

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho ΔABC có $b = 6, c = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Độ dài cạnh a là:

- A. $2\sqrt{13}$. B. $3\sqrt{12}$. C. $2\sqrt{37}$. D. $\sqrt{20}$.

Câu 2: Cho tập hợp $X = \{1; 5\}, Y = \{1; 3; 5\}$. Tập $X \cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\{1\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{1; 3; 5\}$. D. $\{1; 5\}$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu sau:

152	154	156	158	160
-----	-----	-----	-----	-----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 153. B. 6. C. 3. D. 159.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 2)$ và nhận $\vec{n} = (3; -2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $3x - 2y + 10 = 0$. B. $3x - 2y - 10 = 0$.
C. $-2x + 2y + 10 = 0$. D. $-2x + 2y - 10 = 0$.

Câu 5: Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ". Hỏi mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

- A. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ ". B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ ".
C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ". D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ".

Câu 6: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ 3x - y > 3 \end{cases}$?

- A. $(0; 4)$. B. $(1; -1)$. C. $(4; 1)$. D. $(2; 3)$.

Câu 7: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 8: Khai triển nhị thức $(2x + y)^5$ ta được kết quả là:

- A. $32x^5 + 16x^4y + 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy^4 + y^5$.
B. $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
C. $2x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
D. $32x^5 + 10000x^4y + 80000x^3y^2 + 400x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.

Câu 9: Số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 2} = 4 - x$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$. Số vectơ khác $\vec{0}$, cùng phương với vectơ \overrightarrow{AB} và có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của hình bình hành $ABCD$ là

Câu 18: Tìm hệ số chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = (3 + x - x^2)^n$ với n là số nguyên dương

thỏa mãn $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$.

Câu 19: An lấy ra ngẫu nhiên 3 quả bóng từ một hộp có chứa nhiều bóng xanh và bóng đỏ. An đếm xem có bao nhiêu bóng đỏ trong 3 bóng lấy ra rồi trả bóng lại hộp. An lặp lại phép thử trên 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Số bóng đỏ	0	1	2	3
Số lần	10	30	40	20

Hãy tìm tứ phân vị thứ nhất của bảng kết quả trên.

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $\triangle ABC$ có $A(2;4), B(-3;1), C(3;-1)$. Gọi $A'(a;b)$ là chân đường cao từ đỉnh A của tam giác đã cho. Tính $S = b - a$.

Câu 21: Cho tam giác vuông ABH vuông H tại H có $BH = 2; AB = 3$. Hình chiếu của H lên AB là K . Tính tích vô hướng $\overline{BK} \cdot \overline{BH}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Câu 22: Cho hình vuông $ABCD$ có I là trung điểm của AD . Tính $\cos(\overline{AC}, \overline{BI})$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	D	B	A	A	C	D	A	A	C	B	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) S	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	3,93	-54	1	-0,8	1,78	-0,63

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho ΔABC có $b = 6, c = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Độ dài cạnh a là:

- A.** $2\sqrt{13}$. **B.** $3\sqrt{12}$. **C.** $2\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{20}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 36 + 64 - 2.6.8. \cos 60^\circ = 52 \Rightarrow a = 2\sqrt{13}$.

Câu 2: Cho tập hợp $X = \{1; 5\}, Y = \{1; 3; 5\}$. Tập $X \cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

- A.** $\{1\}$. **B.** $\{1; 3\}$. **C.** $\{1; 3; 5\}$. **D.** $\{1; 5\}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $X \cap Y$ là tập hợp gồm các phần tử vừa thuộc X và vừa thuộc Y .

Câu 3: Cho mẫu số liệu sau:

152	154	156	158	160
-----	-----	-----	-----	-----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A.** 153. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 159.

Lời giải

Chọn B

Mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm và có 5 giá trị nên $Q_2 = 156, Q_1 = 153$ và $Q_3 = 159$.

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 159 - 153 = 6$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 2)$ và nhận $\vec{n} = (3; -2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A.** $3x - 2y + 10 = 0$. **B.** $3x - 2y - 10 = 0$.
C. $-2x + 2y + 10 = 0$. **D.** $-2x + 2y - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 2)$ và nhận $\vec{n} = (3; -2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là: $3(x + 2) - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 10 = 0$

Câu 5: Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ". Hỏi mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

- A.** " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ ". **B.** " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ ".
C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ". **D.** " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ".

Lời giải

Chọn A

B: sai là vì không dùng đúng kí hiệu của phủ định.

C: sai là vì không dùng đúng \geq .

D: chưa phủ định về sau của mệnh đề.

Câu 6: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ 3x - y > 3 \end{cases}$?

- A. (0;4). B. (1;-1). C. (4;1). D. (2;3).

Lời giải

Chọn C

Lần lượt thay các bộ số vào hệ bất phương trình ta được một nghiệm của hệ bất phương trình trên là (4;1).

Câu 7: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xác định được góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ là góc \hat{A} nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$.

Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

Câu 8: Khai triển nhị thức $(2x + y)^5$ ta được kết quả là:

- A. $32x^5 + 16x^4y + 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy^4 + y^5$.
 B. $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
 C. $2x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
 D. $32x^5 + 10000x^4y + 80000x^3y^2 + 400x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} (2x + y)^5 &= C_5^0 (2x)^5 + C_5^1 (2x)^4 \cdot y + C_5^2 (2x)^3 y^2 + C_5^3 (2x)^2 y^3 + C_5^4 (2x) y^4 + C_5^5 y^5 \\ &= 32x^5 + 16x^4y + 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy^4 + y^5 \end{aligned}$$

Câu 9: Số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 2} = 4 - x$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn A

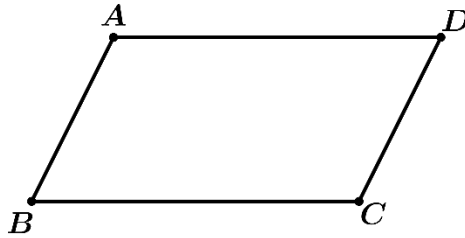
Thay lần lượt các giá trị của từng đáp án vào phương trình. Ta thấy $x = 2$ thỏa mãn.

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$. Số vectơ khác $\vec{0}$, cùng phương với vectơ \overrightarrow{AB} và có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của hình bình hành $ABCD$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn C



Các vectơ cùng phương với \overrightarrow{AB} mà thỏa mãn điều kiện đầu bài là: $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$.

Câu 11: Số các số có ba chữ số khác nhau, trong đó các chữ số đều lớn hơn 0 và nhỏ hơn hoặc bằng 5 là

- A. 120. B. 60. C. 720. D. 2.

Chọn B.

Gọi $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ là tập hợp các chữ số đều lớn hơn 0 và nhỏ hơn hoặc bằng 5.

Mỗi cách sắp xếp có thứ tự ba chữ số trong năm chữ số của tập A để lập thành một số có ba chữ số khác nhau là một chỉnh hợp chập 3 của 5.

Vậy số các số có ba chữ số khác nhau là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 12: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua 3 điểm $A(5;3), B(6;2), C(3;-1)$.

- A. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x - 3y + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$

(C) đi qua $A(5;3)$ nên: $-10a - 6b + c + 34 = 0$

(C) đi qua $B(6;2)$ nên: $-12a - 4b + c + 40 = 0$

(C) đi qua $C(3;-1)$ nên: $-6a + 2b + c + 10 = 0$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} -10a - 6b + c + 34 = 0 \\ -12a - 4b + c + 40 = 0 \\ -6a + 2b + c + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \\ c = 12 \end{cases}$$

Vậy (C) có phương trình là: $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;0), \overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \overrightarrow{AC} = (-1;5)$.

- a) **[NB]** $\overrightarrow{AB} = (2;3)$.
b) **[TH]** $AC = 2\sqrt{6}$.
c) **[TH]** Tọa độ điểm C là $C(0;-5)$.
d) **[VD]** Diện tích tam giác ABC là $6,5$ (đvdt).

Lời giải

a) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

Suy ra, $\overrightarrow{AB} = (2;3)$.

b) Sai.

Ta có: $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$

c) Sai.

Gọi $C(x; y)$.

Ta có:

$$\overrightarrow{AC} = (x-1; y).$$

Theo đề $\overrightarrow{AC} = (-1; 5)$.

$$\text{Do đó, } \begin{cases} x-1 = -1 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}.$$

Vậy, $C(0; 5)$.

d) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

Do đó, $\overrightarrow{BC} = (-3; 2)$.

Suy ra, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 2 = 0$ nên tam giác ABC vuông tại B .

$$\text{Ta có: } AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13};$$

$$BC = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13}.$$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{13}{2} = 6,5$ (đvdt).

Câu 14: Bạn Hà dành thời gian hai ngày cuối tuần để làm hoa và gấu bông bằng len để bán. Bạn làm được x bông hoa và y gấu bông. Biết mỗi bông hoa cần $1h$ để làm và tốn 1 cuộn len sau đó bán ra lãi được 10 ngàn đồng/bông, mỗi con gấu bông cần $4h$ để làm và tốn 2 cuộn len sau đó bán ra lãi được 40 ngàn đồng/con. Tổng thời gian Hà có thể dành ra tối đa $15h$ để làm và số cuộn len tối đa Hà có thể mua là 13 cuộn len.

a) **[NB]** Số tiền lãi bạn Hà thu được là $40x + 10y$ (ngàn đồng).

b) **[TH]** Thời gian bạn Hà dành ra để làm là bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x; y$ có dạng:
 $x + 4y \leq 15$

c) **[TH]** Với mức thời gian bạn Hà dành ra thì bạn có thể làm được số bông hoa gấp đôi số gấu bông, biết số gấu bông bạn làm được là 2 con.

d) **[VD]** Số tiền lãi nhiều nhất Hà có thể nhận được sau 4 tuần bán hoa và gấu là 150 ngàn đồng.

Lời giải

a) Vì bán mỗi bông hoa thì lãi được 10 ngàn và bán mỗi con gấu bông lãi được 40 ngàn nên số tiền lãi Hà thu được khi bán x bông hoa và y gấu bông là:

$$10x + 40y \text{ (ngàn đồng)}$$

→ a) **SAI.**

b) Vì mỗi bông hoa cần $1h$ để làm, mỗi con gấu bông cần $4h$ để làm và số thời gian tối đa dành ra là $15h$ nên ta có bất phương trình là: $x + 4y \leq 15$

→ b) **ĐÚNG**

c) Ta có:

$$y = 2 \Rightarrow x = 2 \cdot 2 = 4$$

Thay $(x, y) = (4, 2)$ vào bất phương trình $x + 4y \leq 15$ ta được:

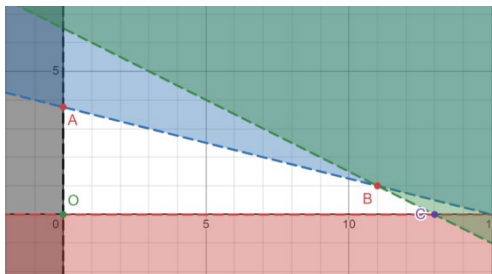
$$4 + 4 \cdot 2 = 12 \leq 15 \text{ (đúng)}$$

→ c) **ĐÚNG**

d) Số tiền lãi bạn Hà thu được trong một tuần là: $F = 10x + 40y$ (ngàn đồng)

Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 4y \leq 15 \\ x + 2y \leq 13 \end{cases}$$

Vẽ miền nghiệm của hệ phương trình, ta có miền nghiệm là tứ giác OABC,



Trong đó:

O (0; 0) A (0; 3,75) B (11; 1) C (13; 0)

Suy ra: $F(O) = 0$; $F(A) = 150$; $F(B) = 150$; $F(C) = 130$

Vậy số tiền lãi bạn Hà thu được nhiều nhất trong 4 tuần là: $150 \cdot 4 = 600$ (ngàn đồng)

→ d) SAI

Câu 15: Cho tam giác ABC với $A(1;0), B(0;5), C(-3;-5)$.

a) **[NB]** Đường thẳng AB nhận vector $\vec{u} = (1;5)$ là một vector pháp tuyến.

b) **[TH]** Phương trình tổng quát của đường trung trực của AB là $d: -x + 5y - 12 = 0$.

c) **[TH]** Trung tuyến CM đi qua điểm $N(-1;25)$.

d) **[VD,VDC]** M thuộc Oy sao cho $|3\vec{MA} - 2\vec{MB} + 4\vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất là $M(0;-6)$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{AB} = (-1;5)$. Đường thẳng AB đi qua hai điểm A, B nên nhận vector $\vec{AB} = (-1;5)$ là vector chỉ phương, do đó nhận vector $\vec{u} = (5;1)$ là một vector pháp tuyến. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Phương trình đường trung trực của AB. Gọi M là trung điểm của AB nên $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. Ta có

đường trung trực của AB đi qua $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$, nhận vector $\vec{AB} = (-1;5)$ là một vector pháp tuyến nên phương trình tổng quát của đường trung trực của AB là $d: -\left(x - \frac{1}{2}\right) + 5\left(y - \frac{5}{2}\right) = 0 \Rightarrow d: -x + 5y - 12 = 0$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) M là trung điểm của AB nên $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$; $\vec{CM} = \left(\frac{7}{2}; \frac{15}{2}\right)$. Đường thẳng CM đi qua C, M nên nhận vector $\vec{u} = (7;15)$ là một vector chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng CM là $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -5 + 15t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Với $t = 2$ thì $\begin{cases} x = -1 \\ y = 25 \end{cases}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Gọi $I(a;b)$ là điểm thỏa mãn: $3\vec{IA} - 2\vec{IB} + 4\vec{IC} = \vec{0}$

Ta có: $3\vec{IA} - 2\vec{IB} + 4\vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{IA} = 2\vec{AB} - 4\vec{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{5} \\ b = -6 \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{9}{5}; -6\right)$.

Khi đó $|3\vec{MA} - 2\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |3\vec{IA} - 2\vec{IB} + 4\vec{IC} - 5\vec{IM}| = |\vec{0} - 5\vec{IM}| = 5IM$.

Do đó: $|3\vec{MA} - 2\vec{MB} + 4\vec{MC}|$ nhỏ nhất khi IM ngắn nhất. Suy ra M là hình chiếu vuông góc của $I\left(-\frac{9}{5}; -6\right)$ trên $Oy \Rightarrow M(0; -6)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 16: Điểm bài kiểm tra thường xuyên của tất cả các học sinh lớp 12/1 được ghi lại ở bảng sau

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	0	2	3	3	4	10	5	6	7	2	1

- a) **[NB]** Số học sinh trong lớp 12/1 là 43 học sinh.
 b) **[TH]** Số trung bình cộng của điểm bài kiểm tra thường xuyên của lớp 12/1 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là 5,5.
 c) **[TH]** Trung vị của mẫu số liệu trên là 5.
 d) **[VD]** Tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên lần lượt là 4 và 8.

Lời giải

a) Số học sinh trong lớp 12/1 là $0 + 2 + 3 + 3 + 4 + 10 + 5 + 6 + 7 + 2 + 1 = 43$.
 Suy ra khẳng định **ĐÚNG**.

b) Số trung bình cộng

$$\frac{0.0 + 1.2 + 2.3 + 3.3 + 4.4 + 5.10 + 6.5 + 7.6 + 8.7 + 9.2 + 10.1}{43} \approx 5,6$$

Suy ra khẳng định **SAI**.

c) Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
 Vì kích thước mẫu bằng 43 là số lẻ nên giá trị chính giữa của mẫu số liệu là trung vị.
 Do đó trung vị là 5.

Suy ra khẳng định **ĐÚNG**.

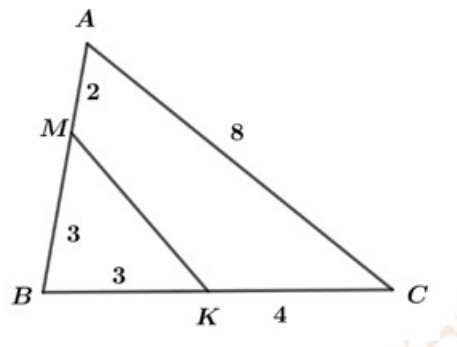
d) Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
 Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 và ta tìm được $Q_1 = 4$.
 Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 và ta tìm được $Q_3 = 7$.
 Suy ra khẳng định **SAI**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho ΔABC có $a = 7, b = 8, c = 5$. Trên đoạn AB, BC lấy lần lượt các điểm M, K sao cho $BM = 3, BK = 3$. Tính MK , kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân.

Lời giải

Đáp án: 3,93.



$\Delta ABC: b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
 $\Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{49 + 25 - 64}{2.7.5} = \frac{1}{7}$

$$\Delta MBK : MK^2 = BM^2 + BK^2 - 2BM \cdot BK \cdot \cos B = 9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{7}\right) = \frac{108}{7}$$

$$\Rightarrow MK = \sqrt{\frac{108}{7}} \approx 3,93.$$

Câu 18: Tìm hệ số chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = (3 + x - x^2)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$.

Lời giải

Đáp án: -54 .

Xét $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$ (1) (Điều kiện : $n \in \mathbb{Z}, n \geq 3$).

$$(1) \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{n \cdot (n-3)!} = 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + (n-1)(n-2) = 12$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 - 7n - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \text{ (tm)} \\ n = \frac{-5}{3} \text{ (L)} \end{cases}$$

Với $n = 4$ thì $P(x) = (3 + x - x^2)^4 = \sum_{k=0}^4 C_4^k 3^{4-k} [x(1-x)]^k = \sum_{k=0}^4 C_4^k 3^{4-k} x^k \left(\sum_{i=0}^k C_k^i (-1)^i x^i \right)$

$$\Rightarrow P(x) = \sum_{k=0}^4 \sum_{i=0}^k C_4^k C_k^i 3^{4-k} (-1)^i x^{i+k}$$

Theo đề bài số hạng chứa x^2 thỏa mãn với $i + k = 2$ ($i, k \in \mathbb{Z}, 0 \leq i \leq k \leq 4$) $\Rightarrow \begin{cases} i = 0, k = 2 \\ i = 1, k = 1 \end{cases}$

Suy ra số hạng chứa x^2 là $\left[C_4^2 C_2^0 3^2 (-1)^0 + C_4^1 C_1^1 3^3 (-1)^1 \right] x^2 = -54x^2$.

Vậy hệ số cần tìm là -54 .

Câu 19: An lấy ra ngẫu nhiên 3 quả bóng từ một hộp có chứa nhiều bóng xanh và bóng đỏ. An đếm xem có bao nhiêu bóng đỏ trong 3 bóng lấy ra rồi trả bóng lại hộp. An lặp lại phép thử trên 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Số bóng đỏ	0	1	2	3
Số lần	10	30	40	20

Hãy tìm tứ phân vị thứ nhất của bảng kết quả trên.

Lời giải

Đáp án: 1.

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: $\underbrace{0, \dots, 0}_{10}, \underbrace{1, \dots, 1}_{30}, \underbrace{2, \dots, 2}_{40}, \underbrace{3, \dots, 3}_{20}$.

Bước 2: Vì $n = 100$, là số chẵn nên $Q_2 = \frac{1}{2}(2 + 2) = 2$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu: $\underbrace{0, \dots, 0}_{10}, \underbrace{1, \dots, 1}_{30}, \underbrace{2, \dots, 2}_{10}$. Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(1 + 1) = 1$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $\triangle ABC$ có $A(2;4), B(-3;1), C(3;-1)$. Gọi $A'(a;b)$ là chân đường cao từ đỉnh A của tam giác đã cho. Tính $S = b - a$.

Lời giải

Đáp án: $-0,8$.

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (a-2; b-4); \overrightarrow{BA'} = (a+3; b-1); \overrightarrow{BC} = (6; -2)$.

Vì $A'(a;b)$ là chân đường cao vẽ từ đỉnh A của $\triangle ABC$ nên $\overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{BC}$ và ba điểm $A'; B; C$ thẳng hàng.

Ta có $\overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 6(a-2) - 2(b-4) = 0 \Leftrightarrow 3a - b = 2 \quad (1)$.

Ba điểm $A'; B; C$ thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{BA'}$ và \overrightarrow{BC} cùng phương
 $\Leftrightarrow -2(a+3) - 6(b-1) = 0 \Leftrightarrow a + 3b = 0 \quad (2)$.

Giải hệ phương trình gồm (1) và (2) ta được $a = \frac{3}{5}; b = -\frac{1}{5}$. Vậy $S = b - a = -0,8$.

Câu 21: Cho tam giác vuông ABH vuông H tại H có $BH = 2; AB = 3$. Hình chiếu của H lên AB là K . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BH}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

Đáp án: $1,78$.

Ta có: $AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$

$HK \cdot AB = HB \cdot HA \Leftrightarrow HK = \frac{HB \cdot HA}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

$\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BH} = (\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HK}) \cdot \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BH}^2 + \overrightarrow{HK} \cdot \overrightarrow{BH}$

$= 2^2 - HK \cdot HB \cdot \cos \widehat{BHK} = 4 - HK \cdot HB \cdot \frac{HK}{HB} = 4 - HK^2$

$\Rightarrow \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BH} = 4 - \frac{20}{9} = \frac{16}{9} \approx 1,78$.

Câu 22: Cho hình vuông $ABCD$ có I là trung điểm của AD . Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI})$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

Đáp án: $-0,63$.

Gọi $AB = a$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

Khi đó, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$

$= -AC \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAC} = -a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = -a^2$

$BI = \sqrt{AB^2 + AI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BI} = AC \cdot BI \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI}) \Leftrightarrow -a^2 = a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI})$

$\Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI}) = -\frac{2}{\sqrt{10}} \approx -0,63$.

----- Hết -----

Đề thi gồm có bộ phận: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

A. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$..

B. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=9$..

C. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$..

D. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=9$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Câu 3: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 20.

B. 11.

C. 30.

. 10.

Câu 4: Ký hiệu nào sau đây để chỉ $\sqrt{5}$ không phải là một số hữu tỉ?

A. $\sqrt{5} \neq \mathbb{Q}$.

B. $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.

C. $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.

D. $\sqrt{5} \subset \mathbb{Q}$.

Câu 5: Cho ba điểm M, N, P . Vector $\vec{u} = \vec{NP} + \vec{MN}$ bằng vector nào sau đây?

A. \vec{PN} .

B. \vec{PM} .

C. \vec{MP} .

D. \vec{NM}

Câu 6: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$.

B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

C. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

D. $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

Câu 7: Số áo bán được trong một quý ở cửa hàng bán áo sơ mi nam được thống kê như sau:

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42
Tần số (Số áo bán được)	13	45	126	125	110	40	12

Giá trị một của bảng phân bố tần số trên bằng

A. 38.

B. 126.

C. 42.

D. 12.

Câu 8: Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ " là mệnh đề nào sau đây?

A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$.

C. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$.

