VIETNAM - MATHS & LaTeX

Đề số 13

Biên soạn: Đỗ Đức Nam

Phản biện: Trần Lê Tuấn Anh

# ÔN TẬP HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2025-2026

## ĐỀ THAM KHẢO - BỘ SÁCH CTST

Môn: TOÁN 11

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

*Họ và tên thí sinh:* .................................................. *Số báo danh:* ........................ **Mã đề: 0101**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

**Câu 1.** Nếu một cung tròn có số đo bằng $\dfrac{5\pi}{3}$ radian thì số đo bằng độ của cung tròn đó bằng

**A** $300^\circ$. **B.** $600^\circ$. **C.** $120^\circ$. **D.** $135^\circ$.

**Lời giải.**

Cung tròn có số đo bằng $\dfrac{5\pi}{3}$ radian thì số đo độ bằng $\left(\dfrac{5\pi}{3}\cdot\dfrac{180}{\pi}\right)^\circ = 300^\circ$.

Chọn đáp án (A) ............................................................ □

**Câu 2.** Cho hai góc nhọn $a$ và $b$ sao cho $\cos a = \dfrac{5}{13}$ và $\cos b = \dfrac{3}{5}$. Giá trị của $\sin(a+b)$ bằng

**A.** $-\dfrac{56}{65}$. **B** $\dfrac{56}{65}$. **C.** $\dfrac{16}{65}$. **D.** $-\dfrac{16}{65}$.

**Lời giải.**

Vì $a$ và $b$ là hai góc nhọn nên $\sin a > 0$ và $\sin b > 0$.
Khi đó, ta có

- $\sin a = \sqrt{1-\cos^2 a} = \sqrt{1-\left(\dfrac{5}{13}\right)^2} = \dfrac{12}{13}$.
- $\sin b = \sqrt{1-\cos^2 b} = \sqrt{1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2} = \dfrac{4}{5}$.

Vậy $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a \sin b = \dfrac{12}{13}\cdot\dfrac{3}{5}+\dfrac{5}{13}\cdot\dfrac{4}{5} = \dfrac{56}{65}$.

Chọn đáp án (B) ............................................................ □

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ là

**A.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

**C** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{12}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

**Lời giải.**

Hàm số xác định khi $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)\neq 0 \Leftrightarrow 2x-\dfrac{\pi}{3}\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x\neq\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2}$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ là $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án (C) ............................................................ □

**Câu 4.** Số nghiệm của phương trình $\tan(2x+30^\circ) = \cot(3x-40^\circ)$ trong khoảng $(0^\circ;180^\circ)$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D** 5.

**Lời giải.**

ĐKXĐ: $\begin{cases} \cos(2x+30^\circ) \neq 0 \\ \sin(3x-40^\circ) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+30^\circ \neq 90^\circ + k180^\circ \\ 3x-40^\circ \neq k180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 30^\circ + k90^\circ \\ x \neq \dfrac{40^\circ}{3} + k60^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).\quad (*)$

Ta có

$$\begin{aligned} & \tan(2x+30^\circ) = \cot(3x-40^\circ) \\ \Leftrightarrow\ & \tan(2x+30^\circ) = \tan[90^\circ - (3x-40^\circ)] \\ \Leftrightarrow\ & \tan(2x+30^\circ) = \tan(130^\circ - 3x) \\ \Leftrightarrow\ & 2x+30^\circ = 130^\circ - 3x + k180^\circ\ (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow\ & 5x = 100^\circ + k180^\circ\ (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow\ & x = 20^\circ + k36^\circ\ (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Với $0^\circ < x < 180^\circ$, ta có

$$\begin{aligned} & 0^\circ < 20^\circ + k36^\circ < 180^\circ \\ \Leftrightarrow\ & -20^\circ < k36^\circ < 160^\circ \\ \Leftrightarrow\ & -\frac{5}{9} < k < \frac{40}{9} \end{aligned}$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0;1;2;3;4\}$.
Suy ra $x \in \{20^\circ;56^\circ;92^\circ;128^\circ;164^\circ\}$.
Đối chiếu với điều kiện $(*)$, phương trình đã cho có tất cả $5$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D ............................................................ □

**Câu 5.** Cho dãy số $(u_n)$, biết $u_n = \dfrac{n+1}{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số $\dfrac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

**A.** $5$. **B.** $6$. **C** $7$. **D.** $8$.

**Lời giải.**

Ta có $u_n = \dfrac{8}{15} \Leftrightarrow \dfrac{n+1}{2n+1} = \dfrac{8}{15} \Leftrightarrow 15n+15 = 16n+8 \Leftrightarrow n = 7$.

Vậy $\dfrac{8}{15}$ là số hạng thứ $7$ của dãy số $(u_n)$.

Chọn đáp án C ............................................................ □

**Câu 6.** Ba số hạng xen giữa các số $2$ và $22$ để được một cấp số cộng có năm số hạng là

**A.** $6$; $10$; $14$. **B.** $8$; $13$; $18$. **C.** $6$; $12$; $18$. **D** $7$; $12$; $17$.

**Lời giải.**

Giữa $2$ và $22$ có thêm ba số hạng nữa lập thành cấp số cộng, xem như ta có một cấp số cộng có năm số hạng với $u_1 = 2$, $u_5 = 22$. Ta cần tìm $u_2$, $u_3$, $u_4$.

Ta có $u_5 = u_1 + 4d \Rightarrow d = \dfrac{u_5 - u_1}{4} = \dfrac{22-2}{4} = 5 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = u_1 + d = 7 \\ u_3 = u_1 + 2d = 12 \\ u_4 = u_1 + 3d = 17. \end{cases}$

Chọn đáp án D ............................................................ □

**Câu 7.** Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) $\lim n^k = +\infty$ với $k$ nguyên dương.

(II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$.

(III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải.**

(I) $\lim n^k = +\infty$ với $k$ nguyên dương $\Rightarrow$ (I) là khẳng định đúng.
(II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1 \Rightarrow$ (II) là khẳng định **sai** vì $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.
(III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1 \Rightarrow$ (III) là khẳng định đúng.
Vậy số khẳng định đúng là $2$.

Chọn đáp án C ......................................................................... □

**Câu 8.** Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^3 - x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -1$. **B.** Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

**C.** Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$. **D** Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = \dfrac{1}{2}$.

**Lời giải.**

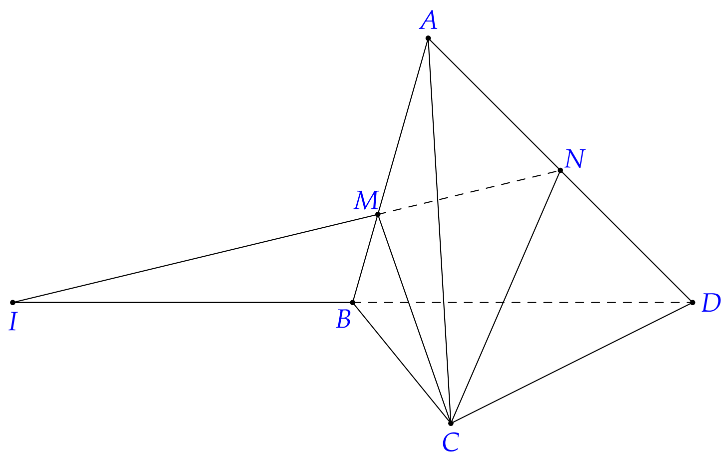
Tập xác định của hàm số $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^3-x}$ là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 1; -1\}$.
Do đó, hàm số gián đoạn tại $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ và $x_3 = -1$.
Tại $x = \dfrac{1}{2}$, ta có $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} f(x) = \lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{2x-1}{x^3-1} = 0$.
Mà $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$ nên hàm số liên tục tại $x = \dfrac{1}{2}$.
Vậy hàm số liên tục tại $x = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D ......................................................................... □

**Câu 9.** Cho $4$ điểm $A$, $B$, $C$, $D$ không cùng nằm trên một mặt phẳng. Trên $AB$, $AD$ lần lượt lấy $2$ điểm $M$, $N$ sao cho $MN$ cắt $BD$ tại $I$. Điểm $I$ **không** thuộc mặt phẳng nào sau đây?

**A.** $(ABD)$. **B.** $(BCD)$. **C.** $(CMN)$. **D** $(ACD)$.

**Lời giải.**




Ta có $I = MN \cap BD$ nên $\begin{cases} I \in (ABD) \\ I \in (BCD) \\ I \in (CMN). \end{cases}$
Vậy $I \notin (ACD)$.

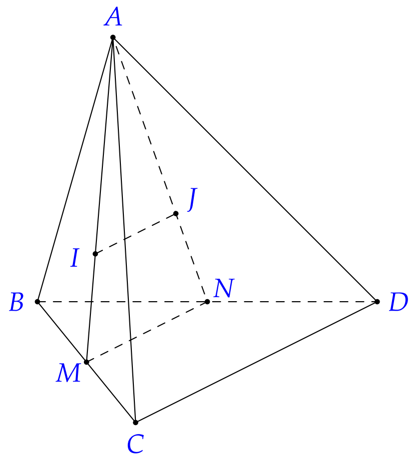
Chọn đáp án D ......................................................................... □

**Câu 10.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $I$, $J$ lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC$ và $ABD$. Phát biểu nào sau đây đúng?

**A** $IJ$ song song với $CD$. **B.** $IJ$ song song với $AB$.

**C.** $IJ$ chéo $CD$. **D.** $IJ$ cắt $AB$.

**Lời giải.**




Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $BC$, $BD$.
Khi đó, $MN$ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$. (1)

Do $I$, $J$ lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC$ và $ABD$ nên $\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AJ}{AN} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $IJ \parallel CD$.

Chọn đáp án (A) .......................................................................... □

**Câu 11.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê thời gian hoàn thành (đơn vị phút) một bài kiểm tra trực tuyến của 100 học sinh, ta có bảng số liệu sau:

| Thời gian | $[33;35)$ | $[35;37)$ | $[37;39)$ | $[39;41)$ | $[41;43)$ | $[43;45)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 4 | 13 | 38 | 27 | 14 | 4 |

Thời gian trung bình để 100 học sinh hoàn thành bài kiểm tra là

**A** 38,92 phút. **B.** 38,29 phút. **C.** 39,28 phút. **D.** 39,82 phút.

**Lời giải.**

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm như sau:

| Nhóm | $[33;35)$ | $[35;37)$ | $[37;39)$ | $[39;41)$ | $[41;43)$ | $[43;45)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Giá trị đại diện | 34 | 36 | 38 | 40 | 42 | 44 |
| Tần số | 4 | 13 | 38 | 27 | 14 | 4 |

Thời gian trung bình để 100 học sinh hoàn thành bài kiểm tra là

$$\overline{x} = \frac{4\cdot 34 + 13\cdot 36 + 38\cdot 38 + 27\cdot 40 + 14\cdot 42 + 4\cdot 44}{100} = 38{,}92 \text{ (phút)}.$$

Chọn đáp án (A) .......................................................................... □

**Câu 12.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: cm) của 25 cây dừa giống như sau:

| Chiều cao | $[0;10)$ | $[10;20)$ | $[20;30)$ | $[30;40)$ | $[40;50)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số cây | 4 | 6 | 7 | 5 | 3 |

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

**A.** $M_e = \dfrac{175}{7}$. **B.** $M_e = \dfrac{165}{5}$. **C** $M_e = \dfrac{165}{7}$. **D.** $M_e = \dfrac{165}{3}$.

**Lời giải.**

Cỡ mẫu $n=4+6+7+5+3=25$.
Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{25}$ là chiều cao của $25$ cây dừa giống được sắp xếp theo thứ tự không giảm.
Khi đó, trung vị của mẫu số liệu gốc là $x_{13}$.
Do $x_{13}$ thuộc nhóm $[20;30)$ nên nhóm này chứa trung vị.
Suy ra
$$M_e = 20 + \dfrac{\dfrac{25}{2}-10}{7}\cdot 10 = \dfrac{165}{7}.$$

Chọn đáp án (C) ........................................................................ □

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{nếu } x\neq 2\\ 4{,}5 & \text{nếu } x=2\end{cases}$ và $g(x)=\dfrac{2}{x-1}$.

**a)** Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.
**b)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=4$.
**c)** Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.
**d)** Hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

**Lời giải.**

**a)** (Đ) Ta có $g(2)=\dfrac{2}{2-1}=2$ và $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2}{x-1}=2$. Suy ra $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=g(2)$.
Vậy hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

**b)** (Đ) Ta có $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+2)=4$.

**c)** (S) Ta có $f(2)=4{,}5$ và $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+2)=4$.
Suy ra $\lim\limits_{x\to 2} f(x)\neq f(2)$.
Vậy hàm số $f(x)$ không liên tục tại điểm $x_0=2$.

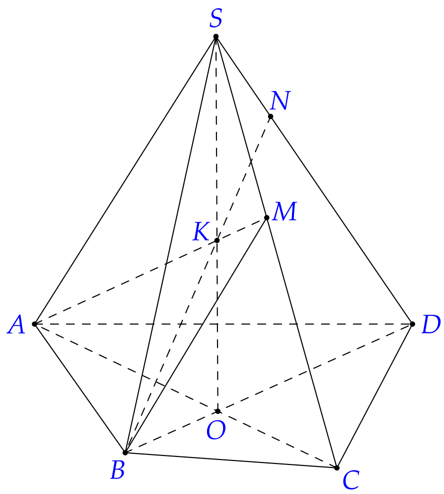
**d)** (S) Xét hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$, $x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$, ta có $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}=\begin{cases}\dfrac{\left(x^2-4\right)(x-1)}{2(x-2)} & \text{nếu } x\neq 2\\ 2{,}25(x-1) & \text{nếu } x=2.\end{cases}$
Ta có $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x+2)(x-1)}{2}=2$ và $\dfrac{f(2)}{g(2)}=2{,}25(2-1)=2{,}25$.
Suy ra $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{g(x)}\neq\dfrac{f(2)}{g(2)}$.
Vậy hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ không liên tục tại $x=2$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ........................................ □

**Câu 2.** Cho tứ giác $ABCD$ có $AC$ và $BD$ giao nhau tại $O$ và một điểm $S$ không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn $SC$ lấy một điểm $M$ không trùng với $S$ và $C$, gọi $K$ là giao điểm của $AM$ và $SO$.

**a)** Đường thẳng $SA$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(ABC)$.
**b)** Đường thẳng $SO$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBD)$.
**c)** Giao điểm của đường thẳng $SO$ với mặt phẳng $(ABM)$ là điểm $K$.
**d)** Giao điểm của đường thẳng $SD$ với mặt phẳng $(ABM)$ là điểm $N$ thuộc đường thẳng $AK$.

**Lời giải.**




**a)** S Đường thẳng $AC$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(ABC)$.

**b)** Đ Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.
Trong mặt phẳng $(ABCD)$, ta có $O = AC \cap BD$.
Khi đó $\begin{cases} O \in AC,\ AC \subset (SAC) \\ O \in BD,\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$.
Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

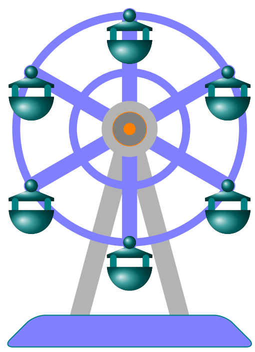
**c)** Đ Trong mặt phẳng $(SAC)$, gọi $K = AM \cap SO$.
Khi đó $\begin{cases} K \in AM,\ AM \subset (ABM) \\ K \in SO \end{cases}$.
Suy ra $K = SO \cap (ABM)$.

**d)** S Xét mặt phẳng phụ $(SBD)$ chứa $SD$.
Dễ thấy $B \in (SBD) \cap (ABM)$.
Khi đó $\begin{cases} K \in AM,\ AM \subset (ABM) \\ K \in SO,\ SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBD) \cap (ABM)$.
Do đó $BK = (SBD) \cap (ABM)$.
Trong mặt phẳng $(SBD)$, gọi $N = BK \cap SD$.
Khi đó $\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK,\ BK \subset (ABM) \end{cases}$.
Vậy $N = SD \cap (ABM)$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ................................................ □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Bạn Nam tham gia trò chơi vòng quay mặt trời tại một công viên. Khi bắt đầu trò chơi, Nam ngồi vào cabin số 1. Độ cao so với mặt đất của cabin số 1 trên vòng quay vào thời điểm $t$ giây sau khi bắt đầu chuyển động được cho bởi công thức $h(t) = 10 + 20\sin\dfrac{\pi t}{5}$ (m). Sau bao nhiêu giây thì Nam đạt độ cao 30 m lần đầu tiên?



Đáp án: | 2 | , | 5 | |

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} h(t)=30 &\Leftrightarrow 10+20\sin\frac{\pi t}{5}=30 \quad (*)\\ &\Leftrightarrow \sin\frac{\pi t}{5}=1\\ &\Leftrightarrow \frac{\pi t}{5}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ &\Leftrightarrow t=\frac{5}{2}+10k\,(k\in\mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Bạn Nam đạt độ cao $30$ m lần đầu tiên ứng với nghiệm $t$ dương nhỏ nhất của phương trình $(*)$.
Suy ra $k=0$ hay $t=\frac{5}{2}=2{,}5$ (giây).
Vậy sau $2{,}5$ giây thì Nam đạt độ cao $30$ m lần đầu tiên.
Đáp án: $\boxed{2{,}5}$ ........................................................ □

**Câu 2.** Để chuẩn bị khoan giếng phục vụ cho trang trại của mình, anh Hải đã tham khảo giá của hai cơ sở khoan giếng như sau:

- Cơ sở $1$: Giá mét khoan đầu tiên là $120\,000$ đồng một mét và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm $10\,000$ đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó.
- Cơ sở $2$: Giá của mét khoan đầu tiên là $80\,000$ đồng một mét và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm $12\,000$ đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó.

Anh Hải muốn thuê khoan giếng với độ sâu là $50$ m để phục vụ trang trại. Giả sử chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau. Anh Hải nên chọn cơ sở nào để khoan giếng và khi đó anh tiết kiệm được bao nhiêu tiền (đơn vị: nghìn đồng)?

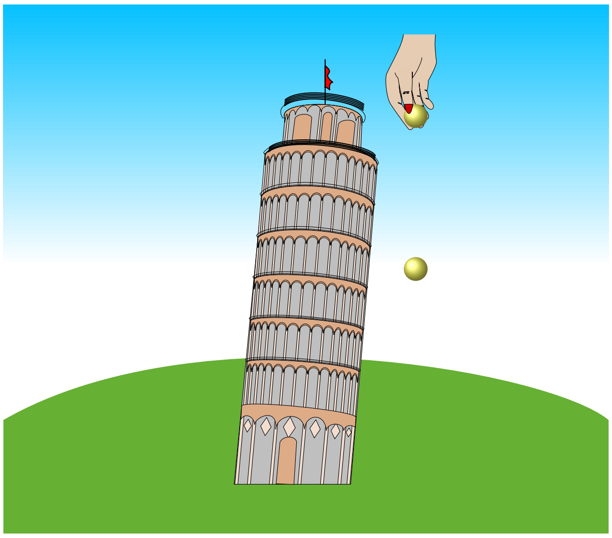
| Đáp án: | 4 | 5 | 0 | |
|---|---|---|---|---|

**Lời giải.**

- Cơ sở $1$: Giá của mỗi mét khoan theo thứ tự lập thành cấp số cộng với số hạng đầu $u_1=120\,000$ đồng và công sai $d=10\,000$ đồng.
  Tổng số tiền anh Hải phải trả là
  $$S_{50}=\frac{50}{2}[2u_1+49\cdot d]=\frac{50}{2}[2\cdot 120\,000+49\cdot 10\,000]=18\,250\,000\text{ (đồng)}=18\,250\text{ (nghìn đồng)}.$$
- Cơ sở $2$: Giá của mỗi mét khoan theo thứ tự lập thành cấp số cộng với số hạng đầu $v_1=80\,000$ đồng và công sai $d'=12\,000$ đồng.
  Tổng số tiền anh Hải phải trả là
  $$S'_{50}=\frac{50}{2}[2v_1+49\cdot d']=\frac{50}{2}[2\cdot 80\,000+49\cdot 12\,000]=18\,700\,000\text{ (đồng)}=18\,700\text{ (nghìn đồng)}.$$

Vậy anh Hải chọn cơ sở $1$ sẽ tiết kiệm được $18\,700-18\,250=450$ (nghìn đồng).
Đáp án: $\boxed{450}$ ........................................................ □

**Câu 3.** Từ độ cao $63$ m của tháp nghiêng Pi-sa ở Italia, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay ở lần trước đó (giả sử quá trình này kéo dài mãi). Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển được là bao nhiêu mét?



Đáp án: | 7 | 7 | | |

**Lời giải.**

- Quãng đường đầu tiên bóng rơi xuống chạm đất lần $1$ là $h = 63$ (m).
- Quãng đường nảy lên lần thứ nhất và rơi xuống chạm đất lần $2$ là $S_1 = 2 \cdot \left(h \cdot \dfrac{1}{10}\right)$ (m).
- Quãng đường nảy lên lần thứ hai và rơi xuống chạm đất lần $3$ là $S_2 = 2 \cdot \left[h \cdot \left(\dfrac{1}{10}\right)^2\right]$ (m).
- Quãng đường nảy lên lần thứ ba và rơi xuống chạm đất lần $4$ là $S_3 = 2 \cdot \left[h \cdot \left(\dfrac{1}{10}\right)^3\right]$ (m).
- $\ldots$
- Quãng đường nảy lên lần thứ $n$ và rơi xuống chạm đất lần $n+1$ là $S_n = 2 \cdot \left[h \cdot \left(\dfrac{1}{10}\right)^n\right]$ (m).

Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển được trong suốt quá trình là

$$\begin{aligned} S &= h + S_1 + S_2 + \ldots + S_n + \ldots \\ &= h + 2h \cdot \left[\frac{1}{10} + \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{10}\right)^n + \ldots\right]. \end{aligned}$$

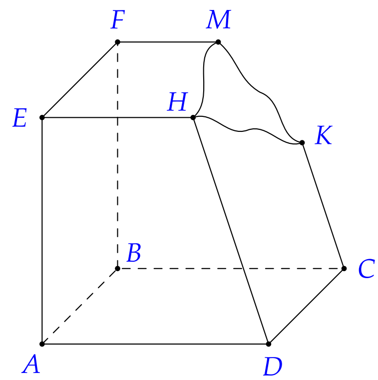
Nhận thấy $\dfrac{1}{10}; \left(\dfrac{1}{10}\right)^2; \ldots; \left(\dfrac{1}{10}\right)^n; \ldots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = \dfrac{1}{10}$ và công bội $q = \dfrac{1}{10}$.

