

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cách viết nào sau đây là đúng:

- A. $a \subset [a; b]$. B. $\{a\} \subset [a; b]$. C. $\{a\} \in [a; b]$. D. $a \in (a; b]$.

Câu 2. Từ hai điểm phân biệt A, B xác định được bao nhiêu vector khác $\vec{0}$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 3. Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; -1)$.

Câu 4. Cho elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, độ dài trục lớn của elíp đã cho bằng

- A. 16. B. 4. C. 8. D. 32.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 6. Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vecto đều khác vecto $\vec{0}$. Trong các kết quả sau hãy chọn kết quả đúng:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 7. Số quy tròn đến hàng phần nghìn của số $a = 0,1234$ là

- A. 0,124. B. 0,12. C. 0,123. D. 0,13.

Câu 8. Trong $\triangle ABC$ có $AB = c, AC = b, BC = a$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$.

Câu 9. Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d): 2x - y - 1 = 0$?

- A. $2x - y + 5 = 0$. B. $2x - y - 5 = 0$. C. $-2x + y = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.

Câu 10. Với giá trị thực nào sau đây của x thì mệnh đề chứa biến $P(x): 2x^2 - 1 < 0$ với x là số thực là mệnh đề đúng:

- A. 0. B. 5. C. 1. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 11. Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A. $x < -3$ hoặc $x > -1$. B. $x < -1$ hoặc $x > 3$.
C. $x < -2$ hoặc $x > 6$. D. $-1 < x < 3$.

Câu 12. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} : x + 2 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 5 - x \geq 0\}$. Khi đó $A \cap B$ là:

- A. $[-2; 5]$. B. $[-2; 6]$. C. $[-5; 2]$. D. $(-2; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** $\tan \alpha < 0$.
b) **[TH]** $\sin \alpha = \frac{-5}{13}$.
c) **[TH]** $\tan \alpha = \frac{-5}{12}$.
d) **[VD,VDC]** Giá trị biểu thức $A = \frac{13 \sin \alpha - 26 \cos \alpha}{12 \tan \alpha + 10 \cot \alpha} = 1$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có diện tích bằng 2. Đường thẳng AB có phương trình là $x - y = 0$. Điểm $M(2; 1)$ là trung điểm của cạnh BC , N là trung điểm AC , khi đó:

- a) **[NB]** Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB là $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
b) **[TH]** Đường thẳng MN có phương trình là: $x + y - 3 = 0$.
c) **[TH]** $S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.
d) **[VD,VDC]** Tọa độ điểm $N(3; 2), N(1; 0)$.

Câu 15: Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x - m + 2} - 1}$ với m là tham số. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Với $m = 1$ thì tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.
b) **[TH]** Giá trị của m để đồ thị hàm số qua điểm $A(1; 1)$ là $m = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$.
c) **[TH]** Tập xác định của hàm số là $D = [m - 2; +\infty) \setminus \{m - 1\}$.
d) **[VD]** Giá trị nguyên dương của m để hàm số xác định trên $(0; 1)$ là $m \in \{1; 2\}$.

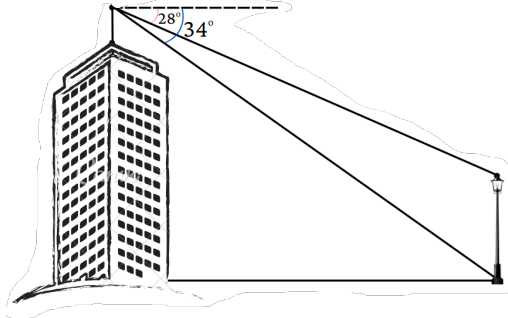
Câu 16: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{OA}$.

- a) **[NB]** $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3} \overrightarrow{OC}$.
b) **[TH]** $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AP}$.
c) **[TH]** Ba điểm B, P, N không thẳng hàng.
d) **[VD]** $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Từ trên nóc của một tòa nhà cao $20m$, bạn Lan quan sát một cột đèn cách tòa nhà $25m$. Góc lệch giữa phương quan sát **chân cột đèn** và phương nằm ngang là 28° , góc lệch giữa phương

quan sát **ngọn cột đèn** và phương nằm ngang là 34° . Biết chiều cao của chân giác kế là $2m$. Hỏi chiều cao của cột đèn là bao nhiêu mét (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)?



Câu 18: Một xưởng cơ khí sản xuất những cái tủ và cái kệ. Mỗi cái tủ khi bán lãi 200 nghìn đồng, mỗi cái kệ khi bán lãi 80 nghìn đồng. Xưởng có thể hoạt động tối đa 48 giờ/tuần, và mỗi cái tủ mất 8 giờ để sản xuất, mỗi cái kệ mất 4 giờ để sản xuất. Khách hàng yêu cầu xưởng phải làm số lượng kệ ít nhất gấp đôi số lượng tủ. Mỗi cái tủ chiếm diện tích bằng 4 cái kệ, và diện tích nhà kho chỉ chứa được nhiều nhất 4 cái tủ/tuần. Hỏi người thợ mộc phải sản xuất bao nhiêu cái kệ một tuần để tổng tiền lãi thu về là lớn nhất?

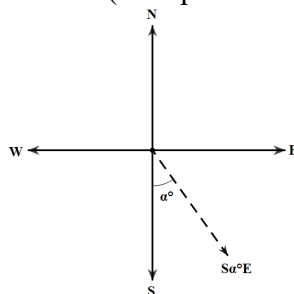
Câu 19: An lấy ra ngẫu nhiên 3 quả bóng từ một hộp có chứa nhiều bóng xanh và bóng đỏ. An đếm xem có bao nhiêu bóng đỏ trong 3 bóng lấy ra rồi trả bóng lại hộp. An lặp lại phép thử trên 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Số bóng đỏ	0	1	2	3
Số lần	10	30	40	20

Hãy tìm tứ phân vị thứ nhất của bảng kết quả trên.

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $\triangle ABC$ có $A(2;4), B(-3;1), C(3;-1)$. Gọi $A'(a;b)$ là chân đường cao từ đỉnh A của tam giác đã cho. Tính $S = b - a$.

Câu 21: Ba tàu đánh cá cùng xuất phát từ cảng A. Quy ước rằng hướng $S\alpha^\circ E$ là hướng tạo với hướng nam góc α° và tạo với hướng đông góc $90^\circ - \alpha^\circ$, hướng nam kí hiệu là S , hướng đông kí hiệu là E (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tàu thứ nhất đi theo hướng $S40^\circ E$ với vận tốc $20km/h$. Tàu thứ hai đi theo hướng $S45^\circ E$ với vận tốc $21km/h$. Tàu thứ ba đi theo hướng $S60^\circ E$ với vận tốc $19km/h$. Sau 10 giờ kể từ khi xuất phát, tàu thứ hai bị hỏng động cơ nên phát tín hiệu báo tàu bị nạn cần trợ giúp. Giả sử thời tiết tốt và tàu bị nạn có thể thả neo để cố định vị trí của tàu. Cán bộ tiếp nhận thông tin báo hiệu của tàu thứ hai (Ở trạm bộ đội biên phòng) sẽ phân tích dữ liệu từ đó sẽ điều động một tàu trong số hai tàu (thứ nhất và thứ ba) đến cứu hộ tàu thứ hai. Một trong số các dữ liệu cần phân tích là khoảng cách từ tàu thứ hai đến tàu thứ nhất và khoảng cách từ tàu thứ hai đến tàu thứ ba. Trong hai khoảng cách đó, gọi d là khoảng cách ngắn nhất. Hỏi d là bao nhiêu kilomet (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Câu 22: Biết phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = -2x + 3$ có nghiệm được viết dưới dạng $\frac{9 - \sqrt{a}}{b}$ với a, b là

các số tự nhiên, phân số $\frac{9}{b}$ tối giản. Hỏi a bằng bao nhiêu?

----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)**BẢNG ĐÁP ÁN**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	C	C	A	B	C	B	D	A	B	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	3,9	8	1	-0,8	20,4	17

LỜI GIẢI CHI TIẾT**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án**Câu 1:** Cách viết nào sau đây là đúng:

- A.** $a \subset [a; b]$. **B.** $\{a\} \subset [a; b]$. **C.** $\{a\} \in [a; b]$. **D.** $a \in (a; b]$.

Lời giải**Chọn B**Ta có: $x \in [a; b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b$ nên:+ B đúng do $\{a\}$ là một tập con của tập hợp $[a; b]$ được ký hiệu: $\{a\} \subset [a; b]$.+ A sai do a là một phần tử của tập hợp $[a; b]$ được ký hiệu: $a \in [a; b]$.+ C sai do $\{a\}$ là một tập con của tập hợp $[a; b]$ được ký hiệu: $\{a\} \subset [a; b]$.+ D sai do $a \notin (a; b]$.**Câu 2.** Từ hai điểm phân biệt A, B xác định được bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$?

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải**Chọn C**

- Câu 3.** Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là
- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thay cặp số $(-1;1)$ vào hệ ta thấy không thỏa mãn.

- Câu 4.** Cho elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, độ dài trục lớn của elíp đã cho bằng
- A. 16. B. 4. C. 8. D. 32.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow 2a = 8$$

- Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là
- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- Câu 6.** Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vecto đều khác vecto $\vec{0}$. Trong các kết quả sau hãy chọn kết quả đúng:
- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính tích vô hướng

- Câu 7.** Số quy tròn đến hàng phần nghìn của số $a = 0,1234$ là
- A. 0,124. B. 0,12. C. 0,123. D. 0,13.

Lời giải

Chọn C

- Câu 8.** Trong ΔABC có $AB = c, AC = b, BC = a$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
- C. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lí hàm số cos, trong ΔABC ta luôn có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

- Câu 9.** Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d): 2x - y - 1 = 0$?
- A. $2x - y + 5 = 0$. B. $2x - y - 5 = 0$. C. $-2x + y = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.

Lời giải

$$\text{Suy ra : } A = \frac{13 \sin \alpha - 26 \cos \alpha}{12 \tan \alpha + 10 \cot \alpha} = \frac{13 \cdot \frac{5}{13} - 26 \cdot \left(\frac{-12}{13}\right)}{12 \cdot \left(\frac{-5}{12}\right) + 10 \cdot \left(\frac{-12}{5}\right)} = -1 \text{ nên d) Sai.}$$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có diện tích bằng 2. Đường thẳng AB có phương trình là $x - y = 0$. Điểm $M(2;1)$ là trung điểm của cạnh BC , N là trung điểm AC , khi đó:

a) **[NB]** Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB là $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) **[TH]** Đường thẳng MN có phương trình là: $x + y - 3 = 0$.

c) **[TH]** $S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.

d) **[VD,VDC]** Tọa độ điểm $N(3;2), N(1;0)$.

Lời giải

a) **Đúng:** Khoảng cách từ M đến đường thẳng AB : $d(M, AB) = \frac{|2-1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) **Sai:** Đường thẳng MN đi qua điểm $M(2;1)$ và song song với AB nên có phương trình $1(x-2) - 1(y-1) = 0$ hay $x - y - 1 = 0$.

c) **Đúng:** Vì M là trung điểm của BC nên $S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$

d) **Đúng:** Vì đường thẳng MN có phương trình $x - y - 1 = 0$ suy ra $N(a; a-1)$

Ta có: $S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$ nên $\frac{1}{2} d(M, AB) \cdot AB = 1$ suy ra $\frac{\sqrt{2}}{2} MN = 1$ suy ra

$$(a-2)^2 + (a-1-1)^2 = 2$$

nên $a = 3; a = 1$ suy ra $N(3;2), N(1;0)$.