Câu 9: Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho vector $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Tọa độ của vector \vec{u} là

A. $\vec{u} = (3; -4)$.

B. $\vec{u} = (3; 4)$.

C. $\vec{u} = (-3; -4)$.

D. $\vec{u} = (-3; 4)$.

Câu 10: Cho $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 11: Cho tập hợp A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

A. A_{26}^6 .

B. 26.

C. P_6 .

D. C_{26}^6 .

Câu 12: Đường thẳng $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $(d_1): 3x + 2y = 0$

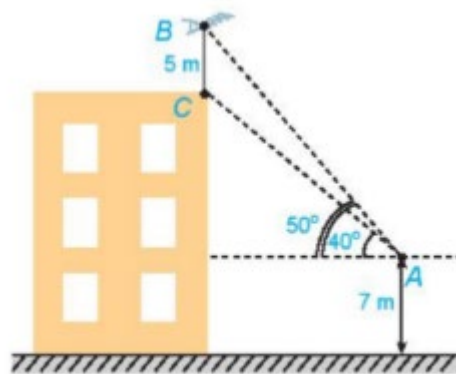
B. $(d_2): 3x - 2y = 0$

C. $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$.

D. $(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ một vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)



Hình 3.18

a) **[NB]** Số đo góc $\widehat{BAC} = 10^\circ$

b) **[TH]** Số đo góc $\widehat{CBA} = 40^\circ$.

c) **[TH]** Độ dài cạnh AB bằng $30(m)$

d) **[VD,VDC]** Chiều cao của tòa nhà gần bằng $18,85(m)$

Câu 14. Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

a) **[NB]** Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{3}$.

b) **[TH]** Điểm $N\left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc elip.

c) **[TH]** Độ dài $MF_1 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

d) **[VD,VDC]** Phương trình Elip (E) là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 15: Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là x, y .

a) **[NB]** Điều kiện của x, y là: $(x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z})$.

b) **[TH]** Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất là: $\frac{x}{30}$ (giờ).

c) **[TH]** Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là $\frac{2x-y}{60}$ (giờ).

d) **[VD,VDC]** Phân xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai thì thu được số tiền lãi là cao nhất.

Câu 16: Điểm số của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán ở tỉnh A (thang điểm là 20) được thống kê theo bảng sau:

Điểm (x)	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số (n)	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

a) **[NB]** Khoảng biến thiên của bảng số liệu trên là 10.

b) **[TH]** Trung bình cộng của bảng số liệu trên là 15,32.

c) **[TH]** Trung vị của bảng số liệu trên là 15,5.

d) **[VD,VDC]** Tỉnh A sẽ thưởng 500.000đ cho 25% học sinh có điểm ở top trên. Có 28 học sinh được nhận thưởng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Một nhóm học sinh gồm 7 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội thanh niên tình nguyện sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội tình nguyện

Câu 18: Biết $2\cos\alpha - \sqrt{2}\sin\alpha = 2, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 19: Trong số 40 học sinh của lớp 10A, có 20 học sinh thích môn Toán, 16 học sinh thích môn Tiếng Anh và 13 học sinh thích cả hai môn này. Tính tổng số học sinh thích cả hai môn và số học sinh không thích cả hai môn Toán, Anh?

Câu 20: Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 1]$ để $f(x) = (m^2 - 1)x^2 - 2(m+1)x + 1$ luôn dương với mọi x .

Câu 21: Cho tứ giác $ABCD$ có $AD = 2, BC = 3, AD \perp BC$. Điểm M thay đổi trong mặt phẳng thỏa mãn $(\overline{MA} + \overline{MB}) \cdot (\overline{MC} + \overline{MD}) = 0$. Biết rằng điểm M luôn nằm trong một đường tròn cố định có bán kính bằng $\frac{\sqrt{a}}{4}$. Tính a

Câu 22: Có hai con tàu A và B cùng xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển (được coi như mặt phẳng Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), sau khi xuất phát t giờ ($t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 30t \\ y = -2 + 35t \end{cases}$, vị trí của tàu B có tọa độ là $N(1 - 40t; 5 - 30t)$. Nếu tàu B đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu A chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu ki-lô-mét? (làm tròn đến hàng phần trăm)

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	B	C	C	B	A	D	A	A	D	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	4620	2,83	30	-15	13	3,04

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C): $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

A. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$..

B. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=9$..

C. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$..

D. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 20.

B. 11.

C. 30.

. 10.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

Câu 4: Ký hiệu nào sau đây để chỉ $\sqrt{5}$ không phải là một số hữu tỉ?

- A. $\sqrt{5} \neq \mathbb{Q}$. B. $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.
 C. $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$. D. $\sqrt{5} \subset \mathbb{Q}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: Cho ba điểm M, N, P . Vector $\vec{u} = \vec{NP} + \vec{MN}$ bằng vector nào sau đây?

- A. \vec{PN} . B. \vec{PM} . C. \vec{MP} . D. \vec{NM}

Lời giải

Chọn C

Vận dụng tính chất giao hoán ta có: $\vec{u} = \vec{NP} + \vec{MN} = \vec{MN} + \vec{NP} = \vec{MP}$

Câu 6: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$. B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.
 C. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. D. $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

Lời giải

Chọn B

Vì α và $(90^\circ - \alpha)$ là hai cung phụ nhau nên theo tính chất giá trị lượng giác của hai cung phụ nhau ta có đáp án B đúng.

Câu 7: Số áo bán được trong một quý ở cửa hàng bán áo sơ mi nam được thống kê như sau:

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42
Tần số (Số áo bán được)	13	45	126	125	110	40	12

Giá trị mốt của bảng phân bố tần số trên bằng

- A. 38. B. 126. C. 42. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ” là mệnh đề nào sau đây?

- A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$.
 C. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho vector $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Tọa độ của vector \vec{u} là

- A. $\vec{u} = (3; -4)$. B. $\vec{u} = (3; 4)$. C. $\vec{u} = (-3; -4)$. D. $\vec{u} = (-3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10: Cho $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 C. $f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tam thức $f(x) = x^2 + 4$ có $\Delta < 0$ suy ra $f(x) = x^2 + 4$ luôn cùng dấu với hệ số a .

Câu 11: Cho tập hợp A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

A. A_{26}^6 .

B. 26.

C. P_6 .

D. C_{26}^6 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi tập con gồm 6 phần tử của tập A là một tổ hợp chập 6 của 26 phần tử. Vậy số tập con của tập A là C_{26}^6 .

Câu 12: Đường thẳng $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $(d_1): 3x + 2y = 0$

B. $(d_2): 3x - 2y = 0$

C. $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$.

D. $(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$.

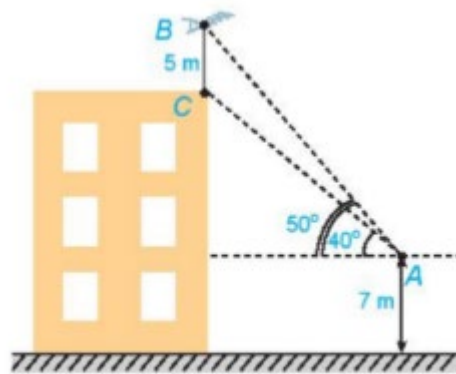
Lời giải

Chọn A

Ta có: hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y - 7 = 0 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$ có một nghiệm duy nhất. Do đó, (Δ) và (d_1) cắt nhau.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5m. Từ một vị trí quan sát A cao 7m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)



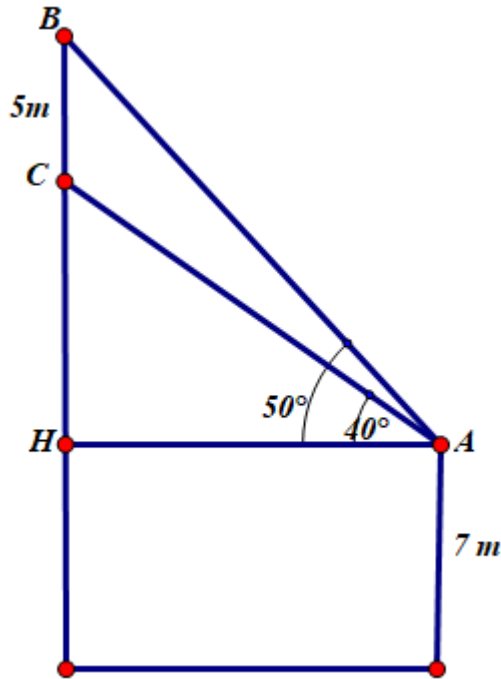
Hình 3.18

- a) [NB] Số đo góc $\widehat{BAC} = 10^\circ$
- b) [TH] Số đo góc $\widehat{CBA} = 40^\circ$.
- c) [TH] Độ dài cạnh AB bằng 30(m)
- d) [VD,VDC] Chiều cao của tòa nhà gần bằng 18,85(m)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) **Đúng.** Tính góc \widehat{BAC} .



Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BC.

Ta có $\widehat{HAB} = 50^\circ$; $\widehat{HAC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$ (1)

b. **Đúng.** Tính góc $\widehat{CBA} = 40^\circ$.

Xét tam giác ABH, vuông tại H ta có:

$\widehat{H} = 90^\circ$; $\widehat{BAH} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{HBA} = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ hay $\widehat{CBA} = 40^\circ$.

c. **Sai.** Tính đoạn AB

Từ (1) và (2), suy ra: $\widehat{BCA} = 180^\circ - 40^\circ - 10^\circ = 130^\circ$.

Vậy ba góc của tam giác ABC lần lượt là: $\widehat{A} = 10^\circ$; $\widehat{B} = 40^\circ$; $\widehat{C} = 130^\circ$.

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC, ta được:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A}$$

$$BC = 5(m); \quad \widehat{C} = 130^\circ; \widehat{A} = 10^\circ \Rightarrow AB = \frac{5 \cdot \sin 130^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 22(m)$$

d. **Đúng.** Tính chiều cao tòa nhà

Xét tam giác ABH, vuông tại H ta có:

$$\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \sin \widehat{BAH}$$

Mà: $AB \approx 22(m)$; $\widehat{BAH} = 50^\circ$

$$\Rightarrow BH \approx 22 \cdot \sin 50^\circ \approx 16,85(m)$$

Vậy chiều cao của tòa nhà là: $BH - BC + 7 = 16,85 - 5 + 7 = 18,85(m)$

Câu 14. Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

a) **[NB]** Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{3}$.

b) **[TH]** Điểm $N\left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc elip.

c) **[TH]** Độ dài $MF_1 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

d) **[VD,VDC]** Phương trình Elip (E) là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

a) Tiêu cự là $F_1F_2 = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề này **ĐÚNG**

b) Điểm $N\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ đối xứng với M qua trục hoành. Do đó $N\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc Elip. Mệnh đề này **ĐÚNG**

c) Ta có: $MF_1 = \sqrt{(1+\sqrt{3})^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4+\sqrt{3}}{2}$. Mệnh đề này **SAI**

d) Phương trình chính tắc của elip có dạng

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a^2 - b^2 = 3 \quad (1)$$

$$M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \in (E) \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1 \Leftrightarrow 4b^2 + 3a^2 = 4a^2b^2 \quad (2)$$

Giải hệ (1) và (2)

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 4b^2 + 3a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 3 + b^2 \\ 4b^2 + 3(3 + b^2) = 4(3 + b^2)b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 3 + b^2 \\ 4b^4 + 5b^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình elip là: $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Mệnh đề này **ĐÚNG**

Câu 15: Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là x, y .

a) **[NB]** Điều kiện của x, y là: $(x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z})$.

b) **[TH]** Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất là: $\frac{x}{30}$ (giờ).

c) **[TH]** Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là $\frac{2x - y}{60}$ (giờ).

d) **[VD,VDC]** Phân xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai thì thu được số tiền lãi là cao nhất.

Lời giải

a) Đúng : Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày lần lượt là $x, y (x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z})$.

b) Đúng:

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{1}{60}$ (giờ).

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất là: $2 \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$ (giờ).

Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất là: $\frac{1}{30}x$ (giờ)

c) Sai: Theo phần b ta có thời gian để làm ra y chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{y}{60}$ (giờ).

Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{1}{30}x + \frac{1}{60}y = \frac{2x+y}{60}$ (giờ)

d) Đúng: Theo giả thiết, x và y phải thoả mãn các điều kiện: $0 \leq x \leq 200, 0 \leq y \leq 240$;

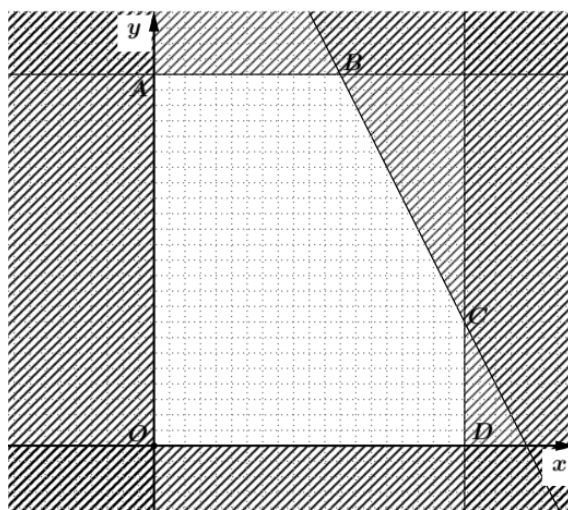
$$\frac{2x+y}{60} \leq 8 \text{ hay } 2x+y \leq 480.$$

Tổng số tiền lãi thu được khi bán x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là:

$$T = 24x + 15y \text{ (nghìn đồng).}$$

Bài toán đưa về: Tìm các số nguyên x, y là nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \text{ (II)} \\ 2x + y \leq 480 \end{cases}$$

sao cho $T = 24x + 15y$ đạt giá trị lớn nhất.



Ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (II).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;240), B(120;240), C(200;80), D(200;0)$.

Ta có biểu thức $T = 24x + 15y$ có giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của ngũ giác $OABCD$.

Tính giá trị của biểu thức $T = 24x + 15y$ tại cặp số $(x; y)$ là toạ độ các đỉnh của ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó. Ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 6480 khi $x = 120, y = 240$ ứng với toạ độ đỉnh.

Câu 16: Điểm số của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán ở tỉnh A (thang điểm là 20) được thống kê theo bảng sau:

Điểm (x)	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số (n)	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

- e) **[NB]** Khoảng biến thiên của bảng số liệu trên là 10.
- f) **[TH]** Trung bình cộng của bảng số liệu trên là 15,32.
- g) **[TH]** Trung vị của bảng số liệu trên là 15,5.
- h) **[VD,VDC]** Tỉnh A sẽ thưởng 500.000đ cho 25% học sinh có điểm ở top trên. Có 28 học sinh được nhận thưởng.

Lời giải

Đáp số: Đ-S-Đ-S.

- a. Giá trị lớn nhất là 19, giá trị nhỏ nhất là 9 nên Khoảng biến thiên của bảng số liệu trên là $R = 19 - 9 = 10$.
- b. Trung bình cộng của bảng số liệu trên là $\frac{9.1 + 10.1 + 11.3 + 12.5 + 13.8 + 14.13 + 15.19 + 16.24 + 17.14 + 18.10 + 19.2}{100} = 15,23$.
- c. Trung vị là trung bình cộng của học sinh thứ 50 và 51 nên $M_e = \frac{15 + 16}{2} = 15,5$.
- d. Q_3 là trung bình cộng của học sinh thứ 75 và 76 nên $Q_3 = \frac{17 + 17}{2} = 17$. Nên có $14 + 10 + 2 = 26$ học sinh nhận thưởng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Một nhóm học sinh gồm 7 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội thanh niên tình nguyện sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội tình nguyện

Lời giải

Đáp án: 4620.

Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam (1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam) nên số học sinh nữ là 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau:

- chọn 1 nữ và 4 nam (trong đó có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam).
 - +) Số cách chọn 1 nữ: 5 cách
 - +) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_7^2
 - +) Số cách chọn 2 nam còn lại: C_5^2
 Suy ra có $5A_7^2.C_5^2$ cách chọn cho trường hợp này.
- Chọn 2 nữ và 3 nam (trong đó có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam).
 - +) Số cách chọn 2 nữ: C_5^2 cách.
 - +) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_7^2 cách.
 - +) Số cách chọn 1 nam còn lại: 5 cách.
 Suy ra có $C_5^2.A_7^2.5$ cách chọn cho trường hợp này.
- Chọn 3 nữ và 2 nam (trong đó có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam).

+) Số cách chọn 3 nữ: C_5^3 cách.

+) Số cách chọn 2 làm đội trưởng và đội phó: A_7^2 cách.

Suy ra có $C_5^3 A_7^2$ cách chọn cho trường hợp 3.

Vậy có $5A_7^2.C_5^2 + C_5^2 A_7^2 .5 + C_5^3 A_7^2 = 4620$ cách.

Câu 18: Biết $2\cos\alpha - \sqrt{2}\sin\alpha = 2, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 2,83

$$2\cos\alpha - \sqrt{2}\sin\alpha = 2 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\alpha = 2\cos\alpha - 2 \Leftrightarrow 2\sin^2\alpha = 4\cos^2\alpha - 8\cos\alpha + 4$$

$$\Leftrightarrow 2(1 - \cos^2\alpha) = 4\cos^2\alpha - 8\cos\alpha + 4 \Leftrightarrow 6\cos^2\alpha - 8\cos\alpha + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\alpha = 1 \text{ (loại vì } 0^\circ < \alpha < 90^\circ) \\ \cos\alpha = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ (vì } 0^\circ < \alpha < 90^\circ) \text{ nên } \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2\sqrt{2} \approx 2,83.$$

Câu 19: Trong số 40 học sinh của lớp 10A, có 20 học sinh thích môn Toán, 16 học sinh thích môn Tiếng Anh và 13 học sinh thích cả hai môn này. Tính tổng số học sinh thích cả hai môn và số học sinh không thích cả hai môn Toán, Anh?

Lời giải

Đáp án: 30

Gọi X là tập hợp số học sinh của lớp 10A, A là tập hợp học sinh của lớp 10A thích môn Toán, B là tập hợp học sinh của lớp 10A thích môn Tiếng Anh.

Theo giả thiết đề bài ta có:

$$n(X) = 40, n(A) = 20, n(B) = 16, n(AB) = 13$$

Số học sinh lớp 10A thích một trong hai môn Toán và Anh là

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 16 - 13 = 23$$

Số học sinh lớp 10A không thích cả hai môn Toán Anh là:

$$n(X) - n(A \cup B) = 40 - 23 = 17$$

Vậy tổng số học sinh thích cả hai môn và số học sinh không thích cả hai môn Toán, Anh là:
 $17 + 13 = 30$ (học sinh)

Câu 20: Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 1]$ để $f(x) = (m^2 - 1)x^2 - 2(m + 1)x + 1$ luôn dương với mọi x .

Lời giải

Đáp án: -15.

Trường hợp 1. $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$

Với $m = 1 \Rightarrow f(x) = -4x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{4}$, nên $m = 1$ không thỏa mãn.

Với $m = -1 \Rightarrow f(x) = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, nên $m = -1$ thỏa mãn.

Trường hợp 2. $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$

Ta có $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số $a = m^2 - 1$.

Do đó, $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 1) = 2m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$ và

$$a = m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}. \text{ Vậy } m < -1..$$

Kết hợp điều kiện ta có $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Câu 21: Cho tứ giác $ABCD$ có $AD = 2, BC = 3, AD \perp BC$. Điểm M thay đổi trong mặt phẳng thỏa mãn $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0$. Biết rằng điểm M luôn nằm trong một đường tròn cố định có bán kính bằng $\frac{\sqrt{a}}{4}$. Tính a

Lời giải

Đáp án: 13.

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm AB, CD .

$$\text{Ta có: } (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MP} \cdot 2\overrightarrow{MQ} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ} = 0.$$

Nếu M không trùng với P, Q thì $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ} = 0 \Leftrightarrow MP \perp MQ$. Do đó M thuộc đường tròn đường kính PQ .

Nếu M trùng với P hoặc Q thì hiển nhiên M thuộc đường tròn đường kính PQ .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}).$$

Suy ra:

$$PQ^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})^2 = \frac{1}{4}(AD^2 + BC^2 + 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{4}(AD^2 + BC^2 + 2 \cdot 0) = \frac{1}{4}(2^2 + 3^2) = \frac{13}{4}.$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

Vậy điểm M luôn nằm trong một đường tròn cố định có bán kính bằng $PQ = \frac{\sqrt{13}}{4}$.

Câu 22: Có hai con tàu A và B cùng xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển (được coi như mặt phẳng Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), sau khi xuất phát t giờ ($t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 30t \\ y = -2 + 35t \end{cases}$, vị trí của tàu B có tọa độ là $N(1 - 40t; 5 - 30t)$. Nếu tàu B đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu A chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu ki-lô-mét? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 3,04.

Vị trí ban đầu của tàu B tại điểm M_0 ứng với $t = 0$, khi đó $M_0(1; 5)$.

Tàu A di chuyển theo đường thẳng $\Delta: 7x + 6y - 9 = 0$.

Do đó: khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng

$$\Delta: 7x + 6y - 9 = 0, d(M_0; \Delta) = \frac{|7 \cdot 1 + 6 \cdot 5 - 9|}{\sqrt{7^2 + 6^2}} = \frac{28\sqrt{85}}{85} \approx 3,04$$

----- Hết -----



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho đường thẳng $(d): 3x + 2y - 10 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của (d) ?

- A. $\vec{u} = (3; 2)$. B. $\vec{u} = (3; -2)$. C. $\vec{u} = (2; -3)$. D. $\vec{u} = (-2; -3)$.

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 2-x$ là:

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \{2; 3\}$.

Câu 3: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\overline{AB} = \overline{ED}$. B. $|\overline{AB}| = |\overline{AF}|$. C. $\overline{OD} = \overline{BC}$. D. $\overline{OB} = \overline{OE}$.

Câu 4: Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A$. B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A$. C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. D. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

Câu 5: Cho $A = (-1; 5], B = (2; 7)$. Tìm $A \setminus B$.

- A. $(-1; 2]$ B. $(2; 5]$ C. $(-1; 7)$ D. $(-1; 2)$

Câu 6: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 7: Trong kì thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một Điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A. 625. B. 3125. C. 120. D. 80.

Câu 8: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A. $I(-1; 2); R = 4$. B. $I(1; -2); R = 2$. C. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. D. $I(1; -2); R = 4$.

Câu 9: Mệnh đề $P(x): "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 < 0"$. Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là:

- A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0$. B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0$.
C. $\forall x \notin \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0$.

Câu 10: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng

định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(-1; -1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Câu 11: Cho tam giác ABC cân tại A , $\hat{A} = 120^\circ$ và $AB = a$. Tính $\overline{BA} \cdot \overline{CA}$

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $-\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Từ khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

- A. 1023. B. 512. C. 1024. D. 2048.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$. Gọi E là trung điểm cạnh AD . Biết rằng hai đường thẳng BE, AC vuông góc nhau.