Suy ra $\dfrac{1}{10} + \left(\dfrac{1}{10}\right)^2 + \ldots + \left(\dfrac{1}{10}\right)^n + \ldots = \dfrac{\frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \dfrac{1}{9}$.

Vậy $S = h + 2h \cdot \dfrac{1}{9} = 77$ (m).

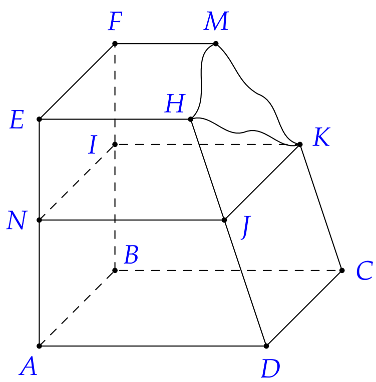
Đáp án: $\boxed{77}$ ........................................................................ □

**Câu 4.** Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD) \parallel (EFMH)$, $CK \parallel DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc như hình minh họa phía dưới. Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $K$ và song song với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $CK = 80$ cm, $DH = 128$ cm, $BF = 1$ m. Giả sử $(\alpha)$ cắt $BF$ tại $I$. Hỏi độ dài đoạn $BI$ bằng bao nhiêu centimét?




Đáp án: | 6 | 2 | , | 5 |

**Lời giải.**




Gọi $J$ là giao điểm của $(\alpha)$ và $DH$.
Do $(\alpha) \parallel (ABCD)$ nên $JK \parallel CD$.
Mà $CK \parallel DH$ nên $CDJK$ là hình bình hành.
Suy ra $DJ = CK = 80$ (cm).
Do $3$ mặt phẳng $(EFMH)$, $(\alpha)$, $(ABCD)$ đôi một song song với nhau nên áp dụng định lí Thalès trong không gian ta có $3$ mặt phẳng đó chắn trên $2$ cát tuyến $BF$, $DH$ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ, tức là

$$\frac{BI}{BF} = \frac{DJ}{DH} \Rightarrow BI = \frac{DJ \cdot BF}{DH} = 62{,}5 \text{ (cm)}.$$

Đáp án: $\boxed{62{,}5}$ ........................................................................ □

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.

**Câu 1.** Một người vào trường đua ngựa đặt cược, anh ta nghĩ ra một chiến lược, đó là lần đầu anh ta đặt cược 3 đô la, nếu thua cược anh ta sẽ đặt gấp 2 lần số tiền cược so với lần trước đó đến khi nào thắng cược thì thôi. Anh ta đã thua 13 lần liên tiếp và thắng cược ở lần thứ 14. Sau đó anh ta rời khỏi trường đua. Biết rằng nếu thắng anh ta sẽ nhận được số tiền thưởng bằng đúng số tiền cược bỏ ra. Hỏi khi ra về, anh ta lãi bao nhiêu đô la?

**Lời giải.**

Số tiền cược của các lần liên tiếp là một cấp số nhân với $u_1 = 3$ đô la và công bội $q = 2$.
Anh ta thua 13 lần liên tiếp nên tổng số tiền thua là

$$S_{13} = \frac{u_1\left(1 - q^{13}\right)}{1 - q} = \frac{3\left(1 - 2^{13}\right)}{1 - 2} = 24\,573 \text{ (đô la)}.$$

Số tiền anh ta cược ở lần thứ 14 (cũng là số tiền anh ta thắng được) là

$$u_{14} = 2 \cdot u_{13} = 2 \cdot 3 \cdot 2^{12} = 24\,576 \text{ (đô la)}.$$

Vậy, số tiền lãi anh ta nhận được là $u_{14} - S_{13} = 24\,576 - 24\,573 = 3$ (đô la).

**Câu 2.** Doanh thu bán hàng (đơn vị: triệu đồng) trong $20$ ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

| Doanh thu | $[5;7)$ | $[7;9)$ | $[9;11)$ | $[11;13)$ | $[13;15)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số ngày | 2 | 7 | 7 | 3 | 1 |

Gọi các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_1$, $Q_2$, $Q_3$. Tính $T = Q_1 - Q_2 + 2Q_3$.

**Lời giải.**

Ta có cỡ mẫu $n = 2 + 7 + 7 + 3 + 1 = 20$.
Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng (đơn vị: triệu đồng) trong $20$ ngày của một cửa hàng được sắp xếp theo thứ tự không giảm.
Ta có $x_1, x_2 \in [5;7)$; $x_3, x_4, \ldots, x_9 \in [7;9)$; $x_{10}, \ldots, x_{16} \in [9;11)$; $x_{17}, \ldots, x_{19} \in [11;13)$; $x_{20} \in [13;15)$.
Khi đó, tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$ là $x_5 \in [7;9)$.
Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{7} \cdot (7 - 5) = \frac{55}{7}.$$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$ là $x_{10} \in [9;11)$.
Do đó, tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 9 + \frac{\frac{20}{2} - 9}{7} \cdot (11 - 9) = \frac{65}{7}.$$

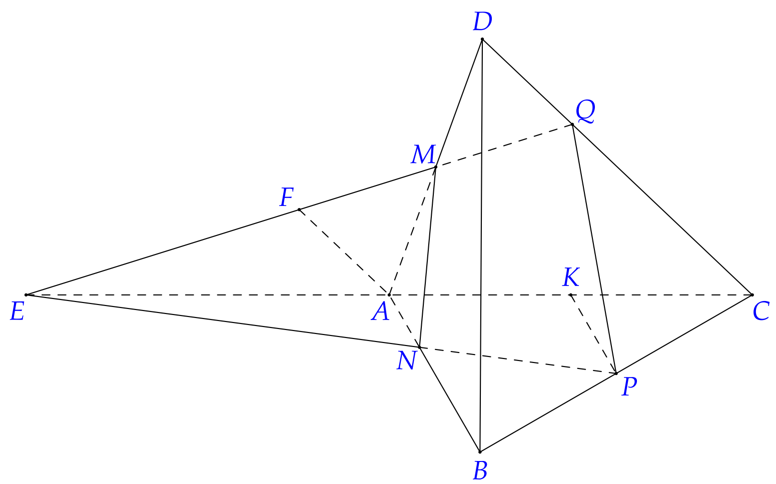
Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$ là $x_{15} \in [9;11)$.
Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 9}{7} \cdot (11 - 9) = \frac{75}{7}.$$

Vậy $T = Q_1 - Q_2 + 2Q_3 = \frac{55}{7} - \frac{65}{7} + 2 \cdot \frac{75}{7} = 20$.

**Câu 3.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $M$, $P$ lần lượt là trung điểm các cạnh $AD$, $BC$ và $N$ là điểm trên cạnh $AB$ sao cho $AN = \frac{1}{3}AB$. Gọi $Q$ là giao điểm của $DC$ và $(MNP)$. Tính $\frac{DQ}{DC}$.

**Lời giải.**




Trong $(ABC)$, gọi $E$ là giao điểm của $AC$ và $NP$.
Trong $(ACD)$, gọi $Q$ là giao điểm của $EM$ và $CD$.

Ta có $\begin{cases} Q \in CD \\ Q \in EM,\ EM \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q = CD \cap (MNP)$.
Gọi $K$ là trung điểm của $AC$.
Khi đó $KP$ là đường trung bình trong tam giác $ABC$.
Suy ra $KP \parallel AB$ và $KP = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2} \cdot 3AN = \dfrac{3}{2}AN$.
Ta có $AN \parallel KP$ suy ra $\dfrac{EA}{EK} = \dfrac{AN}{KP} = \dfrac{2}{3}$. Do đó $\dfrac{EA}{EC} = \dfrac{1}{2}$.
Kẻ $AF \parallel CD$ với $F \in AD$.
Khi đó $\dfrac{DQ}{AF} = \dfrac{MD}{MA} = 1$ và $\dfrac{AF}{QC} = \dfrac{EA}{EC}$.
Suy ra $\dfrac{DQ}{QC} = \dfrac{DQ}{AF} \cdot \dfrac{AF}{QC} = \dfrac{EA}{EC} = \dfrac{1}{2}$.
Vậy $\dfrac{DQ}{DC} = \dfrac{1}{3}$.

# BẢNG ĐÁP ÁN

## PHẦN I.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. A | 2. B | 3. C | 4. D | 5. C | 6. D | 7. C | 8. D | 9. D | 10. A | 11. A | 12. C |

## PHẦN II.

| | |
|---|---|
| Câu 1. a Đ b Đ c S d S | Câu 2. a S b Đ c Đ d S |

## PHẦN III.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 1. 2,5 | Câu 2. 450 | Câu 3. 77 | Câu 4. 62,5 |

**VIETNAM - MATHS & LaTeX**

**Đề số 14**

**Biên soạn: Trần Lê Tuấn Anh**

**Phản biện: Nguyễn Ngọc Huy Tường**

# ÔN TẬP HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2025-2026

## ĐỀ THAM KHẢO - BỘ SÁCH CTST

**Môn: TOÁN 11**

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

*Họ và tên thí sinh:* ............................................................ *Số báo danh:* ..............................

**Mã đề: 0101**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho cung có số đo $\alpha$ thỏa mãn $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

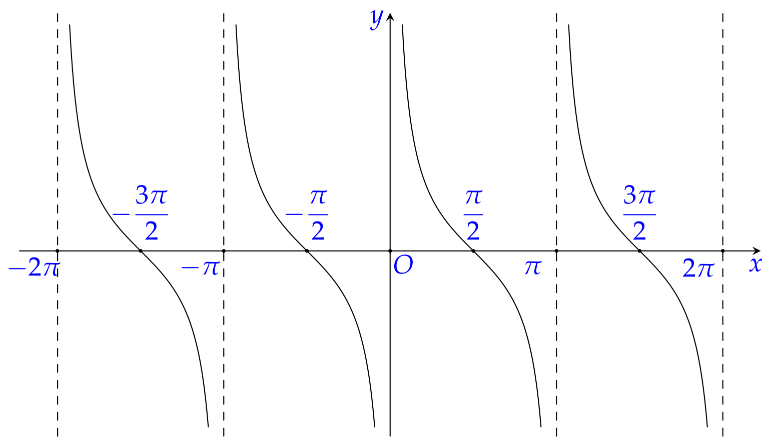
**A.** $\sin\alpha > 0$. **B.** $\cos\alpha > 0$. **C.** $\tan\alpha > 0$. **D** $\cot\alpha < 0$.

**Lời giải.**

Vì $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ nên $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha > 0$, $\tan\alpha > 0$, $\cot\alpha > 0$.

Chọn đáp án D ..................................................................... □

**Câu 2.** Đồ thị trong hình là của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?




**A.** $y = \sin x$. **B** $y = \cot x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cos x$.

**Lời giải.**

Đồ thị đã cho là của hàm số $y = \cot x$.

Chọn đáp án B ..................................................................... □

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình $\cos 2x = 1$ là

**A.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**C.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**Lời giải.**

Ta có $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án B ..................................................................... □

**Câu 4.** Cho dãy số $(u_n)$, biết $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Bốn số hạng đầu của dãy số là

**A** $\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{4}; \dfrac{4}{5}; \dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{2}; \dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{4}; \dfrac{4}{5}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}; -\dfrac{2}{3}; -\dfrac{3}{4}; -\dfrac{4}{5}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}; -\dfrac{3}{4}; -\dfrac{4}{5}; -\dfrac{5}{6}$.

**Lời giải.**

Lần lượt thay $n = 1; 2; 3; 4$ vào $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$, ta có bốn số hạng đầu của dãy số là $\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{4}; \dfrac{4}{5}; \dfrac{5}{6}$.

Chọn đáp án (A) ................................................................................ □

**Câu 5.** Cho dãy số $-\dfrac{1}{5}$; $a$; $-\dfrac{1}{125}$. Giá trị nào của $a$ để dãy số trên là cấp số nhân?

**A** $a=\pm\dfrac{1}{25}$. **B.** $a=\dfrac{1}{25}$. **C.** $a=\pm\dfrac{1}{5}$. **D.** $a=\dfrac{1}{5}$.

**Lời giải.**

Ta có $a^2=\left(-\dfrac{1}{5}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{125}\right)=\dfrac{1}{625}\Rightarrow a=\pm\dfrac{1}{25}$.

Chọn đáp án (A) ................................................................................ □

**Câu 6.** Giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2^{2n+1}\cdot 3-3^{n+2}\cdot 4}{4^{n+1}+3}$ bằng

**A.** $0$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{n\to+\infty}\frac{2^{2n+1}\cdot 3-3^{n+2}\cdot 4}{4^{n+1}+3}&=\lim_{n\to+\infty}\frac{2^{2n}\cdot 2^1\cdot 3-3^n\cdot 3^2\cdot 4}{4^n\cdot 4^1+3}\\&=\lim_{n\to+\infty}\frac{\dfrac{2^{2n}}{4^n}\cdot 6-\dfrac{3^n}{4^n}\cdot 36}{\dfrac{4^n}{4^n}\cdot 4+3\cdot\dfrac{1}{4^n}}\\&=\lim_{n\to+\infty}\frac{1\cdot 6-\left(\dfrac{3}{4}\right)^n\cdot 36}{1\cdot 4+3\cdot\left(\dfrac{1}{4}\right)^n}\\&=\frac{1\cdot 6-0\cdot 36}{1\cdot 4+3\cdot 0}\\&=\frac{3}{2}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) ................................................................................ □

**Câu 7.** Giới hạn $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4-16}{x^3+2x^2}$ bằng

**A** $-8$. **B.** $+\infty$. **C.** $1$. **D.** $-5$.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-2}\frac{x^4-16}{x^3+2x^2}&=\lim_{x\to-2}\frac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+4\right)}{x^2(x+2)}\\&=\lim_{x\to-2}\frac{(x-2)(x+2)\left(x^2+4\right)}{x^2(x+2)}\\&=\lim_{x\to-2}\frac{(x-2)\left(x^2+4\right)}{x^2}\\&=\frac{(-2-2)\left[(-2)^2+4\right]}{(-2)^2}\\&=-8.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) ................................................................................ □

**Câu 8.** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} & \text{khi } x\neq 2\\ a & \text{khi } x=2\end{cases}$. Khi hàm số liên tục tại điểm $x=2$ thì giá trị của $a$ bằng

**A** $a=\dfrac{1}{16}$. **B.** $a=1$. **C.** $a=\dfrac{1}{4}$. **D.** $a=\dfrac{1}{8}$.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 2} f(x) &= \lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}\\ &= \lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\left(\sqrt{x+2}+2\right)\left(x^2-4\right)}\\ &= \lim_{x\to 2}\frac{1}{\left(\sqrt{x+2}+2\right)(x+2)}\\ &= \frac{1}{16}.\end{aligned}$$

Hàm số liên tục tại $x=2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{16}$.

Chọn đáp án A ........................................................................ □

**Câu 9.** Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** Trong không gian, hai đường thẳng được gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.

**B.** Trong không gian, hai đường thẳng được gọi là song song nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.

**C** Trong không gian, hai đường thẳng được gọi là song song nếu chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

**D.** Trong không gian, hai đường thẳng không cắt nhau thì chúng song song với nhau.

**Lời giải.**

Trong không gian, hai đường thẳng được gọi là song song nếu chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 10.** Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** Trong không gian, hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song.

**B.** Trong không gian, hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng trùng nhau.

**C** Trong không gian, hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

**D.** Trong không gian, hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng bất kỳ.

**Lời giải.**

Trong không gian, hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 11.** Khảo sát thời gian học Toán trong ngày (đơn vị: giờ) của học sinh khối 11 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Thời gian | $[0;1)$ | $[1;2)$ | $[2;3)$ | $[3;4)$ | $[4;5)$ | $[5;6)$ | $[6;7)$ | $[7;8)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 90 | 75 | 60 | 50 | 30 | 25 | 20 | 15 |

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

**A** $[0;1)$. **B.** 8. **C.** 90. **D.** $[7;8)$.

**Lời giải.**

Ta thấy tần số lớn nhất của mẫu số liệu đã cho là 90, suy ra nhóm chứa mốt là nhóm $[0;1)$.

Chọn đáp án A ........................................................................□

**Câu 12.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày (đơn vị: phút) của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Thời gian | $[0;20)$ | $[20;40)$ | $[40;60)$ | $[60;80)$ | $[80;100)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 5 | 9 | 10 | 10 | 16 |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

**A** $Q_1 = \dfrac{110}{3}$. **B.** $Q_1 = \dfrac{220}{3}$. **C.** $Q_1 = 37$. **D.** $Q_1 = \dfrac{425}{8}$.

**Lời giải.**

Ta có cỡ mẫu $n = 5 + 9 + 10 + 10 + 16 = 50$.
Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{50}$ là thời gian tập luyện của 50 học sinh được sắp xếp theo thứ tự không giảm.
Ta có $x_1, x_2, \ldots, x_5 \in [0;20)$, $x_6, x_7, \ldots, x_{14} \in [20;40)$, $x_{15}, x_{16}, \ldots, x_{24} \in [40;60)$, $x_{25}, x_{26}, \ldots, x_{34} \in [60;80)$ và $x_{35}, x_{36}, \ldots, x_{50} \in [80;100)$.
Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13}$ thuộc nhóm $[20;40)$.

Suy ra $Q_1 = 20 + \dfrac{\dfrac{50}{4} - 5}{9} \cdot (40 - 20) = \dfrac{110}{3}$.

Chọn đáp án A ........................................................................□

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$.

**a** Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\dfrac{\pi}{6}$.

**b)** Nghiệm của phương trình đã cho thỏa mãn $2x + \dfrac{\pi}{3} = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**c** Tập nghiệm của phương trình đã cho là $\left\{-\dfrac{\pi}{12} + k\pi; \dfrac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

**d)** Số nghiệm của phương trình đã cho trên $[-2\pi; 5\pi]$ là 7.

**Lời giải.**

**a)** Đ Ta có $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x + \dfrac{\pi}{3} = \sin\dfrac{\pi}{6}$.

**b)** S Công thức nghiệm của phương trình là $\left[\begin{array}{l} 2x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

**c)** Đ Giải phương trình

$$\begin{aligned} & \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow & \left[\begin{array}{l} 2x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\dfrac{\pi}{12} + k\pi; \dfrac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

**d)** S

- Xét $-2\pi \le -\dfrac{\pi}{12} + k\pi \le 5\pi \Leftrightarrow -\dfrac{23}{12} \le k \le \dfrac{61}{12}$.
  Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1;0;1;2;3;4;5\}$. (1)
- Xét $-2\pi \le \dfrac{\pi}{4} + l\pi \le 5\pi \Leftrightarrow -\dfrac{9}{4} \le l \le \dfrac{19}{4}$.
  Vì $l \in \mathbb{Z}$ nên $l \in \{-2;-1;0;1;2;3;4\}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra phương trình có 14 nghiệm trên $[-2\pi;5\pi]$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ........ □

**Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \ge -1. \end{cases}$

**a)** Giới hạn $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = \sqrt{5}$.

**b)** Giới hạn $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = -3$.

**c)** Giới hạn $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \sqrt{2}$.

**d)** Hàm số liên tục tại điểm $x = -1$.

**Lời giải.**

**a)** S Ta có $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = \lim\limits_{x \to -2} (x-2) = -2-2 = -4$.

**b)** Đ Ta có $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} (x-2) = -1-2 = -3$.

**c)** Đ Ta có $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} \sqrt{x^2+1} = \sqrt{(-1)^2+1} = \sqrt{2}$.

**d)** S Vì $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) \ne \lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ nên hàm số không liên tục tại điểm $x = -1$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ........ □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi, biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64 000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2 048 000 con?

Đáp án: | 1 | 0 | | |

**Lời giải.**

Gọi số lượng vi khuẩn ban đầu là $u_1$, sau 1 phút là $u_2$, sau 2 phút là $u_3$, ....
Khi đó, số lượng vi khuẩn là cấp số nhân $(u_n)$ với công bội $q = 2$.
Ta có $u_6 = 64\,000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64\,000 \Rightarrow u_1 = 2\,000$.
Sau $n$ phút thì số lượng vi khuẩn là $u_{n+1}$.

$$u_{n+1} = 2\,048\,000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2\,048\,000 \Rightarrow 2\,000 \cdot 2^n = 2\,048\,000 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2 048 000 con.
Đáp án: $\boxed{10}$ ........ □

**Câu 2.** Trong hội chợ tết Bính Ngọ 2026, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp, mô hình như hình bên dưới). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?


Đáp án: | 5 | 9 | | |

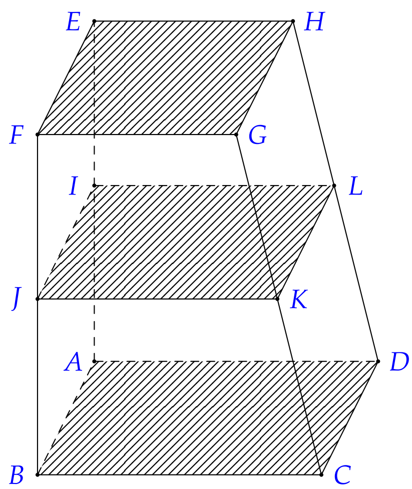
**Lời giải.**

Theo đề bài, ta có cấp số cộng $(u_n)$ với $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$.
Ta có

$$\begin{aligned} & S_n = \frac{n}{2}\left[2u_1 + (n-1)d\right] \\ \Leftrightarrow\ & 900 = \frac{n}{2}\left[2\cdot 1 + (n-1)\cdot 2\right] \\ \Leftrightarrow\ & n^2 = 900 \\ \Rightarrow\ & n = 30. \end{aligned}$$

Vậy hàng dưới cùng có số hộp sữa là $u_{30} = u_1 + (30-1)\cdot d = 1 + 29\cdot 2 = 59$.
Đáp án: $\boxed{59}$ ........................................................................ □

**Câu 3.** Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới $ABCD$ và mâm tầng trên $EFGH$ song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 120$ cm, $CG = 135$ cm và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa $IJKL$ song song với hai mâm tầng trên và dưới sao cho khoảng cách $EI = 58$ cm (hình vẽ).




Bác thợ mộc cần đóng thanh gỗ $GK$ có độ dài là bao nhiêu để đặt mâm tầng giữa cho kệ để đồ đúng vị trí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Đáp án: | 6 | 5 | , | 3 |

**Lời giải.**

Vì $IJKL$ song song với $EFGH$ và $ABCD$ nên theo định lý Thalès trong không gian, ta có

$$\frac{GK}{GC} = \frac{EI}{EA} \Rightarrow GK = \frac{EI\cdot GC}{EA} = \frac{58\cdot 135}{120} = \frac{261}{4}.$$

Vậy $GK = \dfrac{261}{4} \approx 65{,}3$ (cm).