Câu 15: Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** Với $m = 1$ thì tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

b) **[TH]** Giá trị của m để đồ thị hàm số qua điểm $A(1;1)$ là $m = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$.

c) **[TH]** Tập xác định của hàm số là $D = [m-2; +\infty) \setminus \{m-1\}$.

d) **[VD]** Giá trị nguyên dương của m để hàm số xác định trên $(0;1)$ là $m \in \{1;2\}$.

Lời giải

a) Với $m = 1$ ta có $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ \sqrt{x+1}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Vậy $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

b) Vì $A(1;1)$ thuộc đồ thị nên ta có $1 = \frac{m}{\sqrt{1-m+2}-1} \Leftrightarrow \sqrt{3-m}-1 = m$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3-m} = m+1 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ 3-m = m^2 + 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m^2 + 3m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}.$$

Suy ra mệnh đề **Sai**.

$$\text{c) Hàm số xác định khi } \begin{cases} \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \\ x-m+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2 \neq 1 \\ x \geq m-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq m-1 \\ x \geq m-2 \end{cases}.$$

Vậy $D = [m-2; +\infty) \setminus \{m-1\}$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

d) Ta có $D = [m-2; +\infty) \setminus \{m-1\}$. Hàm số xác định trên $(0;1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} (0;1) \subset [m-2; m-1) \\ (0;1) \subset (m-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m \leq 1 \end{cases}. \text{ Vậy } m \in \{1;2\}. \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{Đúng}.$$

Câu 16: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$.

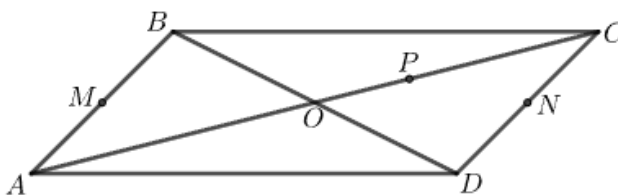
a) [NB] $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$.

b) [TH] $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AP}$.

c) [TH] Ba điểm B, P, N không thẳng hàng.

d) [VD] $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



a) Sai.

$$\text{Vì } \overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} = -\frac{1}{3}(-\overrightarrow{OC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}.$$

b) Đúng.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AP}.$$

c) Sai.

$$\text{Vì } \overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC} \text{ nên } P \text{ là trọng tâm tam giác } BDC.$$

Mà BN là trung tuyến nên B, P, N thẳng hàng.

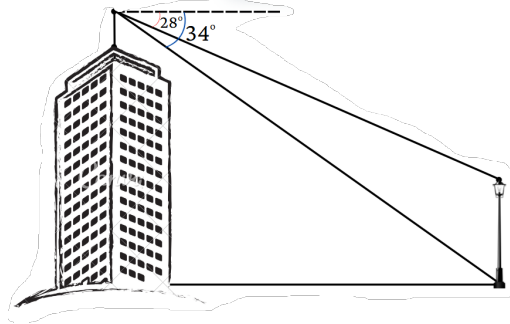
d) Sai.

Vì P là trọng tâm tam giác BDC nên:

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MP} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP}) = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}.$$

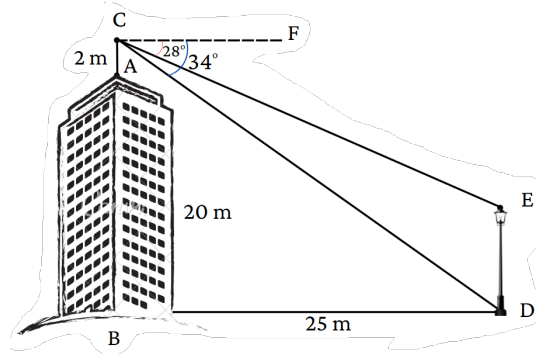
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Từ trên nóc của một tòa nhà cao $20m$, bạn Lan quan sát một cột đèn cách tòa nhà $25m$. Góc lệch giữa phương quan sát **chân cột đèn** và phương nằm ngang là 28° , góc lệch giữa phương quan sát **ngọn cột đèn** và phương nằm ngang là 34° . Biết chiều cao của chân góc kể là $2m$. Hỏi chiều cao của cột đèn là bao nhiêu mét (*làm tròn đến số thập phân thứ nhất*)?



Lời giải

Đáp án: 3,9 m.



Ta có: $BC = BA + AC = 20 + 2 = 22\text{ m}$

Tam giác BCD vuông tại B , áp dụng định lí Pythagore ta có:

$$CD^2 = BC^2 + BD^2 = 20^2 + 30^2 = 1109 \Rightarrow CD \approx 33,3.$$

Lại có: $\widehat{FCD} = \widehat{FCE} + \widehat{ECD} \Rightarrow \widehat{ECD} = \widehat{FCD} - \widehat{FCE} = 34^\circ - 28^\circ = 6^\circ$

$CF \parallel BD \Rightarrow \widehat{CDB} = \widehat{FCD} = 34^\circ$ (so le trong)

$$\Rightarrow \widehat{CDE} = 90^\circ - \widehat{CDB} = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

Tam giác CDE có $\widehat{ECD} + \widehat{CDE} + \widehat{CED} = 180^\circ$ (định lí tổng ba góc trong tam giác)

$$\Rightarrow \widehat{CED} = 180^\circ - (\widehat{ECD} + \widehat{CDE}) = 180^\circ - (6^\circ + 56^\circ) = 118^\circ$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác CDE ta có:

$$\frac{CD}{\sin \widehat{CED}} = \frac{DE}{\sin \widehat{ECD}} \Rightarrow DE = \frac{CD \cdot \sin \widehat{ECD}}{\sin \widehat{CED}} = \frac{33,3 \cdot \sin 6^\circ}{\sin 118^\circ} \approx 3,9\text{ m}$$

Vậy chiều cao của cây khoảng 3,9 m.

Câu 18: Một xưởng cơ khí sản xuất những cái tủ và cái kệ. Mỗi cái tủ khi bán lãi 200 nghìn đồng, mỗi cái kệ khi bán lãi 80 nghìn đồng. Xưởng có thể hoạt động tối đa 48 giờ/tuần, và mỗi cái tủ mất 8 giờ để sản xuất, mỗi cái kệ mất 4 giờ để sản xuất. Khách hàng yêu cầu xưởng phải làm số lượng kệ ít nhất gấp đôi số lượng tủ. Mỗi cái tủ chiếm diện tích bằng 4 cái kệ, và diện tích nhà kho chỉ chứa được nhiều nhất 4 cái tủ/tuần. Hỏi người thợ mộc phải sản xuất bao nhiêu cái kệ một tuần để tổng tiền lãi thu về là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 8 cái kệ.

Gọi x, y lần lượt là số tủ và số kệ mà người thợ mộc sản xuất trong một tuần ($x, y \geq 0$)

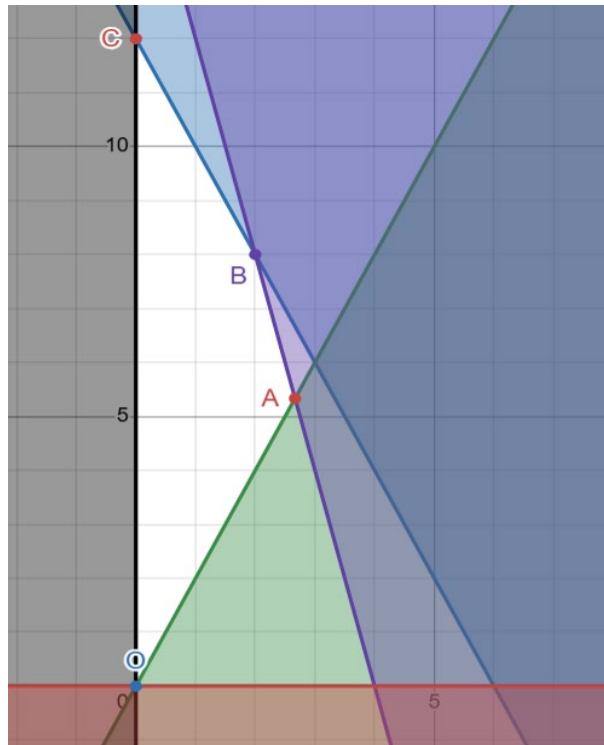
Số tiền lãi mà người thợ thu được trong một tuần là: $F(x, y) = 200x + 80y$ (nghìn đồng)

Theo bài ta có:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 4y \leq 48 \quad (I) \\ 2x \leq y \\ x + \frac{y}{4} \leq 4 \end{cases}$$

Vẽ miền nghiệm của (I) ta có miền nghiệm đó là miền tứ giác $OABC$ trong đó:

$$O(0; 0), A\left(\frac{8}{3}; \frac{16}{3}\right), B(2; 8), C(0; 12)$$



Suy ra $F(O) = 0; F(A) = 960; F(B) = 1040; F(C) = 960$.

Vậy $F_{\max} = F(B) = 1040$ khi $x = 2$ và $y = 8$.

Câu 19: An lấy ra ngẫu nhiên 3 quả bóng từ một hộp có chứa nhiều bóng xanh và bóng đỏ. An đếm xem có bao nhiêu bóng đỏ trong 3 bóng lấy ra rồi trả bóng lại hộp. An lặp lại phép thử trên 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Số bóng đỏ	0	1	2	3
Số lần	10	30	40	20

Hãy tìm tứ phân vị thứ nhất của bảng kết quả trên.

Lời giải

Đáp án: 1.

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: $\underbrace{0, \dots, 0}_{10}, \underbrace{1, \dots, 1}_{30}, \underbrace{2, \dots, 2}_{40}, \underbrace{3, \dots, 3}_{20}$.

Bước 2: Vì $n = 100$, là số chẵn nên $Q_2 = \frac{1}{2}(2+2) = 2$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu: $\underbrace{0, \dots, 0}_{10}, \underbrace{1, \dots, 1}_{30}, \underbrace{2, \dots, 2}_{10}$. Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(1+1) = 1$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $\triangle ABC$ có $A(2;4), B(-3;1), C(3;-1)$. Gọi $A'(a;b)$ là chân đường cao từ đỉnh A của tam giác đã cho. Tính $S = b - a$.

Lời giải

Đáp án: $-0,8$.

Ta có $\overline{AA'} = (a-2; b-4)$; $\overline{BA'} = (a+3; b-1)$; $\overline{BC} = (6; -2)$.

Vì $A'(a; b)$ là chân đường cao vẽ từ đỉnh A của $\triangle ABC$ nên $\overline{AA'} \perp \overline{BC}$ và ba điểm $A'; B; C$ thẳng hàng.

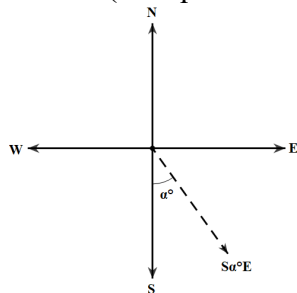
Ta có $\overline{AA'} \perp \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AA'} \cdot \overline{BC} = 0 \Leftrightarrow 6(a-2) - 2(b-4) = 0 \Leftrightarrow 3a - b = 2(1)$.