- a) **[NB]** $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$
 b) **[TH]** $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$
 c) **[TH]** $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
 d) **[VD]** $AD = 2\sqrt{2}$

Câu 2: Một gia đình cần ít nhất 800 g chất protein và 300 g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 g thịt bò, 1100 g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

- a) **[NB]** Điều kiện của x, y là $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$.
 b) **[TH]** Hệ bất phương trình của bài toán là $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ 2x + 4y \geq 3 \end{cases}$.
 c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác.
 d) **[VD, VDC]** Gia đình đó mua 0,4kg thịt bò và 0,8kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Câu 3: Cho hai điểm $A(-1;2), B(0;1)$ và đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Xét tính đúng – sai của các khẳng định sau ?

- a) **[NB]** Đường thẳng d cắt các trục tọa độ tạo thành một tam giác cân.
 b) **[TH]** Đường tròn tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính $R = \sqrt{2}$
 c) **[TH]** Đường thẳng AB cắt đường thẳng d .
 d) **[VD, VDC]** Gọi $M(a;b)$ là một điểm thuộc đường thẳng d thoả mãn $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + b = 2$

Câu 4: Hai xạ thủ A và B mỗi xạ thủ bắn 10 phát đạn. Kết quả được thể hiện trong bảng sau :

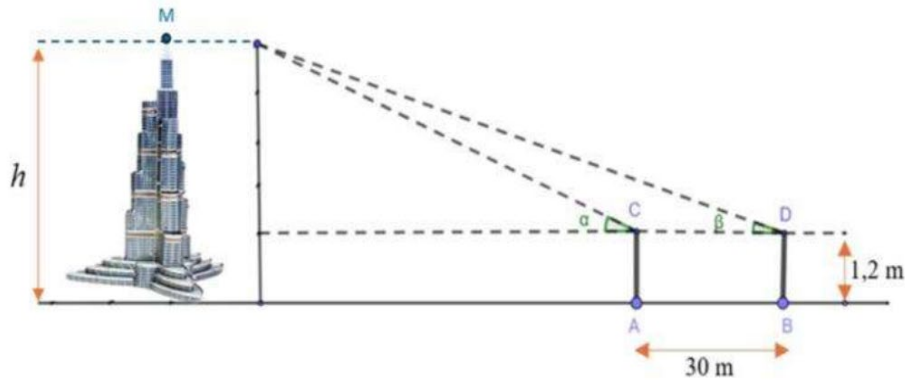
A	7	9	6	9	8	6	8	7	10	8
B	8	7	8	9	6	7	7	9	9	8

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

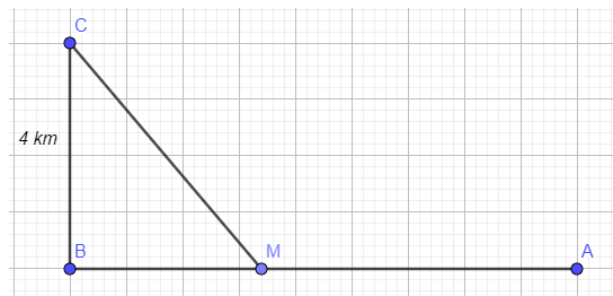
- a) **[NB]** Điểm thấp nhất của xạ thủ A là 6.
 b) **[TH]** Điểm trung bình của xạ thủ A cao hơn điểm trung bình của xạ thủ B
 c) **[TH]** Độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ A lớn hơn độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ B.
 d) **[VD]** Xạ thủ A bắn đều hơn xạ thủ B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Để đo chiều cao toà tháp người ta dùng dụng cụ đo góc có chiều cao 1,2m đặt tại hai vị trí trên mặt đất cách nhau một khoảng $AB = 30m$. Tại vị trí A và B góc đo thu được so với phương ngang lần lượt là $\alpha = 45^\circ; \beta = 30^\circ$ (hình minh hoạ). Chiều cao h của toà tháp là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



- Câu 2:** Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2019 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2024 (triệu người, làm tròn đến hàng phần chục)
- Câu 3:** Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình bên dưới. Khoảng cách từ C đến B là 4 km . Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10 km . Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Xác định vị trí điểm M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) để tổng chi phí lắp đặt là 460 triệu đồng.



- Câu 4:** Cho các tập hợp khác rỗng $A = \left[m-1; \frac{m+3}{2} \right]$ và $B = (-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để $A \cap B \neq \emptyset$. Tìm số tập hợp con của S .
- Câu 5:** Một công ty khảo sát địa hình để xây dựng tuyến cáp treo nối giữa hai ngọn núi. Để đảm bảo tính khả thi và độ an toàn, thì góc hợp bởi hướng tuyến cáp treo với một tuyến đường hiện tại nối từ điểm $A(5; -2)$ đến $B(4; 3)$ lớn hơn hoặc bằng 60° . Tuyến cáp treo dự kiến đi từ chân núi tại điểm $C(-2; 1)$ đến đỉnh núi tại điểm $D(-1; 3)$. Em hãy tính góc tạo bởi tuyến cáp treo và tuyến đường hiện tại (làm tròn đến độ) để kiểm tra xem tuyến cáp treo có đủ đảm bảo không.
- Câu 6:** Cho ba đường thẳng $d_1 : x + 3y + 1 = 0$, $d_2 : 3x - 2y + 1 = 0$, $d_3 : 2x - 3y - 2 = 0$. Tính tổng các tung độ điểm M trên d_1 sao cho khoảng cách từ M đến d_2 bằng khoảng cách từ M đến d_3 .

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	D	A	A	B	C	B	D	C	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	42,2	22,9	3	4	38	-4,4

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho đường thẳng $(d): 3x + 2y - 10 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của (d) ?

- A. $\vec{u} = (3; 2)$. B. $\vec{u} = (3; -2)$. C. $\vec{u} = (2; -3)$. D. $\vec{u} = (-2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng (d) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 2)$ nên (d) có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3)$.

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 2-x$ là:

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \{2; 3\}$.

Lời giải

Chọn B

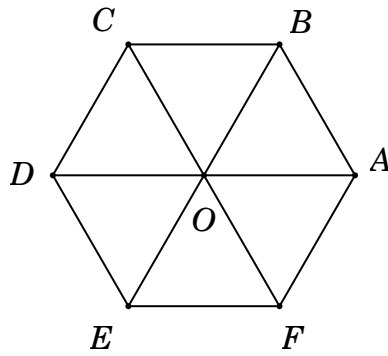
Thay các giá trị vào phương trình có $x = 1$ vào thỏa mãn phương trình.

Câu 3: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $\vec{AB} = \vec{ED}$. B. $|\vec{AB}| = |\vec{AF}|$. C. $\vec{OD} = \vec{BC}$. D. $\vec{OB} = \vec{OE}$.

Lời giải

Chọn D



Hai vectơ này ngược hướng.

Câu 4: Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A.** $S = \frac{1}{2}bc \sin A$. **B.** $S = \frac{1}{2}ac \sin A$. **C.** $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. **D.** $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$.

Câu 5: Cho $A = (-1; 5]$, $B = (2; 7)$. Tìm $A \setminus B$.

- A.** $(-1; 2]$ **B.** $(2; 5]$ **C.** $(-1; 7)$ **D.** $(-1; 2)$

Lời giải

Chọn A

Vì $A \setminus B$ gồm các phần tử thuộc A mà không thuộc B nên $A \setminus B = (-1; 2]$.

Câu 6: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên?

- A.** 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $Q_1 = 2, Q_3 = 7, 5 \Rightarrow \Delta_Q = 5$

Câu 7: Trong kì thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một Điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thi sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A.** 625. **B.** 3125. **C.** 120. **D.** 80.

Lời giải

Chọn C

Số cách phân công 5 vị trí trực khác nhau cho 5 người là: $5! = 120$.

Câu 8: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A.** $I(-1; 2); R = 4$. **B.** $I(1; -2); R = 2$. **C.** $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. **D.** $I(1; -2); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

(C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Câu 9: Mệnh đề $P(x)$: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 < 0$ ". Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là:

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0.$

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0.$

C. $\forall x \notin \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0.$

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0.$

Lời giải

Chọn D

Phủ định của $P(x): "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 < 0"$ là $\overline{P(x)}: "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0"$

Câu 10: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; 1) \in S.$

B. $(-1; -1) \in S.$

C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S.$

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S.$

Lời giải

Chọn C

Thế đáp án, chỉ có $x = 1; y = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn hệ bất phương trình \Rightarrow chọn C

Câu 11: Cho tam giác ABC cân tại A , $\hat{A} = 120^\circ$ và $AB = a$. Tính $\overline{BA} \cdot \overline{CA}$

A. $\frac{a^2}{2}.$

B. $-\frac{a^2}{2}.$

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$

D. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{BA} \cdot \overline{CA} = BA \cdot CA \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}a^2.$

Câu 12: Từ khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

A. 1023.

B. 512.

C. 1024.

D. 2048.

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển $f(x) = (x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k.$

Gọi S là tổng các hệ số trong khai triển thì ta có $S = f(1) = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$. Gọi E là trung điểm cạnh AD . Biết rằng hai đường thẳng BE, AC vuông góc nhau.

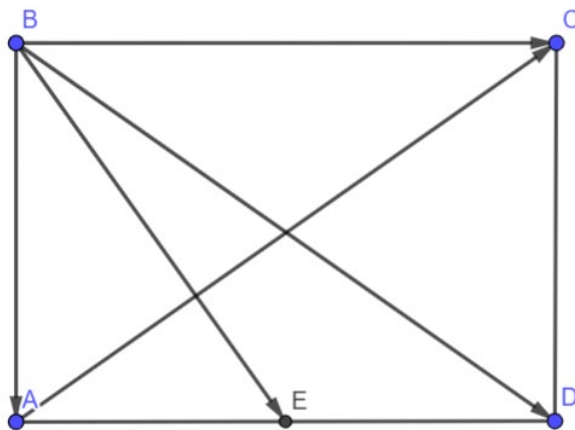
a) [NB] $\overline{BD} - \overline{BC} = \overline{BA}$

b) [TH] $\overline{AD} = 2\overline{BD} - \frac{1}{2}\overline{BE}$

c) [TH] $\overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC}.$

d) [VD] $AD = 2\sqrt{2}$

Lời giải



a) Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên ta có: $\overline{BA} + \overline{BC} = \overline{BD} \Leftrightarrow \overline{BD} - \overline{BC} = \overline{BA}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có:

$$\begin{aligned}\overline{AD} &= \overline{BD} - \overline{BA} = \overline{BD} - \overline{BE} - \overline{EA} = \overline{BD} - \overline{BE} - \overline{DE} \\ &= \overline{BD} - \overline{BE} - (\overline{BE} - \overline{BD}) = 2\overline{BD} - 2\overline{BE}\end{aligned}$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Do $ABCD$ là hình chữ nhật và E là trung điểm cạnh AD nên ta có:

$$\overline{BE} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BD}) = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BA} + \overline{BC}) = \overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC}. \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{sai}.$$

d) Áp dụng quy tắc 3 điểm đối với phép cộng ta có: $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$.

Theo giả thiết, hai đường thẳng BE, AC vuông góc nhau nên ta có:

$$\begin{aligned}\overline{BE} \cdot \overline{AC} &= 0 \Leftrightarrow \left(\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC}\right) \cdot (\overline{AB} + \overline{BC}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \overline{BA} \cdot \overline{AB} + \overline{BA} \cdot \overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{BC} \cdot \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC}^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow -\overline{AB}^2 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2}\overline{BC}^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 2\overline{AB}^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 8 \\ &\Rightarrow \overline{BC} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD = BC = 2\sqrt{2}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Một gia đình cần ít nhất 800 g chất protein và 300 g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 g thịt bò, 1100 g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

a) **[NB]** Điều kiện của x, y là $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$.

b) **[TH]** Hệ bất phương trình của bài toán là $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ 2x + 4y \geq 3 \end{cases}$.

- c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác.
d) **[VD,VDC]** Gia đình đó mua $0,4\text{kg}$ thịt bò và $0,8\text{kg}$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Lời giải

a) Giả sử gia đình đó mua $x(\text{kg})$ thịt bò và $y(\text{kg})$ thịt lợn.

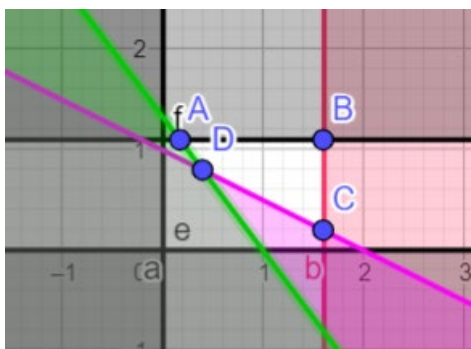
Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$ nên mệnh đề a **đúng**.

b) Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất $0,8\text{kg}$ protein và $0,3\text{kg}$ lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,8$; $20\%x + 40\%y \geq 0,3$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4 \\ 2x + 4y \geq 3 \end{cases}$$
 nên mệnh đề b **sai**.

c)



Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình trên nên b **sai**.

d) Chi phí để mua $x(\text{kg})$ thịt bò và $y(\text{kg})$ thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).

Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó $A(0,1,75;1,1), B(1,6;1,1), C(1,6;0,2), D(0,4;0,8)$.

Xét $A(0,1,75;1,1)$, ta có $T = 45.0,175 + 35.1,1 = 46,375$; xét $B(1,6;1,1)$, ta có

$T = 45.1,6 + 35.1,1 = 110,5$; xét $C(1,6;0,2)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.0,2 = 79$; xét $D(0,4;0,8)$, ta có $T = 45.0,4 + 35.0,8 = 46$.

So sánh các giá trị trên, ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 46 (nghìn đồng), khi đó $\begin{cases} x = 0,4 \\ y = 0,8 \end{cases}$

(tức là gia đình đó mua $0,4\text{kg}$ thịt bò và $0,8\text{kg}$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất) nên d **đúng**.

Câu 3: Cho hai điểm $A(-1;2), B(0;1)$ và đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Xét tính đúng – sai của các khẳng định sau ?

a) **[NB]** Đường thẳng d cắt các trục tọa độ tạo thành một tam giác cân.

b) **[TH]** Đường tròn tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính $R = \sqrt{2}$

c) **[TH]** Đường thẳng AB cắt đường thẳng d .

d) **[VD,VDC]** Gọi $M(a;b)$ là một điểm thuộc đường thẳng d thỏa mãn $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + b = 2$

Lời giải

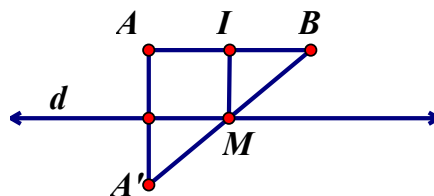
a) Ta có : Đường thẳng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(2;0), B(0;2)$ nên $OA = OB, OA \perp OB$. Do đó tam giác OAB vuông cân tại O . Vậy mệnh đề a) đúng.

b) Đường tròn tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính $R = \frac{|-1+2-2|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy mệnh đề b) sai.

c) Vì $\overrightarrow{AB} = (1; -1) = \overrightarrow{u_d}$ và $A \notin d$ nên đường thẳng AB song song d . Mệnh đề a) sai.

d) Gọi A' đối xứng với A qua d . Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Khi đó $\text{Min}(MA + MB) = A'B$ khi M là giao điểm của $A'B$ với d .



Mặt khác AB song song d nên M là trung điểm của $A'B$. Gọi I là trung điểm của AB
 $\Rightarrow MI \parallel AA' \Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên d .

Ta có: $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, đường thẳng $MI: x - y + c = 0$ ($MI \perp d$)

$$I \in MI \Leftrightarrow \frac{-1}{2} - \frac{3}{2} + c = 0 \Leftrightarrow c = 2. \text{ Do đó } MI: x - y + 2 = 0$$

Khi đó $MI \cap d = \{M\} \Rightarrow M(0; 2)$. Vậy mệnh đề d) đúng.

Câu 4: Hai xạ thủ A và B mỗi xạ thủ bắn 10 phát đạn. Kết quả được thể hiện trong bảng sau :

A	7	9	6	9	8	6	8	7	10	8
B	8	7	8	9	6	7	7	9	9	8

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- [NB]** Điểm thấp nhất của xạ thủ A là 6.
- [TH]** Điểm trung bình của xạ thủ A cao hơn điểm trung bình của xạ thủ B
- [TH]** Độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ A lớn hơn độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ B.
- [VD]** Xạ thủ A bắn đều hơn xạ thủ B.

Lời giải

a) Điểm thấp nhất của xạ thủ A là 6. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Điểm trung bình của xạ thủ A là $\bar{x}_1 = \frac{7+9+6+9+8+6+8+7+10+8}{10} \approx 7,8$.

Điểm trung bình của xạ thủ B là $\bar{x}_2 = \frac{8+7+8+9+6+7+7+9+9+8}{10} \approx 7,8$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Phương sai bảng điểm của xạ thủ A là $s_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = 1,56$

Độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ A là $s_1 = \sqrt{s_1^2} \approx 1,249$.

Phương sai bảng điểm của xạ thủ B là $s_2^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = 0,96$

Độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ B là $s_2 = \sqrt{s_2^2} \approx 0,980$.

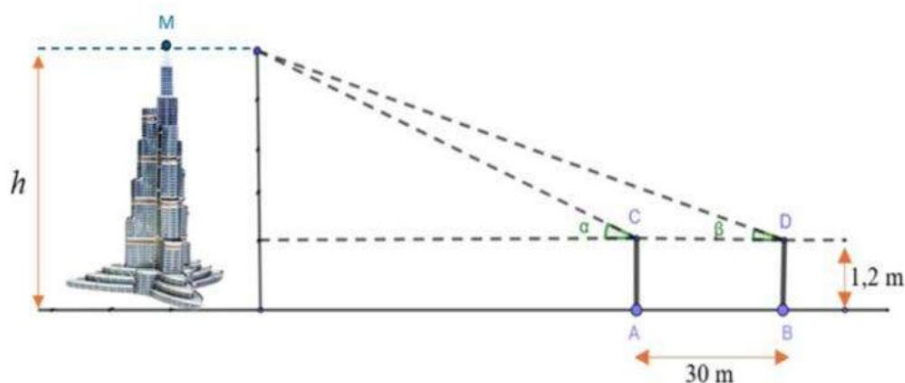
Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ A lớn hơn độ lệch chuẩn bảng điểm của xạ thủ B. Suy ra xạ thủ B bắn đều hơn xạ thủ A. Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

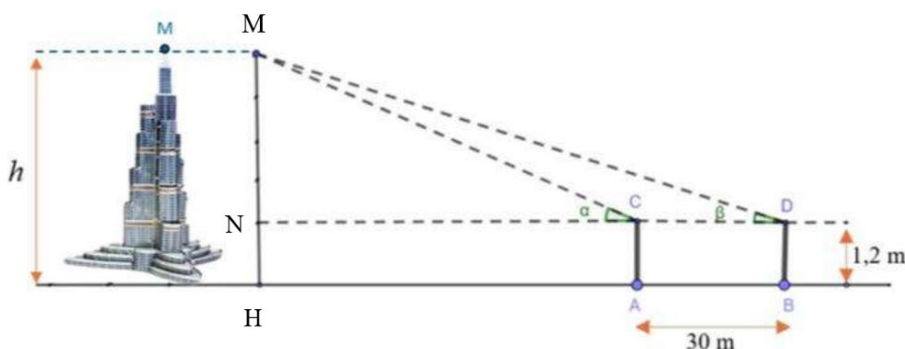
Câu 1: Để đo chiều cao toà tháp người ta dùng dụng cụ đo góc có chiều cao $1,2m$ đặt tại hai vị trí trên

mặt đất cách nhau một khoảng $AB = 30m$. Tại vị trí A và B góc đo thu được so với phương ngang lần lượt là $\alpha = 45^\circ; \beta = 30^\circ$ (hình minh hoạ). Chiều cao h của toà tháp là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Đáp án: 42,2.



$$\text{Xét tam giác } MCN \text{ vuông tại } N \text{ có: } CN = \frac{MN}{\tan \alpha} = \frac{h-1,2}{\tan 45^\circ}$$

$$\text{Xét tam giác } MND \text{ vuông tại } N \text{ có: } DN = \frac{MN}{\tan \beta} = \frac{h-1,2}{\tan 30^\circ}$$

$$\text{Ta có: } CN + CD = DN \Leftrightarrow \frac{h-1,2}{\tan 45^\circ} + 30 = \frac{h-1,2}{\tan 30^\circ} \Rightarrow h \approx 42,2m.$$

Câu 2: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2019 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2024 (triệu người, làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 22,9.

Lấy năm 2019 làm mốc và tính dân số năm 2024 thì $n = 2024 - 2019 = 5$

Áp dụng công thức $S = A(1+r)^n$ với $A = 212.942.000$, $r = 1,5\%$.

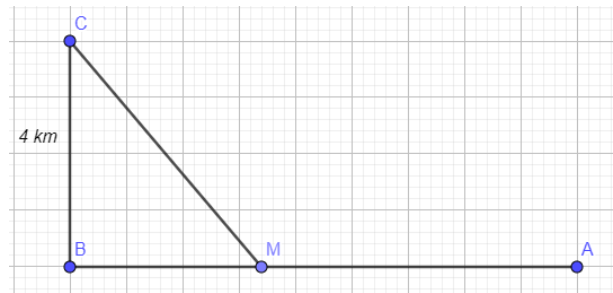
$$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$$

$$(1+0,015)^5 \approx C_5^0 + C_5^1 \cdot 0,015 + C_5^2 (0,015)^2 = 1 + 5 \cdot 0,015 + 10 \cdot (0,015)^2 = 1,07725$$

Ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2024 là: $212.942.000 \times 1,07725 = 229391769,5$.

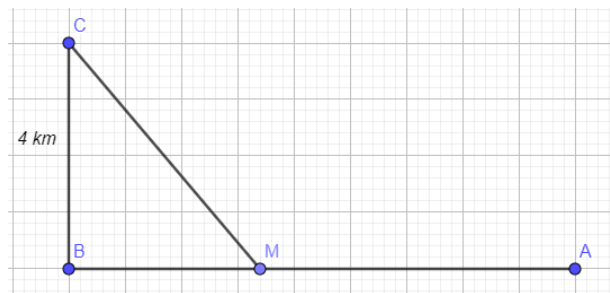
Vậy dân số quốc gia đó là 22,9 triệu người.

Câu 3: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình bên dưới. Khoảng cách từ C đến B là 4 km . Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10 km . Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Xác định vị trí điểm M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) để tổng chi phí lắp đặt là 460 triệu đồng.