Đáp án: $\boxed{65{,}3}$ ........................................................................................ □

**Câu 4.** Một cửa hàng thống kê số lượng khách hàng đến mua hàng mỗi ngày trong tháng 6 năm 2025 ở bảng sau:

| Số lượng khách hàng | $[0;10)$ | $[10;20)$ | $[20;30)$ | $[30;40)$ | $[40;50)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số ngày | 5 | 8 | 10 | 6 | 1 |

Với $Q_1$, $Q_3$ lần lượt là tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của mẫu số liệu đã cho, giá trị của $\Delta Q = Q_3 - Q_1$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Đáp án: | 1 | 6 | , | 4 |

**Lời giải.**

Cỡ mẫu là $n = 30$.
Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{30}$ là số lượng khách hàng mỗi ngày trong tháng 6 được xếp theo thứ tự không giảm.
Khi đó

- $x_1, x_2, \ldots, x_5 \in [0;10)$.
- $x_6, x_7, \ldots, x_{13} \in [10;20)$.
- $x_{14}, x_{15}, \ldots, x_{23} \in [20;30)$.
- $x_{24}, x_{25}, \ldots, x_{29} \in [30;40)$.
- $x_{30} \in [40;50)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_{30}$ là $x_8$ thuộc nhóm $[10;20)$.
Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{8} \cdot (20 - 10) = \frac{105}{8}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_{30}$ là $x_{23}$ thuộc nhóm $[20;30)$.
Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 20 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5+8)}{10} \cdot (20 - 10) = \frac{59}{2}.$$

Vậy $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \dfrac{59}{2} - \dfrac{105}{8} = \dfrac{131}{8} \approx 16{,}4$.

Đáp án: $\boxed{16{,}4}$ ........................................................................................ □

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.

**Câu 1.** Cho cấp số cộng $(u_n)$ có $u_{11} = -65$ và $u_{123} = -849$. Tính tổng 18 số hạng đầu của cấp số cộng đã cho.

**Lời giải.**

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là

$$u_n = u_1 + (n-1)d,\ \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} u_{11} = -65 \\ u_{123} = -849 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 10d = -65 \\ u_1 + 122d = -849 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = -7. \end{cases}$$

Vậy $S_{18} = \dfrac{18}{2} \cdot (2u_1 + 17d) = 9 \cdot [2 \cdot 5 + 17 \cdot (-7)] = -981$.

**Câu 2.** Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ $t$ của năm $2026$ được cho bởi một hàm số $y = 4\sin\left[\dfrac{\pi}{178}(t-60)\right] + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$. Nếu xem Thứ Năm, ngày $01/01/2026$ tương ứng với $t = 1$ thì vào thời gian nào trong năm, thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất?

**Lời giải.**

Vì $\sin\left[\dfrac{\pi}{178}(t-60)\right] \le 1$ nên $y = 4\sin\left[\dfrac{\pi}{178}(t-60)\right] + 10 \le 14$.
Ngày có ánh nắng mặt trời chiếu nhiều nhất khi

$$\begin{aligned} y = 14 \quad &\Leftrightarrow \quad \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] = 1 \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow \quad t = 149 + 356k,\ k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Do năm $2026$ là năm không nhuận nên $0 < t \le 365$.
Khi đó $0 < 149 + 356k \le 365 \Leftrightarrow -\dfrac{149}{356} < k \le \dfrac{54}{89}$.
Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0 \Rightarrow t = 149$.
Vậy vào ngày thứ $149$ thì ánh sáng mặt trời nhiều nhất.
Do $149 : 7$ dư $2$, ngày thứ $1$ là thứ Năm nên ngày thứ $149$ sẽ là ngày thứ Sáu.
Cho $149$ trừ lần lượt $31$, $28$, $31$, $30$ còn $29$, nên ngày ta cần tìm là ngày $29/05/2026$.
Vậy vào thứ Sáu, ngày $29/05/2026$ thì thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất.

**Câu 3.** Một cái hồ đang chứa $300\,\mathrm{m}^3$ nước mặn với nồng độ muối $15\,\mathrm{kg/m}^3$. Người ta ngọt hóa nước trong hồ bằng cách bơm nước ngọt vào hồ với tốc độ $3\,\mathrm{m}^3$/phút. Gọi biểu thức $C(t)$ biểu thị nồng độ muối trong hồ sau $t$ phút kể từ khi bắt đầu bơm. Giả sử cái hồ có thể chứa vô hạn lượng nước. Tìm giới hạn $\lim\limits_{t\to+\infty} C(t)$.

**Lời giải.**

Để tìm biểu thức $C(t)$ cho nồng độ muối trong hồ sau $t$ phút, ta cần xem xét khối lượng muối và tổng thể tích nước trong hồ tại thời điểm $t$.
Khối lượng muối ban đầu trong hồ là $M_0 = 15 \cdot 300 = 4\,500$ (kg).
Thể tích nước trong hồ sau $t$ phút là $V(t) = 300 + 3t\ \left(\mathrm{m}^3\right)$.
Nồng độ muối $C(t)$ trong hồ tại thời điểm $t$ được tính như sau

$$C(t) = \frac{M_0}{V(t)} = \frac{4\,500}{300+3t}.$$

Do đó $\lim\limits_{t\to+\infty} C(t) = \lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{4\,500}{300+3t} = \lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{\dfrac{1\,500}{t}}{\dfrac{100}{t}+1} = \dfrac{0}{0+1} = 0.$

# BẢNG ĐÁP ÁN

## PHẦN I.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. D | 2. B | 3. B | 4. A | 5. A | 6. C | 7. A | 8. A | 9. C | 10. C | 11. A | 12. A |

## PHẦN II.

| | |
|---|---|
| Câu 1. a Đ b S c Đ d S | Câu 2. a S b Đ c Đ d S |

## PHẦN III.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 1. 10 | Câu 2. 59 | Câu 3. 65,3 | Câu 4. 16,4 |

VIETNAM - MATHS & LaTeX

Đề số 15

Biên soạn: Nguyễn Ngọc Huy Trường

Phản biện: Tất Vệ Tâm

# ÔN TẬP HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2025-2026

## ĐỀ THAM KHẢO - BỘ SÁCH CTST

Môn: TOÁN 11

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

*Họ và tên thí sinh:* ............................................ *Số báo danh:* ............................ **Mã đề: 0101**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho góc $\alpha$ thoả mãn $2\pi < \alpha < \dfrac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** $\cot\alpha > 0$. **B.** $\sin\alpha > 0$. **C.** $\cos\alpha > 0$. **D** $\tan\alpha < 0$.

**Lời giải.**

Do $2\pi < \alpha < \dfrac{5\pi}{2}$ nên điểm biểu diễn của góc $\alpha$ trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ I.

Do đó $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha > 0$, $\tan\alpha > 0$, $\cot\alpha > 0$.

Vậy khẳng định **sai** là $\tan\alpha < 0$.

Chọn đáp án D ..................................................□

**Câu 2.** Phương trình $\tan x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

**A.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**C.** $x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**Lời giải.**

Ta có $\tan x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \tan x = \tan\dfrac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án B ..................................................□

**Câu 3.** Phương trình $\cot\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$ có nghiệm là

**A.** $x = \dfrac{\pi}{24} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B** $x = \dfrac{5\pi}{24} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

**C.** $x = \dfrac{5\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{24} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

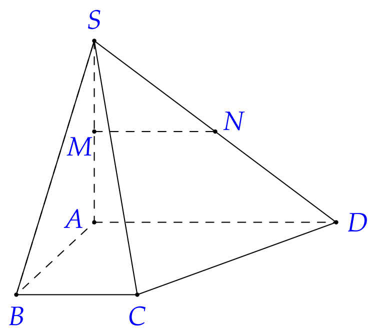
**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
& \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \\
\Leftrightarrow\ & \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cot\frac{\pi}{6} \\
\Leftrightarrow\ & 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k\pi \\
\Leftrightarrow\ & 2x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + k\pi \\
\Leftrightarrow\ & 2x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\
\Leftrightarrow\ & x = \frac{5\pi}{24} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án B ..................................................□

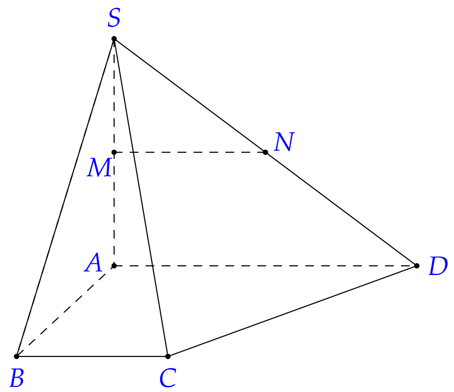
**Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn $AD$. Các điểm $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $SA$, $SD$. Khi đó, $MN$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?




**A.** $(SAC)$. **B.** $(SBD)$.

**C** $(SBC)$. **D.** $(SCD)$.

**Lời giải.**




Vì $MN$ là đường trung bình của $\triangle SAD$ nên $MN \parallel AD$.
Mà tứ giác $ABCD$ là hình thang đáy lớn $AD$ nên $BC \parallel AD$.
Suy ra $BC \parallel MN$.

Ta có $\begin{cases} MN \parallel BC \\ MN \not\subset (SBC) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (SBC)$.

Chọn đáp án C ............................................................ □

**Câu 5.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A** Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

**B.** Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

**C.** Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

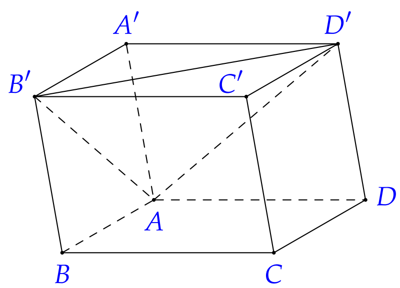
**D.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song nhau.

**Lời giải.**

Giả sử $(\alpha) \parallel (\beta)$. Một đường thẳng $a$ song song với $(\beta)$ thì đường thẳng $a$ có thể nằm trên $(\alpha)$.

Chọn đáp án A ............................................................ □

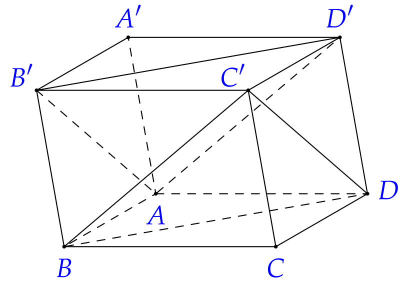
**Câu 6.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?




**A.** $(BAC')$. **B.** $(BDA')$.

**C.** $(ACD')$. **D** $(C'BD)$.

**Lời giải.**




Ta có $\begin{cases} B'D' \parallel BD \\ B'D' \not\subset (C'BD) \\ BD \subset (C'BD) \end{cases} \Rightarrow B'D' \parallel (C'BD)$.

Ta có $\begin{cases} AD' \parallel BC' \\ AD' \not\subset (C'BD) \\ BC' \subset (C'BD) \end{cases} \Rightarrow AD' \parallel (C'BD)$.

Ta có $\begin{cases} B'D' \parallel (C'BD) \\ AD' \parallel (C'BD) \\ B'D' \cap AD' = D' \end{cases} \Rightarrow (AB'D') \parallel (C'BD)$.

Chọn đáp án D ............................................................ □

**Câu 7.** Phát biểu nào sau đây là **sai**?

**A** $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).
**B.** $\lim \dfrac{1}{n} = 0$.
**C.** $\lim \dfrac{1}{n^k} = 0$ ($k$ nguyên dương).
**D.** $\lim u_n = C$ ($u_n = C$ là hằng số).

**Lời giải.**

- Với $|q| < 1$ ta có $\lim q^n = 0$.
- Với $q > 1$ ta có $\lim q^n = +\infty$.

Do đó, $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$) là phát biểu **sai**.

Chọn đáp án A ............................................................ □

**Câu 8.** Giới hạn $\lim \dfrac{n+3}{n^2}$ bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D** 0.

**Lời giải.**

Ta có $\lim \dfrac{n+3}{n^2} = \lim \left(\dfrac{n}{n^2} + \dfrac{3}{n^2}\right) = \lim \left(\dfrac{1}{n} + \dfrac{3}{n^2}\right) = 0$.

Chọn đáp án D ............................................................ □

**Câu 9.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm dưới đây về điểm kiểm tra Toán của 30 bạn học sinh lớp 11A như sau:

| Điểm | $[2;4)$ | $[4;6)$ | $[6;8)$ | $[8;10)$ | $[10;12)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 1 | 8 | 11 | 9 | 1 |

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

**A** $\dfrac{106}{15}$. **B.** $\dfrac{34}{5}$. **C.** $\dfrac{32}{5}$. **D.** $\dfrac{26}{5}$.

**Lời giải.**

Giá trị đại diện của nhóm $[a;b)$ là $\dfrac{a+b}{2}$. Ta có bảng sau

| Điểm | $[2;4)$ | $[4;6)$ | $[6;8)$ | $[8;10)$ | $[10;12)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Giá trị đại diện | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| Số học sinh | 1 | 8 | 11 | 9 | 1 |

Số học sinh của lớp 11A là $n = 30$.
Điểm trung bình của tất cả các bài kiểm tra

$$\overline{x} = \frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 8 + 7 \cdot 11 + 9 \cdot 9 + 11 \cdot 1}{30} = \frac{106}{15}.$$

Chọn đáp án A ..................................................... □

**Câu 10.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm dưới đây về điểm kiểm tra Toán của 30 bạn học sinh lớp 11A như sau:

| Điểm | $[2;4)$ | $[4;6)$ | $[6;8)$ | $[8;10)$ | $[10;12)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 1 | 8 | 11 | 9 | 1 |

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

**A.** $\frac{143}{8}$. **B.** $\frac{268}{9}$. **C.** $\frac{261}{11}$. **D.** $\frac{78}{11}$.

**Lời giải.**

Ta có cỡ mẫu $n = 1 + 8 + 11 + 9 + 1 = 30$.
Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{30}$ là điểm kiểm tra Toán của 30 bạn học sinh lớp 11A được sắp xếp theo thứ tự không giảm.
Ta có $x_1 \in [2;4)$; $x_2, x_3, \ldots, x_9 \in [4;6)$; $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{20} \in [6;8)$; $x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{29} \in [8;10)$ và $x_{30} \in [10;12)$.
Do đó, trung vị của mẫu số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_{30}$ là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ thuộc nhóm $[6;8)$.
Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{30}{2} - 9}{11} \cdot (8 - 6) = \frac{78}{11}.$$

Chọn đáp án D ..................................................... □

**Câu 11.** Cho dãy số $(u_n)$ xác định bởi $u_n = \frac{n-1}{n^2+3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị $u_4$ bằng

**A.** $\frac{3}{19}$. **B.** $\frac{5}{19}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{5}{7}$.

**Lời giải.**

Ta có $u_4 = \frac{4-1}{4^2+3} = \frac{3}{19}$.

Chọn đáp án A ..................................................... □

**Câu 12.** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

**A.** $u_n = \frac{2}{n^2}$. **B.** $u_n = \frac{2n-3}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n}{3}$. **D.** $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

**Lời giải.**

Xét dãy số $(u_n)$ với $u_n = \frac{2}{n^2}$, ta có $u_{n+1} = \frac{2}{(n+1)^2}$.
Vì $u_n > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên ta xét tỉ số

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy $(u_n)$ là dãy số giảm.
Chọn đáp án A ..................................................... □

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số $f(x)=\sqrt{4x^2+ax+1}+bx$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

**a)** $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$.

**b)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{4+\dfrac{a}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+b\right)\right]$.

**c)** Khi $b=2$, ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\dfrac{a}{4}$.

**d)** Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1$. Khi đó, biểu thức $P=a^2-2b^3$ có giá trị bằng 0.

**Lời giải.**

**a)** Đ Ta có $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$.

**b)** Đ Ta có

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)\\
=&\lim_{x\to-\infty}\left[\sqrt{x^2\left(4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}+bx\right]\\
=&\lim_{x\to-\infty}\left(|x|\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}+bx\right)\\
=&\lim_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}+bx\right)\\
=&\lim_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}+b\right)\right].
\end{aligned}$$

**c)** S Khi $b=2$, ta được

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+2x\right)\\
=&\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\sqrt{4x^2+ax+1}\right)^2-(2x)^2}{\sqrt{4x^2+ax+1}-2x}\\
=&\lim_{x\to-\infty}\frac{ax+1}{\sqrt{4x^2+ax+1}-2x}\\
=&\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(a+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}-2x}\\
=&\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(a+\frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}-2x}\\
=&\lim_{x\to-\infty}\frac{a+\frac{1}{x}}{-\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}-2}\\
=&-\frac{a}{4}.
\end{aligned}$$

Vậy khi $b = 2$ thì $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\dfrac{a}{4}$.

**d)** Đ Ta có

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx\right) = \lim_{x \to -\infty} \left[x \left(-\sqrt{4 + \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2}} + b\right)\right]$$

Nếu $b \neq 2$ thì

- Với $b > 2$ thì $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[x \left(-\sqrt{4 + \dfrac{a}{x} + \dfrac{1}{x^2}} + b\right)\right] = -\infty$.
- Với $b < 2$ thì $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[x \left(-\sqrt{4 + \dfrac{a}{x} + \dfrac{1}{x^2}} + b\right)\right] = +\infty$.

Do đó, mâu thuẫn với giả thiết đề bài.
Suy ra $b = 2$. Khi đó

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx\right) = -\frac{a}{4} \Leftrightarrow -1 = -\frac{a}{4} \Leftrightarrow a = 4.$$

Vậy $P = a^2 - 2b^3 = 4^2 - 2 \cdot 2^3 = 0$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ........................................ □

**Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm $O$ và $I$ là trung điểm cạnh $SC$.

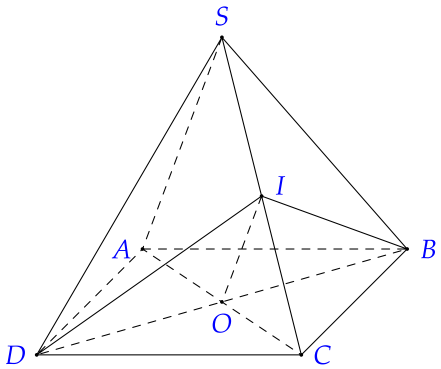
**a** $OI \parallel (SAB)$.

**b** $SA \parallel (IBD)$.

**c** $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

**d)** Các đoạn giao tuyến của mặt phẳng $(IBD)$ với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ tạo thành một hình tứ giác.

**Lời giải.**




Vì $OI$ là đường trung bình $\triangle SAC$ nên $OI \parallel SA$.

**a)** Đ Ta có $\begin{cases} OI \parallel SA \\ OI \not\subset (SAB) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow OI \parallel (SAB)$.

**b)** Đ Ta có $\begin{cases} SA \parallel OI \\ SA \not\subset (IBD) \\ OI \subset (IBD) \end{cases} \Rightarrow SA \parallel (IBD)$.

**c)** Đ Ta có $I \in (IBD) \cap (SAC)$.
Mặt khác $O = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} O \in AC,\ AC \subset (SAC) \\ O \in BD,\ BD \subset (IBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (IBD)$.

Vậy $OI = (IBD) \cap (SAC)$.

**d)** S Ta có $\begin{cases} ID = (IBD) \cap (SCD) \\ DB = (IBD) \cap (ABCD) \\ BI = (IBD) \cap (SBC). \end{cases}$

Các đoạn giao tuyến của mặt phẳng $(IBD)$ với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ tạo thành một tam giác là $\triangle IBD$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ................................................. □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho dãy số $(u_n)$ xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + 2,\ n \geq 1 \end{cases}$. Tổng 23 số hạng đầu tiên của dãy số $(u_n)$ là bao nhiêu?

Đáp án: | 5 | 9 | 8 | |

**Lời giải.**

Vì dãy số $(u_n)$ có $u_{n+1} = u_n + 2$, $n \geq 1$ nên $(u_n)$ là cấp số cộng có $u_1 = 4$, công sai $d = 2$.

Vậy tổng 23 số hạng đầu của dãy số $(u_n)$ là

$$S_{23} = \frac{23\,(2u_1 + 22d)}{2} = \frac{23 \cdot (2 \cdot 4 + 22 \cdot 2)}{2} = 598.$$

Đáp án: $\boxed{598}$ ................................................. □

**Câu 2.** Độ sâu của mực nước biển theo thời gian $t$ (giờ) trong một ngày của một thành phố được xác định bởi công thức $h(t) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{12}\right) + 3$, với $0 \leq t \leq 24$. Mực nước tại thời điểm lúc 17 (giờ) trong ngày là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: | 2 | , | 4 | 8 |

**Lời giải.**

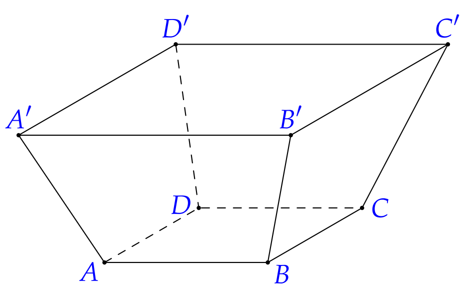
Với $t = 17$ ta có

$$h(17) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{17\pi}{12}\right) + 3 = 2\sin\left(-\frac{11\pi}{12}\right) + 3 \approx 2{,}48.$$

Vậy mực nước tại thời điểm 17 giờ là 2,48 mét.

Đáp án: $\boxed{2{,}48}$ ................................................. □

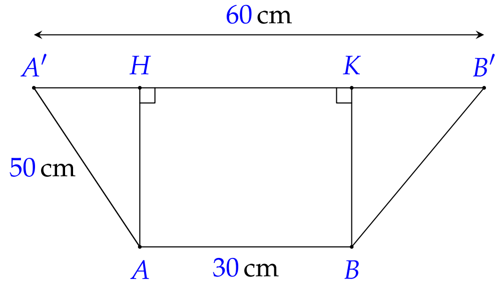
**Câu 3.** Một sọt đựng đồ đan bằng gỗ mây có dạng hình chóp cụt đều không nắp. Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh lần lượt là $AB = 30$ cm, $A'B' = 60$ cm, cạnh bên của sọt dài 50 cm. Biết chi phí làm ra 1 $m^2$ bề mặt sọt có giá 200 000 (đồng). Nếu làm 10 cái sọt như thế thì chi phí cho việc làm bề mặt sọt là $a$ (nghìn đồng). Giá trị của $a$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?