Ba điểm $A'; B; C$ thẳng hàng khi và chỉ khi $\overline{BA'}$ và \overline{BC} cùng phương

$$\Leftrightarrow -2(a+3) - 6(b-1) = 0 \Leftrightarrow a + 3b = 0(2).$$

Giải hệ phương trình gồm (1) và (2) ta được $a = \frac{3}{5}$; $b = -\frac{1}{5}$. Vậy $S = b - a = -0,8$.

Câu 21: Ba tàu đánh cá cùng xuất phát từ cảng A. Quy ước rằng hướng $S\alpha^\circ E$ là hướng tạo với hướng nam góc α° và tạo với hướng đông góc $90^\circ - \alpha^\circ$, hướng nam kí hiệu là S, hướng đông kí hiệu là E (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tàu thứ nhất đi theo hướng $S40^\circ E$ với vận tốc 20km/h . Tàu thứ hai đi theo hướng $S45^\circ E$ với vận tốc 21km/h . Tàu thứ ba đi theo hướng $S60^\circ E$ với vận tốc 19km/h . Sau 10 giờ kể từ khi xuất phát, tàu thứ hai bị hỏng động cơ nên phát tín hiệu báo tàu bị nạn cần trợ giúp. Giả sử thời tiết tốt và tàu bị nạn có thể thả neo để cố định vị trí của tàu. Cán bộ tiếp nhận thông tin báo hiệu của tàu thứ hai (Ổ trạm bộ đội biên phòng) sẽ phân tích dữ liệu từ đó sẽ điều động một tàu trong số hai tàu (thứ nhất và thứ ba) đến cứu hộ tàu thứ hai. Một trong số các dữ liệu cần phân tích là khoảng cách từ tàu thứ hai đến tàu thứ nhất và khoảng cách từ tàu thứ hai đến tàu thứ ba. Trong hai khoảng cách đó, gọi d là khoảng cách ngắn nhất. Hỏi d là bao nhiêu kilomet (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

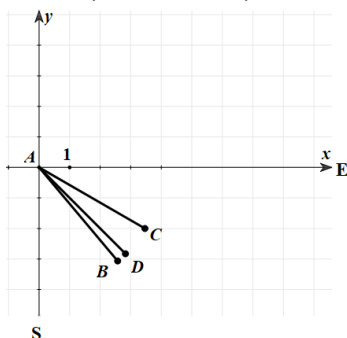


Lời giải

Đáp án: 20,4.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

Gọi B, D, C lần lượt là vị trí tàu thứ nhất, tàu thứ hai, tàu thứ ba sau 10 giờ kể từ khi xuất phát.



Khi đó:

$$AB = 200\text{km}$$

$$AD = 210\text{km}$$

$$AC = 190\text{km}$$

Tọa độ các điểm B, D, C theo hệ trục tọa độ Oxy đã chọn là

$$B(128, 6; -153, 2)$$

$$D(148, 5; -148, 5)$$

$$C(164, 5; -95)$$

$$\overline{BD} = (19, 9; 4, 7)$$

Suy ra, $BD \approx 20,4km$

$$\overline{CD} = (-16; -53, 5)$$

Suy ra, $CD \approx 55,8$

Do đó, $BD < CD$

Vậy $d = 20,4$.

Câu 22: Biết phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = -2x + 3$ có nghiệm được viết dưới dạng $\frac{9 - \sqrt{a}}{b}$ với a, b là các số tự nhiên, phân số $\frac{9}{b}$ tối giản. Hỏi a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 17.

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = -2x + 3$$

Bình phương hai vế phương trình trên, ta được

$$2x^2 - 3x + 1 = 4x^2 - 12x + 9$$

Sau khi thu gọn ta được $2x^2 - 9x + 8 = 0$. Suy ra $x = \frac{9 + \sqrt{17}}{4}$ hoặc $x = \frac{9 - \sqrt{17}}{4}$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = \frac{9 - \sqrt{17}}{4}$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{9 - \sqrt{17}}{4}$

Suy ra, $a = 17$.

----- Hết -----

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Thời gian làm bài tập về nhà mỗi ngày của một nhóm học sinh được cho như sau (đơn vị: giờ)
0; 2; 1,5; 1; 1; 1; 0,5; 0,5; 1; 1; 1; 1,5; 1,5

Mốt của mẫu dữ liệu đã cho là

- A. 1,5. B. 2. C. 1. D. 0,5.

Câu 2: Cho $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$

Câu 3: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào **không** là tam thức bậc hai?

- A. $f(x) = 1 - x^2$. B. $g(x) = (1 - x)(2x + 1)$.
C. $h(x) = x^2 + 3x + 2$. D. $p(x) = 3x^2 + x^3$.

Câu 4: Cho tập hợp $A = \{1; 3; 4; 5; 7; 8\}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $9 \notin A$. B. $\{1; 2; 3; 4; 5\} \subset A$. C. $8 \in A$. D. $\{1; 4; 5; 7\} \subset A$.

Câu 5: Cho hypebol (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tiêu điểm của hypebol là $F_1(-5; 0), F_2(5; 0)$.
B. Tiêu cự của hypebol bằng 5.
C. Điểm $(9; 0)$ thuộc hypebol.
D. Trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng 12.

Câu 6: Cho hai tập hợp A, B . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A, x \in B$. B. $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$.
C. $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$. D. $A \setminus B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$.

Câu 7: Mệnh đề phủ định của mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \geq 0$ " là

- A. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 0$ ". B. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \geq 0$ ".
C. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 0$ ". D. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0$ "

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

Với ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý ta có

- A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$. B. $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$.
C. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$. D. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng có phương trình $2x + 3y - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đã cho?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-3; -2)$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vectơ $\vec{x} = (-2; 3)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $2\vec{x} = (4; 6)$. B. $3\vec{x} = (-6; 9)$. C. $-\vec{x} = (-3; 2)$. D. $-3\vec{x} = (6; 9)$.

Câu 11: Cho bất phương trình $2x - 3y + 1 \geq 0$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho?

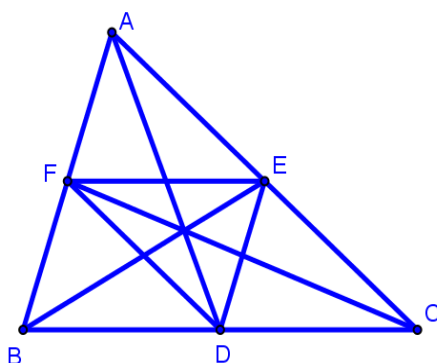
- A. $M(0; 1)$. B. $N(1; 2)$. C. $P(1; 0)$. D. $Q(2; 2)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số là đường cong Parabol có đỉnh $I(-2; -5)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 D. Đồ thị hàm số là đường cong parabol có bèn lõm quay xuống dưới

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho $\triangle ABC$ có $D; E; F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC; CA; AB$ (tham khảo hình vẽ)



- a) $\vec{BC} = 2\vec{EF}$.
 b) $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2}(AB^2 - AC^2)$.
 c) $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$.
 d) Giả sử tam giác đều ABC có độ dài các cạnh bằng 8. Điểm M di chuyển trên đường thẳng BC . Khi $|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn thẳng $MC = 3$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có $AB = 5, BC = 8, AC = 6$.

- a) **[NB]** $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \sin A$.
 b) **[TH]** $\cos A = \frac{1}{20}$
 c) **[TH]** Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{399}}{4}$
 d) **[VD, VDC]** Lấy điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $BD = \sqrt{142}$.

Câu 15: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: -x + y + 3 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M(-2; 1)$.
 b) **[TH]** Đường thẳng Δ_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}(-1; 1)$.
 c) **[TH]** Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

d) [TH] Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x - 3y + 5 = 0$.

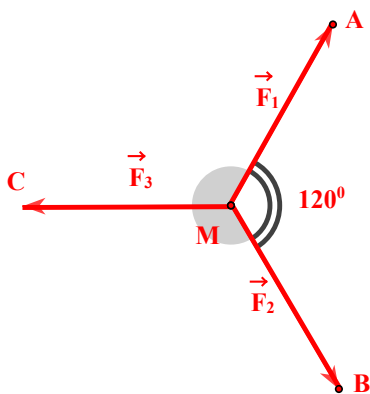
Câu 16: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Khi đó:

- a) [NB] Hệ trên là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- b) [TH] $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
- c) [TH] Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác
- d) [VD, VDC] $x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

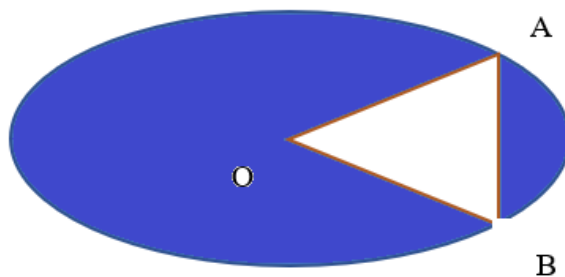
Câu 17: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ \vec{F}_1, \vec{F}_2 cùng bằng $150N$ và góc $\widehat{AMB} = 120^\circ$. Khi đó cường độ lực \vec{F}_3 bằng bao nhiêu?



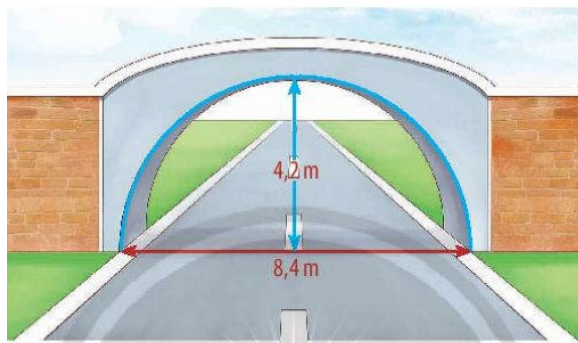
Câu 18: Có bao nhiêu tập X thỏa mãn $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$?

Câu 19: Gia chủ có một miếng đất có hình Elip với độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{6}$ m, độ dài trục nhỏ bằng 2 m. Gia chủ muốn trồng hoa thành hình tam giác cân OAB (tham khảo hình vẽ) với điểm O là tâm của Elip, các điểm A và B thuộc đường Elip nói trên. Diện tích trồng hoa lớn nhất bằng bao nhiêu?



Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $f(x) = (m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + 1$ luôn dương với mọi x .

Câu 21: Một cánh cổng hình bán nguyệt rộng $8,4\text{ m}$ và cao $4,2\text{ m}$. Một chiếc xe tải rộng $2,8\text{ m}$, đi đúng làn đường quy định và có thể đi qua cổng mà không làm hư cổng thì chiều cao của xe không vượt quá bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 22: Cho α là góc nhọn và $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{4}{5}$. Biết $M = 6 \sin \alpha - 4 \cos \alpha = a + \frac{\sqrt{34}}{b}$, giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	D	B	A	C	C	C	A	B	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) S	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	150	8	1,5	0	3,13	9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Thời gian làm bài tập về nhà mỗi ngày của một nhóm học sinh được cho như sau (đơn vị: giờ)
0; 2; 1,5; 1; 1; 1; 0,5; 0,5; 1; 1; 1; 1,5; 1,5

Mốt của mẫu dữ liệu đã cho là

- A. 1,5. B. 2. C. 1. D. 0,5.

