \frac{2}{5}$

Lời giải



a) Đúng: Gọi M là trung điểm $B'C'$ ta có FM là đường trung bình của $\Delta A'B'C'$ nên FM song song và độ dài bằng nửa đoạn $A'C'$.

b) Đúng: Lại có E là trung điểm AC , AC song song và bằng $A'C'$ nên EC song song và độ dài bằng nửa $A'C'$.

Suy ra FM song song và bằng EC , nên $CEFM$ là hình bình hành.

Do đó EF song song với MC mà MC nằm trong $(BCC'B')$ nên EF song song với $(BCC'B')$

c) Sai: Gọi K là trung điểm AB , vì F là trung điểm $A'B'$ và $ABB'A'$ là hình bình hành nên FK song song và bằng AA' . Do đó FK song song và bằng CC' , suy ra $CC'FK$ là hình bình hành.

d) Sai

Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC, AB tại H, K .
 Suy ra $KH \parallel MN$ do đó M, N, K, H, I đồng phẳng. Gọi
 $P = A'B \cap MH, Q = IP \cap MN$.

$$\text{Kẻ } MD \parallel A'B' (D \in A'B) \text{ ta được } \frac{HP}{PM} = \frac{HB}{DM} = \frac{\frac{1}{3} \cdot AB}{\frac{1}{2} \cdot A'B'} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Do đó } \frac{IP}{PQ} = \frac{HP}{PM} = \frac{2}{3} \text{ nên } \frac{IP}{PQ} = \frac{2}{3}. \text{ Vậy d sai}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Năm 2019 dân số tỉnh Bắc Ninh là 1,38 triệu người, tỉ suất di cư thuần (tỉ lệ tăng dân số do di cư) ở tỉnh Bắc Ninh là 8,53%. Hỏi nếu giữ nguyên tỉ lệ tăng dân số như năm 2019 thì dân số tỉnh Bắc Ninh sau 30 năm sẽ là bao nhiêu triệu người? (Làm tròn đến hàng phần mười, giả sử tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không ảnh hưởng đến sự tăng dân số của tỉnh này).

Lời giải

Gọi P_t là dân số tỉnh Bắc Ninh vào năm thứ t sau năm 2019 thì dân số năm thứ $t+1$ sau năm 2019 $P_{t+1} = P_t + P_t \cdot 0,0853 = 1,0853 \cdot P_t$.

Vậy theo đầu bài dân số tỉnh Bắc Ninh tăng trưởng theo cấp số nhân với công bội $q = 1,0853$ tính từ năm 2019. Công thức tính dân số tỉnh Bắc Ninh: $P_t = P_0 \cdot (1,0853)^t$ Trong đó:

P_t là dân số sau t năm tính từ năm 2019

P_0 là dân số ban đầu tính mốc là năm 2019.

Thay số vào công thức: $P_{30} = 1,38 \cdot (1,0853)^{30} \approx 16,08$ triệu người.

Làm tròn đến hàng phần mười triệu người 16,1 triệu người.

Câu 2. Tính $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(\sqrt{n}-3)(n\sqrt{n}+1)}{(n-1)(n-2)}$

Lời giải

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(\sqrt{n}-3)(n\sqrt{n}+1)}{(n-1)(n-2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{n} \left(\frac{\sqrt{n}-3}{\sqrt{n}} \right) n\sqrt{n} \left(\frac{n\sqrt{n}+1}{n\sqrt{n}} \right)}{n \left(\frac{n-1}{n} \right) n \left(\frac{n-2}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \left(1 - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right)}{\left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(1 - \frac{2}{n} \right)} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 2$$

Câu 3. Tính $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{x}$

Lời giải

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2 + 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 3x + 3) = 3$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, biết đáy lớn $AD = 6$ đáy nhỏ $BC = 3$. Gọi E, F lần lượt lấy trên SA và SD sao cho $SE = y.SA, SF = y.SD$. K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . M là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) , đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tìm y để tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF là $\frac{4}{9}$.

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{cases} E \in SA \subset (SAB) \\ E \in (CED) \end{cases} \Rightarrow E = (CED) \cap (SAB)$$

$$AB \cap CD = K \Rightarrow \begin{cases} K \in AB \subset (SAB) \\ K \in CD \subset (CED) \end{cases} \Rightarrow K = (CED) \cap (SAB)$$

Nên

$$KE = (CED) \cap (SAB)$$

Lại có:

$$SB \subset (SAB), SB \cap (CDE) = M \Rightarrow M = SB \cap KE$$

$$\begin{cases} K \in EM \subset (EFM) \\ K \in CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K = (EFM) \cap (SCD)$$

$$\begin{cases} F \in (EFM) \\ F \in SD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow F = (EFM) \cap (SCD)$$

Nên

$$KF = (EFM) \cap (SCD)$$

Lại có:

$$SC \subset (SCD), SC \cap (EFM) = N \Rightarrow N = SC \cap KF \Rightarrow \exists(EFNM)$$

Theo đề bài:

$$\begin{aligned} SE = y \cdot SA &\Rightarrow \frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SD} = \frac{EF}{AD} = \frac{y}{1} \Rightarrow EF \parallel AD \parallel BC \Rightarrow \exists(EFCB) \\ SF = y \cdot SD & \end{aligned}$$