Đáp án: | 1 | 8 | 9 | 7 |

**Lời giải.**

Do sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều nên bốn mặt bên của sọt là 4 hình thang cân bằng nhau. Xét một mặt của sọt là hình thang cân $ABB'A'$.




Kẻ các đường cao $AH \perp A'B'$, $BK \perp A'B'$, ta được

$$A'H = B'K = \frac{A'B' - AB}{2} = \frac{60-30}{2} = 15\,(\text{cm}).$$

Suy ra

$$AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = \sqrt{50^2 - 15^2} = 5\sqrt{91}\,(\text{cm}).$$

Khi đó, diện tích 4 mặt bên của sọt là

$$S_1 = 4 \cdot \frac{AB + A'B'}{2} \cdot AH = 4 \cdot \frac{30+60}{2} \cdot 5\sqrt{91} = 900\sqrt{91}\ \left(\text{cm}^2\right).$$

Diện tích mặt đáy của sọt là

$$S_2 = 30^2 = 900\ \left(\text{cm}^2\right).$$

Diện tích bề mặt của 10 cái sọt là

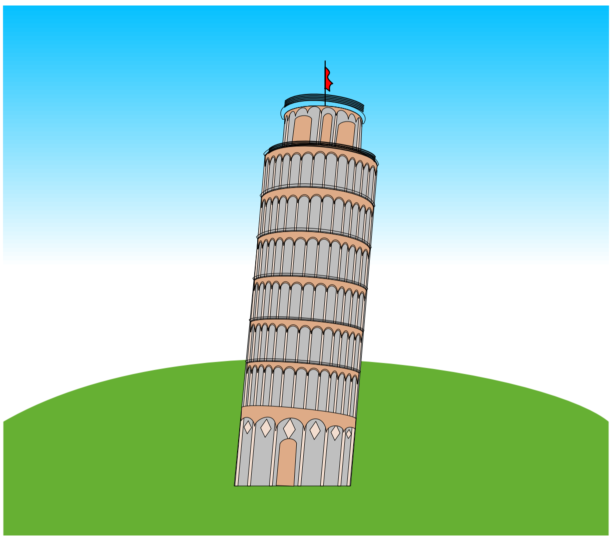
$$S = 10 \cdot (S_1 + S_2) = 10 \cdot \left(900\sqrt{91} + 900\right)\ \left(\text{cm}^2\right) = \frac{9 \cdot \left(\sqrt{91}+1\right)}{10}\ \left(\text{m}^2\right).$$

Chi phí làm bề mặt của 10 cái sọt là $200\,000 \cdot \dfrac{9 \cdot \left(\sqrt{91}+1\right)}{10} \approx 1\,897{,}091$ (nghìn đồng).

Vậy giá trị của $a \approx 1\,897$.

Đáp án: $\boxed{1897}$ ........................................................................ □

**Câu 4.** Từ độ cao 55,8 m của tháp nghiêng Pisa nước Ý, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất (hình vẽ). Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng nảy lên với độ cao bằng $\dfrac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó (giả sử quá trình này lặp lại mãi). Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển bằng bao nhiêu mét?



Đáp án: | 6 | 8 | , | 2 |

**Lời giải.**

Quãng đường đầu tiên bóng rơi xuống chạm đất lần $1$ là $S_1 = 55{,}8$ m.

Quãng đường nảy lên lần thứ nhất và rơi xuống chạm đất lần $2$ là $S_2 = 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10}$ m.

Quãng đường nảy lên lần thứ hai và rơi xuống chạm đất lần $3$ là $S_3 = 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10^2}$ m.

Quãng đường nảy lên lần thứ ba và rơi xuống chạm đất lần $4$ là $S_4 = 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10^3}$ m.

Quãng đường mà quả bóng di chuyển là

$$S = 55{,}8 + 2 \cdot 55{,}8 \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \ldots + \frac{1}{10^n} + \ldots \right).$$

Do $\dfrac{1}{10}; \dfrac{1}{10^2}; \ldots; \dfrac{1}{10^n}; \ldots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = \dfrac{1}{10}$ và công bội $q = \dfrac{1}{10}$ nên

$$S = 55{,}8 + 2 \cdot 55{,}8 \cdot \frac{\frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = 68{,}2 \text{ (m)}.$$

Đáp án: $\boxed{68{,}2}$ ........................................................................ □

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày bài giải từ câu $1$ đến câu $3$.

**Câu 1.** Tính giá trị của biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3\cos^2 x - \cot^2 x + 2\sin^2 x$.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
D &= \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3\cos^2 x - \cot^2 x + 2\sin^2 x \\
&= \cos^2 x \cdot \cot^2 x - \cot^2 x + 3\cos^2 x + 2\sin^2 x \\
&= \cot^2 x \left(\cos^2 x - 1\right) + \cos^2 x + 2\cos^2 x + 2\sin^2 x \\
&= -\cot^2 x \cdot \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \\
&= -\cos^2 x + \cos^2 x + 2 \\
&= 2.
\end{aligned}$$

Vậy $D = 2$.

**Câu 2.** Một công ty xây dựng khảo sát nhu cầu giá thành khi mua nhà ở thành phố (đơn vị: triệu đồng/m$^2$) của khách hàng. Kết quả khảo sát được ghi lại như bảng sau:

| Mức giá | $[10;14)$ | $[14;18)$ | $[18;22)$ | $[22;26)$ | $[26;30)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số khách hàng | 47 | 78 | 120 | 45 | 10 |

Tính tứ phân vị thứ $3$ của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**Lời giải.**

Cỡ của mẫu số liệu là $n = 300$.

Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{300}$ là số khách hàng có nhu cầu mua nhà ở thành phố được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \ldots, x_{47} \in [10;14)$; $x_{48}, x_{49}, \ldots, x_{125} \in [14;18)$; $x_{126}, x_{127}, \ldots, x_{245} \in [18;22)$; $x_{246}, x_{247}, \ldots, x_{290} \in [22;26)$ và $x_{291}, x_{292}, \ldots, x_{300} \in [26;30)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba là $\dfrac{x_{225} + x_{226}}{2}$ thuộc nhóm $[18;22)$.

Suy ra

$$Q_3 = 18 + \frac{\frac{3 \cdot 300}{4} - 125}{120} \cdot (22 - 18) = \frac{64}{3}.$$

**Câu 3.** Chỉ số giá tiêu dùng (hay được viết tắt là CPI), là chỉ số tính theo phần trăm để phản ánh mức thay đổi tương đối của giá hàng tiêu dùng theo thời gian. Đây là chỉ tiêu được sử dụng phổ biến nhất để đo lường mức giá và sự thay đổi của mức giá chính là lạm phát (theo Wikipedia). Ở Việt Nam, theo số liệu của Tổng cục Thống kê, chỉ số giá tiêu dùng (CPI) năm $2023$ tăng $3{,}25\%$ so với năm trước. Giả sử chỉ số giá tiêu dùng này không thay đổi trong các năm tiếp theo và giá của một mặt hàng A tại năm $2023$ là $120$ nghìn đồng/kg. Tính giá mặt hàng A (đơn vị: nghìn đồng/kg) đến năm $2030$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Lời giải.**

- Năm $2023$ giá mặt hàng A là $u_1 = 120$ (nghìn đồng).
- Năm $2024$ giá mặt hàng A là $u_2 = u_1 + u_1 \cdot 3{,}25\% = u_1 \cdot 1{,}0325$ (nghìn đồng).
- Năm $2025$ giá mặt hàng A là $u_3 = u_2 + u_2 \cdot 3{,}25\% = u_2 \cdot 1{,}0325$ (nghìn đồng).

Cứ như thế, giá mặt hàng A theo từng năm sẽ lập thành một cấp số nhân với $u_1 = 120$ (nghìn đồng) và công bội $q = 1{,}0325$.
Vậy năm $2030$ giá mặt hàng A là $u_8 = u_1 \cdot q^7 = 120 \cdot 1{,}0325^7 \approx 150$ (nghìn đồng).

# BẢNG ĐÁP ÁN

## PHẦN I.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. D | 2. B | 3. B | 4. C | 5. A | 6. D | 7. A | 8. D | 9. A | 10. D | 11. A | 12. A |

## PHẦN II.

| | |
|---|---|
| Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ | Câu 2. a Đ b Đ c Đ d S |

## PHẦN III.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 1. 5 9 8 | Câu 2. 2 , 4 8 | Câu 3. 1 8 9 7 | Câu 4. 6 8 , 2 |

VIETNAM - MATHS & $\LaTeX$

Đề số 16

Biên soạn: Tất Vệ Tâm

Phản biện: Đỗ Đức Nam

# ÔN TẬP HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2025-2026

## ĐỀ THAM KHẢO - BỘ SÁCH CTST

Môn: TOÁN 11

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

*Họ và tên thí sinh:* .................................................. *Số báo danh:* ..................................... **Mã đề: 0101**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

**A.** $y = \tan x$. **B** $y = \cos x$. **C.** $y = \cot x$. **D.** $y = \sin x$.

**Lời giải.**

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án B ............................................................ □

**Câu 2.** Phát biểu nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $\pi$.

**B.** Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $2\pi$.

**C.** Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $2\pi$.

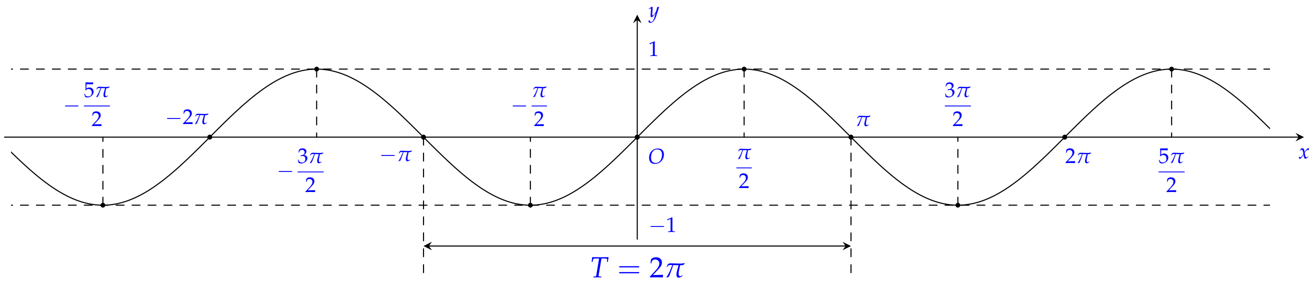
**D** Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $\dfrac{\pi}{2}$.

**Lời giải.**

Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $\pi$.

Chọn đáp án D ............................................................ □

**Câu 3.** Cho đồ thị của hàm số $y = \sin x$.




Tổng các giá trị của $x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin x = 0$ là

**A.** $\pi$. **B** $\pi$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $-\dfrac{\pi}{2}$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị của hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right]$, suy ra $\sin x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\pi \\ x = 0 \\ x = \pi \\ x = 2\pi. \end{array}\right.$

Tổng các giá trị của $x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin x = 0$ là $-\pi + \pi + 0 + 2\pi = 2\pi$.

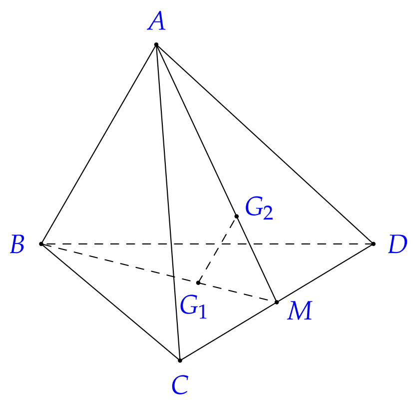
Chọn đáp án B ............................................................ □

**Câu 4.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $G_1$ và $G_2$ lần lượt là trọng tâm các tam giác $BCD$ và $ACD$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** $G_1G_2 \parallel (ABD)$. **B** $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AB$.

**C.** $G_1G_2 \parallel (ABC)$. **D.** $BG_1$, $AG_2$ và $CD$ đồng quy.

**Lời giải.**




Gọi $M$ là trung điểm $CD$.
Theo bài ra $G_1$ và $G_2$ lần lượt là trọng tâm các tam giác $BCD$ và $ACD$ nên $BG_1$, $AG_2$ và $CD$ đồng quy tại $M$.
Lại có

$$\begin{cases} G_1G_2 \not\subset (ABC) \\ G_1G_2 \parallel AB \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABC).$$

Tương tự

$$\begin{cases} G_1G_2 \not\subset (ABD) \\ G_1G_2 \parallel AB \\ AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABD).$$

Mặt khác, xét $\triangle MAB$, ta có $\dfrac{MG_1}{MB} = \dfrac{MG_2}{MA} = \dfrac{1}{3}$ nên $G_1G_2 \parallel AB$.
Áp dụng hệ quả định lý Thalès, ta có $\dfrac{MG_1}{MB} = \dfrac{MG_2}{MA} = \dfrac{G_1G_2}{AB} = \dfrac{1}{3}$.
Chọn đáp án B ................................................................ □

**Câu 5.** Cho hai đường thẳng $a$ và $b$. Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận $a$ và $b$ chéo nhau?

**A.** $a$ và $b$ không có điểm chung.

**B.** $a$ và $b$ là hai cạnh của một hình tứ diện.

**C.** $a$ và $b$ nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

**D** $a$ và $b$ không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.

**Lời giải.**

Hai đường thẳng $a$ và $b$ không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào thì $a$ và $b$ chéo nhau.
Chọn đáp án D ................................................................ □

**Câu 6.** Cho hai mặt phẳng song song $(\alpha)$ và $(\beta)$, đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có mấy vị trí tương đối giữa $a$ và $(\beta)$?

**A.** 1. **B** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải.**

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \parallel (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$ hoặc $a \subset (\beta)$.
Vậy có 2 vị trí tương đối giữa $a$ và $(\beta)$.
Chọn đáp án B ................................................................ □

**Câu 7.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với các giá trị còn lại?

**A.** $\lim \dfrac{3n-1}{1+6n}$. **B.** $\lim \dfrac{2n+1}{4n-1}$. **C** $\lim \dfrac{4n+1}{3n-1}$. **D.** $\lim \dfrac{n+1}{2n-1}$.

**Lời giải.**

Ta có

- $\lim \dfrac{3n-1}{1+6n} = \lim \dfrac{3-\dfrac{1}{n}}{1+\dfrac{6}{n}} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ vì $\lim \dfrac{1}{n} = 0$.
- $\lim \dfrac{2n+1}{4n-1} = \lim \dfrac{2+\dfrac{1}{n}}{4-\dfrac{1}{n}} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$ vì $\lim \dfrac{1}{n} = 0$.
- $\lim \dfrac{4n+1}{3n-1} = \lim \dfrac{4+\dfrac{1}{n}}{3-\dfrac{1}{n}} = \dfrac{4}{3}$ vì $\lim \dfrac{1}{n} = 0$.
- $\lim \dfrac{n+1}{2n-1} = \lim \dfrac{1+\dfrac{1}{n}}{2-\dfrac{1}{n}} = \dfrac{1}{2}$ vì $\lim \dfrac{1}{n} = 0$.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 8.** Phát biểu nào sau đây **sai**?

**A.** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1}{x+1} = 2$. **B.** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{x+3} = 0$.

**C** $\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{3x+2}{x+1} = -\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{x^2-4} = \dfrac{1}{4}$.

**Lời giải.**

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^-}(x+1) = 0$, $x+1<0$ với mọi $x<-1$ và $\lim\limits_{x\to-1^-}(3x+2) = -1 < 0$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{3x+2}{x+1} = +\infty$.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 9.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên (đơn vị: triệu đồng) của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

| Doanh thu | $[5;7)$ | $[7;9)$ | $[9;11)$ | $[11;13)$ | $[13;15)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số ngày | 2 | 7 | 7 | 3 | 1 |

Số trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào trong các nhóm dưới đây?

**A.** $[7;9)$. **B** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

**Lời giải.**

Cỡ mẫu $n = 2+7+7+3+1 = 20$.

Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng trong 20 ngày được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó số trung vị của mẫu số liệu gốc bằng $\dfrac{1}{2}(x_{10}+x_{11})$, mà $x_{10}$ và $x_{11}$ thuộc nhóm $[9;11)$ nên số trung vị thuộc nhóm $[9;11)$.

Chọn đáp án B ........................................................................ □

**Câu 10.** Cho bảng tần số ghép nhóm như sau:

| Nhóm | $[10;20)$ | $[20;30)$ | $[30;40)$ | $[40;50)$ | $[50;60)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Tần số | 12 | 15 | 20 | 18 | 7 |

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

**A.** 30,43. **B.** 33,04. **C** 34,03. **D.** 34,34.

**Lời giải.**

Ta lập lại bảng giá trị như sau:

| Nhóm | $[10;20)$ | $[20;30)$ | $[30;40)$ | $[40;50)$ | $[50;60)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Giá trị đại diện | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 |
| Tần số | 12 | 15 | 20 | 18 | 7 |

Cỡ mẫu $n = 12 + 15 + 20 + 18 + 7 = 72$.
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\overline{x} = \frac{12 \cdot 15 + 15 \cdot 25 + 20 \cdot 35 + 18 \cdot 45 + 7 \cdot 55}{72} = \frac{1\,225}{36} \approx 34{,}03.$$

Chọn đáp án C ............................................................ □

**Câu 11.** Cho dãy số $(u_n)$ với $u_n = 2n + 4$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng $u_2$ bằng

**A.** 19. **B.** 11. **C.** 21. **D** 8.

**Lời giải.**

Ta có $u_2 = 2 \cdot 2 + 4 = 8$.
Chọn đáp án D ............................................................ □

**Câu 12.** Cho một cấp số cộng $(u_n)$ có $u_1 = 5$ và tổng của 40 số hạng đầu là $3\,320$. Công sai của cấp số cộng $(u_n)$ là

**A.** $-4$. **B.** 8. **C.** $-8$. **D** 4.

**Lời giải.**

Gọi $d$ là công sai của cấp số cộng.

Ta có tổng 40 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{40} = \dfrac{40(2u_1 + 39d)}{2}$.

Do đó $S_{40} = 3\,320 \Leftrightarrow \dfrac{40(2 \cdot 5 + 39d)}{2} = 3\,320 \Leftrightarrow d = 4$.

Chọn đáp án D ............................................................ □

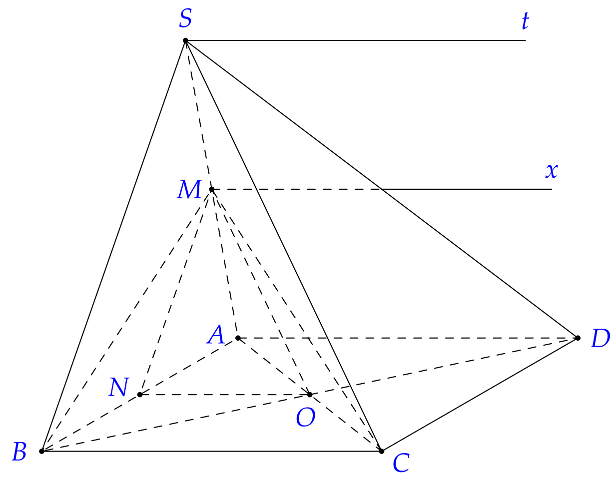
**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm $O$, gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SA$, $AB$.

**a)** $(MBC) \cap (SAD) = St \parallel BC \parallel AD$. **b)** $CD \parallel (SAD)$.

**c** $OM \parallel (SCD)$. **d** $(OMN) \parallel (SBC)$.

**Lời giải.**




**a)** S Ta có

$$\begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \parallel AD \\ BC \subset (MBC), AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (MBC) \cap (SAD) = Mx \parallel BC \parallel AD.$$

**b)** S Ta có $CD \cap (SAD) = \{D\}$.

**c)** Đ Ta có $\begin{cases} OM \parallel SC \text{ } (OM \text{ là đường trung bình của } \triangle SAC) \\ OM \not\subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (SCD)$.

**d)** Đ Ta có $\begin{cases} OM \parallel SC \\ OM \not\subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (SBC)$.

Và $\begin{cases} MN \parallel SB \text{ } (MN \text{ là đường trung bình của } \triangle SAB) \\ MN \not\subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (SBC)$.

Mà $OM, MN \subset (OMN)$ nên $(OMN) \parallel (SBC)$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ........................................ □

**Câu 2.** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị triệu đồng) được thể hiện như bảng sau:

| **Nhóm** | **Công ty A** | **Công ty B** |
|---|---|---|
| $[10;15)$ | 15 | 25 |
| $[15;20)$ | 18 | 15 |
| $[20;25)$ | 10 | 7 |
| $[25;30)$ | 10 | 5 |
| $[30;35)$ | 5 | 5 |
| $[35;40)$ | 2 | 3 |
| | $n_A = 60$ | $n_B = 60$ |

**a)** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là $\dfrac{63}{2}$.

**b** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là 7 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**c)** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 52,91.

**d** Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

**Lời giải.**

Ta có bảng

| Nhóm | Giá trị đại diện | Công ty A | Công ty B |
|---|---|---|---|
| $[10;15)$ | 12,5 | 15 | 25 |
| $[15;20)$ | 17,5 | 18 | 15 |
| $[20;25)$ | 22,5 | 10 | 7 |
| $[25;30)$ | 27,5 | 10 | 5 |
| $[30;35)$ | 32,5 | 5 | 5 |
| $[35;40)$ | 37,5 | 2 | 3 |
| | | $n_A = 60$ | $n_B = 60$ |

**a)** S Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là

$$\overline{x}_A = \frac{15 \cdot 12{,}5 + 18 \cdot 17{,}5 + 10 \cdot 22{,}5 + 10 \cdot 27{,}5 + 5 \cdot 32{,}5 + 2 \cdot 37{,}5}{60} = \frac{62}{3}.$$

**b)** Đ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là

$$s_A^2 = \frac{15 \cdot 12{,}5^2 + 18 \cdot 17{,}5^2 + 10 \cdot 22{,}5^2 + 10 \cdot 27{,}5^2 + 5 \cdot 32{,}5^2 + 2 \cdot 37{,}5^2}{60} - \left(\frac{62}{3}\right)^2 \approx 49{,}14.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là $s_A = \sqrt{s_A^2} \approx 7$.