Lời giải

Chọn C

Số xuất hiện nhiều nhất trong mẫu dữ liệu là 1 (6 lần) nên mốt của mẫu dữ liệu bằng 6.

Câu 2: Cho $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$

Lời giải

Chọn A

Khi $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thì $\sin \alpha > 0$

Câu 3: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào **không** là tam thức bậc hai?

- A. $f(x) = 1 - x^2$. B. $g(x) = (1 - x)(2x + 1)$.
C. $h(x) = x^2 + 3x + 2$. D. $p(x) = 3x^2 + x^3$.

Lời giải

Chọn D

Tam thức bậc hai có dạng $q(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) nên $p(x) = 3x^2 + x^3$ không là tam thức bậc hai.

Câu 4: Cho tập hợp $A = \{1; 3; 4; 5; 7; 8\}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A.** $9 \notin A$. **B.** $\{1; 2; 3; 4; 5\} \subset A$. **C.** $8 \in A$. **D.** $\{1; 4; 5; 7\} \subset A$.

Lời giải

Chọn B

Vì $2 \notin A$ nên $\{1; 2; 3; 4; 5\} \not\subset A$

Câu 5: Cho hypebol $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Tiêu điểm của hypebol là $F_1(-5; 0), F_2(5; 0)$.
B. Tiêu cự của hypebol bằng 5.
C. Điểm $(9; 0)$ thuộc hypebol.
D. Trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng 12.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^2 = 9, b^2 = 16 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = \pm 5$ nên tiêu điểm của hypebol là $F_1(-5; 0), F_2(5; 0)$.

Câu 6: Cho hai tập hợp A, B . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A, x \in B$. **B.** $A \cap B = \{x | x \in A \text{ và } x \in B\}$.
C. $A \cup B = \{x | x \in A \text{ và } x \in B\}$. **D.** $A \setminus B = \{x | x \in A, x \notin B\}$.

Lời giải

Chọn C

$A \cup B = \{x | x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$

Câu 7: Mệnh đề phủ định của mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \geq 0$ " là

- A.** " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 0$ ". **B.** " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \geq 0$ ".
C. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 0$ ". **D.** " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0$ ".

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

Với ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý ta có

- A.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$. **B.** $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$.
C. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$. **D.** $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$

Lời giải

Chọn C

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng có phương trình $2x + 3y - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đã cho?

- A.** $\vec{n}_1 = (2; 3)$. **B.** $\vec{n}_2 = (-2; 3)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2; -3)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-3; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vectơ $\vec{x} = (-2; 3)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $2\vec{x} = (4; 6)$. B. $3\vec{x} = (-6; 9)$. C. $-\vec{x} = (-3; 2)$. D. $-3\vec{x} = (6; 9)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 11: Cho bất phương trình $2x - 3y + 1 \geq 0$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho?

- A. $M(0; 1)$. B. $N(1; 2)$. C. $P(1; 0)$. D. $Q(2; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Thay $x = 1; y = 0$ vào bất phương trình đã cho ta được $3 \geq 0$ (đúng) nên điểm $P(1; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Câu 12: Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số là đường cong Parabol có đỉnh $I(-2; -5)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
D. Đồ thị hàm số là đường cong parabol có bèn lõm quay xuống dưới

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số là đường cong parabol có bèn lõm quay lên trên vì $a = 1 > 0$.

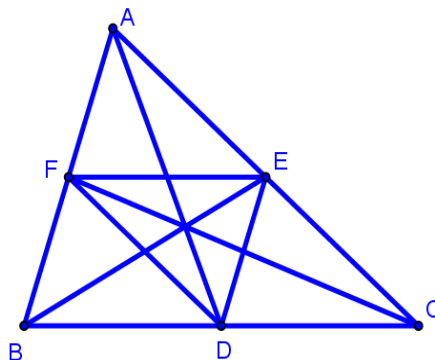
Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Đồ thị hàm số là đường cong Parabol có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(-2; -5)$. Vậy A đúng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho $\triangle ABC$ có $D; E; F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC; CA; AB$ (tham khảo hình vẽ)



a) $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{EF}$.

b) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(AB^2 - AC^2)$.

c) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$.

d) Giả sử tam giác đều ABC có độ dài các cạnh bằng 8. Điểm M di chuyển trên đường thẳng

BC . Khi $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn thẳng $MC = 3$.

Lời giải

a) Sai. b) Sai. c) Đúng. d) Đúng.

a) Ta có EF là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow EF = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2EF$

Hai vector $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{FE}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{FE} \Rightarrow$ mệnh đề a) sai.

b) Ta có

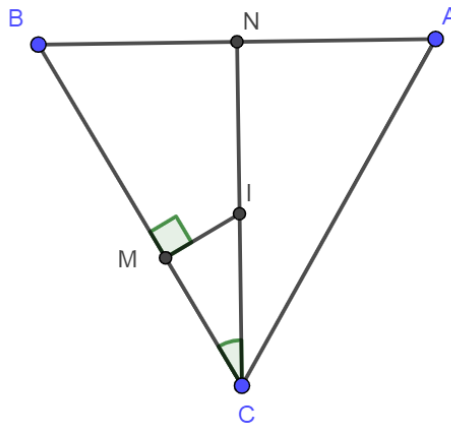
$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \text{ và } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(AC^2 - AB^2) \text{ mệnh đề b) Sai.}$$

c) Ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA})$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB}) = \vec{0} \Rightarrow \text{mệnh đề c) Đúng.}$$

d)



Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng AB , I là trung điểm của đoạn thẳng NC . Biểu thức cần tìm giá trị nhỏ nhất là: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{MC}| = 2|\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC}| = 4|\overrightarrow{MI}| = 4MI$ đạt

giá trị nhỏ nhất khi MI vuông góc với BC . Khi đó, $CI = \frac{BC\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$ hay

$$MC = CI \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Câu 14: Cho tam giác ABC có $AB = 5, BC = 8, AC = 6$.

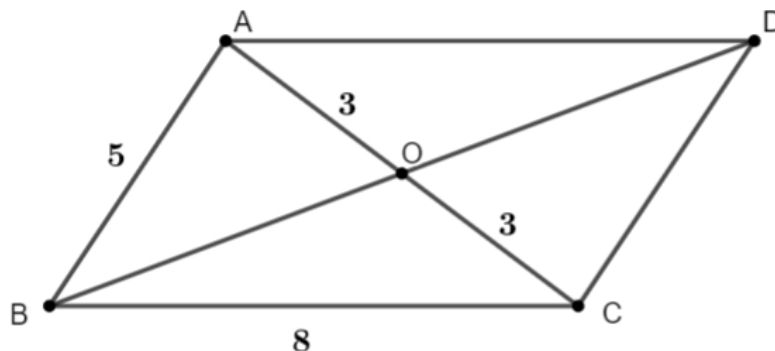
a) **[NB]** $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \sin A$.

b) **[TH]** $\cos A = \frac{1}{20}$

c) **[TH]** Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{399}}{4}$

d) **[VD, VDC]** Lấy điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $BD = \sqrt{142}$.

Lời giải



a) Theo định lí cosin ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$ nên mệnh đề a **sai**.

b) Ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \frac{5^2 + 6^2 - 8^2}{2.5.6} = -\frac{1}{20}$ nên mệnh đề b **sai**.

c) Nửa chu vi: $p = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{5+8+6}{2} = 9,5$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \frac{3\sqrt{399}}{4}$ nên mệnh đề c

đúng.

d) Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Áp dụng định lí côsin vào tam giác ABO ta có:

$$BO^2 = AB^2 + AO^2 - 2.AB.AO \cos \widehat{BAO} = 5^2 + 3^2 - 2.5.3. \left(-\frac{1}{20}\right) = \frac{71}{2}.$$

$\Rightarrow BO = \frac{\sqrt{142}}{2} \Rightarrow BD = 2.BO = \sqrt{142}$ nên mệnh đề d **đúng**.

Câu 15: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: -x + y + 3 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M(-2;1)$.

b) **[TH]** Đường thẳng Δ_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}(-1;1)$.

c) **[TH]** Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

d) **[TH]** Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x - 3y + 5 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đường thẳng $\Delta_2: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$ đi qua điểm $M(-2;1)$

b) Đường thẳng $\Delta_1: -x + y + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(-1;1)$ nên nhận $\vec{u}(1;1)$ là một vectơ chỉ phương.

c) Đường thẳng $\Delta_1: -x + y + 3 = 0$ nhận $\vec{u}(1;1)$ là một vectơ chỉ phương và Δ_1 đi qua điểm $(0;-3)$ nên phương trình tham số của Δ_1 là $\begin{cases} x = t \\ y = -3 + t \end{cases}$.

- d) Đường thẳng $\Delta_2 : \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$ nhận $\vec{n}(1; -3)$ là một vector pháp tuyến và Δ_2 đi qua điểm $M(-2; 1)$ nên phương trình tổng quát của Δ_2 là: $(x + 2) - 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 5 = 0$.

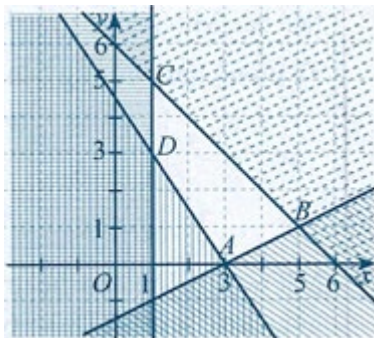
Câu 16: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Khi đó:

- a) **[NB]** Hệ trên là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
 b) **[TH]** $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
 c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác
 d) **[VD, VDC]** $x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- a) Đây là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn
 b) $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
 c) Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(3; 0), B(5; 1), C(1; 5), D(1; 3)$ (Hình).



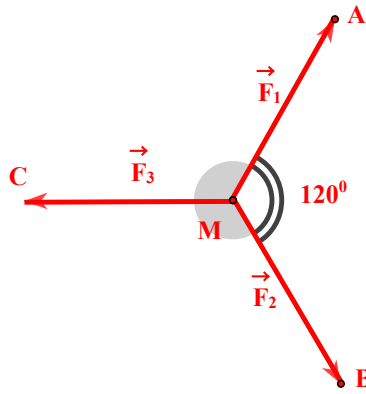
- d) Từ hình vẽ ta có $A(3; 0), B(5; 1), C(1; 5), D(1; 3)$.

Tính giá trị của $F = 3x - y$ tại các tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 14 tại $x = 1, y = 5$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

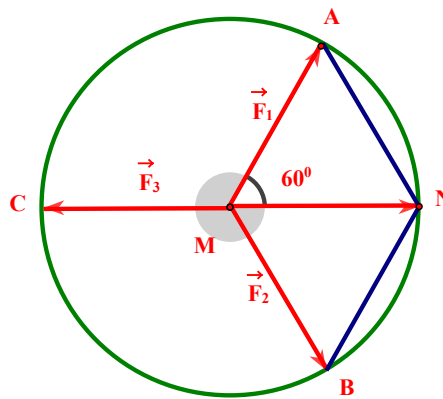
Câu 17: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ \vec{F}_1, \vec{F}_2 cùng bằng $150N$ và góc $\widehat{AMB} = 120^\circ$. Khi đó cường độ lực \vec{F}_3 bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 150.



Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.

Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = 150N$ vì tam giác AMN là tam giác đều.

Câu 18: Có bao nhiêu tập X thỏa mãn $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$?