Từ đó:

$$\begin{cases} (EFCB) \cap (EFNM) = EF \\ (EFNM) \cap (SBC) = MN \\ (SBC) \cap (EFCB) = BC \\ EF \parallel BC \end{cases} \Rightarrow EF \parallel MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{SM}{SB} = \frac{MN}{\frac{1}{2}AD} \quad (1)$$

$$\begin{cases} BC \parallel AD \\ BC = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \frac{KA}{KB} = 2 \\ \Delta KBC \sim \Delta KAD \end{cases}$$

Kẻ $BL \parallel AS$

Nên $\Delta KBL \sim \Delta KAE, \Delta MBL \sim \Delta MSE$

$$\frac{KA}{KB} = \frac{AE}{BL}, \frac{MB}{MS} = \frac{BL}{SE} \Rightarrow \frac{KA}{KB} \cdot \frac{MB}{MS} = \frac{AE}{SE} \Rightarrow \frac{2MB}{MS} = \frac{AE}{SE} = \frac{SA - SE}{SE} = \frac{1 - y}{y}$$

Nên:

$$\frac{MB}{MS} = \frac{1 - y}{2y} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{2y}{1 + y} \quad (2)$$

Kết hợp với (1) ta có:

$$\frac{MN}{\frac{1}{2}AD} = \frac{2y}{1 + y} \Rightarrow \frac{MN}{EF} = \frac{1}{1 + y}$$

Mặt khác:

$$MN \parallel EF \Rightarrow \Delta KMN \sim \Delta KEF \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \left(\frac{MN}{EF}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{1+y}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

Nên:
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} (t/m) \\ y = \frac{-5}{2} (l) \end{cases}$$

Đáp án: $y = \frac{1}{2} = 0,5$

PHẦN IV. Tự luận. Học sinh làm bài từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1. a. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 2\alpha + \cos \alpha}{1 - \cos 2\alpha + \sin \alpha}$.

Giải: Ta có $A = \frac{\sin 2\alpha + \cos \alpha}{1 - \cos 2\alpha + \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha (2 \sin \alpha + 1)}{2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha (2 \sin \alpha + 1)}{\sin \alpha (2 \sin \alpha + 1)} = \cot \alpha$

b. Giải phương trình: $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 2. Hàm số $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 10t + 5 & \text{khi } 0 \leq t \leq 6 \\ at + 41 & \text{khi } 6 < t \leq 12 \end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm

t (giây) trong khoảng thời gian 12 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;12]$ và trong 12 giây đầu tiên đó, có hai lần vật đạt vận tốc 21 (m/s) là vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính $t_1 + t_2$?

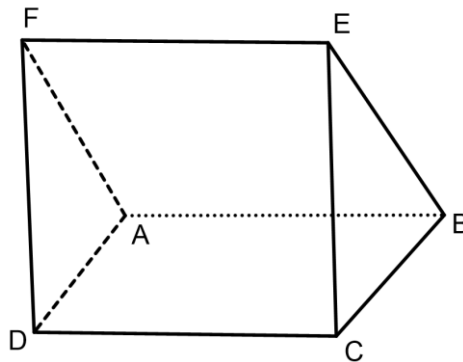
Lời giải

<p>Hàm số $v(t)$ liên tục trên đoạn $[0;12]$ nên hàm số liên tục tại $t = 6$.</p> <p>Suy ra $\lim_{t \rightarrow 6^+} v(t) = \lim_{t \rightarrow 6^-} v(t) = v(6) \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow 6^+} (at + 41) = \lim_{t \rightarrow 6^-} (-t^2 + 10t + 5) = 29$</p> <p>$\Leftrightarrow 6a + 41 = 29 \Leftrightarrow a = -2$.</p>	0,5 điểm
<p>Khi đó $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 10t + 5 & \text{khi } 0 \leq t \leq 6 \\ -2t + 41 & \text{khi } 6 < t \leq 12 \end{cases}$.</p> <p>Vật đạt vận tốc 21 (m/s) nên ta có $v(t) = 21$</p>	0,5 điểm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -t^2 + 10t + 5 = 21 & \text{khi } 0 \leq t \leq 6 \\ -2t + 41 = 21 & \text{khi } 6 < t \leq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(TM) \\ t = 8(L) \\ t = 10(TM) \end{cases}.$$

Như vậy ta có $t_1 = 2$ và $t_2 = 10$ $t_1 + t_2 = 2 + 10 = 12$.

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.



a) Chứng minh rằng $AD // (BEC)$.

b) Gọi M là trọng tâm của tam giác AFE . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (AFD) . Lấy N là giao điểm của (P) và AC . Tính $\frac{AN}{NC}$

Lời giải

a) Ta có: $AD // BC$ ($ABCD$ là hình bình hành)

Mà AD thuộc (AFD) , BC thuộc (BEC)

Nên $AD // (BEC)$

b) $(ADF) // (P) // (BEC)$. Ta có FB cắt 3 mặt phẳng song song lần lượt tại F, M, B ; AC cắt 3

mặt phẳng song song lần lượt tại A, N, C . Áp dụng định lý talet: $\frac{AN}{NC} = \frac{NC}{MB} \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{FM}{MB} = \frac{1}{2}$

Do đó: $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$.