**c)** S Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là

$$\overline{x}_B = \frac{25 \cdot 12{,}5 + 15 \cdot 17{,}5 + 7 \cdot 22{,}5 + 5 \cdot 27{,}5 + 5 \cdot 32{,}5 + 3 \cdot 37{,}5}{60} = \frac{229}{12}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là

$$s_B^2 = \frac{25 \cdot 12{,}5^2 + 15 \cdot 17{,}5^2 + 7 \cdot 22{,}5^2 + 5 \cdot 27{,}5^2 + 5 \cdot 32{,}5^2 + 3 \cdot 37{,}5^2}{60} - \left(\frac{229}{12}\right)^2 \approx 57{,}91.$$

**d)** Đ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là $s_B = \sqrt{s_B^2} \approx 7{,}61$.
Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn công ty B.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ........................................ □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ với $u_1 = 3$ và $u_2 = 6$. Đặt $v_n = \sqrt{u_{2n-1}}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của biểu thức $P = \dfrac{v_1 + v_2 + \cdots + v_{10}}{\sqrt{3}}$ là bao nhiêu?

Đáp án: | 1 | 0 | 2 | 3 |

**Lời giải.**

Ta có $(u_n)$ là cấp số nhân có công bội $q = \dfrac{u_2}{u_1} = 2$.

Từ đó, suy ra

$$v_1 = \sqrt{u_1}$$
$$v_2 = \sqrt{u_3} = \sqrt{u_1 \cdot q^2} = q \cdot \sqrt{u_1} = v_1 \cdot q$$
$$v_3 = \sqrt{u_5} = \sqrt{u_1 \cdot q^4} = q^2 \cdot \sqrt{u_1} = v_2 \cdot q$$

$\dots$

$$v_n = \sqrt{u_{2n-1}} = \sqrt{u_1 \cdot q^{2n-1-1}} = \sqrt{u_1 \cdot q^{2n-2}} = q^{n-1}\sqrt{u_1} = v_1 \cdot q^{n-1}.$$

Suy ra $(v_n)$ là cấp số nhân có công bội $q = 2$ và $v_1 = \sqrt{u_1}$.
Tổng $v_1 + v_2 + \cdots + v_{10}$ là tổng của $10$ số hạng đầu của cấp số nhân $(v_n)$.
Do đó $S_{10} = v_1 \cdot \dfrac{1-q^{10}}{1-q} = \sqrt{3} \cdot \dfrac{1-2^{10}}{1-2} = 1\,023\sqrt{3}$.
Vậy $P = \dfrac{S_{10}}{\sqrt{3}} = \dfrac{1\,023\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1\,023$.
Đáp án: $\boxed{1023}$ ........................................................................ □

**Câu 2.** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) - 2$ là bao nhiêu?

| Đáp án: | − | 4 | | |
|---|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có

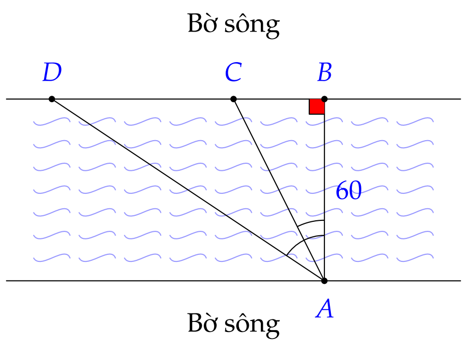
$$-1 \le \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \le 1 \Leftrightarrow -5 \le 3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2 \le 1 \Leftrightarrow -5 \le y \le 1.$$

Khi đó,

- $y = -5 \Leftrightarrow \sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) = -1$.
- $y = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) = 1$.

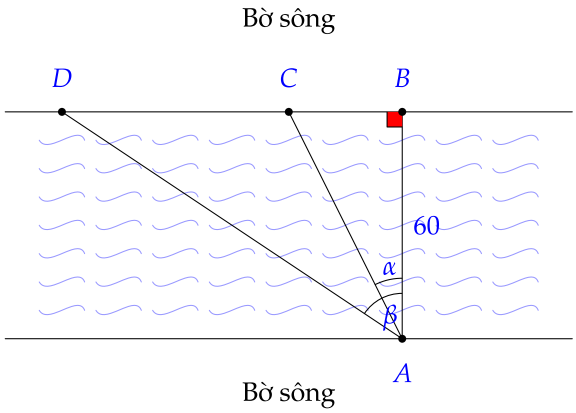
Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) - 2$ trên $\mathbb{R}$ lần lượt là $-5$ và $1$.
Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-4$.
Đáp án: $\boxed{-4}$ ........................................................................ □

**Câu 3.** Con sông rộng $60$ m, một chiếc thuyền xuất phát từ bến $A$ muốn qua sông cập bến tại điểm $C$ cách điểm $B$ một khoảng $BC = 4$ m. Do dòng nước chảy siết nên muốn qua được điểm $C$ thì thuyền cho chếch mũi lên vị trí điểm $D$, $CD = 8$ m và $C$ nằm giữa $B$, $D$. Biết $\tan\widehat{CAD} = \dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ là bao nhiêu?




| Đáp án: | 1 | 4 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|---|

**Lời giải.**




Đặt $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{BAD} = \beta$.

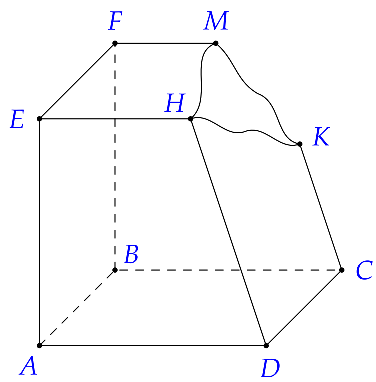
Xét tam giác $ABC$ vuông tại $B$, ta có $\tan\alpha = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{4}{60} = \dfrac{1}{15}$.

Xét tam giác $ABD$ vuông tại $B$, ta có $\tan\beta = \dfrac{BD}{AB} = \dfrac{12}{60} = \dfrac{1}{5}$.

Ta có $\tan\widehat{CAD} = \tan(\beta - \alpha) = \dfrac{\tan\beta - \tan\alpha}{1 + \tan\beta \cdot \tan\alpha} = \dfrac{5}{38}$.

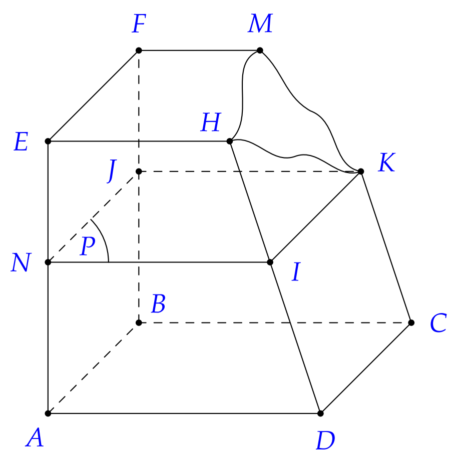
Suy ra $a = 5$, $b = 38$.
Vậy $a^2 + b^2 = 1\,469$.
Đáp án: $\boxed{1469}$ .......................................................................... □

**Câu 4.** Cho khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD) \parallel (EFMH)$, $CK \parallel DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc. Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng $(P)$ đi qua $K$ và song song với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $I$ là giao điểm của $DH$ với mặt phẳng $(P)$. Biết $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm. Độ dài của $HI$ bằng bao nhiêu cm?




| Đáp án: | 3 | 5 | | |
|---|---|---|---|---|

**Lời giải.**




Ta có $\begin{cases} (P) \parallel (ABCD) \\ (CDHK) \cap (ABCD) = CD \\ (CDHK) \cap (P) = IK. \end{cases}$

Suy ra $IK \parallel CD$.
Theo giả thiết có $CK \parallel DH$ hay $CK \parallel DI$.

Do đó $CDIK$ là hình bình hành nên $ID = CK = 40$ cm.
Vậy $HI = DH - ID = 75 - 40 = 35$ (cm).
Đáp án: $\boxed{35}$ ........................................................................ □

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.

**Câu 1.** Tính $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x^2-3x+2}$.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x^2-3x+2} &= \lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt[3]{x+7}-2\right)\left[\sqrt[3]{(x+7)^2}+2\sqrt[3]{x+7}+4\right]}{(x-1)(x-2)\left[\sqrt[3]{(x+7)^2}+2\sqrt[3]{x+7}+4\right]}\\
&= \lim_{x\to 1} \frac{x+7-2^3}{(x-1)(x-2)\left[\sqrt[3]{(x+7)^2}+2\sqrt[3]{x+7}+4\right]}\\
&= \lim_{x\to 1} \frac{1}{(x-2)\left[\sqrt[3]{(x+7)^2}+2\sqrt[3]{x+7}+4\right]}\\
&= -\frac{1}{12}.
\end{aligned}$$

**Câu 2.** Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 50 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể (đơn vị mg) nếu bệnh nhân sử dụng thuốc đều đặn trong một thời gian dài (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Lời giải.**

Đặt $r = 5\%$.
Gọi $S_n$ là hàm lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sử dụng liên tục trong $n$ ngày $(n \in \mathbb{N}^*)$.
Sau khi uống viên thuốc ngày thứ 1, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $S_1 = 50$ mg.
Sau khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là

$$S_2 = 5\% \cdot S_1 + 50 = 5\% \cdot 50 + 50 = 50(1+r).$$

Sau khi uống viên thuốc ngày thứ 3, hàm lượng thuốc trong cơ thể là

$$S_3 = 5\% \cdot S_2 + 50 = 5\% \cdot [50(1+r)] + 50 = 50\left(1+r+r^2\right).$$
$$\dots$$

Hàm lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng liên tục trong $n$ ngày là

$$S_n = 50\left(1+r+r^2+\cdots+r^{n-1}\right).$$

Nếu sử dụng thuốc đều đặn trong một thời gian dài thì hàm lượng thuốc trong cơ thể hàng ngày là

$$S = \lim_{n\to+\infty}\left[50\left(1+r+r^2+\cdots+r^{n-1}\right)\right] = 50\cdot\frac{1}{1-r} = 50\cdot\frac{100}{95} \approx 52{,}6.$$

**Câu 3.** Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm ngân hàng là 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 0,5%/tháng. Mỗi tháng sinh viên đó đều rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi để dùng làm sinh hoạt phí. Biết rằng sau đúng 4 năm đại học số tiền cả vốn lẫn lãi đều hết, khi đó mỗi tháng anh ta đã rút bao nhiêu tiền (đơn vị: nghìn đồng, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải.**

Gọi số tiền sinh viên rút ra vào ngày ngân hàng trả lãi là $a$ (đơn vị: nghìn đồng, $a>0$).
Số tiền gia đình gửi vào sổ tiết kiệm ngân hàng $A=200\,000$ (nghìn đồng).
Lãi suất $r=0{,}005$/tháng.
Số kì hạn $n=48$ tháng.
Số tiền còn lại của sinh viên:

- Sau tháng thứ $1$ là $A(1+r)-a$.
- Sau tháng thứ $2$ là $A(1+r)^2-a\left[(1+r)+1\right]$.
- Sau tháng thứ $3$ là $A(1+r)^3-a\left[(1+r)^2+(1+r)+1\right]$.
- $\ldots$
- Sau tháng thứ $n$ là $A(1+r)^n-a\left[\dfrac{(1+r)^n-1}{r}\right]$.

Sau tháng thứ $48$ thì rút hết tiền nên $A(1+r)^{48}-a\left[\dfrac{(1+r)^{48}-1}{r}\right]\geq 0$.
Khi đó $a\leq \dfrac{Ar(1+r)^{48}}{(1+r)^{48}-1}=\dfrac{200\,000\cdot 0{,}005\cdot(1+0{,}005)^{48}}{(1+0{,}005)^{48}-1}\approx 4\,697$ (nghìn đồng).
Vậy mỗi tháng anh ta cần rút $4\,697$ (nghìn đồng).

# BẢNG ĐÁP ÁN

**PHẦN I.**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. B | 2. D | 3. B | 4. B | 5. D | 6. B | 7. C | 8. C | 9. B | 10. C | 11. D | 12. D |

**PHẦN II.**

| | |
|---|---|
| Câu 1. a S b S c Đ d Đ | Câu 2. a S b Đ c S d Đ |

**PHẦN III.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 1. 1 0 2 3 | Câu 2. – 4 | Câu 3. 1 4 6 9 | Câu 4. 3 5 |

VIETNAM - MATHS & LaTeX

Đề số 17

Biên soạn: Đỗ Đức Nam

Phản biện: Nguyễn Ngọc Huy Trường

# ÔN TẬP HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2025-2026

## ĐỀ THAM KHẢO - BỘ SÁCH CTST

Môn: TOÁN 11

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

*Họ và tên thí sinh:* ............................................ *Số báo danh:* ............................ **Mã đề: 0101**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

**Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

**A.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

**B** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

**C.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\, k \in \mathbb{Z}\}$.

**D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

**Lời giải.**

Ta có $y = \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$, nên hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án B ........................................................................ □

**Câu 2.** Nghiệm của phương trình $\cos 2x = -1$ là

**A.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**B.** $x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**C** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**D.** $x = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

**Lời giải.**

Ta có $\cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 3.** Cho cấp số cộng $(u_n)$ có $u_1 = 1$, $u_2 = 4$. Giá trị của $u_4$ bằng

**A.** 5. **B.** 13. **C** 10. **D.** 12.

**Lời giải.**

Gọi $d$ là công sai của cấp số cộng $(u_n)$.

Ta có $u_1 = 1, u_2 = 4 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 3$.

Vậy $u_4 = u_1 + 3d = 1 + 3 \cdot 3 = 10$.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 4.** Cho cấp số nhân có 3 số hạng đầu là $20; 10; 5; \ldots$. Tổng của 9 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**A** $S_9 \approx 39{,}9$. **B.** $S_9 \approx 39{,}8$. **C.** $S_9 \approx 59{,}9$. **D.** $S_9 \approx 40$.

**Lời giải.**

Gọi $q$ là công bội của cấp số nhân đã cho.

Ta có $u_1 = 20, u_2 = 10 \Rightarrow q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$.

Vậy $S_9 = u_1 \cdot \dfrac{1 - q^9}{1 - q} = 20 \cdot \dfrac{1 - 0{,}5^9}{1 - 0{,}5} = \dfrac{2\,555}{64} \approx 39{,}9$.

Chọn đáp án A ........................................................................ □

**Câu 5.** Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0?

**A** $u_n = \dfrac{3n}{2n^2 + 1}$. **B.** $u_n = \dfrac{2n - 5n^2}{n^2 - n}$. **C.** $u_n = \dfrac{5n + 1}{7n + 13}$. **D.** $u_n = \dfrac{2n^2 + 3n - 1}{n^2 + 7n - 3}$.

**Lời giải.**

Ta có

- $\lim \dfrac{3n}{2n^2+1} = \lim \dfrac{3n}{n^2\left(2+\dfrac{1}{n^2}\right)} = \lim \dfrac{3}{n\left(2+\dfrac{1}{n^2}\right)} = \lim \dfrac{1}{n} \cdot \lim \dfrac{3}{2+\dfrac{1}{n^2}} = 0 \cdot \dfrac{3}{2} = 0.$
- $\lim \dfrac{2n-5n^2}{n^2-n} = \lim \dfrac{n^2\left(\dfrac{2}{n}-5\right)}{n^2\left(1-\dfrac{1}{n}\right)} = \lim \dfrac{\dfrac{2}{n}-5}{1-\dfrac{1}{n}} = \dfrac{-5}{1} = -5.$
- $\lim \dfrac{5n+1}{7n+13} = \lim \dfrac{n\left(5+\dfrac{1}{n}\right)}{n\left(7+\dfrac{13}{n}\right)} = \lim \dfrac{5+\dfrac{1}{n}}{7+\dfrac{13}{n}} = \dfrac{5}{7}.$
- $\lim \dfrac{2n^2+3n-1}{n^2+7n-3} = \lim \dfrac{n^2\left(2+\dfrac{3}{n}-\dfrac{1}{n^2}\right)}{n^2\left(1+\dfrac{7}{n}-\dfrac{3}{n^2}\right)} = \lim \dfrac{2+\dfrac{3}{n}-\dfrac{1}{n^2}}{1+\dfrac{7}{n}-\dfrac{3}{n^2}} = \lim \dfrac{2}{1} = 2.$

Chọn đáp án A ........................................................................ □

**Câu 6.** Nếu $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 4$ thì $\lim\limits_{x\to 3} \left[4-3f(x)\right]$ bằng

**A.** $9$. **B.** $8$. **C** $-8$. **D.** $-9$.

**Lời giải.**

Ta có $\lim\limits_{x\to 3} \left[4-3f(x)\right] = 4-3\cdot 4 = -8$.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 7.** Giá trị của $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(3x^3-2x^2+5\right)$ bằng

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $+\infty$. **D** $-\infty$.

**Lời giải.**

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(3x^3-2x^2+5\right) = \lim\limits_{x\to -\infty} \left[x^3\left(3-\dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{x^3}\right)\right] = \lim\limits_{x\to -\infty} x^3 \cdot \lim\limits_{x\to -\infty} \left(3-\dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{x^3}\right)$.

Vì $\lim\limits_{x\to -\infty} x^3 = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(3-\dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{x^3}\right) = 3 > 0$ nên $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(3x^3-2x^2+5\right) = -\infty$.

Chọn đáp án D ........................................................................ □

**Câu 8.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào gián đoạn tại $x=1$?

**A.** $y = \dfrac{x^2+2x-1}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{2x+1}{x^2+1}$. **C.** $y = x^3+x+1$. **D** $y = \dfrac{x+3}{x^2-1}$.

**Lời giải.**

Do hàm số $y = \dfrac{x+3}{x^2-1}$ không xác định tại $x=1$ nên hàm số gián đoạn tại $x=1$.

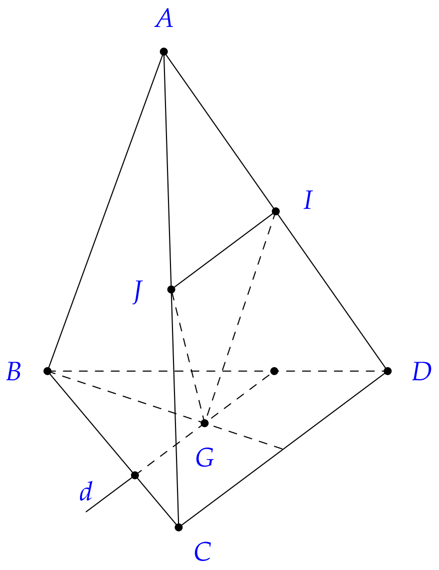
Chọn đáp án D ........................................................................ □

**Câu 9.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $I$ và $J$ lần lượt là trung điểm của $AD$, $AC$ và $G$ là trọng tâm của tam giác $BCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng $(GIJ)$ và $(BCD)$ là đường thẳng

**A.** qua $I$ và song song với $AB$. **B.** qua $J$ và song song với $BD$.

**C** qua $G$ và song song với $CD$. **D.** qua $G$ và song song với $BC$.

**Lời giải.**




Ta có $I$, $J$ lần lượt trung điểm của $AC$ và $AD$ nên $IJ$ là đường trung bình của $\triangle ACD$.
Suy ra $IJ \parallel CD$.
Gọi $d$ là giao tuyến của $(GIJ)$ và $(BCD)$.

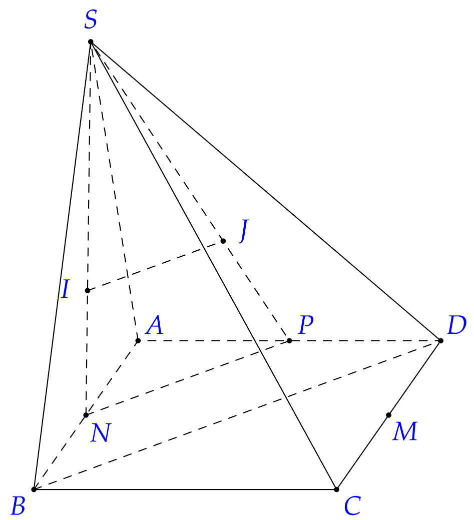
Ta có $\begin{cases} G \in (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ \parallel CD \\ IJ \subset (GIJ) \\ CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow d$ đi qua $G$ và song song với $CD$.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm $I$, $J$ lần lượt là trọng tâm các tam giác và $SAB$ và $SAD$. Gọi $M$ là trung điểm của $CD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A** $IJ \parallel (SBD)$. **B.** $IJ \parallel (SBM)$. **C.** $IJ \parallel (SCD)$. **D.** $IJ \parallel (SBC)$.

**Lời giải.**




Gọi $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $AB$, $AD$.
Ta có

- $I$ là trọng tâm $\triangle SAB$ nên $\dfrac{SI}{SN} = \dfrac{2}{3}$.
- $J$ là trọng tâm $\triangle SAD$ nên $\dfrac{SJ}{SP} = \dfrac{2}{3}$.

Nên $\dfrac{SI}{SN} = \dfrac{SJ}{SP} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel NP$.
Mà $NP \parallel BD$ (vì $NP$ là đường trung bình của tam giác $ABD$) nên $IJ \parallel BD$.

Khi đó, ta có $\begin{cases} IJ \parallel BD \\ IJ \not\subset (SBD) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel (SBD)$.

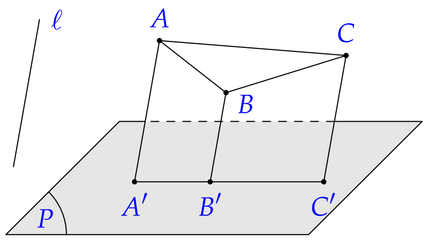
Chọn đáp án A ........................................................................ □

**Câu 11.** Cho tam giác $ABC$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha)$ và đường thẳng $\ell$ cắt mặt phẳng $(P)$. Biết hình chiếu song song của tam giác $ABC$ lên mặt phẳng $(P)$ theo phương $\ell$ là một đoạn thẳng. Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** $(\alpha) \parallel (P)$. **B.** $(\alpha) \equiv (P)$.

**C** $\ell \parallel (\alpha)$ hoặc $\ell \subset (\alpha)$. **D.** $\ell \subset (P)$.

**Lời giải.**




Gọi $A'$, $B'$, $C'$ lần lượt là hình chiếu song song theo phương $\ell$ của ba điểm $A$, $B$, $C$ lên mặt phẳng $(P)$ theo phương $\ell$.
Khi phương chiếu $\ell$ thỏa mãn $\ell \parallel (\alpha)$ hoặc $\ell \subset (\alpha)$ thì $A'$, $B'$, $C'$ thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABC)$ và $(P)$ nên ba điểm $A'$, $B'$, $C'$ thẳng hàng.
Do đó, hình chiếu của tam giác $ABC$ là một đoạn thẳng.