Lời giải

Đáp án: 3.



➤ Đặt $BM = x$ ($0 \leq x \leq 10$) $\Rightarrow AM = 10 - x \Rightarrow CM = \sqrt{16 + x^2}$.

Chi phí trên biển: $50\sqrt{16 + x^2}$.

Chi phí trên đất liền: $30(10 - x)$

Tổng chi phí: $f(x) = 50\sqrt{16 + x^2} + 30(10 - x)$

Theo bài ra ta có phương trình $460 = 50\sqrt{16 + x^2} + 30(10 - x)$

$$460 = 50\sqrt{16 + x^2} + 30(10 - x) \Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} = 16 + 3x$$

$$\Leftrightarrow \left(5\sqrt{16 + x^2}\right)^2 = (16 + 3x)^2 \Leftrightarrow 16x^2 - 96x + 144 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (t/m)}$$

Để lắp đặt đường dây điện với chi phí 460 triệu đồng thì vị trí M đặt cách B là 3 km .

Câu 4: Cho các tập hợp khác rỗng $A = \left[m - 1; \frac{m + 3}{2} \right]$ và $B = (-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để $A \cap B \neq \emptyset$. Tìm số tập hợp con của S .

Lời giải

Đáp án: 4.

Điều kiện tập $A \neq \emptyset$ khi và chỉ khi $m - 1 < \frac{m + 3}{2} \Leftrightarrow m < 5$.

$$\text{Để } A \cap B \neq \emptyset \text{ khi và chỉ khi: } \begin{cases} m-1 < -3 \\ \frac{m+3}{2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m \geq 3 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $m \in (-\infty; -2) \cup [3; 5)$.

Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để $A \cap B \neq \emptyset$ suy ra $S = \{3; 4\}$.

Vậy S có 4 tập con.

Câu 5: Một công ty khảo sát địa hình để xây dựng tuyến cáp treo nối giữa hai ngọn núi. Để đảm bảo tính khả thi và độ an toàn, thì góc hợp bởi hướng tuyến cáp treo với một tuyến đường hiện tại nối từ điểm $A(5; -2)$ đến $B(4; 3)$ lớn hơn hoặc bằng 60° . Tuyến cáp treo dự kiến đi từ chân núi tại điểm $C(-2; 1)$ đến đỉnh núi tại điểm $D(-1; 3)$. Em hãy tính góc tạo bởi tuyến cáp treo và tuyến đường hiện tại (làm tròn đến độ) để kiểm tra xem tuyến cáp treo có đủ đảm bảo không.

Lời giải

Đáp án: 38

Ta có:

$$\overline{AB} = (-1; 5) \Rightarrow AB = \sqrt{26}$$

$$\overline{CD} = (1; 2) \Rightarrow CD = \sqrt{5}$$

Gọi α là góc giữa hai vectơ $\overline{AB}; \overline{CD}$.

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{CD}|} = \frac{-1+10}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{5}} \Rightarrow \alpha \approx 38^\circ$$

Vậy góc tạo bởi tuyến cáp treo và tuyến đường hiện tại là 38° . Nên tuyến cáp treo chưa hợp lí, công ty cần khảo sát lại.

Câu 6: Cho ba đường thẳng $d_1 : x + 3y + 1 = 0, d_2 : 3x - 2y + 1 = 0, d_3 : 2x - 3y - 2 = 0$. Tính tổng các tung độ điểm M trên d_1 sao cho khoảng cách từ M đến d_2 bằng khoảng cách từ M đến d_3 .

Lời giải

Đáp án: -4,4.

Ta có $M(t; -3t-1) \in d_1$.

Theo bài ra, ta có $d(M, d_2) = d(M, d_3)$.

$$\Rightarrow \frac{|3t - 2(-3t-1) + 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{|2t - 3(-3t-1) - 2|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} \Leftrightarrow |9t + 3| = |11t + 1| \Leftrightarrow \begin{cases} 9t + 3 = 11t + 1 \\ 9t + 3 = -11t - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{-1}{5} \end{cases}$$

Với $t = 1$, ta có $M(1; -4)$.

Với $t = \frac{-1}{5}$, ta có $M\left(\frac{-1}{5}; \frac{-2}{5}\right)$.

Vậy tổng tung độ các điểm M bằng: $-4 - \frac{2}{5} = \frac{-22}{5} = -4,4$

----- Hết -----

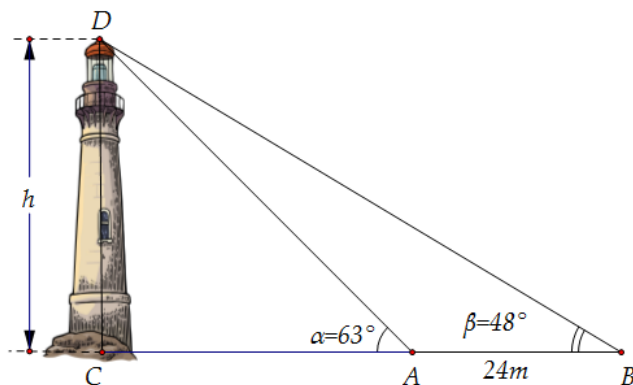
Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

- Câu 1:** Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$
A. $I(1; -2), R = 2.$ **B.** $I(2; -4), R = 2.$ **C.** $I(-1; 2), R = 1.$ **D.** $I(1; -2), R = 1.$
- Câu 2:** Cặp số $(x; y)$ nào sau đây không là nghiệm của bất phương trình $2x - y \geq 4$?
A. $\left(1; \frac{3}{5}\right).$ **B.** $(1; -2).$ **C.** $\left(\frac{9}{4}; 4\right).$ **D.** $(2; -1).$
- Câu 3:** Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?
A. 45. **B.** $C_{45}^2.$ **C.** $A_{45}^2.$ **D.** 500.
- Câu 4:** Cho $A = [1; 4]; B = (2; 6); C = (1; 2).$ Khi đó $A \cap B \cap C$ là
A. $[1; 6).$ **B.** $(2; 4].$ **C.** $(1; 2].$ **D.** $\emptyset.$
- Câu 5:** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm $O.$ Khi đó $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$ bằng
A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}.$ **B.** $\overrightarrow{BC}.$ **C.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}.$ **D.** $\overrightarrow{CD}.$
- Câu 6:** Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}.$ Giá trị đúng của biểu thức $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$ là:
A. $\frac{1}{3}.$ **B.** $\frac{10}{9}.$ **C.** $\frac{11}{9}.$ **D.** $\frac{4}{3}.$
- Câu 7:** Số trung bình của mẫu số liệu 23; 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41 là
A. 43,89. **B.** 46,25. **C.** 47,36. **D.** 40,53.
- Câu 8:** Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > x + 3$ " là:
A. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x + 3$ ". **B.** " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 > x + 3$ ".
C. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x + 3$ ". **D.** " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < x + 3$ ".
- Câu 9:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a}(3; -4), \vec{b}(-1; 2).$ Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ là
A. $(2; -2).$ **B.** $(-4; 6).$ **C.** $(4; -6).$ **D.** $(2; 2).$
- Câu 10:** Cho tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 + x - 1.$ Tìm x để $f(x) > 0.$
A. $x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right).$ **B.** $x \in (-\infty; -1) \cap \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$
C. $x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$ **D.** $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right).$
- Câu 11:** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?
A. 7. **B.** 5040. **C.** 1. **D.** 49.
- Câu 12:** Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $3x - y - 10 = 0$ và $2x + 4y - 5 = 0.$
A. $\frac{\sqrt{2}}{5}.$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{10}.$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{20}.$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$; $\widehat{CBD} = 48^\circ$.



a) [NB] $\widehat{ADB} = 15^\circ$.

b) [TH] $\frac{AB}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}}$.

c) [TH] $CD = BC \cdot \sin \widehat{CBD}$.

d) [VD,VDC] Chiều cao CD của tháp xấp xỉ $61,4m$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho Ellip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm là F_1, F_2 . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Tiêu cự của (E) là 8.

b) [TH] Điểm $F(-5;0)$ trùng với một tiêu điểm của (E) .

c) [TH] Điểm $K(3;0)$ thuộc (E) .

d) [VD,VDC] Biết rằng hyperbol $(H): \frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = 1$ có các tiêu điểm trùng với các tiêu điểm của (E) và đi qua điểm $N(\sqrt{15};1)$. Điểm M là một điểm bất kì nằm trên (H) thì $|MF_1 - MF_2| = 2\sqrt{3}$.

Câu 15: Cho biết mỗi kilôgam thịt bò có chứa khoảng 800 đơn vị protein và 100 đơn vị lipid, mỗi kilôgam thịt heo có chứa khoảng 600 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Một gia đình cần ít nhất 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid trong khẩu phần thức ăn mỗi ngày và họ chỉ có thể mua một ngày không quá 1kg thịt bò và 1,5kg thịt heo. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Lượng Protein có trong 1,5 kg thịt bò và 1 kg thịt heo là 1800 đơn vị.

b) [TH] Gọi x là số kilogam thịt bò và y là số kilogam thịt heo gia đình đó mua trong một ngày. Hệ bất phương trình thể hiện các điều kiện và mối liên hệ ràng buộc giữa x và y là

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,5 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 800x + 600y \geq 800 \\ 100x + 200y \geq 200 \end{cases}$$

c) [TH] Nếu hôm nay gia đình mua 0,5 kg thịt bò và 1 kg thịt heo thì đáp ứng đủ nhu cầu protein và lipid của họ.

d) **[VD,VDC]** Cho biết mỗi kilôgam thịt bò giá 250 nghìn đồng, mỗi kilôgam thịt heo có giá 200 nghìn đồng. Số tiền ít nhất mà gia đình đó mua thịt heo và thịt bò trong một ngày để đáp ứng đủ yêu cầu về dinh dưỡng như trên là 270 nghìn đồng.

Câu 16: Trong một cuộc thi chạy 500m của 16 vận động viên lớp 10 trường THPT Cao Thắng, người ta ghi lại thời gian hoàn thành chặng đường đua của một số vận động viên ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: phút)	4	5	6	7	8
Số vận động viên	3	4	3	5	1

a) **[NB]** Mốt của mẫu số liệu trên là 7 .

b) **[TH]** Tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của mẫu số liệu trên lần lượt là 5 và 6 .

c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị là 2 .

d) **[VD,VDC]** Độ lệch chuẩn là 1,23 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Tổ 1 của lớp 11A có 2 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 bạn học sinh vào 1 dãy ghế đặt theo hàng ngang sao cho 2 bạn học sinh nam không đứng cạnh nhau?

Câu 18: Cho góc α thoả mãn $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của $P = \sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha}$.

Câu 19: Trong một cuộc khảo sát về sự yêu thích của 40 học sinh về hai môn bóng chuyền và cầu lông, được kết quả như sau: có 30 học sinh thích môn bóng chuyền, 25 học sinh thích môn cầu lông. Biết rằng chỉ có 5 học sinh không thích môn thể thao nào ở trên. Hỏi có bao nhiêu học sinh chỉ thích đúng một môn bóng chuyền?

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m+2)x^2 + 2(m+2)x + 3 \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(4;4)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng d có phương trình $x - y - 3 = 0$. Gọi $M(a;b)$ là vị trí đặt máy thu sao cho nhận được tín hiệu sớm nhất. Tính $S = a + b$.

Lời giải

Câu 22. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 1. Biết rằng tập hợp điểm M sao cho $\overline{MA} \cdot \overline{MC} + \overline{MB} \cdot \overline{MD} = 1$ là đường tròn có bán kính bằng R . Tính R .

.....Hết.....

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	D	D	A	C	B	C	A	C	B	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	480	1,75	10	3	4	1

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$
A. $I(1; -2), R = 2.$ **B.** $I(2; -4), R = 2.$ **C.** $I(-1; 2), R = 1.$ **D.** $I(1; -2), R = 1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4.$

Vậy đường tròn có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2.$

Câu 2: Cặp số $(x; y)$ nào sau đây không là nghiệm của bất phương trình $2x - y \geq 4$?

A. $\left(1; \frac{3}{5}\right).$ **B.** $(1; -2).$ **C.** $\left(\frac{9}{4}; 4\right).$ **D.** $(2; -1).$

Lời giải

Chọn C

Thay các cặp số $(x; y)$ ở các phương án **A, B, C, D** vào bất phương trình $2x - y \geq 4$ ta thấy cặp

$\left(1; \frac{3}{5}\right)$ không thỏa mãn bất phương trình.

Do đó cặp $\left(1; \frac{3}{5}\right)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 3: Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

- A. 45. B. C_{45}^2 . C. A_{45}^2 . D. 500.

Lời giải

Chọn D

Để chọn được một đôi song ca gồm một nam và một nữ ta thực hiện liên tiếp 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam từ 20 học sinh nam \Rightarrow có 20 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ từ 25 học sinh nữ \Rightarrow có 25 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có $20 \cdot 25 = 500$ cách chọn.

Câu 4: Cho $A = [1; 4]$; $B = (2; 6)$; $C = (1; 2)$. Khi đó $A \cap B \cap C$ là

- A. $[1; 6)$. B. $(2; 4]$. C. $(1; 2]$. D. \emptyset .

Lời giải

Chọn D

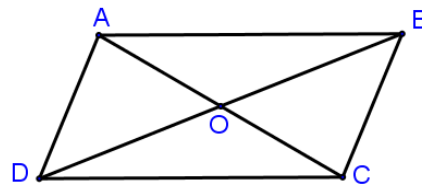
Vì $B \cap C = \emptyset$ nên $A \cap B \cap C = \emptyset$.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. \overrightarrow{BC} . C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. D. \overrightarrow{CD} .

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

Câu 6: Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$ là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{10}{9}$. C. $\frac{11}{9}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 \cos^2 \alpha = 1 + 2 \cos^2 \alpha = \frac{11}{9}$

Câu 7: Số trung bình của mẫu số liệu 23; 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41 là

- A. 43,89. B. 46,25. C. 47,36. D. 40,53.

Lời giải

Chọn B

Số trung bình $\bar{x} = \frac{23+41+71+29+48+45+72+41}{8} = 46,25$.

Câu 8: Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > x+3$ " là:

- A. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x+3$ ".
- B. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 > x+3$ ".
- C. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x+3$ ".
- D. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < x+3$ ".

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a}(3;-4)$, $\vec{b}(-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}+\vec{b}$ là

- A. $(2;-2)$.
- B. $(-4;6)$.
- C. $(4;-6)$.
- D. $(2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a}+\vec{b} = (3+(-1); -4+2) = (2;-2)$.

Câu 10: Cho tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 + x - 1$. Tìm x để $f(x) > 0$.

- A. $x \in (-1; \frac{1}{2})$.
- B. $x \in (-\infty; -1) \cap (\frac{1}{2}; +\infty)$.
- C. $x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$.
- D. $x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy $f(x) > 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$

Câu 11: Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 7.
- B. 5040.
- C. 1.
- D. 49.

Lời giải

Chọn B

Số cách xếp cần tìm là: $P_7 = 7! = 5040$.

Câu 12: Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $3x - y - 10 = 0$ và $2x + 4y - 5 = 0$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{20}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng $3x - y - 10 = 0$ và $2x + 4y - 5 = 0$.

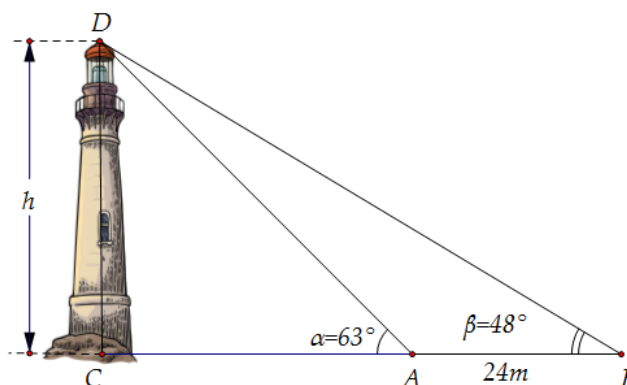
Đường thẳng $3x - y - 10 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1)$.

Đường thẳng $2x + 4y - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{m} = (2; 4)$.

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{m}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{m}|} = \frac{|3 \cdot 2 + (-1) \cdot 4|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{2}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$; $\widehat{CBD} = 48^\circ$.



a) [NB] $\widehat{ADB} = 15^\circ$.

b) [TH] $\frac{AB}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}}$.

c) [TH] $CD = BC \cdot \sin \widehat{CBD}$.

d) [VD, VDC] Chiều cao CD của tháp xấp xỉ $61,4m$.

Lời giải

a) Ta có $\widehat{CAD} = 63^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 117^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$. Suy ra mệnh đề đúng.

b) Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có:

$$\frac{AB}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD}}{\sin \widehat{ADB}}. \text{ Suy ra mệnh đề đúng.}$$

c) Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin \widehat{CBD} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin \widehat{CBD}$. Suy ra mệnh đề sai.

$$d) CD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD} \cdot \sin \widehat{CBD}}{\sin \widehat{ADB}} \quad CD = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 61,4m. \text{ Suy ra mệnh đề đúng.}$$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho Ellip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm là F_1, F_2 . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tiêu cự của (E) là 8.
- b) **[TH]** Điểm $F(-5;0)$ trùng với một tiêu điểm của (E) .
- c) **[TH]** Điểm $K(3;0)$ thuộc (E) .
- d) **[VD,VDC]** Biết rằng hyperbol $(H): \frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = 1$ có các tiêu điểm trùng với các tiêu điểm của (E) và đi qua điểm $N(\sqrt{15};1)$. Điểm M là một điểm bất kì nằm trên (H) thì $|MF_1 - MF_2| = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Vì $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ nên $a^2 = 25; b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$. Tiêu cự $2c = 8$.

Mệnh đề **đúng**.

b) Tiêu điểm của $(E): F_1(-4;0), F_2(4;0)$. Mệnh đề **sai**.

c) Thay tọa độ điểm $K(3;0)$ vào phương trình $(E): \frac{3^2}{25} + \frac{0^2}{9} = 1$ (vô lí). Vậy mệnh đề **sai**.

d) $(H): \frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = 1$ ($C^2 = A^2 + B^2$) có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (E) nên có hệ số $C = c = 4$. Vậy $A^2 + B^2 = 16$.

(H) đi qua điểm $N(\sqrt{15};1)$ nên $\frac{15}{A^2} - \frac{1}{B^2} = 1 \Rightarrow 15B^2 - A^2 = A^2B^2 \Rightarrow 240 - 16A^2 = A^2(16 - A^2)$

$$\Rightarrow A^4 - 32A^2 + 240 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A^2 = 12(TM) \\ A^2 = 20(L) \end{cases}$$

Với $A^2 = 12 \Rightarrow A = 2\sqrt{3}$.

Suy ra $|MF_1 - MF_2| = 4\sqrt{3}$. Mệnh đề **sai**.

Câu 15: Cho biết mỗi kilôgam thịt bò có chứa khoảng 800 đơn vị protein và 100 đơn vị lipid, mỗi kilôgam thịt heo có chứa khoảng 600 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Một gia đình cần ít nhất 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid trong khẩu phần thức ăn mỗi ngày và họ chỉ có thể mua một ngày không quá 1kg thịt bò và 1,5kg thịt heo. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Lượng Protein có trong 1,5 kg thịt bò và 1 kg thịt heo là 1800 đơn vị.
- b) **[TH]** Gọi x là số kilôgam thịt bò và y là số kilôgam thịt heo gia đình đó mua trong một ngày. Hệ bất phương trình thể hiện các điều kiện và mối liên hệ ràng buộc giữa x và y là

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,5 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 800x + 600y \geq 800 \\ 100x + 200y \geq 200 \end{cases}$$

c) **[TH]** Nếu hôm nay gia đình mua 0,5 kg thịt bò và 1 kg thịt heo thì đáp ứng đủ nhu cầu protein và lipid của họ.

d) **[VD,VDC]** Cho biết mỗi kilôgam thịt bò giá 250 nghìn đồng, mỗi kilôgam thịt heo có giá 200 nghìn đồng. Số tiền ít nhất mà gia đình đó mua thịt heo và thịt bò trong một ngày để đáp ứng đủ yêu cầu về dinh dưỡng như trên là 270 nghìn đồng.

Lời giải

a) Lượng Protein có trong 1,5 kg thịt bò và 1 kg thịt heo là: $1,5 \times 800 + 1 \times 600 = 1800$ đơn vị protein, **suy ra mệnh đề đúng.**

b) Gọi x (kg) là số kilogram thịt bò và y (kg) là số kilogram thịt heo.

Do một ngày không quá 1kg thịt bò và 1,5kg thịt heo nên $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1,5$.

Theo đề bài ta có hệ:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 800x + 600y \geq 800 \\ 100x + 200y \geq 200 \end{cases}, \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

c) Trong 0,5 kg thịt bò và 1 kg thịt heo thì có $\frac{1}{2} \times 800 + 1 \times 600 = 1000$ đơn vị protein và

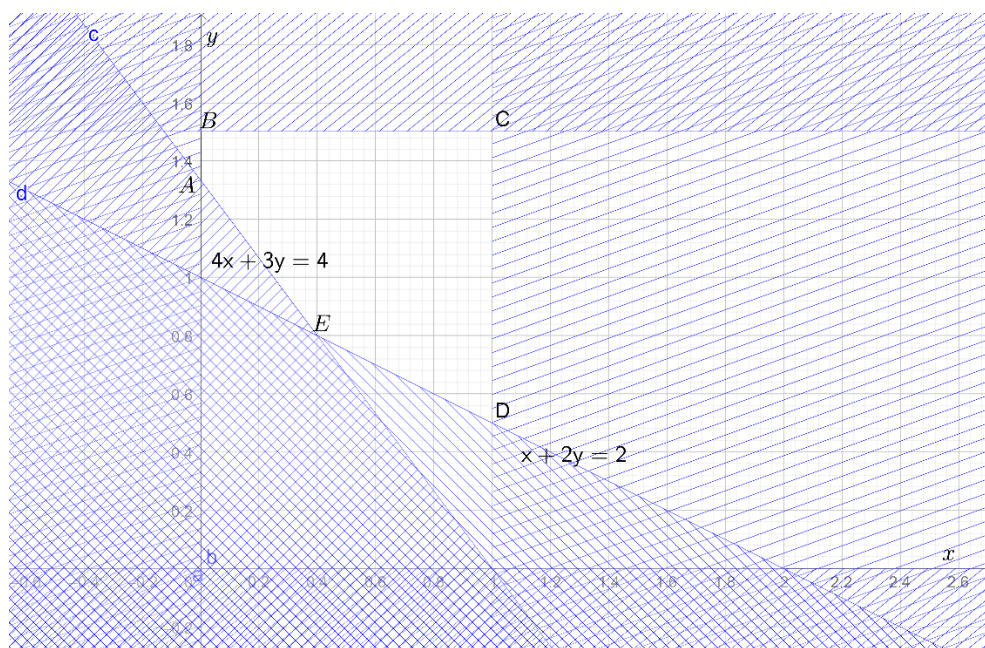
$\frac{1}{2} \times 100 + 1 \times 200 = 250$ đơn vị lipit, do đó đáp ứng đủ nhu cầu protein và lipit trong khẩu phần ăn

của gia đình, **suy ra mệnh đề đúng.**

d) Ta có

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 800x + 600y \geq 800 \\ 100x + 200y \geq 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 4x + 3y \geq 4 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình lên cùng một hệ trục tọa độ



Ta có miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền đa giác $ABCDE$ có tọa độ các đỉnh là $A\left(0; \frac{4}{3}\right); B\left(0; \frac{3}{2}\right); C\left(1; \frac{3}{2}\right); D\left(1; \frac{1}{2}\right); E\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right)$.