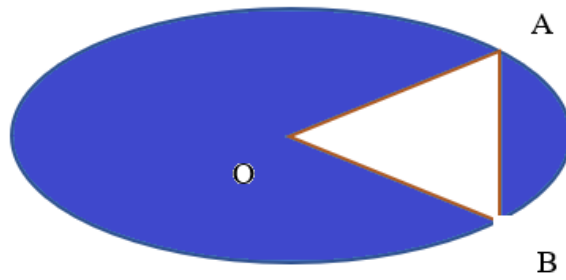
Lời giải

Đáp án: 8.

Tập X có thể là một trong các tập hợp sau $\{1; 2\}$, $\{1; 2; 3\}$, $\{1; 2; 4\}$, $\{1; 2; 5\}$, $\{1; 2; 3; 4\}$, $\{1; 2; 3; 5\}$, $\{1; 2; 4; 5\}$, $\{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Nên có 8 tập hợp thỏa mãn.

Câu 19: Gia chủ có một miếng đất có hình Elip với độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{6}$ m, độ dài trục nhỏ bằng 2 m. Gia chủ muốn trồng hoa thành hình tam giác cân OAB (tham khảo hình vẽ) với điểm O là tâm của Elip, các điểm A và B thuộc đường Elip nói trên. Diện tích trồng hoa lớn nhất bằng bao nhiêu?

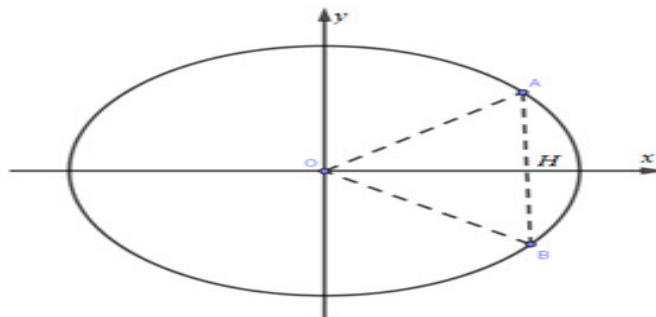


Lời giải

Đáp án: $\frac{3}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ như (Oxy) như hình vẽ.

Khi đó phương trình đường Elip là (E): $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{1} = 1$.



Không mất tổng quát, ta chọn điểm A và B thuộc (E) sao cho điểm A và B có hoành độ dương. Do tam giác OAB cân tại O suy ra A đối xứng với B qua Ox .

Gọi điểm $A(x_0; y_0) \Rightarrow B(x_0; -y_0); (x_0 > 0)$

$$A \in (E): \frac{x_0^2}{6} + \frac{y_0^2}{1} = 1 \Rightarrow \frac{x_0^2}{6} + \frac{y_0^2}{1} = 1 \Rightarrow |y_0| = \frac{\sqrt{6-x_0^2}}{2}$$

$$\text{Ta có } AB = 2|y_0| = \sqrt{6-x_0^2}$$

Gọi H là trung điểm AB thì $H(x_0; 0) \Rightarrow OH = x_0$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot x_0 \cdot \sqrt{6-x_0^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x_0^2(6-x_0^2)} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{x_0^2 + 6 - x_0^2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } x_0^2 = 6 - x_0^2 \Rightarrow x_0 = \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy diện tích trông hoa lớn nhất bằng $\frac{3}{2} \text{ m}^2$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $f(x) = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ luôn dương với mọi x .

Lời giải

Đáp án: 0.

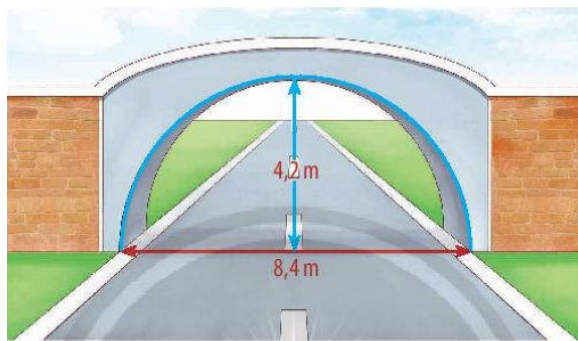
Xét $a = m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$. Ta có $f(x) = -6x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{6}$ (Không thỏa mãn)

Xét $a = m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2 \Rightarrow f(x)$ là tam thức bậc hai

$$\text{Để } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ thì } \begin{cases} a = m - 2 > 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (m-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m^2 + m + 3 < 0 \end{cases} \text{ Vô nghiệm.}$$

Vậy không tồn tại m thỏa mãn bài ra

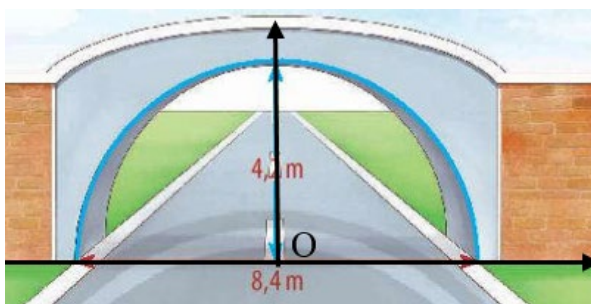
Câu 21: Một cánh cổng hình bán nguyệt rộng $8,4\text{ m}$ và cao $4,2\text{ m}$. Một chiếc xe tải rộng $2,8\text{ m}$, đi đúng làn đường quy định và có thể đi qua cổng mà không làm hư cổng thì chiều cao của xe không vượt quá bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 3,13.

Gắn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ tại tim đường.



Gắn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ tại tim đường.

Phương trình đường tròn có tâm gốc tọa độ có bán kính $R = 4,2$ có phương trình là:

$$x^2 + y^2 = 17,64.$$

Để chiều cao của xe cao nhất thì bánh xe phải đi sát vào kẻ giữa đường. Vì vậy chiều cao của xe không vượt quá giá trị của y tại $x = 2,8\text{ m}$

$$y = \sqrt{17,64 - 2,8^2} \approx 3,13\text{ m}$$

Vậy chiều cao của xe không vượt quá khoảng $3,13\text{ m}$

Câu 22: Cho α là góc nhọn và $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{4}{5}$. Biết $M = 6 \sin \alpha - 4 \cos \alpha = a + \frac{\sqrt{34}}{b}$, giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 9.

Theo giả thiết ta có: $\sin \alpha = \frac{4}{5} + \cos \alpha$ và $\cos \alpha > 0$

$$\text{mà } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5} + \cos \alpha\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{-4 \pm \sqrt{34}}{10}$$

Vì α là góc nhọn suy ra $\cos \alpha = \frac{-4 + \sqrt{34}}{10} > 0$; $\sin \alpha = \frac{4 + \sqrt{34}}{10}$. Vậy $M = 4 + \frac{\sqrt{34}}{5}$ nên $a = 4$; $b = 5$.

----- *Hết* -----



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $M = \{x \in \mathbb{N} \text{ sao cho } 8 : \sqrt{x}\}$

A. $M = \{0; 1; 4; 16; 64\}$.

B. $M = \{1; 2; 4; 8\}$.

C. $M = \{1; 4; 16; 64\}$.

D. $M = \{0; 1; 2; 4; 8\}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} .

B. \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} .

C. \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} .

D. \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} .

Câu 3: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$.

Câu 4: Điểm nào là tiêu điểm của parabol $y^2 = \frac{1}{2}x$?

A. $F\left(\frac{1}{8}; 0\right)$.

B. $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$.

C. $F\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$.

D. $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là?

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 6: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4. Khi đó, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ta được :

A. 8.

B. -8.

C. -6.

D. 6.

Câu 7: Quy tròn số 7216,4 đến hàng đơn vị, được số 7216. Sai số tuyệt đối là:

A. 0,2.

B. 0,3.

C. 0,4.

D. 0,6.

Câu 8: Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

A. 60.

B. 30.

C. 34.

D. $7\sqrt{5}$.

Câu 9: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : x - 2y + 1 = 0$ và $d_2 : -3x + 6y - 10 = 0$.

A. song song.

B. Trùng nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

D. Vuông góc với nhau.

Câu 10: Cho mệnh đề chứa biến $P(x) : "x + 15 \leq x^2"$ với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. $P(0)$.

B. $P(3)$.

C. $P(4)$.

D. $P(5)$.

Câu 11: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$.

D. $m > 0$.

Câu 12: Cho $A = \{x \in \mathbb{R} : x + 2 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 5 - x \geq 0\}$. Khi đó $A \cap B$ là:

A. $[-2; 5]$.

B. $[-2; 6]$.

C. $[-5; 2]$.

D. $(-2; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

a) **[NB]** $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$.

b) **[TH]** $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

c) **[TH]** $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \frac{25}{9}$

d) **[VD,VDC]** Xác định được hai điểm M_1, M_2 trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$, M_1 và M_2 đối xứng với nhau qua trục Ox .

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm $A(-1; 2), B(3; -2), C(0; -5)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $\overline{AB} = (-4; 4)$

b) **[TH]** Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

c) **[TH]** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(-4; -1)$.

d) **[VD,VDC]** Điểm $N(x; y)$ thỏa mãn $\overline{AN} - 2\overline{NB} = \overline{BC}$. Khi đó $3x + 5y = 11$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 8 & \text{khi } x < 0 \\ 8 - 2x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$.

a) **[NB]** $f\left(\frac{3}{2}\right) = f(\sqrt{5})$.

b) **[TH]** Điểm $A(0; 0)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) **[VD]** Tập giá trị của hàm số là $[4; +\infty)$.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{B} = 60^\circ$. Gọi I là trung điểm cạnh BC . Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm M, N .

a) **[NB]** $\overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AB}$

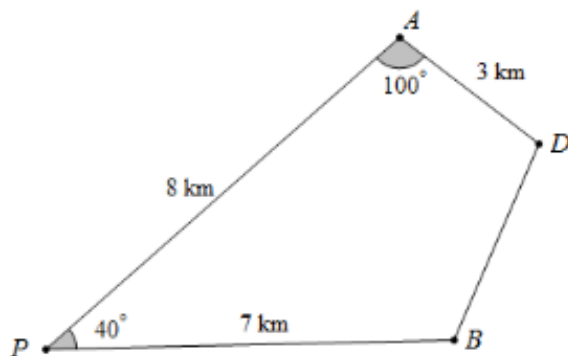
b) **[TH]** $\overline{AI} = \frac{1}{2}\overline{AB} - \frac{1}{2}\overline{AC}$

c) **[TH]** $\overline{BI} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}$

d) **[VD,VDC]** MI vuông góc với NI khi và chỉ khi $BM + \sqrt{3}CN = BC$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: An và Bình cùng xuất phát tại điểm P, đi theo hai hướng khác nhau và tạo thành một góc 40° để đến đích là điểm D. Biết rằng họ dừng lại để ăn trưa lần lượt tại A và B (như hình vẽ). Hỏi Bình phải đi bao xa nữa để đến đích? (làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 2: Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	15	3	3
Y	6	0	3
Z	6	1	2

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 4 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 6 nghìn đồng. Tổng số tiền lãi thu được cao nhất là bao nhiêu?