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**Câu 12.** Bảng thống kê số lỗi chính tả trong bài kiểm tra giữa học kì 1 môn Ngữ Văn của học sinh khối 11 như sau:

| Số lỗi | $[1;2)$ | $[3;4)$ | $[5;6)$ | $[7;8)$ | $[9;10)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Số bài | 122 | 75 | 14 | 5 | 2 | $N = 218$ |

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) bằng

**A.** 2,6. **B.** 2,9. **C** 2,7. **D.** 2,8.

**Lời giải.**

| Số lỗi | $[1;2)$ | $[3;4)$ | $[5;6)$ | $[7;8)$ | $[9;10)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Số lỗi đại diện | 1,5 | 3,5 | 5,5 | 7,5 | 9,5 | |
| Tần số | 122 | 75 | 14 | 5 | 2 | $N = 218$ |

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

$$\overline{x} = \frac{122 \cdot 1{,}5 + 75 \cdot 3{,}5 + 14 \cdot 5{,}5 + 5 \cdot 7{,}5 + 2 \cdot 9{,}5}{218} = \frac{579}{218} \approx 2{,}7.$$

Chọn đáp án C ........................................................................ □

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2\,025}{x-45} & \text{khi } x\neq 45\\ 2m+4 & \text{khi } x=45\end{cases}$ ($m$ là tham số).

**a)** Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}\setminus\{45\}$.

$\boxed{\text{b}}$ $\lim\limits_{x\to 45} f(x)=90$.

$\boxed{\text{c}}$ Hàm số liên tục tại $x=20$ với mọi $m$.

**d)** Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m=44$.

**Lời giải.**

**a)** S Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

**b)** Đ Ta có $\lim\limits_{x\to 45}\dfrac{x^2-2\,025}{x-45}=\lim\limits_{x\to 45}(x+45)=90$.

**c)** Đ Vì $20\in(-\infty;45)$ nên hàm số xác định tại $x=20$.
Suy ra hàm số cũng liên tục tại $x=20$.
Vậy $f(x)$ liên tục tại $x=20$ với mọi $m$.

**d)** S

- Với $x\neq 45$ thì $f(x)=\dfrac{x^2-2\,025}{x-45}$ hàm số xác định trên khoảng $(-\infty;45)$ và $(45;+\infty)$.
  Suy ra hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty;45)$ và $(45;+\infty)$.
- Do đó, điều kiện để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ là hàm số liên tục tại $x=45$.
  Khi đó

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to 45} f(x)=f(45)\\
\Leftrightarrow\ &\lim_{x\to 45}\frac{x^2-2\,025}{x-45}=2m+4\\
\Leftrightarrow\ &90=2m+4\\
\Leftrightarrow\ &m=43.
\end{aligned}$$

Vậy $m=43$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ................................................ □

**Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm $M$ trên cạnh $AD$ sao cho $AD=3AM$. Gọi $G$, $N$ theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác $SAB$, $ABC$.

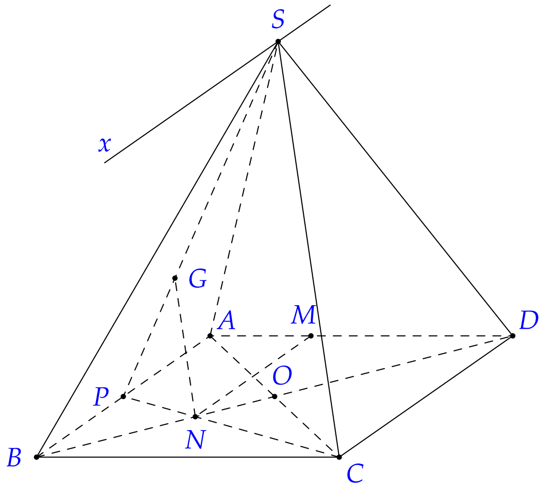
**a)** Giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SCD)$ là đường thẳng đi qua $S$ và song song với $AC$, $BD$.

**b)** $\dfrac{DN}{DB}=\dfrac{1}{3}$.

$\boxed{\text{c}}$ $MN$ song song với mặt phẳng $(SCD)$.

**d)** $NG$ cắt mặt phẳng $(SAC)$.

**Lời giải.**




**a)** (S) Gọi $Sx$ là giao tuyến của $(SAB)$ và $(SCD)$.

Ta có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow Sx$ đi qua $S$ và $Sx \parallel AB \parallel CD$.

**b)** (S) Gọi $O$ là tâm hình bình hành $ABCD$.

Vì $N$ là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $BN = \dfrac{2}{3}BO = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{1}{3}BD$.

Do đó $DN = BD - BN = \dfrac{2}{3}BD$. Suy ra $\dfrac{DN}{DB} = \dfrac{2}{3}$.

**c)** (Đ) Ta có $AD = 3AM \Rightarrow \dfrac{DM}{DA} = \dfrac{2}{3}$.

Xét tam giác $ADB$, ta có $\dfrac{DM}{DA} = \dfrac{DN}{DB} = \dfrac{2}{3}$ nên $MN \parallel AB \parallel CD$ (định lí Thalès đảo).

Khi đó, ta có $\begin{cases} MN \parallel CD \\ MN \not\subset (SCD) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (SCD)$.

**d)** (S) Gọi $P$ là trung điểm $AB$.

Tam giác $SPC$ có $\dfrac{PG}{PS} = \dfrac{PN}{PC} = \dfrac{1}{3}$ (tính chất trọng tâm).

Khi đó, theo định lý Thalès ta có $NG \parallel SC$.

Mà $SC \subset (SAC)$ và $NG \not\subset (SAC)$ nên $NG \parallel (SAC)$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d sai | .......................................... □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Bạn Nam thả một quả bóng cao su từ độ cao 15 m so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi kế trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Hỏi tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Đáp án: | 1 | 3 | 5 | |

**Lời giải.**

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\dfrac{4}{5}$ lần nảy trước nên ta có quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 15 \cdot \frac{4}{5} + 15 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \cdots + 15 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \cdots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 15 \cdot \dfrac{4}{5} = 12$ và công bội $q = \dfrac{4}{5}$.

Suy ra $S_1 = \dfrac{12}{1 - \dfrac{4}{5}} = 60$.

Tổng quãng đường quả bóng di chuyển từ lúc thả bóng là bằng tổng quãng đường quả bóng rơi xuống và nảy lên cho đến khi bóng không nảy nữa, do đó tổng quãng đường bóng đã di chuyển là $S = (15 + S_1) + S_1 = 135$ (m).

Đáp án: $\boxed{135}$ .................................................................................... □

**Câu 2.** Cho dãy số $(u_n)$ biết $u_1 = \dfrac{1}{2}$ và $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 + (n+2)u_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Hỏi giá trị của $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_1 + u_2 + \cdots + u_n)$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: | 1 | , | 2 | 2 |

**Lời giải.**

Đặt $v_1 = \dfrac{1}{u_1}$, suy ra $v_1 = \dfrac{2}{1} = 2$.

Ta có $v_{n+1} = \dfrac{1}{u_{n+1}} = \dfrac{1 + (n+2)u_n}{u_n} = \dfrac{1}{u_n} + (n+2) = v_n + (n+2)$.

Khi đó, ta có

$$\begin{cases} v_1 = 2 \\ v_2 = v_1 + (1+2) \\ v_3 = v_2 + (2+2) \\ \ldots \\ v_n = v_{n-1} + \left[(n-1) + 2\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 2 \\ v_2 = v_1 + 3 \\ v_3 = v_2 + 4 \\ \ldots \\ v_n = v_{n-1} + (n+1). \end{cases}$$

Cộng vế theo vế các biểu thức trên, ta được

$$\begin{aligned} & v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_n = v_1 + v_2 + v_3 + .. + v_{n-1} + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n+1) \\ \Rightarrow \quad & v_n = 2 + 3 + 4 + \cdots + (n+1) = \frac{n\left[2 + (n+1)\right]}{2} = \frac{n(n+3)}{2}. \end{aligned}$$

Suy ra dãy số $(v_n)$ có số hạng tổng quát là $v_n = \dfrac{n(n+3)}{2}$.

$\Rightarrow u_n = \dfrac{2}{n(n+3)} = \dfrac{2}{3} \cdot \left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+3}\right)$.

Ta có

$$\begin{aligned} u_1 + u_2 + \cdots + u_n &= \frac{2}{3} \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3}\right)\right] \\ &= \frac{2}{3} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{n+3}\right)\right] \\ &= \frac{2}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{11n^3 + 48n^2 + 49n}{6\left(n^3 + 6n^2 + 11n + 6\right)} \\ &= \frac{11n^3 + 48n^2 + 49n}{9n^3 + 54n^2 + 99n + 54}. \end{aligned}$$

Vậy $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_1 + u_2 + \cdots + u_n) = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{11n^3 + 48n^2 + 49n}{9n^3 + 54n^2 + 99n + 54} = \dfrac{11}{9} \approx 1{,}22$.

Đáp án: $\boxed{1{,}22}$ .................................................................................... □

**Câu 3.** Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+2}+2x-1\right)$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Đáp án: | − | 0 | , | 8 |

**Lời giải.**

Ta có

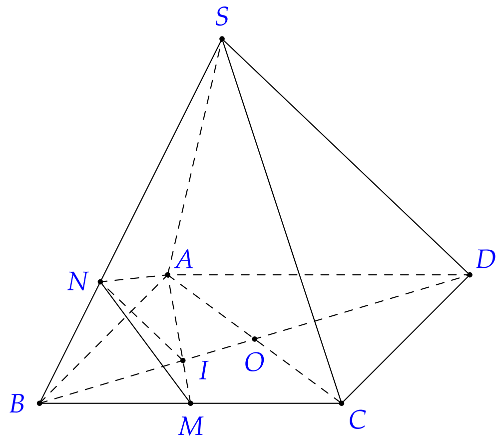
$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+2}+2x-1\right)&=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2-x+2-(2x-1)^2}{\sqrt{4x^2-x+2}-2x+1}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+1}{\sqrt{4x^2-x+2}-2x+1}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+1}{\sqrt{x^2\left(4-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}-2x+1}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(3+\frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2x+1}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(3+\frac{1}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2+\frac{1}{x}\right)}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{3+\frac{1}{x}}{-\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2+\frac{1}{x}}\\&=-\frac{3}{4}\\&=-0{,}75\\&\approx-0{,}8.\end{aligned}$$

Đáp án: $\boxed{-0{,}8}$ ........................................................................ □

**Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi $M$ là trung điểm cạnh $BC$, $(\alpha)$ là mặt phẳng qua $A$, $M$ và song song với $SD$. Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $SB$ tại điểm $N$. Hỏi giá trị của tỉ số $\dfrac{SN}{SB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: | 0 | , | 6 | 7 |

**Lời giải.**



Gọi $I$ là giao điểm của $AM$ và $BD$.
Khi đó $I$ là trọng tâm tam giác $ABC$.
Suy ra $\dfrac{BI}{BO} = \dfrac{2}{3}$ hay $\dfrac{BI}{BD} = \dfrac{1}{3}$.
Ta có $\begin{cases} I \in BD, BD \subset (SBD) \\ I \in AM, AM \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow I \in (SBD) \cap (\alpha)$.
Lại có $\begin{cases} N \in (\alpha) \\ N \in SB, SB \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow N \in (SBD) \cap (\alpha)$.
Do đó $(SBD) \cap (\alpha) = IN$.
Khi đó, ta có

$$\begin{cases} SD \parallel (\alpha) \\ SD \subset (SBD) \\ (\alpha) \cap (SBD) = IN \end{cases} \Rightarrow IN \parallel SD.$$

Xét tam giác $SBD$, có $IN \parallel SD$, theo định lý Thalès, ta có $\dfrac{BN}{BS} = \dfrac{BI}{BD} = \dfrac{1}{3}$.
Suy ra $\dfrac{SN}{SB} = \dfrac{2}{3} \approx 0{,}67$.
Đáp án: $\boxed{0{,}67}$ .................................................... □

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.
**Câu 1.** Một cửa hàng bán điện thoại khảo sát khách hàng xem họ dự định mua điện thoại với mức giá nào (đơn vị: triệu đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

| Mức giá | $[4;8)$ | $[8;12)$ | $[12;16)$ | $[16;20)$ | $[20;24)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số khách hàng | 36 | 62 | 60 | 18 | 12 |

Khả năng khách hàng mua điện thoại với giá bao nhiêu tiền là nhiều nhất?

**Lời giải.**

Giá tiền khả năng khách hàng mua điện thoại nhiều nhất là giá tiền mà có số khách hàng đông nhất.
Nhóm $[8;12)$ có số khách hàng đông nhất là 62 người. Đây là nhóm chưa mốt của mẫu số liệu.
Do đó $u_m = 8$, $n_{m-1} = 36$, $n_m = 62$, $n_{m+1} = 60$, $u_{m+1} - u_m = 12 - 8 = 4$.
Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 8 + \frac{62-36}{(62-36)+(62-60)} \cdot 4 = \frac{82}{7} \approx 11{,}7.$$

Vậy khả năng khách hàng mua điện thoại với giá khoảng 11,7 triệu đồng là nhiều nhất.

**Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3+8x+m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ với $m$, $n$ là các tham số thực. Tìm giá trị của $m$ và $n$ để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

**Lời giải.**

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1)$.
Mà $f(1) = n$ là số hữu hạn nên $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ hữu hạn.
Do đó, $x = 1$ là nghiệm của phương trình $x^3 + 8x + m = 0$.
Suy ra $1^3 + 8 \cdot 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$.
Khi đó

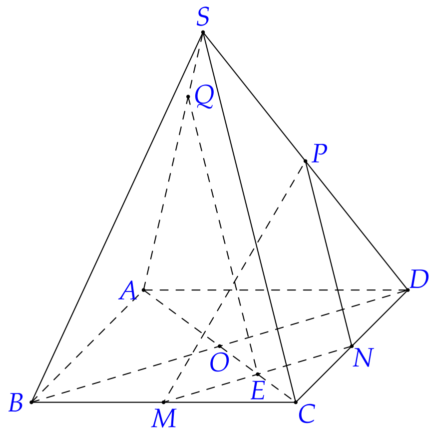
$$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{x^3+8x-9}{x-1}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)\left(x^2+x+9\right)}{x-1}\\
&= \lim_{x \to 1} \left(x^2+x+9\right)\\
&= 11.
\end{aligned}$$

Suy ra $n = 11$.
Vậy $m = -9$, $n = 11$ thì hàm số $f(x)$ liên tại tại $x = 1$.

**Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm $O$. Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $BC$, $CD$, $SD$. Gọi $Q$ là giao điểm của $SA$ với $(MNP)$. Tính tỉ số $\dfrac{SQ}{SA}$.

**Lời giải.**




Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = MN \cap AC$.
Trong mặt phẳng $(SAC)$, vẽ $EQ \parallel SC$ với $Q \in SA$.

Có $\begin{cases} EQ \parallel SC \parallel PN \\ PN \subset (MNP) \\ E \in MN, MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in (MNP) \Rightarrow Q = SA \cap (MNP)$.

Ta có $MN$ là đường trung bình của $\triangle BCD$ nên $MN \parallel BD$ hay $ME \parallel BO$.
Suy ra $E$ là trung điểm của $OC$.
Khi đó $\dfrac{CE}{CO} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{1}{4}$.
Xét $\triangle SAC$, ta có $EQ \parallel SC$ nên $\dfrac{SQ}{SA} = \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{1}{4}$ (định lí Thalès).

# BẢNG ĐÁP ÁN

**PHẦN I.**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. B | 2. C | 3. C | 4. A | 5. A | 6. C | 7. D | 8. D | 9. C | 10. A | 11. C | 12. C |

**PHẦN II.**

| | |
|---|---|
| Câu 1. a S b Đ c Đ d S | Câu 2. a S b S c Đ d S |

**PHẦN III.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 1. 135 | Câu 2. 1,22 | Câu 3. −0,8 | Câu 4. 0,67 |

**VIETNAM - MATHS & LaTeX**

Đề số 18

Biên soạn: Nguyễn Ngọc Huy Trường

Phản biện: Tất Vệ Tâm

# ÔN TẬP HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2025-2026

## ĐỀ THAM KHẢO - BỘ SÁCH CTST

Môn: TOÁN 11

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

*Họ và tên thí sinh:* .................................................. *Số báo danh:* .......................... **Mã đề: 0101**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

**Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là

**A** $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathscr{D} = [-1;1]$. **C.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$. **D.** $\mathscr{D} = (-1;1)$.

**Lời giải.**

Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án A ............ $\square$

**Câu 2.** Tập nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là

**A.** $S = \mathbb{R}$. **B** $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

**C.** $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

**Lời giải.**

Ta có $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án B ............ $\square$

**Câu 3.** Cho cấp số cộng $(u_n)$ biết $u_1 = 3$ và $u_2 = 6$. Số hạng thứ 8 của cấp số cộng $(u_n)$ bằng

**A.** 15. **B.** 21. **C.** 27. **D** 24.

**Lời giải.**

Ta có công sai của cấp số cộng $(u_n)$ là $d = u_2 - u_1 = 3$.

Suy ra $u_8 = u_1 + 7d = 3 + 7 \cdot 3 = 24$.

Chọn đáp án D ............ $\square$

**Câu 4.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ với $u_n = 2^n$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân $(u_n)$ bằng

**A.** $2 - 2^{11}$. **B.** $2^{11} - 1$. **C** $2^{11} - 2$. **D.** $2^{11}$.

**Lời giải.**

Do $u_1 = 2$, $u_2 = 2^2$ nên công bội của cấp số nhân $(u_n)$ là $q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.

Suy ra $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 2 \cdot \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 2 \cdot \left(2^{10} - 1\right) = 2^{11} - 2$.

Chọn đáp án C ............ $\square$

**Câu 5.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

**A.** $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 3n^2}$. **B.** $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 3n^2}$. **C** $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 3n^2}$. **D.** $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n^2 + 3^2}$.

**Lời giải.**

Ta có

- $\lim \dfrac{n^2-2}{5n+3n^2} = \lim \dfrac{n^2\left(1-\dfrac{2}{n^2}\right)}{n^2\left(\dfrac{5}{n}+3\right)} = \lim \dfrac{1-\dfrac{2}{n^2}}{\dfrac{5}{n}+3} = \dfrac{1}{3}$.

- $\lim \dfrac{n^2-2n}{5n+3n^2} = \lim \dfrac{n^2\left(1-\dfrac{2}{n}\right)}{n^2\left(\dfrac{5}{n}+3\right)} = \lim \dfrac{1-\dfrac{2}{n}}{\dfrac{5}{n}+3} = \dfrac{1}{3}$.

- $\lim \dfrac{1-2n}{5n+3n^2} = \lim \dfrac{n^2\left(\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{2}{n}\right)}{n^2\left(\dfrac{5}{n}+3\right)} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{2}{n}}{\dfrac{5}{n}+3} = 0$.

- $\lim \dfrac{1-2n^2}{5n^2+3^2} = \lim \dfrac{n^2\left(\dfrac{1}{n^2}-2\right)}{n^2\left(5+\dfrac{9}{n^2}\right)} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n^2}-2}{5+\dfrac{9}{n^2}} = -\dfrac{2}{5}$.

Vậy dãy số $(u_n)$ với $u_n = \dfrac{1-2n}{5n+3n^2}$ có giới hạn bằng $0$.

Chọn đáp án C ............................................................................. □

**Câu 6.** $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}$ bằng

**A.** $-\dfrac{2}{5}$. **B.** $+\infty$. **C** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $-\infty$.

**Lời giải.**

Ta có $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-12x+35}{25-5x} = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)} = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x-7}{-5} = \dfrac{5-7}{-5} = \dfrac{2}{5}$.

Chọn đáp án C ............................................................................. □

**Câu 7.** $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1-2x}{x-1}$ bằng

**A.** $+\infty$. **B** $-\infty$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Lời giải.**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} (1-2x) = 1-2\cdot 1 = -1$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1}{x-1} = +\infty$.

Do đó $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1-2x}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \left[(1-2x)\cdot \dfrac{1}{x-1}\right] = -\infty$.

Chọn đáp án B ............................................................................. □

**Câu 8.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A** Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$. **B.** Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=2$.

**C.** $f(2)=2$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 2$.

**Lời giải.**

Ta có $f(2)=4$ và

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$$

$$
\begin{aligned}
&= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{\left(\sqrt{x+2}-2\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}\\
&= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x+2-4}\\
&= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x-2}\\
&= \lim_{x\to 2} \left(\sqrt{x+2}+2\right)\\
&= \sqrt{2+2}+2\\
&= 4.
\end{aligned}
$$

Suy ra $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2)$.

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$.

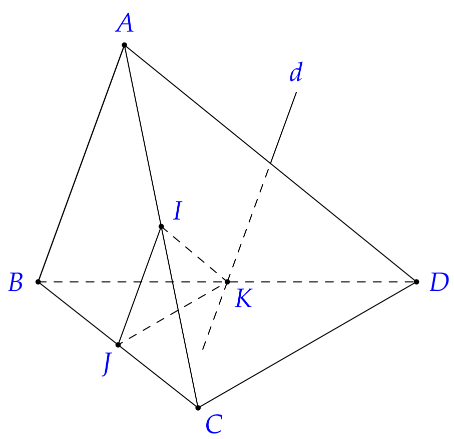
Chọn đáp án A ............................................................................ □

**Câu 9.** Cho tứ diện $ABCD$ và $I$, $J$, $K$ lần lượt là trung điểm của $AC$, $BC$, $BD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABD)$ và $(IJK)$ là

**A** đường thẳng qua $K$ và song song với $AB$. **B.** đường thẳng qua $I$ và song song với $AD$.

**C.** đường thẳng qua $J$ và song song với $AC$. **D.** đường thẳng qua $J$ và song song với $CD$.

**Lời giải.**




Ta có $I$, $J$ lần lượt là trung điểm của $AC$ và $BC$ nên $IJ$ là đường trung bình của tam giác $ABC$.

Suy ra $IJ \parallel AB$.

Ta có $\begin{cases} K \in (ABD) \cap (IJK) \\ AB \parallel IJ \\ AB \subset (ABD) \\ IJ \subset (IJK). \end{cases}$

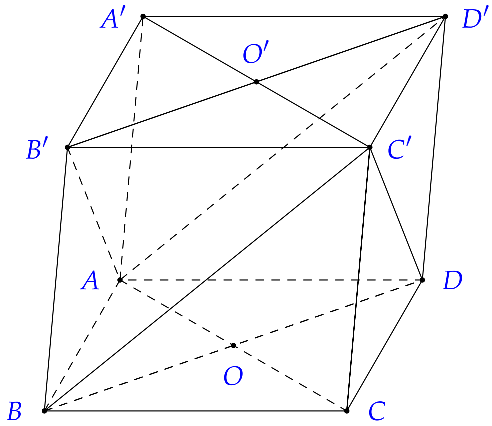
Suy ra $(ABD) \cap (IJK) = d$ với $d$ là đường thẳng đi qua $K$ và $d \parallel AB \parallel IJ$.