Gọi $T = 250x + 200y$ (nghìn đồng) là số tiền gia đình chi để mua x kg thịt bò và y kg thịt heo.

Ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của đa giác $ABCDE$

Ta có: $T\left(0; \frac{4}{3}\right) = \frac{800}{3} \approx 267$

$$T\left(0; \frac{4}{3}\right) = 300$$

$$T\left(1; \frac{3}{2}\right) = 550$$

$$T\left(1; \frac{1}{2}\right) = 350$$

$$T\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right) = 260$$

Vậy gia đình này chỉ cần mua $\frac{2}{5}$ kg thịt bò và $\frac{4}{5}$ kg thịt heo để vừa đáp ứng yêu cầu về dinh dưỡng vừa tốn chi phí ít nhất là 260 nghìn đồng, **suy ra mệnh đề sai.**

Câu 16: Trong một cuộc thi chạy 500m của 16 vận động viên lớp 10 trường THPT Cao Thắng, người ta ghi lại thời gian hoàn thành chặng đường đua của một số vận động viên ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: phút)	4	5	6	7	8
Số vận động viên	3	4	3	5	1

- a) **[NB]** Một của mẫu số liệu trên là 7 .
- b) **[TH]** Tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của mẫu số liệu trên lần lượt là 5 và 6 .
- c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị là 2 .
- d) **[VD,VDC]** Độ lệch chuẩn là 1,23 .

Lời giải

a) Đúng

Dữ liệu có giá trị 7 xuất hiện nhiều nhất nên một bằng 7.

b) Sai

Cỡ mẫu: $n = 3 + 4 + 3 + 5 + 1 = 16$.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 7; 7; 7; 7; 7; 8 .

Vì $n = 12$, là số chẵn nên tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = \frac{1}{2}(x_8 + x_9) = \frac{1}{2}(6 + 6) = 6$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là trung vị của mẫu số liệu: 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 6 . Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(5 + 5) = 5$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là trung vị của mẫu số liệu: 6; 6; 7; 7; 7; 7; 7; 8 . Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(7 + 7) = 7$.

c) Đúng

Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 7 - 5 = 2$.

c) Sai

Thời gian trung bình của các vận động viên là: $\bar{x} = \frac{4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 1}{3 + 4 + 3 + 5 + 1} = 5,8125$.

Phương sai của mẫu số liệu là: $S^2 = \frac{1}{16} (3 \cdot 4^2 + 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 6^2 + 5 \cdot 7^2 + 1 \cdot 8^2) - (5,8125)^2 = \frac{391}{256}$.

Độ lệch chuẩn là $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{391}{256}} \approx 1,24$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Tổ 1 của lớp 11A có 2 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 bạn học sinh vào 1 dãy ghế đặt theo hàng ngang sao cho 2 bạn học sinh nam không đứng cạnh nhau?

Lời giải

Công đoạn 1: Có 4 vị trí để xếp 4 học sinh nữ: Có 4! cách

Công đoạn 2: Ta có 4 học sinh nữ tạo thành 5 vách ngăn, ta đặt 2 học sinh nam vào 5 vách ngăn đó có A_5^2

Theo quy tắc nhân: $4! A_5^2 = 480$ cách sắp xếp thỏa mãn.

Câu 18: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của $P = \sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha}$.

Lời giải

Ta có $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{9}$.

Mà $P = \sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha} = \sqrt{(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cot \alpha} = \sqrt{\left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)^2 - 2}$

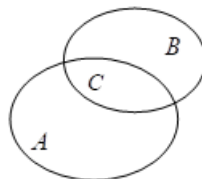
$= \sqrt{\left(\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}\right)^2 - 2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}\right)^2 - 2}$.

Nên $P = \sqrt{\left(-\frac{9}{4}\right)^2 - 2} = \frac{7}{4} = 1,75$.

Câu 19: Trong một cuộc khảo sát về sự yêu thích của 40 học sinh về hai môn bóng chuyền và cầu lông, được kết quả như sau: có 30 học sinh thích môn bóng chuyền, 25 học sinh thích môn cầu lông. Biết rằng chỉ có 5 học sinh không thích môn thể thao nào ở trên. Hỏi có bao nhiêu học sinh chỉ thích đúng một môn bóng chuyền?

Lời giải

Đáp án: 10



Gọi A là tập hợp các học sinh thích môn bóng chuyền.

Gọi B là tập hợp các học sinh thích môn cầu lông.

Gọi C là tập hợp các học sinh thích cả hai môn trên.

Số học sinh thích môn bóng chuyền hoặc cầu lông là: $40 - 5 = 35$ (học sinh).

Theo sơ đồ Ven ta có: $n(A) + n(B) - n(C) = 35 \Leftrightarrow 30 + 25 - n(C) = 35 \Leftrightarrow n(C) = 20$.

Do vậy số học sinh chỉ thích bóng chuyền là: $n(A) - n(C) = 30 - 20 = 10$ (học sinh).

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m+2)x^2 + 2(m+2)x + 3 \leq 0$ vô nghiệm.

Lời giải

Đáp án: 3

Yêu cầu bài toán tương đương với $(m+2)x^2 + 2(m+2)x + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi x .

Đặt $f(x) = (m+2)x^2 + 2(m+2)x + 3$.

Với $m = -2$, ta có: $f(x) = 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $m = -2$ thỏa mãn.

Với $m \neq -2$, ta có:

$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ (m+2)^2 - 3(m+2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ m^2 + m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 1$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $-2 \leq m < 1$ là giá trị cần tìm.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(4;4)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng d có phương trình $x - y - 3 = 0$. Gọi $M(a;b)$ là vị trí đặt máy thu sao cho nhận được tín hiệu sớm nhất. Tính $S = a + b$.

Lời giải

Đáp án: 4.

Để đặt vị trí sao cho nhận được tín hiệu sớm nhất $\Leftrightarrow M$ gần vị trí A nhất

Mà $M \in d \Rightarrow M$ là hình chiếu của A trên đường thẳng d .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với d .

$\Delta \perp d : x - y - 3 = 0 \Rightarrow \Delta : x + y + c = 0$

Mà $A(4;4) \in \Delta : x + y + c = 0 \Rightarrow 4 + 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8$

Suy ra $\Delta : x + y - 8 = 0$

Ta có: $\begin{cases} M \in d \\ M \in \Delta \end{cases} \Rightarrow M = d \cap \Delta$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy máy thu đặt ở vị trí $M\left(\frac{11}{2}; \frac{5}{2}\right)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất.

Khi đó $S = a + b = \frac{11}{2} + \frac{5}{2} = 4$.

Câu 22. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 1. Biết rằng tập hợp điểm M sao cho $\overline{MA} \cdot \overline{MC} + \overline{MB} \cdot \overline{MD} = 1$ là đường tròn có bán kính bằng R . Tính R .

Lời giải

Đáp án: 1.

Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có: $\overline{MA} \cdot \overline{MC} = (\overline{MI} + \overline{IA})(\overline{MI} + \overline{IC}) = (\overline{MI} + \overline{IA})(\overline{MI} - \overline{IA}) = \overline{MI}^2 - \overline{IA}^2 = MI^2 - IA^2$

Chứng minh tương tự ta có: $\overline{MB} \cdot \overline{MD} = MI^2 - IB^2$

Khi đó: $\overline{MA} \cdot \overline{MC} + \overline{MB} \cdot \overline{MD} = 1 \Leftrightarrow 2MI^2 - IA^2 - IB^2 = 1 \Leftrightarrow 2MI^2 - 2IA^2 = 1$

$\Rightarrow 2MI^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ (vì $IA^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$) $\Leftrightarrow MI^2 = 1 \Leftrightarrow MI = 1$.

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $R = 1$.

.....*Hết*.....

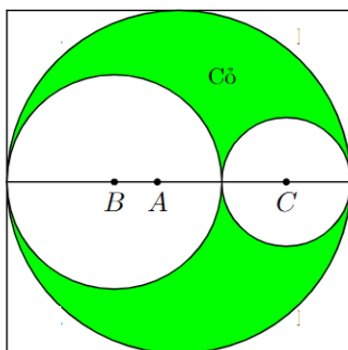
Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(3-x)^{2024}$ có bao nhiêu số hạng?
A. 2023. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** 2026.
- Câu 2:** Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\sqrt{2x-6} = \sqrt{3-x}$?
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.
- Câu 3:** Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?
A. 12. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 8.
- Câu 4:** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; a; b\}$. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của tập hợp A là
A. $2!$. **B.** 11. **C.** C_5^2 . **D.** A_5^2 .
- Câu 5:** Cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$. Khi đó, tâm và bán kính của (C) là:
A. $I(2; -3); R = 2$. **B.** $I(2; -3); R = 4$. **C.** $I(-2; 3); R = 4$. **D.** $I(-2; 3); R = \sqrt{2}$.
- Câu 6:** Cho tam giác ABC có ba cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \widehat{A}$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos \widehat{A}$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \sin \widehat{A}$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \sin \widehat{A}$.
- Câu 7:** Cho hai tập hợp $A = (-3; 5), B = [2; 7)$. Hãy chọn đáp án đúng.
A. $A \cap B = (5; 7)$. **B.** $A \cap B = (2; 5)$. **C.** $A \cap B = (-3; 2]$. **D.** $A \cap B = [2; 5)$.
- Câu 8:** Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 45 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày tròn bảng số liệu sau:
- | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----------|
| Sản lượng | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | |
| Tần số | 6 | 9 | 12 | 11 | 7 | $N = 45$ |
- Tính phương sai của bảng số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm)
A. 1,58. **B.** 1,61. **C.** 1,59. **D.** 1,60.
- Câu 9:** Cho đường thẳng $(d): 2x + 3y - 4 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của (d) ?
A. $\vec{u} = (2; 3)$. **B.** $\vec{u} = (3; 2)$. **C.** $\vec{u} = (3; -2)$. **D.** $\vec{u} = (-3; -2)$.
- Câu 10:** Mệnh đề nào sau là mệnh đề sai?
A. $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$. **B.** $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$. **C.** $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$. **D.** $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.
- Câu 11:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x - 4y + 12 \geq 0 \\ x + y - 5 \geq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$ là miền chứa điểm nào trong các điểm sau?
A. $M(1; -3)$. **B.** $N(4; 3)$. **C.** $P(-1; 5)$. **D.** $Q(-2; -3)$.
- Câu 12:** Cho tam giác ΔABC đều cạnh a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng:
A. a^2 . **B.** $\frac{a^2}{2}$. **C.** $-\frac{a^2}{2}$. **D.** $-a^2$.

HÀN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh $12m$ như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 200 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 500 nghìn đồng. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Diện tích hình tròn bán kính R là πR^2 .
- b) **[TH]** Nếu gọi x, y (m) lần lượt là bán kính phần lát gạch hình tròn thì $x + y = 6$.
- c) **[TH]** Diện tích phần lát gạch của khu vườn là $S = 144 - 36\pi - \pi x^2 - \pi y^2$.
- d) **[VD,VDC]** Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng 55035 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn)?

Câu 2. Bạn Uyên dự định dành 4h trong một ngày để học hai ngoại ngữ là tiếng Anh và tiếng Trung. Nếu đọc 1 trang sách tiếng Anh thì cần 45 phút và học được 7 từ mới. Nếu đọc 1 trang sách tiếng Trung thì cần 1h và học được 9 từ mới. Biết rằng, bạn Uyên đọc không quá tổng số 5 trang sách hai loại. Gọi x là số trang sách tiếng Anh bạn Uyên đọc trong 1 ngày; y là số trang sách tiếng Trung bạn Uyên đọc 1 ngày.

- a) **[NB]** Thời gian đọc sách ngoại ngữ trong 1 ngày của bạn Uyên là $0,75x + y$

b) **[TH]** (x, y) là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 5 \\ x + y \leq 5 \\ 0,75x + y \leq 4 \end{cases}$$
.

- c) **[TH]** Số từ mới của cả hai thứ tiếng bạn học được trong ngày là $F(x; y) = 7x + 5y$.

- d) **[VD]** Để số từ mới học được nhiều nhất bạn Uyên cần đọc 3 trang sách tiếng Anh và 2 trang sách tiếng Trung.

Câu 3: Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg):

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,387

Mệnh đề sau đúng hay sai ? (các kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)

- a) **[NB]** Trung vị của mẫu số liệu đã cho là 3,400.
- b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 1,600$.
- c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 0,765$.
- d) **[VD,VDC]** Độ lệch chuẩn là $s \approx 0,250$.

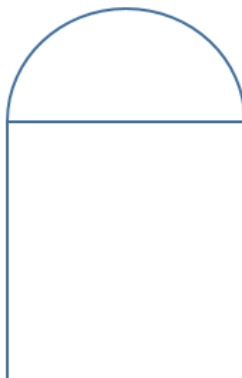
Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4cm$ và O là tâm.

- a) **[NB]** Có 5 vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{O; A; B\}$.

- b) [TH] Hai vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}$ cùng phương.
 c) [TH] $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.
 d) [VD] Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó $|\overrightarrow{OE}| = 2\sqrt{10} \text{ cm}$.

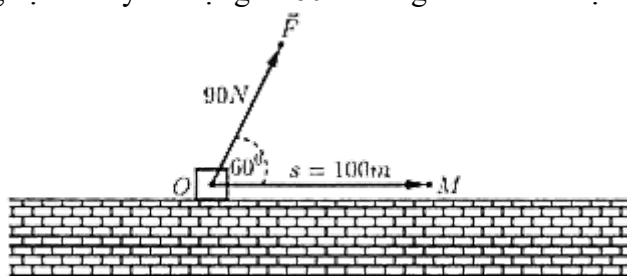
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Mỗi sáng Phúc đi bộ tập thể dục rèn luyện sức khỏe, Phúc đặt ra mục tiêu đi được 2000 bước. Biết rằng Phúc có chiều dài chân là 1,1m, ở mỗi bước đi trung bình thì chân trước và chân sau tạo với nhau góc 37° . Mỗi ngày Phúc cần đi bộ bao nhiêu mét để có thể đạt được mục tiêu 2000 bước chân của mình?
- Câu 2:** Tổng các hệ số trong khai triển $(3x-1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ là 2^{11} . Tìm a_3 .
- Câu 3:** Một cửa sổ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 68 cm . Tính diện tích của hình chữ nhật, biết rằng diện tích của phần nửa hình tròn bằng $0,3$ lần diện tích của phần hình chữ nhật. Lấy $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

- Câu 4:** Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (m-1; 5]$ và $B = (-3; 2m+3)$. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho $A \cap B \neq \emptyset$. Tổng các phần tử của S bằng bao nhiêu?
- Câu 5:** Một người dùng một lực \vec{F} có độ lớn 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m . Biết lực \vec{F} hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Công sinh ra bởi lực \vec{F} là bao nhiêu Jun?



- Câu 6:** Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$. Kể từ khi xuất phát, thời điểm hai tàu gần nhau nhất có dạng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$. Khi đó $a+b$ bằng

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	A	C	A	A	D	C	C	C	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1400	4455	2231	12	4500	2343

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(3-x)^{2024}$ có bao nhiêu số hạng?

- A. 2023. B. 2024. C. 2025. D. 2026.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Khai triển nhị thức Niu-ton $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

Vậy trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(3-x)^{2024}$ có 2025 số hạng.

Câu 2: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\sqrt{2x-6} = \sqrt{3-x}$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x-6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Thay $x=3$ vào phương trình ta được $0=0$ hay $x=3$ là nghiệm của phương trình.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải

Chọn A

Số vectơ khác vectơ-không và có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$:

$$\begin{aligned} AB &\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, & BC &\Rightarrow \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, & CD &\Rightarrow \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}, & AD &\Rightarrow \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, & AC &\Rightarrow \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \\ BD &\Rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DB} \end{aligned}$$

Câu 4: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; a; b\}$. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của tập hợp A là
A. 2!. **B.** 11. **C.** C_5^2 . **D.** A_5^2 .

Lời giải

Chọn C

Mỗi tập hợp con có 2 phần tử của A ứng với 1 cách chọn 2 phần tử từ tập hợp có 5 phần tử A nên số tập hợp con có 2 phần tử của A là C_5^2 .

Câu 5: Cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$. Khi đó, tâm và bán kính của (C) là:
A. $I(2; -3); R = 2$. **B.** $I(2; -3); R = 4$. **C.** $I(-2; 3); R = 4$. **D.** $I(-2; 3); R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 2$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có ba cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \widehat{A}$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos \widehat{A}$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \sin \widehat{A}$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \sin \widehat{A}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý cô-sin vào tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A.$$

Câu 7: Cho hai tập hợp $A = (-3; 5), B = [2; 7]$. Hãy chọn đáp án đúng.
A. $A \cap B = (5; 7)$. **B.** $A \cap B = (2; 5)$. **C.** $A \cap B = (-3; 2]$. **D.** $A \cap B = [2; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Có $A = (-3; 5), B = [2; 7] \Rightarrow A \cap B = [2; 5)$.

Câu 8: Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 45 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày tròn bảng số liệu sau:

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	6	9	12	11	7	$N = 45$

Tính phương sai của bảng số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 1,58. **B.** 1,61. **C.** 1,59. **D.** 1,60.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{20 \cdot 6 + 21 \cdot 9 + 22 \cdot 12 + 23 \cdot 11 + 24 \cdot 7}{45} = 22,09$$

$$\Rightarrow \delta_x^2 = \frac{6(20 - 22,09)^2 + 9(21 - 22,09)^2 + 12(22 - 22,09)^2 + 11(23 - 22,09)^2 + 7(24 - 22,09)^2}{45}$$

$$= 1,59$$

Câu 9: Cho đường thẳng $(d): 2x + 3y - 4 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của (d) ?

A. $\vec{u} = (2; 3)$. **B.** $\vec{u} = (3; 2)$. **C.** $\vec{u} = (3; -2)$. **D.** $\vec{u} = (-3; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = (2; 3)$.

Suy ra vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; -2)$.

Câu 10: Mệnh đề nào sau là mệnh đề sai?

A. $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$. **B.** $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$. **C.** $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$. **D.** $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề C sai vì tồn tại số $0 \in \mathbb{R}$ và ta có $0^2 = 0$.

Câu 11: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x - 4y + 12 \geq 0 \\ x + y - 5 \geq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$$
 là miền chứa điểm nào trong các điểm

sau?

A. $M(1; -3)$.

B. $N(4; 3)$.

C. $P(-1; 5)$.

D. $Q(-2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\begin{cases} 3x - 4y + 12 \geq 0 \\ x + y - 5 \geq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$$
, kiểm tra đáp án thấy $N(4; 3)$ thoả mãn.

Câu 12: Cho tam giác ΔABC đều cạnh a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng:

A. a^2 .

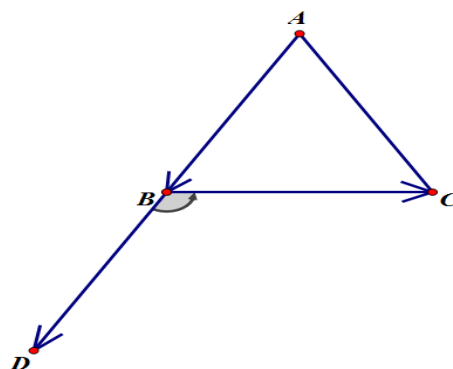
B. $\frac{a^2}{2}$.

C. $-\frac{a^2}{2}$.

D. $-a^2$.

Lời giải

Chọn C

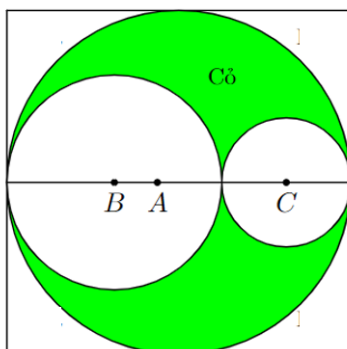


$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}) = \widehat{CBD} = 120^\circ$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

HÀN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

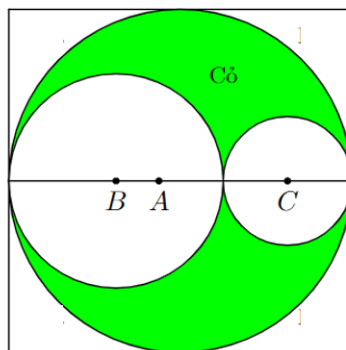
Câu 1: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh $12m$ như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 200 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 500 nghìn đồng. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Diện tích hình tròn bán kính R là πR^2 .
- b) **[TH]** Nếu gọi x, y (m) lần lượt là bán kính phần lát gạch hình tròn thì $x + y = 6$.
- c) **[TH]** Diện tích phần lát gạch của khu vườn là $S = 144 - 36\pi - \pi x^2 - \pi y^2$.
- d) **[VD, VDC]** Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng 55035 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn)?

Lời giải



- a) Diện tích hình tròn bán kính R là πR^2 . Suy ra mệnh đề **đúng**.
- b) Gọi x, y (m) lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn ($x, y > 0$) ta có $x + y = 6$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

- c) Diện tích được lát gạch của khu vườn là:

$$S = 144 - 36\pi + \pi x^2 + \pi y^2.$$

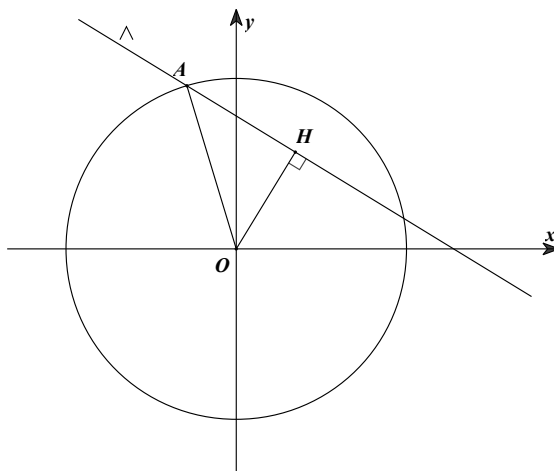
Suy ra mệnh đề **sai**.