Câu 3: Một cửa hàng bán đồ điện gia dụng thống kê số lượng máy lọc không khí bán được mỗi ngày trong tuần đầu tháng 11 năm 2024 như sau :

15 9 12 14 10 18 20

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;3), B(2;-2)$. Gọi $I(a;b)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Oy . Tính giá trị của biểu thức $S = a - 9b$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí $I(x; y)$ và được ba thiết bị ghi tín hiệu tại ba vị trí $O(0;0), A(1;0), B(1;3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định $x + y$.

Câu 6: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $S = (a; b]$. Khi đó giá trị của $P = 3a + 8b$ là bao nhiêu?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	A	A	A	C	B	A	D	B	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	3,5	22	3,7	-12	4	2

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hãy liệt kê các phân tử của tập hợp $M = \{x \in \mathbb{N} \text{ sao cho } 8:\sqrt{x}\}$

A. $M = \{0; 1; 4; 16; 64\}$.

B. $M = \{1; 2; 4; 8\}$.

C. $M = \{1; 4; 16; 64\}$.

D. $M = \{0; 1; 2; 4; 8\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} 8:\sqrt{x} \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x} \in \{1; 2; 4; 8\} \Leftrightarrow x \in \{1; 4; 16; 64\}.$$

Câu 2: Cho tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} .

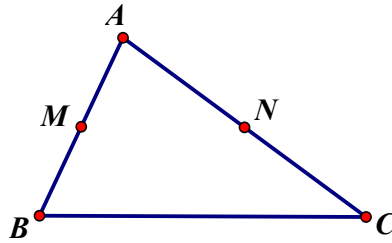
B. \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} .

C. \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} .

D. \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} .

Lời giải

Chọn A



\overline{AB} và \overline{MB} cùng hướng

Câu 3: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Thay điểm $O(0;0)$ vào từng đáp án.

Đáp án A, B sai vì $0+3.0-6 < 0$.

Đáp án D sai vì $2.0+0+4 > 0$.

Nên ta chọn đáp án C.

Câu 4: Điểm nào là tiêu điểm của parabol $y^2 = \frac{1}{2}x$?

- A. $F\left(\frac{1}{8};0\right)$. B. $F\left(0;\frac{1}{4}\right)$. C. $F\left(-\frac{1}{4};0\right)$. D. $F\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $p = \frac{1}{4} \Rightarrow F\left(\frac{1}{8};0\right)$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $2x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4. Khi đó, tính $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ ta được:

- A. 8. B. -8. C. -6. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = AB^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8$.

Câu 7: Quy tròn số 7216,4 đến hàng đơn vị, được số 7216. Sai số tuyệt đối là:

- A. 0,2. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,6.

Lời giải

Chọn C

Quy tròn số 7216,4 đến hàng đơn vị, được số 7216. Sai số tuyệt đối là:

$$|7216,4 - 7216| = 0,4$$

Câu 8: Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

A. 60.

B. 30.

C. 34.

D. $7\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là:

$$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30.$$

Câu 9: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : x - 2y + 1 = 0$ và $d_2 : -3x + 6y - 10 = 0$.

A. song song.

B. Trùng nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

D. Vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\frac{1}{-3} = \frac{-2}{6} \neq \frac{1}{10}$ nên hai đường thẳng song song

Câu 10: Cho mệnh đề chứa biến $P(x) : "x + 15 \leq x^2"$ với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. $P(0)$.

B. $P(3)$.

C. $P(4)$.

D. $P(5)$.

Lời giải

Chọn D

$P(5) : "5 + 15 \leq 5^2"$.

Câu 11: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần khi:

$$\Delta = m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty).$$

Câu 12: Cho $A = \{x \in \mathbb{R} : x + 2 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 5 - x \geq 0\}$. Khi đó $A \cap B$ là:

A. $[-2; 5]$.

B. $[-2; 6]$.

C. $[-5; 2]$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A = \{x \in \mathbb{R} : x + 2 \geq 0\} \Rightarrow A = [-2; +\infty)$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 5 - x \geq 0\} \Rightarrow B = (-\infty; 5]$

Vậy $\Rightarrow A \cap B = [-2; 5]$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

a) [NB] $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$.

b) [TH] $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

c) [TH] $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \frac{25}{9}$

d) **[VD,VDC]** Xác định được hai điểm M_1, M_2 trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$, M_1 và M_2 đối xứng với nhau qua trục Ox .

Lời giải

a) $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{1}{3}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) $\sin \alpha > 0 \Leftrightarrow 0^\circ < \alpha < 180^\circ$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 3(1 - \sin^2 \alpha) = 3 - 2 \sin^2 \alpha = \frac{25}{9}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Xác định được hai điểm M_1, M_2 trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$, M_1 và M_2 đối xứng với nhau qua trục Oy , suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm $A(-1;2), B(3;-2), C(0;-5)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $\overline{AB} = (-4;4)$

b) **[TH]** Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

c) **[TH]** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(-4;-1)$.

d) **[VD,VDC]** Điểm $N(x; y)$ thỏa mãn $\overline{AN} - 2\overline{NB} = \overline{BC}$. Khi đó $3x + 5y = 11$

Lời giải

a) Ta có: $\overline{AB} = (3 - (-1); -2 - 2) = (4; -4)$

Suy ra mệnh đề **Sai**

b) Ta có $\overline{AB} = (4; -4), \overline{BC} = (-3; -3)$. Vì $\frac{4}{-3} \neq \frac{-4}{-3}$ nên hai vecto $\overline{AB}, \overline{BC}$ không cùng phương.

Suy ra ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Suy ra mệnh đề **Sai**

c) Gọi $D(x; y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overline{AB} = \overline{DC}$

Ta có $\overline{AB} = (4; -4), \overline{BC} = (-x; -5 - y)$, nên

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = -x \\ -4 = -5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow D(-4; -1)$$

Suy ra mệnh đề **Đúng**

d) Ta có: $\overline{AN} = (x+1; y-2), \overline{NB} = (3-x; -2-y), \overline{BC} = (-3; -3)$

$$\text{Nên } \overline{AN} - 2\overline{NB} = \overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1-2-6+2x = -3 \\ y-2+8+4y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{-9}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{2}{3}; \frac{-9}{5}\right)$$

$$\Rightarrow 3x + 5y = -7$$

Suy ra mệnh đề **Sai**.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 8 & \text{khi } x < 0 \\ 8 - 2x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$.

a) **[NB]** $f\left(\frac{3}{2}\right) = f(\sqrt{5})$.

b) **[TH]** Điểm $A(0;0)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

d) **[VD]** Tập giá trị của hàm số là $[4; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có có $x = \frac{3}{2}$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$ nên $f\left(\frac{3}{2}\right) = 8 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 5$

Lại có $x = \sqrt{5}$ thỏa mãn $x > 2$ nên $f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 = 5$.

Suy ra $f\left(\frac{3}{2}\right) = f(\sqrt{5}) = 5$.

b) Sai.

Ta có $x = 0$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$ nên $f(0) = 8 - 2 \cdot 0 = 8$.

Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $B(0;8)$ nên điểm $A(0;0)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

c) Sai.

Trên khoảng $(0;2)$ hàm số $y = f(x) = 8 - 2x$ là hàm số bậc nhất với hệ số $a = -2 < 0$

Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

d) Đúng.

Khi $x < 0 \Rightarrow y = 8$.

Khi $0 \leq x \leq 2 \Rightarrow y = 8 - 2x \in [4;8]$.

Khi $x > 2 \Rightarrow y = x^2 > 4$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $[4; +\infty)$.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A , $\hat{B} = 60^\circ$. Gọi I là trung điểm cạnh BC . Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm M, N .

a) **[NB]** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$

b) **[TH]** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

c) **[TH]** $\overrightarrow{BI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

d) **[VD, VDC]** MI vuông góc với NI khi và chỉ khi $BM + \sqrt{3}CN = BC$.

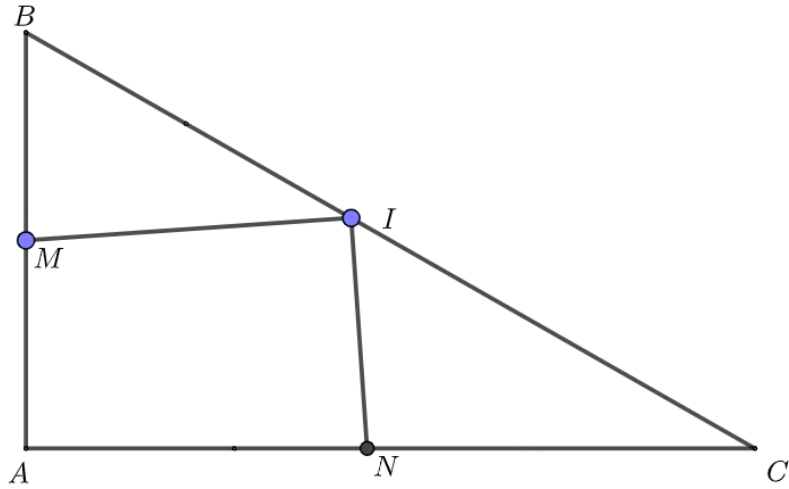
Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$ (vô lý). Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có: $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d)



Đặt $x = BM = CN$.

Ta có $MI \perp NI \Rightarrow \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{NI} = 0$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BI}) \cdot (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CI}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{CI} = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 + BM \cdot BI \cdot \cos 60^\circ + CI \cdot CN \cdot \cos 30^\circ + BI \cdot CI \cdot \cos 180^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} \cdot BM + \sqrt{3} \frac{x}{2} \cdot CN - x^2 = 0$$

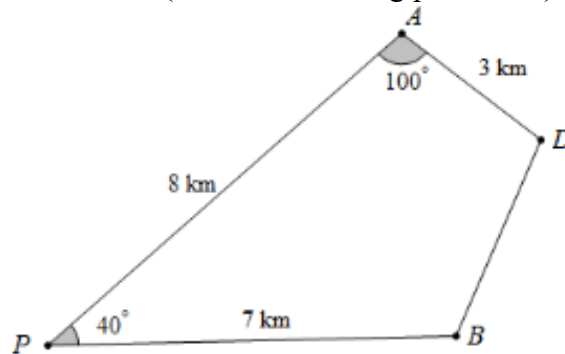
$$\Leftrightarrow xBM + \sqrt{3}x \cdot CN = 2x^2$$

$$\Leftrightarrow BM + \sqrt{3}CM = 2x = BC.$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: An và Bình cùng xuất phát tại điểm P, đi theo hai hướng khác nhau và tạo thành một góc 40° để đến đích là điểm D. Biết rằng họ dừng lại để ăn trưa lần lượt tại A và B (như hình vẽ). Hỏi Bình phải đi bao xa nữa để đến đích? (làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Đáp án: 3,5.

Xét tam giác PAB có: $AB^2 = AP^2 + BP^2 - 2AP \cdot BP \cdot \cos \widehat{APB} \Rightarrow AB \approx 5,22 (km)$

$$\cos \widehat{PAB} = \frac{PA^2 + BA^2 - PB^2}{2 \cdot PA \cdot BA} \Rightarrow \widehat{PAB} \approx 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} \approx 40^\circ$$

$$DB = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} \approx 3,5 (km)$$

Vậy Bình phải đi khoảng 3,5km nữa để đến đích

Câu 2: Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một

nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	15	3	3
Y	6	0	3
Z	6	1	2

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 4 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 6 nghìn đồng. Tổng số tiền lãi thu được cao nhất là bao nhiêu?