Chọn đáp án A ............................................................................ □

**Câu 10.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC$ cắt $BD$ tại $O$ và $A'C'$ cắt $B'D'$ tại $O'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

**A.** $(A'OC')$. **B.** $(BDA')$. **C** $(BDC')$. **D.** $(BCD)$.

**Lời giải.**




Ta có $\begin{cases} B'D' \not\subset (BDC') \\ B'D' \parallel BD \\ BD \subset (BDC') \end{cases} \Rightarrow B'D' \parallel (BDC')$.

Ta có $\begin{cases} AD' \not\subset (BDC') \\ AD' \parallel BC' \\ BC' \subset (BDC') \end{cases} \Rightarrow AD' \parallel (BDC')$.

Ta có $\begin{cases} B'D' \parallel (BDC') \\ AD' \parallel (BDC') \\ \text{Trong } (AB'D'), AD' \cap B'D' = D' \end{cases} \Rightarrow (AB'D') \parallel (BDC')$.

Chọn đáp án C ............................................................ □

**Câu 11.** Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(P)$, hai đường thẳng chéo nhau $a$ và $b$ có hình chiếu lần lượt là hai đường thẳng $a'$ và $b'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

**A.** $a'$ và $b'$ luôn luôn cắt nhau.

**B.** $a'$ và $b'$ có thể trùng nhau.

**C.** $a'$ và $b'$ không thể song song.

**D** $a'$ và $b'$ có thể cắt nhau hoặc song song với nhau.

**Lời giải.**

Phát biểu đúng là "$a'$ và $b'$ có thể cắt nhau hoặc song song với nhau".

Chọn đáp án D ............................................................ □

**Câu 12.** Điều tra về chiều cao (đơn vị: cm) của một số học sinh khối 11, người ta có kết quả sau:

| Chiều cao | $[150;154)$ | $[154;158)$ | $[158;162)$ | $[162;166)$ | $[166;170)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 8 | 18 | 40 | 26 | 8 | $N = 100$ |

Chiều cao trung bình (cm) của học sinh khối 11 là

**A.** 160,3. **B.** 161. **C** 160,32. **D.** 160.

**Lời giải.**

Ta có bảng giá trị đại diện nhóm như sau:

| Chiều cao (cm) | $[150;154)$ | $[154;158)$ | $[158;162)$ | $[162;166)$ | $[166;170)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Giá trị đại diện | 152 | 156 | 160 | 164 | 168 | |
| Số học sinh | 8 | 18 | 40 | 26 | 8 | $N = 100$ |

Chiều cao trung bình (cm) của học sinh khối 11 là

$$\overline{x} = \frac{152 \cdot 8 + 156 \cdot 18 + 160 \cdot 40 + 164 \cdot 26 + 168 \cdot 8}{100} = 160{,}32.$$

Chọn đáp án C ............................................................ □

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4-x^2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x > 2 \\ mx+8 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ ($m$ là tham số).

$\boxed{\text{a}}$ Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

$\boxed{\text{b}}$ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 7$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

**c)** Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 0$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\text{d}}$ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi $m = -12$.

**Lời giải.**

**a)** Đ Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

**b)** Đ Với $x > 2$, $f(x) = \dfrac{4-x^2}{\sqrt{x+2}-2}$ là hàm số sơ cấp, xác định trên $(2;+\infty)$ nên hàm số $f(x)$ liên tục trên $(2;+\infty)$.
Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 7$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

**c)** S Với $x \leq 2$, $f(x) = mx + 8$ là hàm số đa thức nên hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;2)$.
Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

**d)** Đ Ta có

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 2^+} f(x) &= \lim_{x\to 2^+} \frac{4-x^2}{\sqrt{x+2}-2} \\
&= \lim_{x\to 2^+} \frac{(4-x^2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{\left(\sqrt{x+2}-2\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)} \\
&= \lim_{x\to 2^+} \frac{(4-x^2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x+2-4} \\
&= \lim_{x\to 2^+} \frac{(2-x)(2+x)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x-2} \\
&= \lim_{x\to 2^+} (-2-x)\left(\sqrt{x+2}+2\right) \\
&= (-2-2)\left(\sqrt{2+2}+2\right) \\
&= -16.
\end{aligned}$$

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} (mx+8) = 2m+8 = f(2)$.
Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi

$$\begin{aligned}
& \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = f(2) \\
\Leftrightarrow\ & 2m+8 = -16 \\
\Leftrightarrow\ & m = -12.
\end{aligned}$$

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi $m = -12$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ........................................ □

**Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm $O$, $M$ là một điểm thuộc đoạn $SA$ sao cho $2MA = SM$, $N$ là điểm thuộc tia đối của tia $OS$ sao cho $3ON = SO$ và $G$ là trọng tâm của tam giác $SCD$. Gọi $K$ là giao điểm của đường thẳng $SD$ và mặt phẳng $(GMN)$. Trong mặt phẳng $(SAC)$, gọi $F$ là giao điểm của $MN$ và $AC$. Qua $O$, vẽ đường thẳng $d$ song song với $SA$, cắt $MN$ tại $E$.

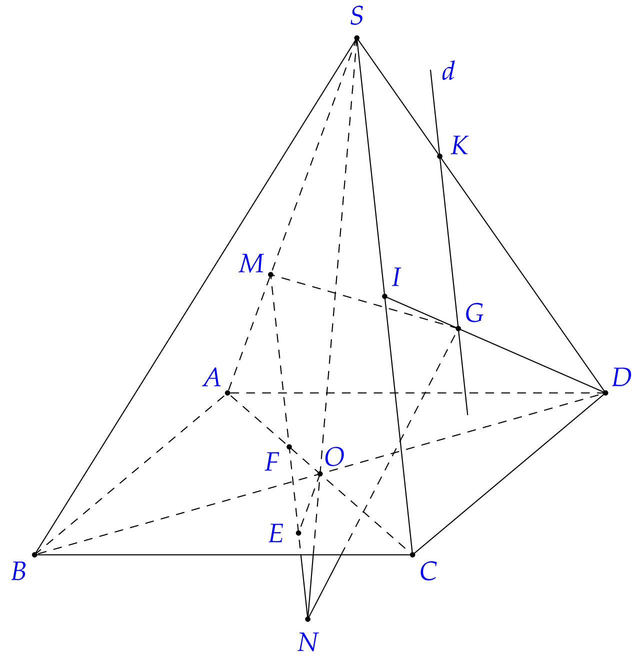
a) $\dfrac{OE}{MA} = \dfrac{1}{2}$.

b) $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{2}{3}$.

c) $MN \parallel SC$.

d) $\dfrac{SK}{KD} = \dfrac{1}{2}$.

**Lời giải.**




**a)** Đ Ta có $OE \parallel SM$ suy ra $\dfrac{OE}{SM} = \dfrac{ON}{SN} = \dfrac{1}{4}$.

Mà $SM = 2MA$ nên $\dfrac{OE}{2MA} = \dfrac{1}{4}$. Do đó $\dfrac{OE}{MA} = \dfrac{1}{2}$.

**b)** S Ta có $OE \parallel MA$ suy ra $\dfrac{OF}{AF} = \dfrac{OE}{MA} = \dfrac{1}{2}$. Do đó $\dfrac{AF}{AO} = \dfrac{2}{3}$.

Mà $AO = \dfrac{1}{2}AC$ nên $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{1}{3}$.

**c)** Đ Ta có $\dfrac{AM}{SA} = \dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{1}{3}$ suy ra $\dfrac{AM}{SA} = \dfrac{AF}{AC}$.

Do đó $MF \parallel SC$. Mà $F \in MN$ nên $MN \parallel SC$.

**d)** Đ Ta có $\begin{cases} G \in (GMN) \cap (SCD) \\ MN \parallel SC \\ MN \subset (GMN) \\ SC \subset (SCD). \end{cases}$

Suy ra $(GMN) \cap (SCD) = d$ với $d$ là đường thẳng qua $G$ và $d \parallel MN \parallel SC$.

Trong mặt phẳng $(SCD)$, gọi $K$ là giao điểm của $d$ và $SD$.

Ta có $\begin{cases} K \in SD \\ K \in Gx, Gx \subset (GMN). \end{cases}$

Suy ra $K = SD \cap (GMN)$.

Gọi $I$ là trung điểm của $SC$.

Ta có $G$ là trọng tâm của tam giác $SCD$ suy ra $\dfrac{IG}{GD} = \dfrac{1}{2}$.

Mà $GK \parallel SI$ nên $\dfrac{SK}{KD} = \dfrac{IG}{GD} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | .................................... □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}+bx\right) = 2$. Giá trị của biểu thức $P = a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: $\boxed{2}$

**Lời giải.**

Ta có

$$
\begin{aligned}
& \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}+bx\right)=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\left(|x|\sqrt{1+\frac{a}{x}}+bx\right)=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\left(x\sqrt{1+\frac{a}{x}}+bx\right)=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\frac{a}{x}}+b\right)=2
\end{aligned}
$$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$.

- Nếu $b>-1$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+\frac{a}{x}}+b\right)=b+1>0$.

  Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\frac{a}{x}}+b\right)=+\infty$ (mâu thuẫn).

- Nếu $b<-1$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+\frac{a}{x}}+b\right)=b+1<0$.

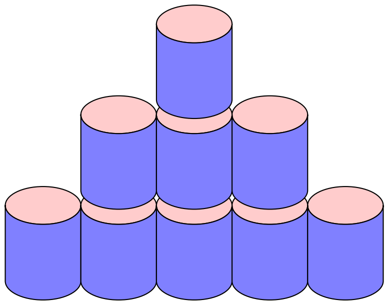
  Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\frac{a}{x}}+b\right)=-\infty$ (mâu thuẫn).

Suy ra $b=-1$.
Do đó

$$
\begin{aligned}
& \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}+bx\right)=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-x\right)=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+ax}-x\right)\left(\sqrt{x^2+ax}+x\right)}{\sqrt{x^2+ax}+x}=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+ax-x^2}{\sqrt{x^2+ax}+x}=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{|x|\sqrt{1+\frac{a}{x}}+x}=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{x\sqrt{1+\frac{a}{x}}+x}=2\\
\Leftrightarrow\ & \lim_{x\to+\infty}\frac{a}{\sqrt{1+\frac{a}{x}}+1}=2\\
\Leftrightarrow\ & \frac{a}{\sqrt{1+0}+1}=2\\
\Leftrightarrow\ & a=4.
\end{aligned}
$$

Vậy $a=4$, $b=-1$ dẫn đến $P=a+2b=4+2\cdot(-1)=2$.
Đáp án: $\boxed{2}$ ........................................................................ □

**Câu 2.** Trong hội chợ, một công ty sơn muốn xếp $1\,089$ hộp sơn theo số lượng $1; 3; 5; 7; \ldots$ từ trên xuống dưới (tham khảo hình bên dưới). Hàng cuối cùng có bao nhiêu hộp sơn?



| Đáp án: | 6 | 5 | | |
|---|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi $u_n$ là số hộp sơn được xếp ở hàng thứ $n$.
Theo cách sắp công ty muốn, hàng đầu có $u_1 = 1$, mỗi hàng tiếp theo từ hàng thứ hai trở đi sẽ có số hộp sơn bằng số hộp sơn ở hàng liền trước cộng thêm $2$.
Do đó $(u_n)$ là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$.
Gọi $S_n$ là tổng của $n$ số hạng đầu của dãy $(u_n)$.
Giả sử $1\,089$ hộp sơn được xếp thành $n$ hàng. Khi đó

$$\begin{aligned}
& S_n = 1\,089 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 1\,089 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{n[2 \cdot 1 + 2(n-1)]}{2} = 1\,089 \\
\Leftrightarrow\ & n^2 = 1\,089 \\
\Leftrightarrow\ & n = 33.
\end{aligned}$$

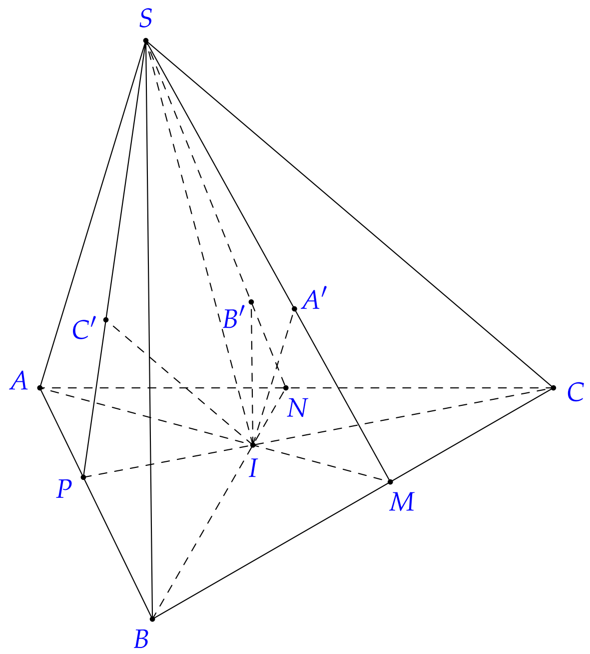
Suy ra với $1\,089$ hộp sơn thì công ty sơn xếp được $33$ hàng.
Vậy ở hàng số $33$ có $u_{33} = 1 + 32 \cdot 2 = 65$ hộp sơn.

Đáp án: $\boxed{65}$ .......................................................................... □

**Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABC$ và một điểm $I$ nằm trong tam giác $ABC$. Các đường thẳng qua $I$ lần lượt song song với các đường thẳng $SA$, $SB$, $SC$ và cắt các mặt phẳng $(SBC)$, $(SCA)$, $(SAB)$ tại $A'$, $B'$, $C'$. Giá trị của biểu thức $T = \dfrac{IA'}{SA} + \dfrac{IB'}{SB} + \dfrac{IC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

| Đáp án: | 1 | | | |
|---|---|---|---|---|

**Lời giải.**




Trong mặt phẳng $(ABC)$, gọi $M$ là giao điểm của $AI$ và $BC$.
Do $M \in BC$, $BC \subset (SBC)$ nên $M \in (SBC)$.
Trong mặt phẳng $(SAM)$, kẻ $IA' \parallel SA$ với $A' \in SM$. Khi đó $A' \in (SBC)$.
Do đó, $A'$ là giao điểm của đường thẳng qua $I$ song song với $SA$ và mặt phẳng $(SBC)$.
Tương tự, ta xác định các điểm $B'$, $C'$.

Ta có $IA' \parallel SA$ suy ra $\dfrac{IA'}{SA} = \dfrac{MI}{MA}$.

Mà $\dfrac{S_{\triangle IBC}}{S_{\triangle ABC}} = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot \mathrm{d}(I, BC) \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot \mathrm{d}(A, BC) \cdot BC} = \dfrac{\mathrm{d}(I, BC)}{\mathrm{d}(A, BC)} = \dfrac{MI}{MA}$ nên $\dfrac{IA'}{SA} = \dfrac{S_{\triangle IBC}}{S_{\triangle ABC}}$.

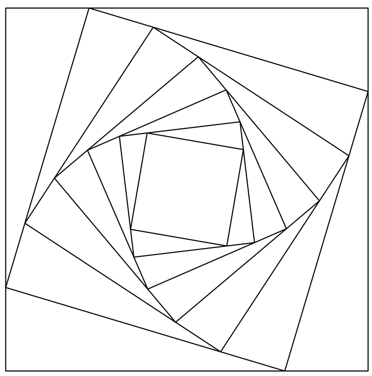
Tương tự, ta có $\dfrac{IB'}{SB} = \dfrac{S_{\triangle IAC}}{S_{\triangle ABC}}$, $\dfrac{IC'}{SC} = \dfrac{S_{\triangle IAB}}{S_{\triangle ABC}}$.

Do đó $\dfrac{IA'}{SA} + \dfrac{IB'}{SB} + \dfrac{IC'}{SC} = \dfrac{S_{\triangle IBC}}{S_{\triangle ABC}} + \dfrac{S_{\triangle IAC}}{S_{\triangle ABC}} + \dfrac{S_{\triangle IAB}}{S_{\triangle ABC}} = \dfrac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}} = 1$.

Vậy $\dfrac{IA'}{SA} + \dfrac{IB'}{SB} + \dfrac{IC'}{SC} = 1$.

Đáp án: $\boxed{1}$ ........................................................................ □

**Câu 4.** Cho hình vuông $H_1$ có cạnh bằng $a$. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông $H_2$ (tham khảo hình vẽ bên). Từ hình vuông $H_2$ lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $H_1, H_2, H_3, \ldots, H_n, \ldots$. Kí hiệu $S_n$ là diện tích của hình vuông $H_n$. Biết rằng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n + \cdots = 4a + 12$. Giá trị của $a$ bằng bao nhiêu?



| Đáp án: | 3 | | | |
|---|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Hình vuông $H_1$ có cạnh là $u_1 = a$. Suy ra $S_1 = a^2$.

Hình vuông $H_2$ có cạnh là $u_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}u_1\right)^2 + \left(\frac{1}{4}u_1\right)^2} = \frac{u_1\sqrt{10}}{4} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Suy ra

$$S_2 = u_2^2 = \left(\frac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}a^2.$$

Hình vuông $H_3$ có cạnh là $u_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}u_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}u_2\right)^2} = \frac{u_2\sqrt{10}}{4} = \left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2 a$. Suy ra

$$S_3 = u_3^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^4 a^2 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2.$$

Cứ như vậy, hình vuông $H_n$ có diện tích là $S_n = \left(\frac{5}{8}\right)^{n-1} a^2$.

Suy ra

$$\begin{aligned}
S &= S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n + \cdots \\
&= a^2 + \frac{5}{8}a^2 + \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 + \cdots + \left(\frac{5}{8}\right)^{n-1} a^2 + \cdots \\
&= a^2 \left[1 + \frac{5}{8} + \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{5}{8}\right)^{n-1} + \cdots\right] \\
&= a^2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{5}{8}} \\
&= \frac{8}{3}a^2.
\end{aligned}$$

Do đó

$$S = 4a + 12 \Leftrightarrow \frac{8}{3}a^2 = 4a + 12 \Leftrightarrow 8a^2 - 12a - 36 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = 3 & \text{(nhận)} \\ a = -\frac{3}{2} & \textbf{(loại)}. \end{array}\right.$$

Vậy $a = 3$.

Đáp án: $\boxed{3}$ .............................................................................. □

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.

**Câu 1.** Tính $\lim \dfrac{n\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}}$.

**Lời giải.**

Ta có $\lim \dfrac{n\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = \lim \dfrac{n^2\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{n^2\sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \lim \dfrac{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \dfrac{1}{2}$.

**Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3a + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm $a$ để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

**Lời giải.**

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Với $x \neq 1$, hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ là phân thức hữu tỉ xác định trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và

$(1;+\infty)$ nên hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
Với $x=1$, ta có $f(1)=3a+1$ và

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+2) = 3.$$

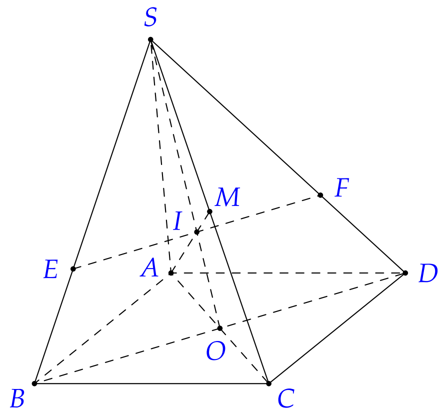
Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 3 = 3a+1 \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{3}$.

Vậy $a=\dfrac{2}{3}$ để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

**Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $M$ là trung điểm của $SC$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa $AM$ và song song với $BD$. Gọi $E$, $F$ lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P)$ với các cạnh $SB$ và $SD$. Tính $\dfrac{SE}{SB}+\dfrac{SF}{SD}$.

**Lời giải.**




Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O$ là giao điểm của $AC$ và $BD$.
Trong mặt phẳng $(SAC)$, gọi $I$ là giao điểm của $SO$ và $AM$.

Ta có $\begin{cases} I\in AM, AM\subset (P) \\ I\in SO, SO\subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I\in (P)\cap(SBD)$.

Gọi $d$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD)$ và $(P)$. Khi đó $I\in d$.

Ta có $\begin{cases} BD \parallel (P) \\ BD\subset (SBD) \\ (SBD)\cap(P)=d \end{cases} \Rightarrow BD \parallel d$.

Do đó $d$ là đường thẳng qua $I$ và song song với $BD$.
Trong $(SBD)$, gọi $E$, $F$ lần lượt là giao điểm của $d$ với các cạnh $SB$ và $SD$.
Khi đó, $E$, $F$ là giao điểm của $(P)$ với các cạnh $SB$ và $SD$.
Xét tam giác $SAC$ có hai đường trung tuyến $SO$ và $AM$ cắt nhau tại $I$.

Suy ra $I$ là trọng tâm của tam giác $SAC$. Do đó $\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{2}{3}$.

Do $EI \parallel BO$ nên theo định lý Thalès, ta có $\dfrac{SE}{SB}=\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{2}{3}$.

Do $FI \parallel DO$ nên theo định lý Thalès, ta có $\dfrac{SF}{SD}=\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $\dfrac{SE}{SB}+\dfrac{SF}{SD}=\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{3}$.

# BẢNG ĐÁP ÁN

**PHẦN I.**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. A | 2. B | 3. D | 4. C | 5. C | 6. C | 7. B | 8. A | 9. A | 10. C | 11. D | 12. C |

**PHẦN II.**

| | |
|---|---|
| Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ | Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ |

**PHẦN III.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 1. 2 | Câu 2. 65 | Câu 3. 1 | Câu 4. 3 |

| VIETNAM - MATHS & LaTeX | ÔN TẬP HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2025-2026 |
|---|---|
| Đề số 19 | ĐỀ THAM KHẢO - BỘ SÁCH CTST |
| Biên soạn: Tất Vệ Tâm | Môn: TOÁN 11 |
| Phản biện: Đỗ Đức Nam | *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)* |

*Họ và tên thí sinh:* .................................................. *Số báo danh:* ............................ **Mã đề: 0101**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hai đường thẳng $a$ và $b$ chéo nhau. Số lượng mặt phẳng chứa $a$ và song song với $b$ là

**A** 1. **B.** 2.

**C.** Vô số. **D.** Không có mặt phẳng nào.

**Lời giải.**

Theo tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song, cho $a$ và $b$ chéo nhau, có một và chỉ một mặt phẳng chứa $a$ và song song với $b$.