- d) Theo trên:

$$S = 144 - 36\pi + \pi x^2 + \pi y^2 \Leftrightarrow S = 144 - 36\pi + \pi(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{S - 144 + 36\pi}{\pi}$$

Ta có: $(C): x^2 + y^2 = \frac{S - 144 + 36\pi}{\pi}$ có tâm $O(0;0)$ bán kính $R = \sqrt{\frac{S - 144 + 36\pi}{\pi}}$ và đường thẳng $x + y - 6 = 0$.

Khi đó bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương?



Ta có (C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$$R \geq d(O, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{S-144+36\pi}{\pi}} \geq \frac{6}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow S \geq 144-18\pi.$$

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min} = 144-18\pi$. Từ đó chi phí để thi công khu vườn Hạnh phúc là $200(144-S_{\min})+500.S_{\min} = 200.18\pi + 500.(144-18\pi) \approx 55035$ nghìn đồng.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

Cách khác tìm S_{\min} khi $x+y=6$:

$$S = 144 - 36\pi + \pi x^2 + \pi y^2 \Leftrightarrow S = 144 - 36\pi + \pi(x^2 + y^2)$$

Ta cần đánh giá $x^2 + y^2 \geq \alpha(x+y)^2$ với điểm rơi là $x=y=3 \Rightarrow 18 = \alpha.36 \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2}$

Suy ra $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}(x+y)^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 \geq x^2 + 2xy + y^2 \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$: luôn đúng.

Khi đó:

$$S = 144 - 36\pi + \pi(x^2 + y^2) \geq 144 - 36\pi + \pi \cdot \frac{1}{2}(x+y)^2 = 144 - 36\pi + \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot 36 = 144 - 18\pi$$

Câu 2. Bạn Uyên dự định dành 4h trong một ngày để học hai ngoại ngữ là tiếng Anh và tiếng Trung. Nếu đọc 1 trang sách tiếng Anh thì cần 45 phút và học được 7 từ mới. Nếu đọc 1 trang sách tiếng Trung thì cần 1h và học được 9 từ mới. Biết rằng, bạn Uyên đọc không quá tổng số 5 trang sách hai loại. Gọi x là số trang sách tiếng Anh bạn Uyên đọc trong 1 ngày; y là số trang sách tiếng Trung bạn Uyên đọc 1 ngày.

a) **[NB]** Thời gian đọc sách ngoại ngữ trong 1 ngày của bạn Uyên là $0,75x + y$

b) **[TH]** (x, y) là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 5 \\ x + y \leq 5 \\ 0,75x + y \leq 4 \end{cases}.$$

c) **[TH]** Số từ mới của cả hai thứ tiếng bạn học được trong ngày là $F(x, y) = 7x + 5y$.

d) **[VD]** Để số từ mới học được nhiều nhất bạn Uyên cần đọc 3 trang sách tiếng Anh và 2 trang sách tiếng Trung.

Lời giải

a) **Đúng** vì đọc 1 trang sách tiếng anh thì cần 45 phút tức là 0,75 giờ

Để đọc x trang sách tiếng Anh cần $0,75x$ (giờ)

Đọc 1 trang sách tiếng Trung thì cần 1h, để đọc y trang sách tiếng Trung cần y (giờ)

Vậy thời gian đọc sách ngoại ngữ trong 1 ngày là $0,75x + y$.

b) **Đúng**

c) **Sai** vì

- Nếu đọc 1 trang sách tiếng Anh thì học được 7 từ mới, nên số từ tiếng Anh học mới khi đọc x trang là $7x$

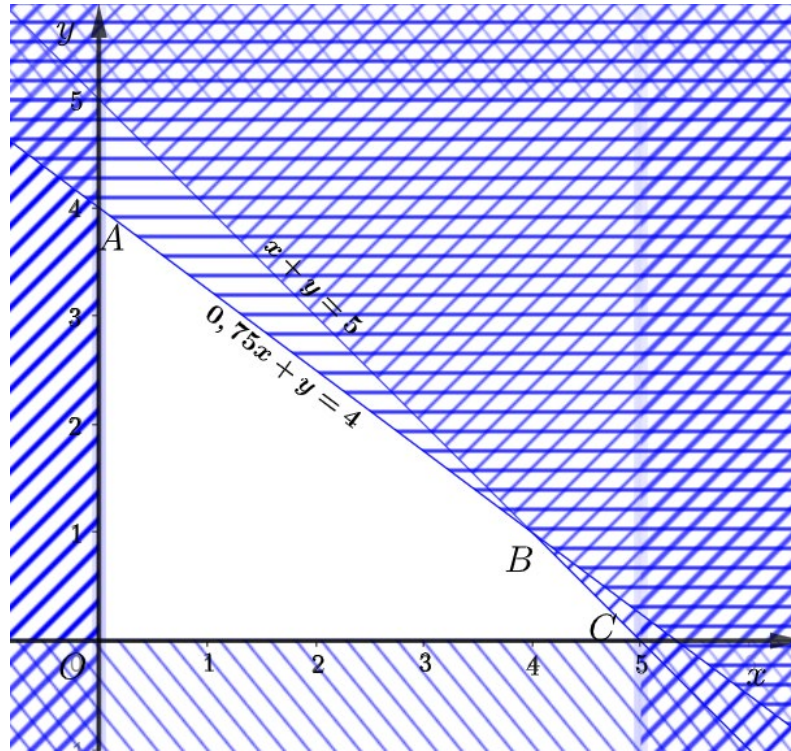
- Nếu đọc 1 trang sách tiếng Trung thì học được 9 từ mới, nên số từ tiếng Trung học mới khi đọc y trang là $9y$

Vậy số từ mới của cả hai thứ tiếng bạn học được trong ngày là $F(x, y) = 7x + 9y$.

d) **Sai**

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền nghiệm là tứ giác $OABC$.

Trong đó $A(0;4)$, $B(4;1)$, $C(5;0)$, $O(0;0)$



Ta có $F_A = 28$, $F_B = 37$, $F_C = 35$, $F_O = 0$

Vậy để số từ mới học được nhiều nhất bạn Uyên cần đọc 4 trang sách tiếng Anh và 1 trang sách tiếng Trung.

Câu 3: Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg):

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,387

Mệnh đề sau đúng hay sai ? (các kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)

- [NB]** Trung vị của mẫu số liệu đã cho là 3,400.
- [TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 1,600$.
- [TH]** Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 0,765$.
- [VD,VDC]** Độ lệch chuẩn là $s \approx 0,250$.

Lời giải

Trước hết, ta sẽ sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

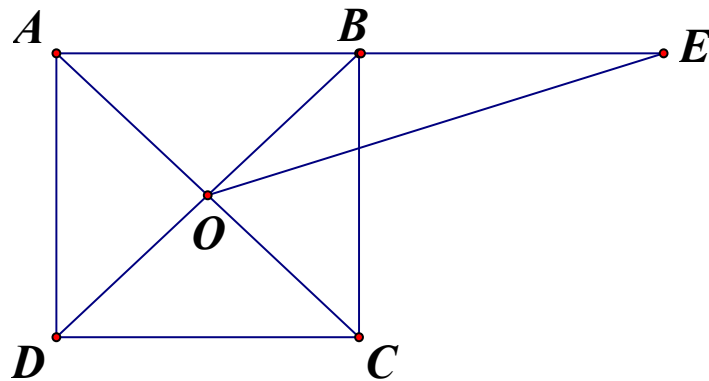
2,593 2,977 3,155 3,270 3,387 3,412 3,813 3,920 4,042 4,236

- [NB]** Trung vị của mẫu số liệu đã cho là $M_e = \frac{3,387 + 3,412}{2} \approx 3,400$. Suy ra mệnh đề **Đúng**
- [TH]** Khoảng biến thiên là $R = 4,236 - 2,593 = 1,643$. Suy ra mệnh đề **Sai**
- [TH]** Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0,765$. Suy ra mệnh đề **Đúng**
- [VD,VDC]** Độ lệch chuẩn là $s \approx 0,520$. Suy ra mệnh đề **Sai**

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4\text{cm}$ và O là tâm.

- [NB]** Có 5 vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{O; A; B\}$.
- [TH]** Hai vectơ \vec{AD} , \vec{CB} cùng phương.
- [TH]** $\vec{OA} = \vec{OC}$.
- [VD]** Gọi E là điểm thỏa mãn $\vec{BE} = \vec{AB}$. Khi đó $|\vec{OE}| = 2\sqrt{10}\text{cm}$.

Lời giải



a) Sai.

Có 6 vector khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{O; A; B\}$ là:

$\vec{OA}, \vec{AO}, \vec{OB}, \vec{BO}, \vec{AB}, \vec{BA}$.

b) Đúng.

Hai vector \vec{AD}, \vec{CB} cùng phương vì giá của chúng lần lượt là hai đường thẳng AD, CB song song với nhau.

c) Sai.

$\vec{OA} = \vec{OC}$: sai vì \vec{OA}, \vec{OC} có độ dài bằng nhau nhưng ngược hướng.

d) Đúng.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ và $\widehat{OBE} = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

Do $\vec{BE} = \vec{AB}$ nên $BE = AB = 4 \text{ cm}$.

Áp dụng định lí côsin vào $\triangle OBE$ ta có:

$$OE = \sqrt{BO^2 + BE^2 - 2BO \cdot BE \cdot \cos \widehat{OBE}} = \sqrt{8 + 16 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \cos 135^\circ} = 2\sqrt{10} \text{ cm}.$$

Vậy $|\vec{OE}| = OE = 2\sqrt{10} \text{ cm}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Mỗi sáng Phúc đi bộ tập thể dục rèn luyện sức khỏe, Phúc đặt ra mục tiêu đi được 2000 bước. Biết rằng Phúc có chiều dài chân là 1,1m, ở mỗi bước đi trung bình thì chân trước và chân sau tạo với nhau góc 37° . Mỗi ngày Phúc cần đi bộ bao nhiêu mét để có thể đạt được mục tiêu 2000 bước chân của mình?

Lời giải

Đáp án: 1400.

Hai chân và độ dài mỗi bước chân tạo thành tam giác ABC cân tại A có góc ở đỉnh là 37° .

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC :

$$BC^2 = 1,1^2 + 1,1^2 - 2 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot \cos 37^\circ \approx 0,4873 \Rightarrow BC \approx 0,7$$

Do đó mỗi bước chân của Phúc dài 0,7m.

Vậy để bước đủ 2000 bước cần đi bộ $2000 \cdot 0,7 = 1400 \text{ (m)}$.

Câu 2: Tổng các hệ số trong khai triển $(3x-1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ là 2^{11} . Tìm a_3 .

Lời giải

Đáp án: 4455.

$$(3x-1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n.$$

Thay $x=1$ ta có:

$$(3-1)^n = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n \Leftrightarrow 2^n = 2^{11} \Leftrightarrow n = 11.$$

Số hạng tổng quát của khai triển $(3x-1)^n$ là $C_{11}^k \cdot (3x)^{11-k} \cdot (-1)^k = C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{11-k}$.

$$a_3 \text{ là hệ số của số hạng chứa } x^3 \Rightarrow 11-k=3 \Rightarrow k=8$$

Vậy $a_3 = C_{11}^8 \cdot 3^3 \cdot (-1)^8 = 4455$.

Câu 3: Một cửa sổ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 68cm . Tính diện tích của hình chữ nhật, biết rằng diện tích của phần nửa hình tròn bằng $0,3$ lần diện tích của phần hình chữ nhật. Lấy $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Đáp án: 2231

Gọi $x(\text{cm})$ là đường kính của nửa đường tròn ($x > 0$) thì x cũng là cạnh của hình chữ nhật.

Diện tích của nửa hình tròn là $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{3,14x^2}{8}$.

Diện tích của hình chữ nhật là $x\sqrt{68^2 - x^2}$.

Theo giả thiết ta có phương trình:

$$\frac{3,14x^2}{8} = 0,3x\sqrt{68^2 - x^2} \Leftrightarrow 157x = 120\sqrt{68^2 - x^2} \Leftrightarrow x^2 = 1705,18067$$

$$\Rightarrow x = \frac{8160}{\sqrt{39049}}$$

Cạnh còn lại của hình chữ nhật là: $y = \sqrt{68^2 - x^2} = 54,0260986$.

Diện tích của hình chữ nhật là: $S = x.y = 2230,944 \approx 2231(\text{cm}^2)$

Câu 4: Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (m-1; 5]$ và $B = (-3; 2m+3)$. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho $A \cap B \neq \emptyset$. Tổng các phần tử của S bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 12

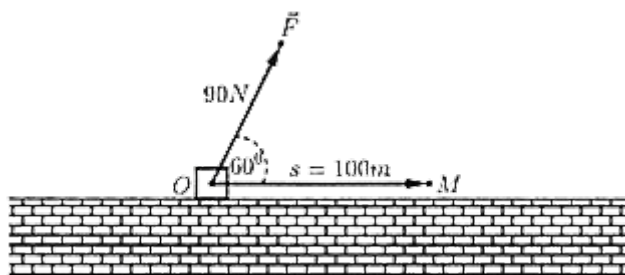
Điều kiện để $A, B \neq \emptyset$ là $\begin{cases} m-1 < 5 \\ 2m+3 > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 6$.

Khi đó, $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow 2m+3 > m-1 \Leftrightarrow m > -4$.

Kết hợp điều kiện suy ra $-3 < m < 6 \Rightarrow S = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Tổng các phần tử của S bằng 12.

Câu 5: Một người dùng một lực \vec{F} có độ lớn 90N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100m . Biết lực \vec{F} hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Công sinh ra bởi lực \vec{F} là bao nhiêu Jun?



Lời giải

Đáp án: 4500

Đặt $OM = s$ là đoạn đường mà vật di chuyển được với O là điểm đặt vật ban đầu. Công sinh ra bởi lực \vec{F} là:

$$A = \vec{F} \cdot \overline{OM} = |\vec{F}| \cdot |\overline{OM}| \cdot \cos(\vec{F}, \overline{OM}) = 90 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ = 4500 J$$

Câu 6: Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bên, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$. Kể từ khi xuất phát, thời điểm hai tàu

gần nhau nhất có dạng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$. Khi đó $a + b$ bằng

Lời giải

Đáp án: 2343

Tại thời điểm t , vị trí tàu A là $M(3 - 33t; -4 + 25t)$, vị trí của tàu B là $N(4 - 30t; 3 - 40t)$. Ta

$$\text{có } MN = \sqrt{(1 + 3t)^2 + (7 - 65t)^2} = \sqrt{4234t^2 - 904t + 50}.$$

MN nhỏ nhất khi hàm bậc hai $f(t) = 4234t^2 - 904t + 50$ đạt giá trị nhỏ nhất, lúc đó:

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{-904}{2 \cdot 4234} = \frac{226}{2117} \text{ (giờ)}.$$

$$\text{Vậy } a + b = 226 + 2117 = 2343$$

----- Hết -----

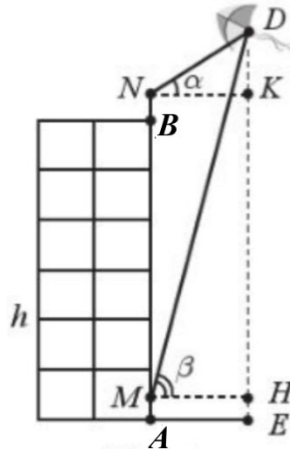
Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + (y+4)^2 = 5$ là
A. $I(0; -4); R = \sqrt{5}$. B. $I(0; -4); R = 5$. C. $I(0; 4); R = \sqrt{5}$. D. $I(0; 4); R = 5$.
- Câu 2:** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?
A. $(-2; 1)$. B. $(3; -7)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 0)$.
- Câu 3:** Từ các chữ số 2; 5; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?
A. 36. B. 24. C. 20. D. 14.
- Câu 4:** Với $\forall x \in \mathbb{R}$, tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
A. $\forall x \in [-5; 1] \Leftrightarrow -5 < x < 1$. B. $\forall x \in [-5; 1] \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 1$.
C. $\forall x \in [-5; 1] \Leftrightarrow -5 < x \leq 1$. D. $\forall x \in [-5; 1] \Leftrightarrow -5 \leq x < 1$.
- Câu 5:** Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overline{CA} - \overline{BA} = \overline{BC}$. B. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{BC}$. C. $\overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CB}$. D. $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CA}$.
- Câu 6:** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?
A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.
- Câu 7:** Cho mẫu số liệu: 3 2 4 5 9 10 12. Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên (là tròn đến hàng phần mười) là
A. 5. B. 6,5. C. 6,4. D. 5,6.
- Câu 8:** Cho mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là
A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.
C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 < 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$.
- Câu 9:** Cho $\vec{a} = (3; -4), \vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vec tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là
A. $(2; -2)$. B. $(4; -6)$. C. $(-3; -8)$. D. $(-4; 6)$.
- Câu 10:** Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với mọi x thuộc \mathbb{R} khi và chỉ khi:
A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
- Câu 11:** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh, trong đó có An và Bình vào một hàng ghế dài gồm 7 ghế sao cho hai bạn An và Bình ngồi ở hai ghế đầu và cuối?
A. 720 cách. B. 5040 cách. C. 240 cách. D. 120 cách.
- Câu 12:** Cho đường thẳng $3x - 4y - 5 = 0$. Trong các điểm $M(1; -3), N(0; 4), P(8; 0), Q(1; 5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?
A. N . B. M . C. P . D. Q .

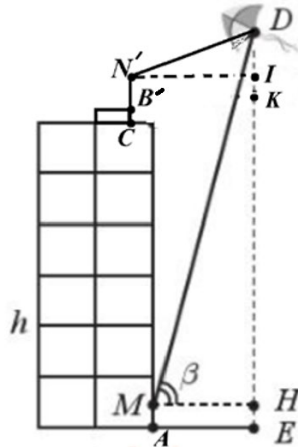
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Bạn Ba đứng ở đỉnh B của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn Ba (điểm N) tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 30^\circ$; khoảng cách từ đỉnh B của tòa nhà tới mắt bạn Ba là $1,6\text{ m}$. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà tại điểm A , bạn An cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ điểm A tới mắt bạn An (điểm M) là $1,6\text{ m}$. Biết chiều cao tòa nhà là $h = 35\text{ m}$ (như hình vẽ).



Các khẳng định sau là đúng hay sai?

- a) **[NB]** Ta có: $AN = BM = 1,6\text{ m}$ và $\widehat{MND} = 120^\circ$.
- b) **[TH]** Khoảng cách từ mắt bạn An tới mắt bạn Ba là $31,8\text{ m}$.
- c) **[TH]** Khoảng cách từ mắt bạn An tới chiếc điều là $42,9\text{ m}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).
- d) **[VD,VDC]** Muốn nhìn rõ hơn nên bạn Ba đứng ở điểm B' trên một bục C (như hình vẽ bên dưới), cao 1 m so với đỉnh tòa nhà và bục C cách vị trí ban đầu 1 m .



Khi đó, góc nâng của bạn Ba ở vị trí mới là góc δ với $\delta < 25^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Có $a^2 = 25$; $b^2 = 9$.
- b) **[TH]** Elip có hai tiêu điểm là $F_1(-3;0)$; $F_2(3;0)$.
- c) **[TH]** Elip cắt trục hoành tại 2 điểm có tọa độ là $A_1(-6;0)$; $A_2(6;0)$.

d) [VD] Elip cắt hai trục tọa độ tại bốn điểm tạo thành hình thoi có diện tích bằng 15.

Câu 3. Bác Tiến Huỳnh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Biết rằng đầu tư 10 triệu đồng vào khoản X lợi nhuận là 1 triệu đồng; còn đầu tư 10 triệu vào khoản Y lợi nhuận là 0,5 triệu đồng. Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Tiến Huỳnh lần lượt đầu tư vào các khoản $X; Y$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Điều kiện ràng buộc của x, y là hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}.$$

b) [TH] Miền nghiệm của hệ bất phương trình chứa các điều kiện ràng buộc của x, y khi biểu diễn lên hệ trục tọa độ Oxy là một tứ giác.

c) [TH] Hàm lợi nhuận là $F(x; y) = x + 0,5y$.

d) [VD] Lợi nhuận lớn nhất của phương án đầu tư Bác Tiến Huỳnh là 22 triệu.

Câu 4: Khảo sát điểm kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 10) môn Toán của 40 học sinh, ta được kết quả sau

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	2	3	9	a	8	10	b	1	$N = 40$

Biết giá trị trung bình của mẫu số liệu $\bar{x} = 6,5$. Khi đó

a) [NB] $a + b = 7$.

b) [TH] $\bar{x} = \frac{3.2 + 4.3 + 5.9 + 6.a + 7.8 + 8.10 + 9.b + 10.1}{40}$.

c) [TH] $a.b = 10$.

d) [VD] $s^2 = 3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Thầy giáo có 6 quyển sách toán giống nhau, 5 quyển sách lý giống nhau và 7 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 9 học sinh đạt kết quả thi cao nhất trong kì thi thử của một trường THPT, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để các góc x thỏa mãn đẳng thức $2(m-1)\cot x + 4m + 1 = -\cot^2 x$ là một góc nhọn.

Câu 3. Trong số 50 cán bộ được triệu tập để chuẩn bị công tác cho một cuộc hội nghị quốc tế, có 25 cán bộ phiên dịch được tiếng Anh, 15 cán bộ phiên dịch được tiếng Pháp, trong số đó có 10 cán bộ phiên dịch được cả hai thứ tiếng Anh và Pháp. Hỏi số cán bộ không phiên dịch được cả tiếng Anh và tiếng Pháp trong đợt triệu tập này là bao nhiêu?

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = (m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6$ xác định trên \mathbb{R} , trong đó m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f(x) \geq 0$ với mọi x .

Câu 5: Một trạm viễn thông S có tọa độ $(4;3)$. Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $5x + 8y - 20 = 0$. Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với $1km$. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S là bao nhiêu km (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Lấy M, N, K lần lượt nằm trên ba cạnh AB, BC, CA sao cho $AM = 2MB, BC = 3NC, CK = x, x > 0$. Khi CM vuông góc với KN thì $x = \frac{ma}{n}$. Tìm $m + 100n$

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	B	D	C	D	C	B	A	A	C	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1260	0	20	1	2,54	1205

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + (y+4)^2 = 5$ là

- A. $I(0; -4); R = \sqrt{5}$. B. $I(0; -4); R = 5$. C. $I(0; 4); R = \sqrt{5}$. D. $I(0; 4); R = 5$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

- A. $(-2; 1)$. B. $(3; -7)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Thay $x = 0; y = 1$ vào bất phương trình ta được $1 < 1$ là mệnh đề sai, nên chọn C

Câu 3: Từ các chữ số 2; 5; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

- A. 36. B. 24. C. 20. D. 14.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}, a \neq b \neq c \neq d$

Chọn a có 4 cách; b có 3 cách, c có 2 cách, d có 1 cách.