Lời giải

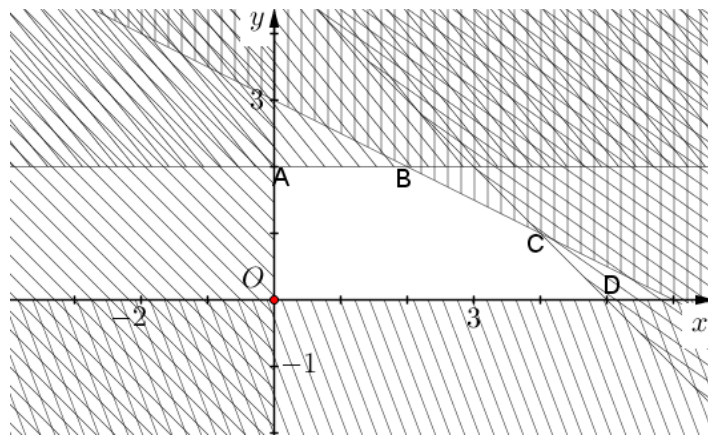
Đáp án: 22.

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra. Như vậy tiền lãi có được là $F(x; y) = 4x + 6y$ (nghìn đồng).

Theo giả thiết, số máy cần dùng nhóm X: $3x + 3y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x + 3y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Z là $x + 2y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình (*):

$$\begin{cases} 3x + 3y \leq 15 \\ 3y \leq 6 \\ x + 2y \leq 6 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ (*) được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;2), B(2;2), C(4;1), D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 4.0 + 6.0 = 0$;

Xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2) = 4.0 + 6.2 = 12$;

Xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2) = 4.2 + 6.2 = 20$;

Xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1) = 4.4 + 6.1 = 22$;

Xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0) = 4.5 + 6.0 = 20$.

Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x; y)$ lớn nhất) bằng 22 (ngàn đồng).

Câu 3: Một cửa hàng bán đồ điện gia dụng thống kê số lượng máy lọc không khí bán được mỗi ngày trong tuần đầu tháng 11 năm 2024 như sau :

15 9 12 14 10 18 20

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

Lời giải

Đáp án: 3,7.

$$\text{Ta có : } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{7} = \frac{15 + 9 + 12 + 14 + 10 + 18 + 20}{7} = 14.$$

$$\text{Phương sai : } s^2 = \frac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_7)^2}{7}$$

$$\Rightarrow s^2 = \frac{(14-15)^2 + (14-9)^2 + (14-12)^2 + (14-14)^2 + (14-10)^2 + (14-18)^2 + (14-20)^2}{7} = 14.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{14} \approx 3,7$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;3), B(2;-2)$. Gọi $I(a;b)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Oy . Tính giá trị của biểu thức $S = a - 9b$

Lời giải

Đáp án: -12.

Do $I(a;b) \in Oy \Rightarrow I(0;b)$ với $a = 0$.

Mà $I \in AB$ nên $\overline{AI}, \overline{AB}$ cùng phương.

mà $\overline{AI}(1;b-3), \overline{AB}(3;-5)$

$$\text{suy ra } \frac{1}{3} = \frac{b-3}{-5} \Leftrightarrow b = \frac{4}{3}.$$

Khi đó $S = a - 9b = -12$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí $I(x; y)$ và được ba thiết bị ghi tín hiệu tại ba vị trí $O(0;0), A(1;0), B(1;3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định $x + y$.

Lời giải

Đáp án: 2.

Do tín hiệu âm thanh phát đi từ vị trí $I(x; y)$ đều được ba thiết bị ghi tín hiệu tại O, A, B nhận được cùng một thời điểm nên: $IO = IA = IB$.

$$\text{Ta có: } IO = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$$

$$IA = \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2}$$

$$IB = \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2}$$

Vì $IO = IA = IB$, nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-0)^2 + (y-0)^2 = (x-1)^2 + (y-0)^2 \\ (x-1)^2 + (y-0)^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+1=0 \\ -6y+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x + y = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2.$$

Câu 6: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $S = (a; b]$. Khi đó giá trị của $P = 3a + 8b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 4.

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 2x + 2m = (2x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2 + 2x + 1 - 2m = 0 \quad (*) \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } t = x + \frac{1}{2}; \text{ phương trình } (*) \text{ trở thành: } 3\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(t - \frac{1}{2}\right) + 1 - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - t + \frac{3}{4} - 2m = 0 \quad (**)$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-\frac{1}{2} \leq x_1 < x_2$ khi và chỉ khi phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 \leq t_1 < t_2$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \left(\frac{3}{4} - 2m\right) > 0 \\ S = -\frac{-1}{3} > 0 \\ P = \frac{\frac{3}{4} - 2m}{3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \leq \frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < m \leq \frac{3}{8}.$$

$$\text{Do đó } S = \left(\frac{1}{3}; \frac{3}{8}\right]. \text{ Vậy } P = 3a + 8b = 3 \cdot \frac{1}{3} + 8 \cdot \frac{3}{8} = 4.$$

----- Hết -----

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết cạnh $AB = 4\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , G là trọng tâm tam giác ABC . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
- b) **[TH]** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$.
- c) **[TH]** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 4\sqrt{2}$.
- d) **[VD,VDC]** Gọi I là trung điểm của MC . Trên đoạn AI lấy điểm N sao cho $2AN = 5IN$. Biểu diễn vector \overrightarrow{NI} theo hai vector $\overrightarrow{GA}; \overrightarrow{GB}$ ta được $\overrightarrow{NI} = k\overrightarrow{GA} + h\overrightarrow{GB}$. Khi đó $k + h = \frac{9}{14}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8, BC = 7$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.
- b) **[TH]** Diện tích tam giác ABC bằng $10\sqrt{3}$.
- c) **[TH]** Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.
- d) **[VD]** Độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A bằng $\sqrt{129}$.

Câu 15: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 2 = 0$, các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Tâm của đường tròn là $I(2; -3)$
- b) Đường thẳng d và đường tròn không có điểm chung
- c) Hình chiếu của I lên d là $H\left(\frac{-2}{5}; \frac{-1}{5}\right)$
- d) Có 2 đường thẳng song song với d là tiếp tuyến của (C) .

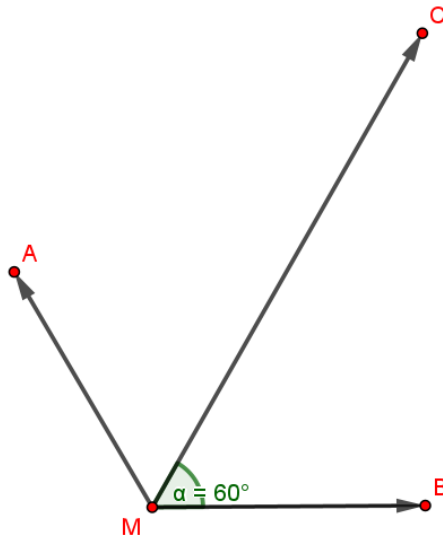
Câu 16. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \quad (*) \\ x + 3y \geq 3 \end{cases}$$

- a) **[NB]** $(*)$ là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- b) **[TH]** Cặp số $(2; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.
- c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình chứa gốc tọa độ O .
- d) **[VD,VDC]** Cặp $(x; y)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + 3y \geq 3 \end{cases}$$
. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$f(x; y) = 2x - 3y + 1 \text{ bằng } 7.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M như hình vẽ và $\widehat{AMB} = 120^\circ, \widehat{BMC} = 60^\circ$. Biết rằng cường độ 2 lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ bằng nhau và cường độ lực $\overrightarrow{F_3}$ gấp đôi cường độ lực $\overrightarrow{F_1}$. Khi đó tổng hợp lực $\overrightarrow{F_{123}} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$ cùng hướng và có cường độ lực gấp k lần cường độ lực $\overrightarrow{F_1}$. Tính k .



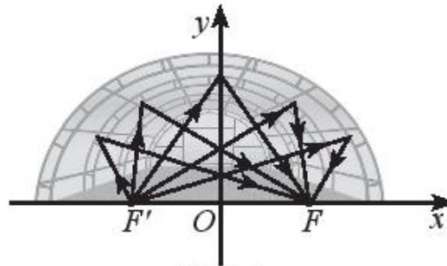
Câu 18: Cho Cho $A = [m - 2; m + 3)$ và $B = (-7; 2]$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để tập hợp $A \cap B$ chứa đúng một phần tử.

Lời giải

Đáp án: 4.

Để tập hợp $A \cap B$ chứa đúng một phần tử thì $m - 2 = 2$ hay $m = 4$.

Câu 19: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip.



Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 48m$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 102 m. Biết phương trình chính tắc của elip đó có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, khi đó $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f(x) = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$ là tam thức bậc hai luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , một vật chuyển động nhanh trên đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$. Khi tới vị trí $M(3; 4)$ thì vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn và ngay sau đó, trong một khoảng thời gian ngắn bay theo hướng tiếp tuyến của đường tròn. Trong khoảng thời gian ngắn ngay sau khi văng, vật chuyển động trên đường thẳng có dạng $ax + by + c = 0$. Tính tổng $a + b + c$

Câu 2: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha.$

B. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha.$

C. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha.$

D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha.$

Lời giải

Chọn B

Câu 3: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\Delta < 0.$

B. $\Delta = 0.$

C. $\Delta > 0.$

D. $\Delta \geq 0.$

Lời giải

Chọn A

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Câu 4: Tập hợp nào sau đây có đúng hai tập hợp con?

A. $\{x; \emptyset\}.$

B. $\{x\}.$

C. $\{x; y; \emptyset\}.$

D. $\{x; y\}.$

Lời giải

Chọn B.

C1: Công thức số tập con của tập hợp có n phần tử là 2^n nên suy ra tập $\{x\}$ có 1 phần tử nên có $2^1 = 2$ tập con.

C2: Liệt kê số tập con ra thì $\{x\}$ có hai tập con là $\{x\}$ và $\{\emptyset\}$.

Câu 5: Phương trình chính tắc của Hypebol là

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1.$

B. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1.$

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Cho tập hợp $A \neq \emptyset$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai** ?

A. $A \cap \emptyset = A.$

B. $A \cap A = A.$

C. $\emptyset \cap \emptyset = \emptyset.$

D. $\emptyset \cap A = \emptyset.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $A \cap \emptyset = \emptyset$.

Câu 7: Cho mệnh đề $P(x): " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0 "$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$ là

A. $" \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0 "$.

B. $" \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0 "$.

C. $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0 "$.

D. $" \nexists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0 "$.

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề $" \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0 "$ là mệnh đề $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0 "$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Vectơ tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. $\overrightarrow{CA}.$

B. $\overrightarrow{BD}.$

C. $\overrightarrow{AC}.$

D. $\overrightarrow{DB}.$

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}.$

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $(d): ax + by + c = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d) ?

- A.** $\vec{n} = (a; b)$. **B.** $\vec{n} = (b; a)$. **C.** $\vec{n} = (b; -a)$. **D.** $\vec{n} = (a; -b)$.

Lời giải

Chọn A

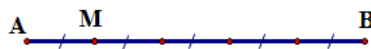
Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d) là $\vec{n} = (a; b)$.