Chọn đáp án A ............................................................................ □

**Câu 2.** Công thức nào sau đây **sai**?

**A** $\tan\alpha + \cot\alpha = 1 \left(\alpha \neq \dfrac{k\pi}{2};\ k \in \mathbb{Z}\right)$. **B.** $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \left(\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right)$.

**C.** $1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha} \quad (\alpha \neq k\pi;\ k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

**Lời giải.**

Ta có $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1 \left(\alpha \neq \dfrac{k\pi}{2};\ k \in \mathbb{Z}\right)$.

Chọn đáp án A ............................................................................ □

**Câu 3.** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhau sau

| **Thời gian (phút)** | $[0;20)$ | $[20;40)$ | $[40;60)$ | $[60;80)$ | $[80;100)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Số học sinh** | 5 | 9 | 12 | 10 | 6 |

Thời gian trung bình (phút) xem ti vi trong một ngày của học sinh khối 11 bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**A** 51,43. **B.** 61,43. **C.** 50,43. **D.** 40,43.

**Lời giải.**

| **Thời gian (phút)** | $[0;20)$ | $[20;40)$ | $[40;60)$ | $[60;80)$ | $[80;100)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Thời gian đại diện** | 10 | 30 | 50 | 70 | 90 |
| **Số học sinh** | 5 | 9 | 12 | 10 | 6 |

Thời gian trung bình (phút) xem ti vi trong một ngày của học sinh khối 11 bằng

$$\overline{x} = \frac{10 \cdot 5 + 30 \cdot 9 + 50 \cdot 12 + 70 \cdot 10 + 90 \cdot 6}{5 + 9 + 12 + 10 + 6} = \frac{360}{7} \approx 51{,}43.$$

Chọn đáp án A ............................................................................ □

**Câu 4.** Các mặt của hình tứ diện là hình gì?

**A.** Hình vuông. **B.** Hình bình hành. **C** Tam giác. **D.** Tứ giác.

**Lời giải.**

Các mặt của tứ diện là hình tam giác.

Chọn đáp án C ..................................................... □

**Câu 5.** Cho cấp số nhân có $u_1 = 6$ và $q = -2$. Tổng của $12$ số hạng đầu tiên trong cấp số nhân đó là

**A.** $S_{12} = 3 - 3 \cdot 2^{12}$. **B.** $S_{12} = 2 - 2^{12}$. **C.** $S_{12} = 3 - 3 \cdot 2^{13}$. **D** $S_{12} = 2 - 2^{13}$.

**Lời giải.**

Ta có $S_{12} = \dfrac{u_1 \cdot \left(1 - q^{12}\right)}{1 - q} = \dfrac{6 \cdot \left[1 - (-2)^{12}\right]}{1 - (-2)} = \dfrac{6\left(1 - 2^{12}\right)}{3} = 2\left(1 - 2^{12}\right) = 2 - 2^{13}$.

Chọn đáp án D ..................................................... □

**Câu 6.** Góc có số đo $40^\circ$ đổi sang đơn vị radian bằng

**A.** $\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{3}$. **D** $\dfrac{2\pi}{9}$.

**Lời giải.**

Ta có $40^\circ = 40 \cdot \dfrac{\pi}{180} = \dfrac{2\pi}{9}$.

Chọn đáp án D ..................................................... □

**Câu 7.** Cho cấp số cộng $(u_n)$ với $u_1 = 6$ và công sai $d = 2$, giá trị của $u_6$ bằng

**A** $16$. **B.** $3$. **C.** $12$. **D.** $18$.

**Lời giải.**

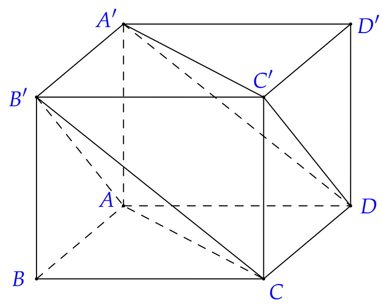
Ta có $u_6 = u_1 + 5d = 6 + 5 \cdot 2 = 16$.

Chọn đáp án A ..................................................... □

**Câu 8.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng song song với mặt phẳng $(B'AC)$ là

**A.** $(BA'C')$. **B.** $(BDD')$. **C.** $(A'CD)$. **D** $(A'C'D)$.

**Lời giải.**




Ta có $\begin{cases} B'C \parallel A'D \\ B'C \not\subset (A'C'D) \end{cases} \Rightarrow B'C \parallel (A'C'D)$.

Lại có $\begin{cases} AC \parallel A'C' \\ AC \not\subset (A'C'D) \end{cases} \Rightarrow AC \parallel (A'C'D)$.

Mà $\begin{cases} AC \cap B'C = C \\ AC, B'C \subset (B'AC) \end{cases} \Rightarrow (B'AC) \parallel (A'C'D)$.

Chọn đáp án D ..................................................... □

**Câu 9.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

**A.** Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta sẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

**B.** Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt $(\alpha)$ và $(\beta)$ thì $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau.

**C** Nếu hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong $(\alpha)$ đều song song với $(\beta)$.

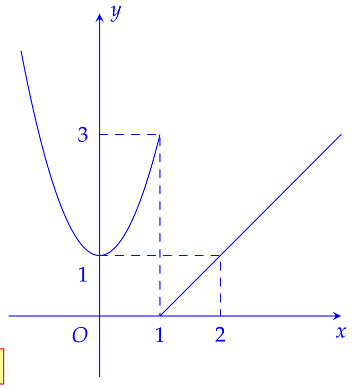
**D.** Nếu hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong $(\alpha)$ đều song song với mọi đường thẳng nằm trong $(\beta)$.

**Lời giải.**

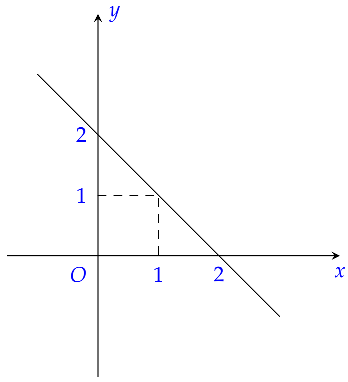
Nếu hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong $(\alpha)$ đều song song với $(\beta)$.

Chọn đáp án C ................................................................................ □

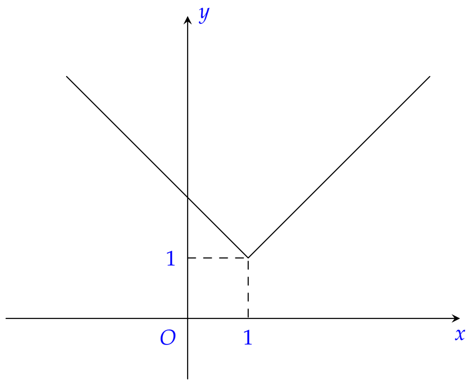
**Câu 10.** Trong các đồ thị dưới đây, đồ thị của hàm số nào **không** liên tục tại $x = 1$?

**A** 

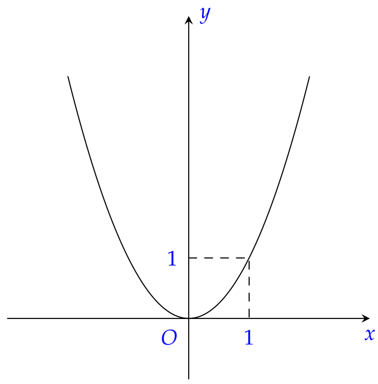
.

**B.** 

.

**C.** 

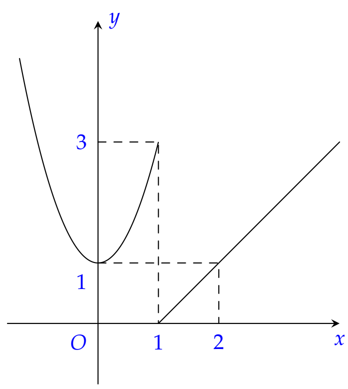
.

**D.** 

.

**Lời giải.**

Đồ thị không liên tục tại điểm $x = 1$ là




Chọn đáp án A ................................................................................ □

**Câu 11.** Giá trị của $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2 - 5x + 1}}{3x + 2}$ bằng

**A.** $0$. **B.** $1$. **C** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-5x}+1}{3x+2}&=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{4-\frac{5}{x}}+1}{3x+2}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4-\frac{5}{x}}+1}{3x+2}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\left(\sqrt{4-\frac{5}{x}}-\frac{1}{x}\right)}{x\left(3+\frac{2}{x}\right)}\\&=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\left(\sqrt{4-\frac{5}{x}}-\frac{1}{x}\right)}{3+\frac{2}{x}}\\&=\frac{-\sqrt{4}+0}{3+0}=-\frac{2}{3}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án C ..........□

**Câu 12.** Khảo sát thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau

| **Thời gian (phút)** | $[0;4)$ | $[4;8)$ | $[8;12)$ | $[12;16)$ | $[16;20)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Số học sinh** | 2 | 4 | 7 | 4 | 3 |

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là

**A.** $[4;8)$. **B** $[8;12)$. **C.** $[12;16)$. **D.** $[12;16)$.

**Lời giải.**

Vì nhóm $[8;12)$ có tần số cao nhất là $7$ nên nhóm chứa mốt là $[8;12)$.

Chọn đáp án B ..........□

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình $\cos 3x = 2\sin x\cos x$.

**a** $2\sin x\cos x = \sin 2x$.

**b** $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$.

**c)** Phương trình đã cho có 2 nghiệm.

**d** Phương trình đã cho có nghiệm là $x=\frac{\pi}{10}+k\frac{2\pi}{5}$ và $x=-\frac{\pi}{2}-k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

**Lời giải.**

**a)** Đ Áp dụng công thức nhân đôi cho $\sin$, ta có $\sin 2x = 2\sin x\cos x$.

**b)** Đ Áp dụng công thức phụ chéo, ta có $\sin 2x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$.

**c)** S Ta có $\cos 3x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$ có dạng $\cos A=\cos B$ luôn có vô số nghiệm.

**d)** Đ Xét phương trình

$$\begin{aligned}
&\cos 3x = \sin 2x\\
\Leftrightarrow\ &\cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l} 3x = \dfrac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ 3x = -\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right) + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l} 5x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{10} + k\cdot\dfrac{2\pi}{5} \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | .................................... □

**Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn $AD$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm $SC$, $AB$ và $K$ là giao điểm của $AB$ và $CD$.

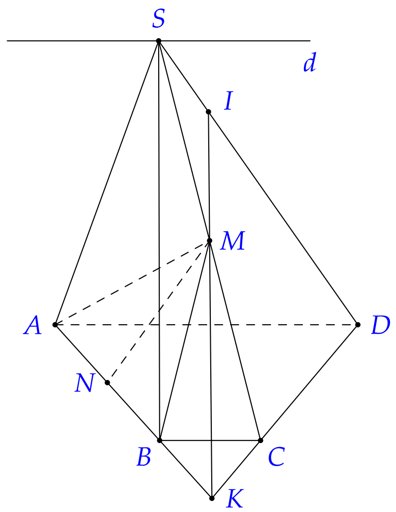
a) $SK$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SCD)$.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAD)$ và $(SBC)$ là đường thẳng song song $AB$.

c) Đường thẳng $MN$ song song với mặt phẳng $(SAD)$.

d) Giao điểm của đường thẳng $SD$ và mặt phẳng $(ABM)$ là điểm $I$ thuộc đường $MK$.

**Lời giải.**




**a)** Đ Ta có

- $S \in (SAB) \cap (SCD)$.
- Vì $K = AB \cap CD$ nên $\begin{cases} K \in AB \Rightarrow K \in (SAB) \\ K \in CD \Rightarrow K \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SAB) \cap (SCD)$.

Suy ra $SK = (SAB) \cap (SCD)$.

**b)** S Vì $AD$ và $BC$ là hai cạnh hình thang nên $AD \parallel BC$.
Mà $AD \subset (SAD)$ và $BC \subset (SBC)$.
Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAD)$ và $(SBC)$ là đường thẳng $d$ đi qua $S$ và song song với $AD$, $BC$.
Lại có $AD$ không song song với $AB$ nên $d$ không song song với $AB$.

**c)** S $MN$ không song song với đường nào trong mặt phẳng $(SAD)$, nên $MN$ không song song với $(SAD)$.

**d)** Đ Ta có

- $\begin{cases} M \in SC \Rightarrow M \in (SCD) \\ M \in (ABM) \end{cases} \Rightarrow M \in (ABM) \cap (SCD)$.
- Vì $K = AB \cap CD \Rightarrow \begin{cases} K \in AB \Rightarrow K \in (ABM) \\ K \in CD \Rightarrow K \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (ABM) \cap (SCD)$.

Suy ra $MK = (ABM) \cap (SCD)$.
Trong $(SCD)$, gọi $I = MK \cap SD$. Mà $MK \subset (ABM)$ nên $I = MK \cap (SCD)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ................................................ □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

| **Độ tuổi** | $[10;20)$ | $[20;30)$ | $[30;40)$ | $[40;50)$ | $[50;60)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Số người** | 6 | 12 | 16 | 7 | 2 |

Độ tuổi trung bình của những người khi đi xem bộ phim này là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Đáp án: | 3 | 2 | | |

**Lời giải.**

Ta lập lại bảng phân phối ghép nhóm như sau

| **Độ tuổi** | $[10;20)$ | $[20;30)$ | $[30;40)$ | $[40;50)$ | $[50;60)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Độ tuổi đại diện** | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 |
| **Số người** | 6 | 12 | 16 | 7 | 2 |

Độ tuổi trung bình của những người đi xem là

$$\overline{x} = \frac{15 \cdot 6 + 25 \cdot 12 + 35 \cdot 16 + 45 \cdot 7 + 55 \cdot 2}{6 + 12 + 16 + 7 + 2} = \frac{1\,375}{43} \approx 32.$$

Đáp án: $\boxed{32}$ ................................................ □

**Câu 2.** Ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{2x^2 + 5x} + \sqrt{2}x\right) = \dfrac{a\sqrt{b}}{c}$ với $\dfrac{a}{c}$ là phân số tối giản và $b, c \in \{2;3;4;5\}$. Giá trị của biểu thức $T = a^3 + b + c$ là bao nhiêu?

Đáp án: | − | 1 | 1 | 9 |

**Lời giải.**

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{2x^2 + 5x} + \sqrt{2}x\right) &= \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2 + 5x - 2x^2}{\sqrt{2x^2 + 5x} - \sqrt{2}x} \\
&= \lim_{x \to -\infty} \frac{5x}{\sqrt{2x^2 + 5x} - \sqrt{2}x} \\
&= \lim_{x \to -\infty} \frac{5x}{|x|\sqrt{2 + \dfrac{5}{x}} - \sqrt{2}x} \\
&= \lim_{x \to -\infty} \frac{5x}{-x\sqrt{2 + \dfrac{5}{x}} - \sqrt{2}x}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \lim_{x\to-\infty} \frac{5}{-\sqrt{2+\dfrac{5}{x}}-\sqrt{2}}\\
&= \frac{5}{-\sqrt{2}-\sqrt{2}}\\
&= \frac{5}{-2\sqrt{2}}\\
&= \frac{-5\sqrt{2}}{4}.
\end{aligned}
$$

Suy ra $a=-5$, $b=2$, $c=4$.
Vậy $T=a^3+b+c=(-5)^3+2+4=-125+6=-119$.
Đáp án: $\boxed{-119}$ ................................................................ □

**Câu 3.** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-7x-15}{x^2-9x+20} & \text{khi } x>5\\ -2x+m & \text{khi } x\le 5\end{cases}$. Để hàm số liên tục tại $x_0=5$ thì giá trị của $m$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: | 2 | 3 | | |

**Lời giải.**

Để hàm số liên tục tại $x_0=5$, ta cần có $\lim\limits_{x\to5^+} f(x)=\lim\limits_{x\to5^-} f(x)=f(5)$.

Ta có

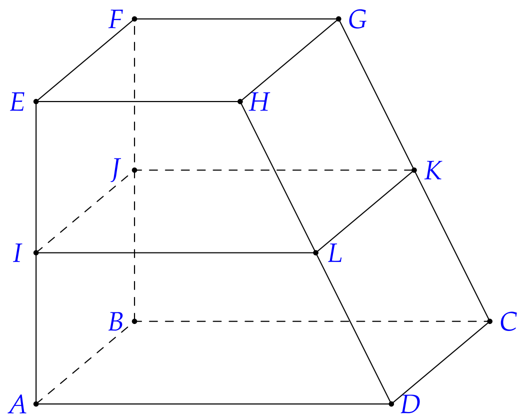
- $\lim\limits_{x\to5^+} f(x)=\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{2x^2-7x-15}{x^2-9x+20}=\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{(2x+3)\cdot(x-5)}{(x-4)\cdot(x-5)}=\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{2x+3}{x-4}=\dfrac{2\cdot5+3}{5-4}=13.$
- $\lim\limits_{x\to5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to5^-}(-2x+m)=-2\cdot5+m=-10+m.$
- $f(5)=-2\cdot5+m=-10+m.$

Để hàm số liên tục tại $x_0=5$ thì

$$\lim_{x\to5^+} f(x)=\lim_{x\to5^-} f(x)=f(5)\Leftrightarrow 13=-10+m\Leftrightarrow m=23.$$

Vậy $m=23$ là giá trị cần tìm.
Đáp án: $\boxed{23}$ ................................................................ □

**Câu 4.** Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới $(ABCD)$ và mâm tầng trên $(EFGH)$ song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE=70\,\text{cm}$, $CG=80\,\text{cm}$ và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa $(IJKL)$ song song với hai mâm tầng trên và dưới sao cho khoảng cách $EI=35\,\text{cm}$ (như hình bên).Để đặt mâm tầng giữa cho kệ để đồ đúng vị trí thì độ dài của $GK$ bằng bao nhiêu?




Đáp án: | 4 | 0 | | |

**Lời giải.**

Vì ba mặt phẳng $(EFGH)$, $(IJKL)$, $(ABCD)$ đôi một song song chắn trên hai cát tuyến $EA$ và $CG$ nên theo định lý Thalès trong không gian, ta có

$$\frac{EI}{GK}=\frac{AE}{CG}=\frac{70}{80}=\frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \quad GK = \frac{8}{7} \cdot EI = \frac{8}{7} \cdot 35 = 40.$$

Vậy để đặt mâm tầng giữa đúng vị trí, bác thợ mộc cần tính toán sao cho độ dài $GK = 40$ cm.
Đáp án: $\boxed{40}$ ............................................................................ □

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.

**Câu 1.** Anh Dũng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với phương án trả lương như sau: Năm thứ nhất tiền lương hàng tháng của anh là 10 triệu. Kể từ năm thứ hai tiền lương hàng tháng của mỗi năm sẽ tăng thêm một triệu so với tiền lương hàng tháng của năm trước đó (tiền lương hàng tháng năm thứ 2 là 11 triệu, tiền lương hàng tháng năm thứ 3 là 12 triệu). Tính tổng số tiền lương của anh Dũng được lĩnh trong 10 năm đầu tiên đi làm (theo đơn vị triệu đồng).

**Lời giải.**

Theo từng năm, lương hàng tháng của anh Dũng lập thành một cấp số cộng có $\begin{cases} u_1 = 10 \\ d = 1. \end{cases}$

Vì một năm có 12 tháng nên tổng số tiền anh Dũng nhận được trong 10 năm là

$$12 \cdot S_{10} = 12 \cdot \frac{10 \cdot (2 \cdot 10 + 9 \cdot 1)}{2} = 1\,740 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy tổng số tiền anh Dũng nhận được sau 10 năm đi làm là 1 740 triệu đồng.

**Câu 2.** Một loại vi khuẩn ban đầu có 500 con. Trong ba giờ đầu mỗi giờ số lượng vi khuẩn tăng lên 20% so với giờ trước. Tuy nhiên sang giờ thứ 4 số lượng vi khuẩn bị giảm đi một nửa so với số vi khuẩn sau giờ thứ ba. Quá trình tăng trưởng và giảm sút số lượng cứ lặp đi lặp lại liên tục theo chu kỳ trên. Tính số lượng vi khuẩn sau một ngày (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Lời giải.**

Ban đầu có $N_0 = 500$ vi khuẩn.
Trong ba giờ đầu, so với giờ trước, số lượng vi khuẩn của giờ sau gấp $1 + 0{,}2 = 1{,}2$ lần.
Suy ra tỷ lệ tăng trong 3 giờ liên tiếp lập thành cấp số nhân với giờ thứ nhất là $u_1 = 1{,}2$ và $q = 1{,}2$.
Ở giờ thứ ba, tỉ lệ tăng là $u_3 = u_1 \cdot q^2 = (1{,}2)^3$.
Đến giờ thứ 4 số lượng giảm đi một nửa, tỉ lệ thay đổi là $0{,}5$ nên sau một chu kỳ (4 giờ) thì tỷ lệ thay đổi của nó là $0{,}5 \cdot (1{,}2)^3 = 0{,}864 = k$. Suy ra $k = 0{,}864$.
Một ngày có 24 giờ tương ứng với 6 chu kì, khi đó số lượng vi khuẩn sau 6 chu kì là

$$N_{24} = N_0 \cdot k^6 = 500 \cdot (0{,}864)^6 \approx 208.$$

Vậy số vi khuẩn sau 1 ngày là 208 con.

**Câu 3.** Nghiệm dương bé nhất của phương trình $\sin 2x + 2\cos^2 3x = \cos 6x$ có dạng $\frac{a\pi}{b}$, với $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b^2$.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
& \sin 2x + 2\cos^2 3x = \cos 6x \\
\Leftrightarrow\ & \sin 2x + 1 + \cos 6x = \cos 6x \\
\Leftrightarrow\ & \sin 2x = -1 \\
\Leftrightarrow\ & 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z}) \\
\Leftrightarrow\ & x = -\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

Khi $k = 1$, ta được $x = \frac{3\pi}{4}$ là nghiệm dương bé nhất của phương trình.
Suy ra $a = 3$, $b = 4$.
Vậy $a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 25$.

# BẢNG ĐÁP ÁN

**PHẦN I.**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. A | 2. A | 3. A | 4. C | 5. D | 6. D | 7. A | 8. D | 9. C | 10. A | 11. C | 12. B |

**PHẦN II.**

| | |
|---|---|
| Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ | Câu 2. a Đ b S c S d Đ |

**PHẦN III.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 1. 3 2 | Câu 2. – 1 1 9 | Câu 3. 2 3 | Câu 4. 4 0 |