Vậy theo qui tắc nhân có $4.3.2.1 = 24$ (cách)

Câu 4: Với $\forall x \in \mathbb{R}$, tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $\forall x \in [-5; 1) \Leftrightarrow -5 < x < 1$. B. $\forall x \in [-5; 1) \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 1$.
C. $\forall x \in [-5; 1) \Leftrightarrow -5 < x \leq 1$. D. $\forall x \in [-5; 1) \Leftrightarrow -5 \leq x < 1$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa tập con của tập số thực

Câu 5: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overline{CA} - \overline{BA} = \overline{BC}$. B. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{BC}$. C. $\overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CB}$. D. $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CA}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CA} + \overline{AB} = \overline{CB}$$

Câu 6: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

Lời giải

Chọn D

Tính chất của giá trị lượng giác

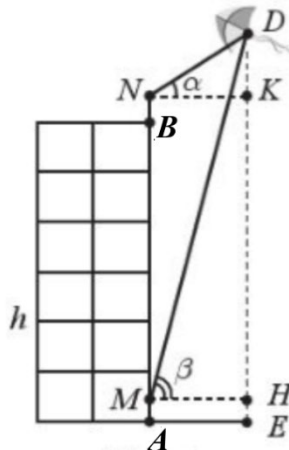
Câu 7: Cho mẫu số liệu: 3 2 4 5 9 10 12. Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên (là tròn đến hàng phần mười) là

- B. 5. B. 6,5. C. 6,4. D. 5,6.

Lời giải

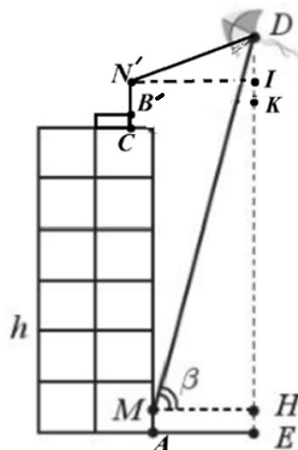
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Bạn Ba đứng ở đỉnh B của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn Ba (điểm N) tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 30^\circ$; khoảng cách từ đỉnh B của tòa nhà tới mắt bạn Ba là $1,6\text{ m}$. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà tại điểm A , bạn An cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ điểm A tới mắt bạn An (điểm M) là $1,6\text{ m}$. Biết chiều cao tòa nhà là $h = 35\text{ m}$ (như hình vẽ).



Các khẳng định sau là đúng hay sai?

- a) **[NB]** Ta có: $AN = BM = 1,6\text{ m}$ và $\widehat{MND} = 120^\circ$.
- b) **[TH]** Khoảng cách từ mắt bạn An tới mắt bạn Ba là $31,8\text{ m}$.
- c) **[TH]** Khoảng cách từ mắt bạn An tới chiếc điều là $42,9\text{ m}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).
- d) **[VD,VDC]** Muốn nhìn rõ hơn nên bạn Ba đứng ở điểm B' trên một bục C (như hình vẽ bên dưới), cao 1 m so với đỉnh tòa nhà và bục C cách vị trí ban đầu 1 m .



Khi đó, góc nâng của bạn Ba ở vị trí mới là góc δ với $\delta < 25^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) **[NB]** $AN = BM = 1,6\text{ m}$ và $\widehat{MND} = 120^\circ$.

Xét tam giác MND có: $\widehat{MND} = \widehat{MNK} + \widehat{KND} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

Do khoảng cách từ điểm B của tòa nhà tới mắt bạn Ba (điểm N) là $1,6\text{ m}$ nên $BN = 1,6\text{ m}$.

Do khoảng cách từ điểm A trên mặt đất tới mắt bạn An (điểm M) là $1,6\text{ m}$ nên $AM = 1,6\text{ m}$.

Do đó $AN = 35 + 1,6 = 36,6\text{ m}$; $BM = 35 - 1,6 = 33,4\text{ m}$

Vậy khẳng định a) sai.

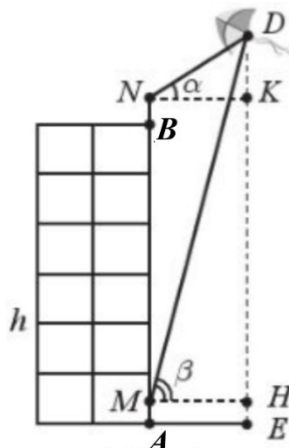
b) **[TH]** Khoảng cách từ mắt bạn An tới mắt bạn Ba là $31,8m$.

Ta có: $AB = h = 35$ nên khoảng cách từ mắt bạn An tới mắt bạn Ba là

$$MN = AB - AM + BN = 35 - 1,6 + 1,6 = 35m$$

Vậy khẳng định b) sai.

c) **[TH]** Khoảng cách từ mắt bạn An tới chiếc điều là $42,9m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Khoảng cách từ mắt bạn An tới chiếc điều là MD

Xét tam giác MND có: $\widehat{MND} = 120^\circ; MN = 35m$

$$\widehat{NMD} = \widehat{NMH} - \widehat{HMD} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

$$\widehat{NDM} = 180^\circ - \widehat{NMD} - \widehat{MND} = 180^\circ - 15^\circ - 120^\circ = 45^\circ$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác MND ta có:

$$\frac{MD}{\sin N} = \frac{ND}{\sin M} = \frac{MN}{\sin D}$$

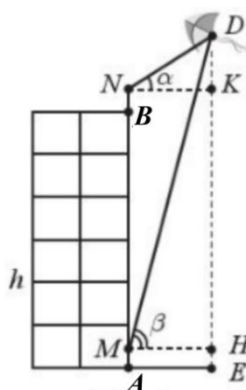
$$\text{Suy ra } MD = \frac{MN \cdot \sin N}{\sin D} = \frac{35 \cdot \sin 120^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{35\sqrt{6}}{2} \approx 42,9m.$$

Vậy khẳng định c) đúng.

d) **[VD,VDC]**

Khi bạn Ba ở vị trí ban đầu hay vị trí mới thì khoảng cách từ chiếc điều đến mặt đất đều là DE

Với vị trí cũ điểm B :



Xét tam giác vuông MDH có: $\widehat{MHD} = 90^\circ; \widehat{HMD} = 75^\circ$

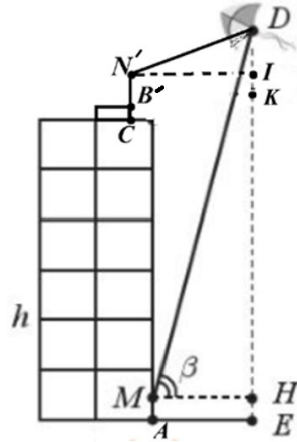
$$\text{Ta có: } HD = MD \cdot \sin 75^\circ = 42,9 \cdot \sin 75^\circ = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})}{40} m$$

$$HM = MD \cdot \cos 75^\circ = 42,9 \cdot \cos 75^\circ = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})}{40} m$$

$$DK = HD - HK = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})}{40} - 35 = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) - 1400}{40} m$$

$$\text{Do đó, } DE = DH + HE = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4} + 1,6 = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})}{40} + \frac{8}{5} = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + 64}{40} m$$

Với vị trí mới điểm B' : góc nâng của bạn Ba là góc $\delta = \widehat{IN'D}$



$$DI = DE - IE = DE - IK - KH - HE = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + 64}{40} - 1 - 35 - 1,6 = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) - 1440}{40} m$$

$$NI = HM + 1 = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})}{40} + 1 = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2}) + 40}{40} m$$

$$\text{Xét tam giác vuông } N'DI \text{ có: } \tan \widehat{IN'D} = \frac{DI}{NI} = \frac{429 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) - 1440}{429 \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2}) + 40} \Rightarrow \widehat{IN'D} \approx 24^\circ < 25^\circ$$

Vậy khẳng định **d)** đúng.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Có $a^2 = 25$; $b^2 = 9$.

b) **[TH]** Elip có hai tiêu điểm là $F_1(-3;0)$; $F_2(3;0)$.

c) **[TH]** Elip cắt trục hoành tại 2 điểm có tọa độ là $A_1(-6;0)$; $A_2(6;0)$.

d) **[VD]** Elip cắt hai trục tọa độ tại bốn điểm tạo thành hình thoi có diện tích bằng 15.

Lời giải

a) Ta có: $a^2 = 25$; $b^2 = 9$ suy ra mệnh đề **đúng**.

b) $a^2 = 25$, $b^2 = 9$. Do đó $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 3$

Vậy elip có hai tiêu điểm là $F_1(-3;0)$; $F_2(3;0)$ suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Tọa độ giao điểm của elip với trục hoành: $y = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{25} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm 5$.

Vậy elip cắt trục hoành tại 2 điểm có tọa độ là $A_1(-5;0)$; $A_2(5;0)$ suy ra mệnh đề **sai**.

d) Tọa độ giao điểm của elip với trục tung: $x = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y^2 = 9 \Leftrightarrow y = \pm 3$.

Vậy elip cắt trục tung tại 2 điểm có tọa độ là $B_1(0;-3)$; $B_2(0;3)$.

Theo ý trên elip cắt trục hoành tại 2 điểm có tọa độ là $A_1(-5;0)$; $A_2(5;0)$

Diện tích hình thoi $A_1B_1A_2B_2$ bằng: $S_{A_1B_1A_2B_2} = A_1A_2 \cdot B_1B_2 = 60$ (dvd) suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 3. Bác Tiến Huỳnh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Biết rằng đầu tư 10 triệu đồng vào khoản X lợi nhuận là 1 triệu đồng; còn đầu tư 10 triệu vào khoản Y lợi nhuận là 0,5 triệu đồng. Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Tiến Huỳnh lần lượt đầu tư vào các khoản $X; Y$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Điều kiện ràng buộc của x, y là hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$
.

b) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình chứa các điều kiện ràng buộc của x, y khi biểu diễn lên hệ trục tọa độ Oxy là một tứ giác.

c) **[TH]** Hàm lợi nhuận là $F(x; y) = x + 0,5y$.

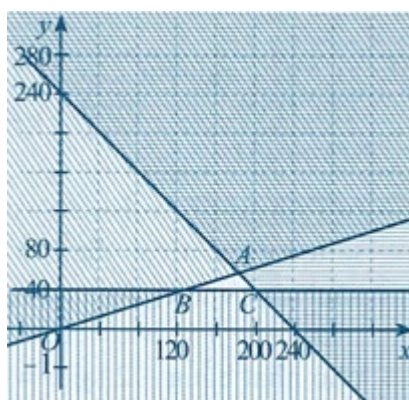
d) **[VD]** Lợi nhuận lớn nhất của phương án đầu tư Bác Tiến Huỳnh là 22 triệu.

Lời giải

a) Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Tiến Huỳnh đầu tư vào kho Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$
. Nên a) **đúng**.

b) **[TH]** Miền nghiệm của hệ trên là miền tam giác ABC với $A(180;60)$, $B(120;40)$ và $C(200;40)$ ở Hình.



Nên b) **sai**.

c) **[TH]** Vì đầu tư 10 triệu đồng vào khoản X lợi nhuận là 1 triệu đồng; còn vào khoản Y lợi nhuận là 0,5 triệu đồng. Nên đầu tư x, y (triệu đồng) vào các khoản $X; Y$ thì lợi nhuận phải là

$$F(x; y) = \frac{x}{10} \cdot 1 + \frac{y}{10} \cdot 0,5 = 0,1x + 0,05y$$
 (triệu). Vậy c) **Sai**.

d) **[VD]** Ta có $F(180;60) = 21$; $F(120;40) = 14$; $F(200;40) = 22$.

Lợi nhuận lớn nhất là 22 triệu khi $x = 200$; $y = 40$. Vậy d) **đúng**.

Câu 4: Khảo sát điểm kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 10) môn Toán của 40 học sinh, ta được kết quả sau

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	2	3	9	a	8	10	b	1	$N = 40$

Biết giá trị trung bình của mẫu số liệu $\bar{x} = 6,5$. Khi đó

a) **[NB]** $a + b = 7$.

b) [TH] $\bar{x} = \frac{3.2+4.3+5.9+6.a+7.8+8.10+9.b+10.1}{40}$.

c) [TH] $a.b = 10$.

d) [VD] $s^2 = 3$.

Lời giải

a) Ta có: $a + b + 33 = 40 \Rightarrow a + b = 7$. Chọn đúng.

b) $\bar{x} = \frac{3.2+4.3+5.9+6.a+7.8+8.10+9.b+10.1}{40}$. Chọn đúng.

c) Ta có $a + b = 7$. (1)

$$\bar{x} = \frac{3.2+4.3+5.9+6.a+7.8+8.10+9.b+10.1}{40} = \frac{209+6a+9b}{40}$$

Theo đề ra ta có: $\bar{x} = 6,5 \Rightarrow \frac{209+6a+9b}{40} = 6,5 \Rightarrow 6a+9b = 51 \Rightarrow 2a+3b = 17$. (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} a+b=7 \\ 2a+3b=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$

Chọn sai.

d) Ta có: Các độ lệch: $3-6,5 = -3,5$; $4-6,5 = -2,5$; $5-6,5 = -1,5$; $6-6,5 = -0,5$;

$7-6,5 = 0,5$; $8-6,5 = 1,5$; $9-6,5 = 2,5$; $10-6,5 = 3,5$.

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{2(-3,5)^2 + 3(-2,5)^2 + 9(-1,5)^2 + 4(-0,5)^2 + 8(0,5)^2 + 10(1,5)^2 + 3(2,5)^2 + (3,5)^2}{40} = 3$$

Chọn đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Thầy giáo có 6 quyển sách toán giống nhau, 5 quyển sách lý giống nhau và 7 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 9 học sinh đạt kết quả thi cao nhất trong kì thi thử của một trường THPT, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại.

Lời giải

Đáp án: 1260.

Có duy nhất một cách chia 18 quyển sách thành 9 bộ, mỗi bộ gồm hai quyển sách khác loại, trong đó có:

+ x bộ giống nhau gồm 1 toán và 1 lý.

+ y bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 lý.

+ z bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 toán.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=7 \\ x+z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$

Như vậy ta có:

+ 2 bộ giống nhau gồm 1 toán và 1 lý.

+ 3 bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 lý.

+ 4 bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 toán.

Số cách trao phần thưởng cho 9 học sinh được tính như sau:

+ Chọn ra 2 người (trong 9 người) để trao bộ sách toán và lý \Rightarrow có C_9^2 cách.

+ Chọn ra 3 người (trong 7 người còn lại) để trao bộ sách hóa và lý \Rightarrow có C_7^3 cách.

+ Còn lại 4 người trao bộ sách toán và hóa \Rightarrow có 1 cách.

Vậy số cách trao phần thưởng là $C_9^2.C_7^3 = 1260$ (cách).

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để các góc x thỏa mãn đẳng thức $2(m-1)\cot x + 4m + 1 = -\cot^2 x$ là một góc nhọn.

Lời giải

Đáp án: 0.

Vì các góc x thỏa mãn đẳng thức $2(m-1)\cot x + 4m + 1 = -\cot^2 x$ là một góc nhọn nên

$$x \in (0; 90^\circ) \Rightarrow \cot x > 0$$

Đặt $t = \cot x \Rightarrow t > 0$

Đẳng thức tương đương với phương trình ẩn t sau đây: $t^2 + 2(m-1)t + 4m + 1 = 0$

Yêu cầu bài toán trở thành: Tìm m để phương trình $t^2 + 2(m-1)t + 4m + 1 = 0$ có nghiệm dương

$$\text{TH1: } \Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m - 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}.$$

Vì m nguyên dương ta chọn $m = 6$ phương trình trở thành $t^2 + 10t + 25 = 0 \Leftrightarrow t = -5$. Không thỏa mãn

TH2: $\Delta' > 0$

Áp dụng định lý Viet ta có:

$$\text{Để phương trình (*) có nghiệm dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 6m > 0 \\ t_1 + t_2 = -2(m-1) > 0 \\ t_1 t_2 = 4m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \\ m < 1 \\ m > -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m < 0.$$

Không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Câu 3. Trong số 50 cán bộ được triệu tập để chuẩn bị công tác cho một cuộc hội nghị quốc tế, có 25 cán bộ phiên dịch được tiếng Anh, 15 cán bộ phiên dịch được tiếng Pháp, trong số đó có 10 cán bộ phiên dịch được cả hai thứ tiếng Anh và Pháp. Hỏi số cán bộ không phiên dịch được cả tiếng Anh và tiếng Pháp trong đợt triệu tập này là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 20.

Số cán bộ triệu tập: $N = 50$

Số cán bộ phiên dịch được tiếng Anh: $n(A) = 25$.

Số cán bộ phiên dịch được tiếng Pháp: $n(B) = 15$

Số cán bộ biết phiên dịch cả hai thứ tiếng Anh và Pháp: $n(A \cap B) = 10$.

Số cán bộ biết phiên dịch được tiếng Anh hoặc tiếng Pháp:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 15 - 10 = 30$$

Số cán bộ không phiên dịch được cả tiếng Anh và tiếng Pháp là

$$N - n(A \cup B) = 50 - 30 = 20.$$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = (m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6$ xác định trên \mathbb{R} , trong đó m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f(x) \geq 0$ với mọi x .

Lời giải

Đáp án: 1

$$f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

Vậy để $f(x) = (m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ Ta cần điều kiện: $\begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)^2 - (m-2)(5m-6) \leq 0 \\ m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4m - 3 \leq 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in [1;3] \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2;3]$$

Với $m \in (2;3]$ chỉ có một giá trị nguyên $m = 3$

Câu 5: Một trạm viễn thông S có tọa độ $(4;3)$. Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $5x + 8y - 20 = 0$. Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1km . Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S là bao nhiêu km (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

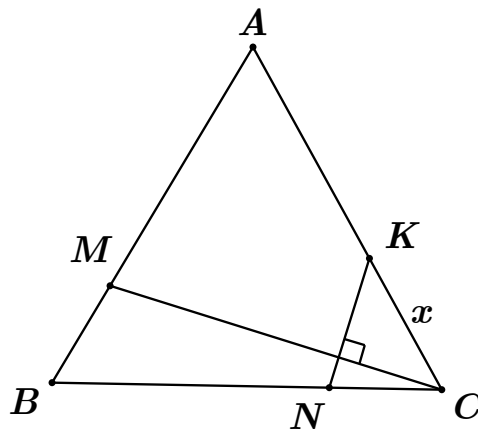
Đáp án: 2,54.

Khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S chính là khoảng cách từ S đến đường thẳng Δ . Ta có: $d(S, \Delta) = \frac{|5 \cdot 4 + 8 \cdot 3 - 20|}{\sqrt{5^2 + 8^2}} \approx 2,54(\text{km})$.

Câu 6: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Lấy M, N, K lần lượt nằm trên ba cạnh AB, BC, CA sao cho $AM = 2MB, BC = 3NC, CK = x, x > 0$. Khi CM vuông góc với KN thì $x = \frac{ma}{n}$. Tìm $m + 100n$

Lời giải

Đáp án: 1205.



Đặt $\begin{cases} \overrightarrow{CA} = \vec{b} \\ \overrightarrow{CB} = \vec{c} \end{cases}$, ta có $|\vec{b}| = |\vec{c}| = a$ và $\vec{b} \cdot \vec{c} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$

Ta có $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \vec{b} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \vec{b} + \frac{2}{3}(\vec{c} - \vec{b}) = \frac{1}{3}(\vec{b} + 2\vec{c})$

$\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB} - \frac{x}{a}\overrightarrow{CA} = -\frac{x}{a}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} = \frac{1}{3a}(-3x\vec{b} + a\vec{c})$

Theo yêu cầu bài toán ta có $CM \perp KN \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{KN} = 0 \Leftrightarrow (\vec{b} + 2\vec{c}) \cdot (-3x\vec{b} + a\vec{c}) = 0$

$\Leftrightarrow -3x\vec{b}^2 + a(\vec{b} \cdot \vec{c}) - 6x(\vec{b} \cdot \vec{c}) + 2a\vec{c}^2 = 0 \Leftrightarrow -3xa^2 + \frac{a^3}{2} - 3xa^2 + 2a^3 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5a}{12}.$$

$$\text{Vậy } m + 100n = 5 + 100.12 = 1205.$$

----- *Hết* -----

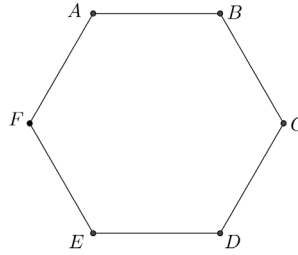
A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 12: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ như hình vẽ. Véc-tơ nào sau đây bằng \overrightarrow{BC} ?

A. \overrightarrow{FE} .B. \overrightarrow{DA} .C. \overrightarrow{EF} .D. \overrightarrow{AD} .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;5), B(3;-2), C(1;-2)$. Khi đó:

a) **[NB]** Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b) **[TH]** $G\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .

c) **[TH]** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(1;5)$.

d) **[VD]** Với tọa độ điểm $M\left(\frac{5}{3}; 0\right) \in Ox$ thì $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ bé nhất.

Câu 2. Trong một cuộc thi gói bánh trong dịp tết Nguyên Đán của một trường cấp ba, mỗi lớp được sử dụng tối đa 10kg gạo nếp, 1kg thịt; 2,5kg đậu xanh để gói bánh chưng và bánh tét. Để gói 1 cái bánh chưng cần 0,4kg gạo nếp, 0,05kg thịt và 0,1kg đậu xanh. Để gói 1 cái bánh tét cần 0,6kg gạo nếp, 0,075kg thịt và 0,15kg đậu xanh. Mỗi bánh chưng được 6 điểm thưởng, mỗi bánh tét được 8 điểm thưởng. Gọi số bánh chưng gói được là x ($x \in \mathbb{N}^*$) và số bánh tét gói được là y ($y \in \mathbb{N}^*$).

a) **[NB]** Số kg gạo nếp cần dùng là $0,4x + 0,6y < 10$.

b) **[TH]** Tổng số điểm thưởng của mỗi lớp là $F(x, y) = 6x + 8y$ (triệu đồng).

c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình mô tả số điểm thưởng của mỗi lớp là miền tứ giác.

d) **[VD]** Tổng số điểm thưởng cao nhất có thể đạt được của mỗi lớp là 120.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , một công ty muốn đặt một nhà kho tại điểm P nằm trên trục Ox để vận chuyển hàng hóa đến hai đại lý A và B . Biết $A(-2;15), B(27;10)$ và mỗi đơn vị trên hệ trục tọa độ tính theo km. Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) **[NB]** Hoành độ của điểm P là 0.

b) **[TH]** Hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $H(0;15)$.

c) **[TH]** Khoảng cách giữa hai đại lý A và B xấp xỉ 42 km.

d) **[VD, VDC]** Nếu $P(x_0; y_0)$ là điểm thỏa mãn tổng khoảng cách đến hai đại lý A và B là nhỏ nhất thì $x_0 + y_0 = \frac{50}{3}$.

Câu 4: Mẫu số liệu thống kê số học sinh của 8 lớp khối 12 là:

Lớp	12A	12B	12C	12D	12E	12I	12G	12H
Số học sinh	50	46	40	46	40	48	53	46

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Lớp 12A có số học sinh nhiều nhất khối 12.

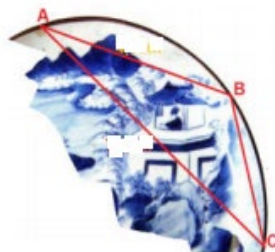
b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 13 học sinh.

c) [TH] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là 5 học sinh.

d) [VD] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 4 học sinh.

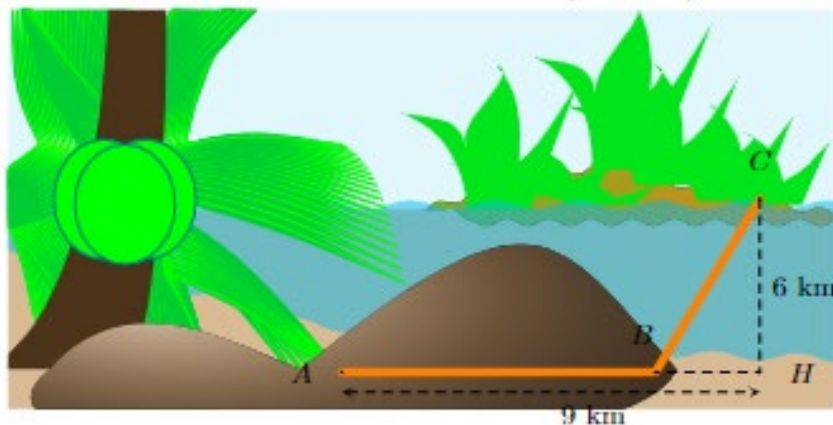
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ. Các nhà khảo cổ muốn khôi phục hình dạng của chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa như hình vẽ và tiến hành đo đạc được thu được kết quả $AB = 4,5 \text{ cm}; BC = 4 \text{ cm}; AC = 7,5 \text{ cm}$. Bán kính của chiếc đĩa này là bao nhiêu cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 2: Cho $T = (mx^2 - 1)^4 + (x - n)^5$, với tham số $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $m < 2025$. Có bao nhiêu cặp số m, n để khai triển biểu thức T không có số hạng chứa x^4 ?

Câu 3: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm C trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Để thực hiện, công ty dự định xây dựng phần đường ống trên bờ từ A đến B và đường ống dưới nước từ B đến C. Biết giá để xây đường ống trên bờ là 50 000USD mỗi km, và 130 000 USD mỗi km để xây dưới nước. Xác định đoạn đường từ A đến B (theo đơn vị : ki lô mét) để tổng chi phí xây dựng lắp đặt từ A đến C là 1 350 000 USD.



Câu 4: Cho tập hợp $A = [12; 17]$ và $B = [2a + b + 1; 3a - 2b + 4]$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi $A = B$ thì giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một người dùng một lực \vec{F} có độ lớn là 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m . Biết lực hợp \vec{F} với hướng dịch chuyển là một góc 60° . Tính công sinh bởi lực \vec{F}

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy , biết rằng tồn tại hai đường thẳng $d_1; d_2$ đi qua điểm $A(0; 3)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: -4x + y + 4 = 0$ một góc 45° . Tính tổng khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d_1 và d_2 (làm tròn đến hàng phần trăm)

HẾT

Chọn C

Khoảng biến thiên là $R = x_{\max} - x_{\min} = 9,0 - 7,2 = 1,8$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có diện tích S . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \tan C$.

B. $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C$.

C. $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \cot C$.

D. $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Cho hai tập hợp $A = [1; 5]$, $B = (3; +\infty)$. Tập hợp $A \cap B$ bằng

A. $[1; 3)$.

B. $(3; 5]$.

C. $(5; +\infty)$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Điểm nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \leq 2 \\ x + 2y \geq 3 \end{cases}$

A. $(0; 2)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (-1; 0)$. Kết quả $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 4.

B. 7.

C. 1.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot (-1) + 3 \cdot 0 = -4.$$

Câu 8: Khai triển Nhị thức Niu-ton của biểu thức $(2x - 3)^5$ có bao nhiêu số hạng?

A. 4.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $\Delta: 2x - y + 8 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là.

A. $\vec{n}_1 = (1; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; -1)$.

C. $\vec{n}_3 = (-1; 2)$.

D. $\vec{n}_4 = (2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: Sử dụng kí hiệu \exists hoặc \forall để viết lại mệnh đề sau: "Mọi số thực luôn nhỏ hơn bình phương của nó"

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x > x^2$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x < x^2$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x < x^2$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}, x > x^2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x} = \sqrt{x + 8}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

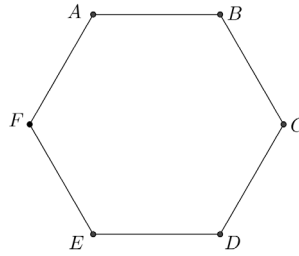
Lời giải

Chọn A

$$\text{Bình phương hai vế của phương trình ta được: } x^2 + 3x = x + 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Ta thấy cả hai nghiệm đều thỏa mãn $x + 8 \geq 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 12: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ như hình vẽ. Véc-tơ nào sau đây bằng \vec{BC} ?



A. \overline{FE} .

B. \overline{DA} .

C. \overline{EF} .

D. \overline{AD} .

Lời giải

Chọn A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 5), B(3; -2), C(1; -2)$. Khi đó:

a) **[NB]** Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b) **[TH]** $G\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .

c) **[TH]** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(1; 5)$.

d) **[VD]** Với tọa độ điểm $M\left(\frac{5}{3}; 0\right) \in Ox$ thì $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ bé nhất.

Lời giải

a) Ta có: $\overline{AB} = (2; -7), \overline{AC} = (0; -7)$.

Do $\frac{0}{2} \neq \frac{-7}{-7}$ nên $\overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương. Vì vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng suy ra mệnh đề **sai**.

b) Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$ suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Giả sử $D(x; y)$. Ta có: $\overline{AB} = (2; -7), \overline{DC} = (1-x; -2-y)$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 1-x \\ -7 = -2-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$ Vậy $D(-1; 5)$ suy ra mệnh đề **mệnh đề sai**.

d) Gọi $M(x; 0) \in Ox$. Ta có:

$$\overline{MA} = (1-x; 5); \overline{MB} = (3-x; -2); \overline{MC} = (1-x; -2) \Rightarrow \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = (5-3x; 1)$$

$$\Rightarrow |\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = \sqrt{(5-3x)^2 + 1^2} \geq 1$$

Giá trị nhỏ nhất của $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ bằng 1, dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{5}{3}$.

Vậy $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$ suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2. Trong một cuộc thi gói bánh trong dịp tết Nguyên Đán của một trường cấp ba, mỗi lớp được sử dụng tối đa 10kg gạo nếp, 1kg thịt; 2,5kg đậu xanh để gói bánh chưng và bánh tét. Để gói 1 cái bánh chưng cần 0,4kg gạo nếp, 0,05kg thịt và 0,1kg đậu xanh. Để gói 1 cái bánh tét cần 0,6kg gạo nếp, 0,075kg thịt và 0,15kg đậu xanh. Mỗi bánh chưng được 6 điểm thưởng, mỗi bánh tét được 8 điểm thưởng. Gọi số bánh chưng gói được là x ($x \in \mathbb{N}^*$) và số bánh tét gói được là y ($y \in \mathbb{N}^*$).

a) **[NB]** Số kg gạo nếp cần dùng là $0,4x + 0,6y < 10$.

b) [TH] Tổng số điểm thưởng của mỗi lớp là $F(x, y) = 6x + 8y$ (triệu đồng).

c) [TH] Miền nghiệm của hệ bất phương trình mô tả số điểm thưởng của mỗi lớp là miền tứ giác.

d) [VD] Tổng số điểm thưởng cao nhất có thể đạt được của mỗi lớp là 120.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Gọi số bánh chung gói được là x ; số bánh tét gói được là y .

a) Sai

Số kg gạo nếp cần dùng là $0,4x + 0,6y \leq 10$.

b) Đúng

Khi đó số điểm là: $F(x, y) = 6x + 8y$.

c) Sai

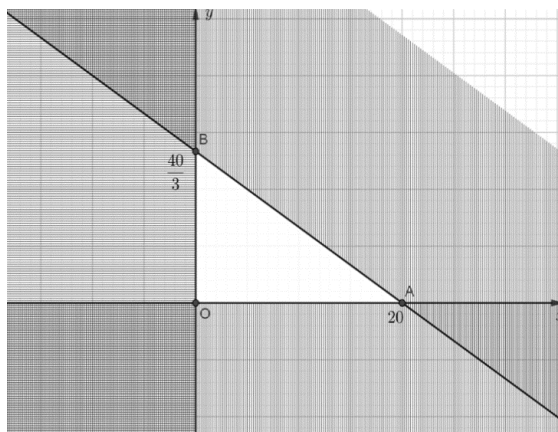
Số kg thịt cần dùng là $0,05x + 0,075y$.

Số kg đậu xanh cần dùng là $0,1x + 0,15y$.

Vì trong cuộc thi này chỉ được sử dụng tối đa 10kg gạo nếp, 1kg thịt; 2,5kg đậu xanh nên

$$\begin{cases} 0,4x + 0,6y \leq 10 \\ 0,05x + 0,075y \leq 1 \\ 0,1x + 0,15y \leq 2,5 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y \leq 100 \\ 50x + 75y \leq 1000 \\ 10x + 15y \leq 250 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 50 \\ 2x + 3y \leq 40 \\ 2x + 3y \leq 50 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 40 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Biểu thức trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $F(x, y) = 6x + 8y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*)



Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là ΔOAB (kể cả biên)

d) Đúng

Hàm số $F(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) khi

$(x; y)$ là tọa độ của một trong các đỉnh $O(0;0)$, $A(20;0)$, $B\left(0; \frac{40}{3}\right)$.

Mà $F(0;0) = 0$; $F(20;0) = 120$; $F\left(0; \frac{40}{3}\right) = 6.0 + 8. \frac{40}{3} = \frac{320}{3} \approx 106,6$

Suy ra $F(x, y)$ lớn nhất là $F(x, y) = 120$ khi $(x, y) = (20; 0)$.

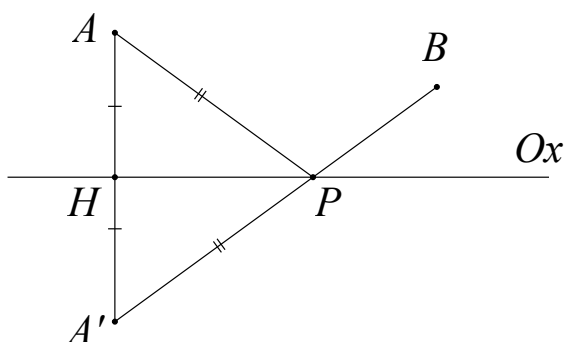
Vậy số điểm thưởng cao nhất có thể đạt được của mỗi lớp là 120.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , một công ty muốn đặt một nhà kho tại điểm P nằm trên trục Ox để vận chuyển hàng hóa đến hai đại lý A và B . Biết $A(-2;15), B(27;10)$ và mỗi đơn vị trên hệ trục tọa độ tính theo km. Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Hoành độ của điểm P là 0.
- b) **[TH]** Hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $H(0;15)$.
- c) **[TH]** Khoảng cách giữa hai đại lý A và B xấp xỉ 42 km.
- d) **[VD,VDC]** Nếu $P(x_0; y_0)$ là điểm thỏa mãn tổng khoảng cách đến hai đại lý A và B là nhỏ nhất thì $x_0 + y_0 = \frac{50}{3}$.

Lời giải

- a) **Đúng.** Vì P nằm trên trục Ox nên hoành độ của điểm P là 0.
- b) **Sai.** Hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $H(-2;0)$.
- c) **Sai.** Khoảng cách giữa hai đại lý A và B là $AB = \sqrt{(27+2)^2 + (10-15)^2} \approx 29,4$ km.
- d) **Sai.**



Nhận xét A, B nằm cùng phía đối với trục hoành

Vì $P \in Ox$ nên $y_0 = 0$. Khi đó $P(x_0; 0)$.

Gọi $A'(-2; -15)$ đối xứng với A qua trục hoành.

Khi đó: $\overline{A'P} = (x_0 + 2; 15)$ và $\overline{A'B} = (29; 25)$

Tổng khoảng cách từ P đến hai đại lý A và B là $PA + PB$

Ta có: $PA + PB = PA' + PB \geq A'B$

Suy ra $PA + PB$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow P, A', B$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{A'P}, \overline{A'B}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x_0 + 2}{29} = \frac{15}{25} \Leftrightarrow x_0 = \frac{77}{5}$$

$$\text{Vậy } x_0 + y_0 = \frac{77}{5}.$$

Câu 4: Mẫu số liệu thống kê số học sinh của 8 lớp khối 12 là:

Lớp	12A	12B	12C	12D	12E	12I	12G	12H
Số học sinh	50	46	40	46	40	48	53	46

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Lớp 12A có số học sinh nhiều nhất khối 12.
- b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 13 học sinh.
- c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là 5 học sinh.
- d) **[VD]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 4 học sinh.

Lời giải

a) Ta có: Lớp 12G có số học sinh nhiều nhất khối 12 Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $R = x_{\max} - x_{\min} = 53 - 40 = 13$ học sinh.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 13 Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 40, 40, 46, 46, 46, 48, 50, 53.

Ta có: $Q_1 = \frac{40+46}{2} = 43$, $Q_3 = \frac{48+50}{2} = 49$, $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là 6 học sinh. Suy ra mệnh đề **sai**.

d)

Số học sinh	40	46	48	50	53	
Số lớp	2	3	1	1	1	$N = 8$

Ta có: $\bar{x} = \frac{2.40 + 3.46 + 48 + 50 + 53}{8} = 46,125$.

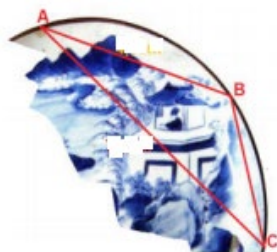
$$s^2 = \frac{2.(40 - 46,125)^2 + 3.(46 - 46,125)^2 + (48 - 46,125)^2 + (50 - 46,125)^2 + (53 - 46,125)^2}{8} = \frac{1127}{64}$$

$$\Rightarrow s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1127}{64}} = \frac{7\sqrt{23}}{8} > 4$$

Vậy độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên lớn hơn 4 học sinh. Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ. Các nhà khảo cổ muốn khôi phục hình dạng của chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa như hình vẽ và tiến hành đo đạc được thu được kết quả $AB = 4,5 \text{ cm}$; $BC = 4 \text{ cm}$; $AC = 7,5 \text{ cm}$. Bán kính của chiếc đĩa này là bao nhiêu cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Lời giải

Đáp án: 4,51

$$\text{Ta có: } p = \frac{AB + AC + BC}{2} = 8$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{8.(8 - 4,5).(8 - 4).(8 - 7,5)} = 2\sqrt{14} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Mặt khác:

$$S = \frac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB.AC.BC}{4S} \approx 4,51 \text{ (cm)}$$

Bán kính chiếc đĩa là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow$ Bán kính của đĩa là $4,51 \text{ (cm)}$.

Câu 2: Cho $T = (mx^2 - 1)^4 + (x - n)^5$, với tham số $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $m < 2025$. Có bao nhiêu cặp số m, n để khai triển biểu thức T không có số hạng chứa x^4 ?

Lời giải

Đáp án: 404

Áp dụng công thức nhị thức Newton ta có:

$$\begin{cases} (mx^2 - 1)^4 = m^4x^8 + 4m^3x^6(-1) + 6m^2x^4(-1)^2 + 4mx^2(-1)^3 + (-1)^4 \\ (x - n)^5 = x^5 + 5x^4(-n) + 10x^3(-n)^2 + 10x^2(-n)^3 + 5x(-n)^4 + (-n)^5 \end{cases}$$

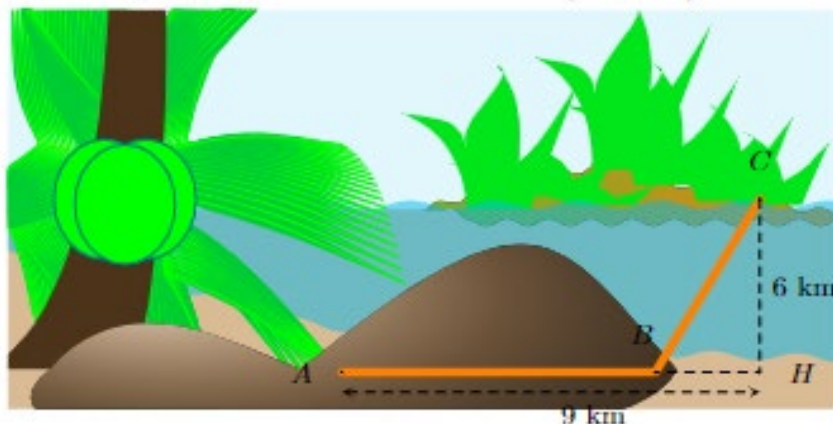
Suy ra số hạng chứa x^4 trong khai triển $T = (mx^2 - 1)^4 + (x - n)^5$ là $6m^2 - 5n$.

Khai triển T không có số hạng chứa x^4 khi và chỉ khi $6m^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow 6m^2 = 5n$.

Mà $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $m < 2025$ nên $m \in \{5; 10; 15; 20; \dots; 2020\}$.

Vậy có $\frac{2020-5}{5} + 1 = 404$ cặp số m, n thỏa mãn bài toán.

Câu 3: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm C trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Để thực hiện, công ty dự định xây dựng phần đường ống trên bờ từ A đến B và đường ống dưới nước từ B đến C. Biết giá để xây đường ống trên bờ là 50 000USD mỗi km, và 130 000 USD mỗi km để xây dưới nước. Xác định đoạn đường từ A đến B (theo đơn vị : ki lô mét) để tổng chi phí xây dựng lắp đặt từ A đến C là 1 350 000 USD.



Lời giải

Trả lời : 1

Đặt $x = BH$, $x \in [0; 9]$. Khi đó, ta có

$$BC = \sqrt{x^2 + 36}; AB = 9 - x.$$

Chi phí xây dựng ống là: $130000\sqrt{x^2 + 36} + 50000(9 - x)$.

Để chi phí là 1350000 USD, ta có phương trình

$$130000\sqrt{x^2 + 36} + 50000(9 - x) = 1350000$$

$$13\sqrt{x^2 + 36} = 5x + 90 \quad (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình (1) và rút gọn ta được phương trình

$$144x^2 - 900x - 2016 = 0$$

Giải phương trình trên ta được nghiệm $x_1 = 8$ (thỏa mãn); $x_2 = \frac{-7}{4}$ (không thỏa mãn)

Vậy $AB = 9 - x = 9 - 8 = 1$ (km).

Câu 4: Cho tập hợp $A = [12; 17]$ và $B = [2a + b + 1; 3a - 2b + 4]$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi $A = B$ thì giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

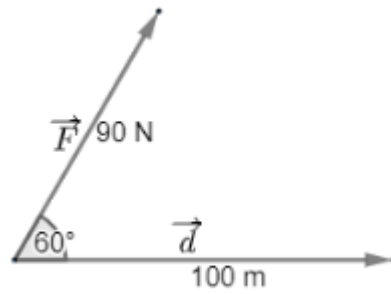
Trả lời: 26

$$\text{Để } A = B \text{ thì } \begin{cases} 2a + b + 1 = 12 \\ 3a - 2b + 4 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 11 \\ 3a - 2b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } T = 26$$

Câu 5. Một người dùng một lực \vec{F} có độ lớn là 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m. Biết lực hợp \vec{F} với hướng dịch chuyển là một góc 60° . Tính công sinh bởi lực \vec{F}

Lời giải

Đáp án: 4500



Công sinh bởi lực \vec{F} được tính bằng công thức

$$A = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{F}, \vec{d}) = 90 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ = 4500 \text{ (J)}$$

Vậy công sinh bởi lực \vec{F} có độ lớn bằng 4500 (J)

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy , biết rằng tồn tại hai đường thẳng $d_1; d_2$ đi qua điểm $A(0;3)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: -4x + y + 4 = 0$ một góc 45° . Tính tổng khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d_1 và d_2 (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 4,12

Ta có VTPT của Δ là $\vec{n}_\Delta = (-4; 1)$.

Gọi $\vec{n} = (A; B)$, $A^2 + B^2 \neq 0$ là VTPT của đường thẳng đi qua điểm $A(0;3)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: -4x + y + 4 = 0$ một góc 45° . Khi đó ta có phương trình đường thẳng trên có dạng $Ax + B(y - 3) = 0$ (*).

Vì đường thẳng đó tạo với đường thẳng $\Delta: -4x + y + 4 = 0$ một góc 45° nên

$$\begin{aligned} \cos 45^\circ &= \frac{|-4A + B|}{\sqrt{16 + 1} \sqrt{A^2 + B^2}} \\ \Leftrightarrow 17(A^2 + B^2) &= 2(16A^2 + B^2 - 8AB) \\ \Leftrightarrow 15A^2 - 15B^2 - 16AB &= 0 \end{aligned}$$

Khi $B = 0$ thì $A = 0$ (loại vì $A^2 + B^2 \neq 0$).

$$\text{Khi } B \neq 0 \text{ thì ta có phương trình } 15\left(\frac{A}{B}\right)^2 - 16\frac{A}{B} - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{5}{3}B \\ A = -\frac{3}{5}B \end{cases}$$

+ Với $A = \frac{5}{3}B$ thay vào (*) ta có $d_1: 5x + 3y - 9 = 0$.

+ Với $A = -\frac{3}{5}B$ thay vào (*) ta có $d_2: -3x + 5y - 15 = 0$.

Vậy ta có hai phương trình đường thẳng thỏa mãn đề bài là $d_1: 5x + 3y - 9 = 0$ và $d_2: -3x + 5y - 15 = 0$.

$$\text{Khi đó, } d(O; d_1) + d(O; d_2) = \frac{|-9|}{\sqrt{25 + 9}} + \frac{|-15|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{24}{\sqrt{34}} \approx 4,12.$$

HẾT---