Câu 10: Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm trên đoạn AB sao cho $MA = \frac{1}{5}AB$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

- A.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$. **C.** $\overrightarrow{MB} = -4\overrightarrow{MA}$. **D.** $\overrightarrow{MB} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D



Ta thấy \overrightarrow{MB} và \overrightarrow{AB} cùng hướng nên $\overrightarrow{MB} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ là sai.

Câu 11: Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $5x - 2(y - 1) \leq 0$?

- A.** $(0; 1)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $5x - 2(y - 1) \leq 0 \Leftrightarrow 5x - 2y + 2 \leq 0$; ta thay từng đáp án vào bất phương trình, cặp $(1; 3)$ không thỏa mãn bất phương trình vì $5.1 - 2.3 + 2 \leq 0$ là sai.

Câu 12: Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là

- A.** $I(-1; 6)$. **B.** $I(1; 0)$. **C.** $I(2; -10)$. **D.** $I(-1; 8)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là $\begin{cases} x = -\frac{-4}{2 \cdot (-2)} = -1 \\ y = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 6 = 8 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 8)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết cạnh $AB = 4cm$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , G là trọng tâm tam giác ABC . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) [NB]** $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
b) [TH] $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$.
c) [TH] $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 4\sqrt{2}$.
d) [VD, VDC] Gọi I là trung điểm của MC . Trên đoạn AI lấy điểm N sao cho $2AN = 5IN$. Biểu diễn vectơ \overrightarrow{NI} theo hai vectơ $\overrightarrow{GA}; \overrightarrow{GB}$ ta được $\overrightarrow{NI} = k\overrightarrow{GA} + h\overrightarrow{GB}$. Khi đó $k + h = \frac{9}{14}$.

Lời giải

a) Ta có M là trung điểm của cạnh BC nên $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. Do đó mệnh đề **đúng**.

- b) Ta có M là trung điểm của cạnh BC nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$. Do đó mệnh đề **sai**.
- c) Tam giác ABC vuông cân tại A , biết cạnh $AB = 4\text{cm}$, M là trung điểm của cạnh BC nên $AM \perp BC$, suy ra tam giác AMB vuông tại M .

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác AMB , ta có: $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$.

Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AM = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$. Do đó mệnh đề **đúng**.

d) Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB}$.

Ta có $2AN = 5IN$ nên suy ra $\overrightarrow{NI} = \frac{2}{7}\overrightarrow{AI}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{NI} &= \frac{2}{7}\overrightarrow{AI} = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{7} \left(-\frac{3}{2}\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA} \right) \\ &= \frac{1}{7} \left(-\frac{3}{2}\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} \right) = \frac{1}{7} \left(-\frac{7}{2}\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} \right) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA} - \frac{1}{7}\overrightarrow{GB}. \end{aligned}$$

Vậy $k = -\frac{1}{2}; h = -\frac{1}{7} \Rightarrow k + h = -\frac{9}{14}$. Do đó mệnh đề **sai**.

Câu 14: Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8, BC = 7$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.
- b) **[TH]** Diện tích tam giác ABC bằng $10\sqrt{3}$.
- c) **[TH]** Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.
- d) **[VD]** Độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A bằng $\sqrt{129}$.

Lời giải

a) Áp dụng định lý cosin trong tam giác ta có:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

$$\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot BA \cdot BC} = \frac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{1}{7} \Rightarrow \hat{B} < 90^\circ$$

$$\cos C = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot CA \cdot CB} = \frac{8^2 + 7^2 - 5^2}{2 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{11}{14} \Rightarrow \hat{C} < 90^\circ$$

Suy ra mệnh đề trên **đúng**.

b) Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}$.

Suy ra mệnh đề trên **đúng**.

c) Nửa chu vi tam giác là: $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = 10$

$$\text{Ta có: } S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}.$$

Suy ra mệnh đề trên là **sai**.

d) Gọi AM là đường trung tuyến kẻ từ đỉnh $A \Rightarrow BM = \frac{7}{2}$

xét tam giác ABM ta có:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2.AB.BM.\cos B = 5^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2.5.\frac{7}{2}.\frac{1}{7} = \frac{129}{4}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{\sqrt{129}}{2}$$

Suy ra mệnh đề trên **sai**.

Câu 15: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 2 = 0$, các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- Tâm của đường tròn là $I(2; -3)$
- Đường thẳng d và đường tròn không có điểm chung
- Hình chiếu của I lên d là $H\left(\frac{-2}{5}; \frac{-1}{5}\right)$
- Có 2 đường thẳng song song với d là tiếp tuyến của (C) .

Lời giải

a) Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ có tâm $I(2; -3)$. Mệnh đề đúng.

b) Ta có $d(I; d) = \frac{|3.2 - 4.(-3) + 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$ và bán kính của đường tròn là $R = 4$ nên đường thẳng

d và đường tròn có 1 điểm chung. Mệnh đề sai.

c) Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc d , ta có phương trình của Δ là :

$$4(x-2) + 3(y+3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y + 1 = 0$$

Gọi H là hình chiếu của I lên d , khi đó tọa độ của H là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x + 3y + 1 = 0 \\ 3x - 4y + 2 = 0 \end{cases}$

Giải hệ ta được $H\left(\frac{-2}{5}; \frac{1}{5}\right)$. Mệnh đề sai.

d) Đường tròn đã cho có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 4$.

Theo giả thiết tiếp tuyến song song với đường thẳng $3x - 4y + 2 = 0$ nên tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 3x - 4y + m = 0, \quad m \neq 2.$$

$$\text{Ta có } d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3.2 - 4.(-3) + m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 4 \Leftrightarrow |m + 18| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -38 \text{ (nhận)} \\ m = 2 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Suy ra $\Delta: 3x - 4y - 38 = 0$.

Vậy có 1 tiếp tuyến với đường tròn. Mệnh đề sai.

Câu 17. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \text{ (*)} \\ x + 3y \geq 3 \end{cases}$.

a) **[NB]** (*) là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) **[TH]** Cặp số $(2; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

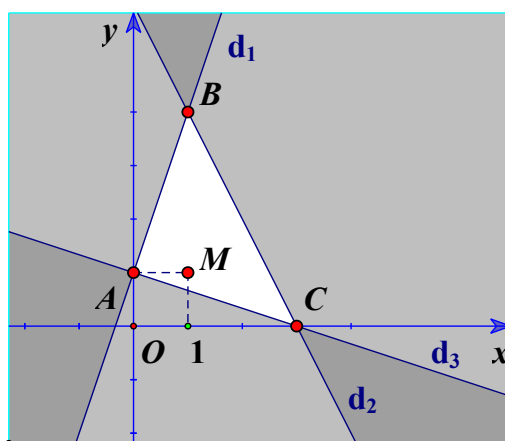
c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình chứa gốc tọa độ O .

d) **[VD, VDC]** Cặp $(x; y)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + 3y \geq 3 \end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$f(x; y) = 2x - 3y + 1 \text{ bằng } 7.$$

Lời giải

- a) (*) là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Suy ra mệnh đề **Đúng**
- b) Thay $x = 2, y = 2$ vào hệ bất phương trình thấy thỏa mãn nên cặp số $(2; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình. Suy ra mệnh đề **Đúng**
- c) Góc tọa độ $O(0;0)$, thay $x = 0, y = 0$ vào hệ bất phương trình thấy bất phương trình thứ 3 trong hệ không thỏa mãn nên cặp số $(0;0)$ không là nghiệm của hệ bất phương trình. Hay điểm O không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình. Suy ra mệnh đề **Sai**
- d) Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ:
 + Vẽ các đường thẳng $d_1 : 3x - y = -1$; $d_2 : 2x + y = 6$; $d_3 : x + 3y = 3$
 + Điểm $M(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ $d_1; d_2; d_3$ không chứa điểm M . Miền không bị tô đậm là hình tam giác ABC , tính cả ba cạnh AB, BC, CA trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.



* Tìm tọa độ các điểm A, B, C :

$$A = d_1 \cap d_3 \text{ nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ } \begin{cases} 3x - y = -1 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } A(0;1).$$

$$B = d_1 \cap d_2 \text{ nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ } \begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } B(1;4).$$

$$C = d_2 \cap d_3 \text{ nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ } \begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } C(3;0).$$

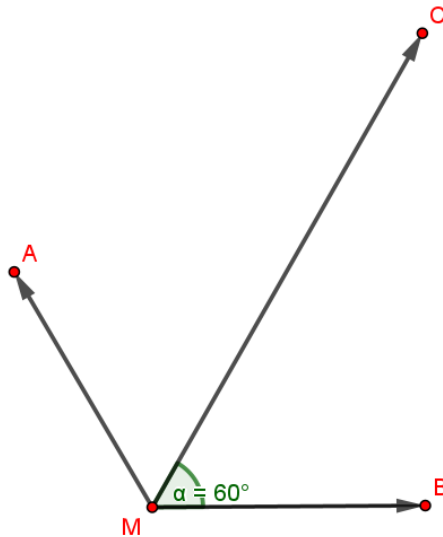
* Tính giá trị của $f(x; y) = 2x - 3y + 1$ tại các đỉnh của tam giác ABC :

$(x; y)$	$A(0;1)$	$B(1;4)$	$C(3;0)$
$f(x; y) = 2x - 3y + 1$	-2	-9	7

Vậy $\min f(x; y) = f(1; 4) = -9$. Suy ra mệnh đề **Sai**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M như hình vẽ và $\widehat{AMB} = 120^\circ, \widehat{BMC} = 60^\circ$. Biết rằng cường độ 2 lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 bằng nhau và cường độ lực \vec{F}_3 gấp đôi cường độ lực \vec{F}_1 . Khi đó tổng hợp lực $\vec{F}_{123} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ cùng hướng và có cường độ lực gấp k lần cường độ lực \vec{F}_1 . Tính k .



Lời giải

Đáp án: 3.

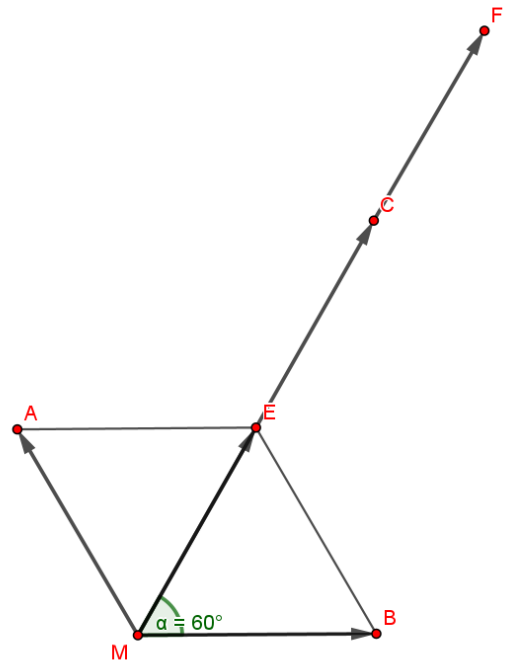
Dựng hình bình hành $MAEB$. Vì

$MA = MB, \widehat{AMB} = 120^\circ$ nên $MAEB$ là hình thoi, tam giác MBE đều.

Vì $\widehat{BMC} = 60^\circ$ nên E nằm trên MC và là trung điểm của MC .

$$\begin{aligned} \vec{F}_{123} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ &= \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{ME} + \vec{MC} = \vec{MF}. \end{aligned}$$

Do \vec{ME}, \vec{MC} cùng hướng và $\vec{MC} = 2\vec{ME}$, nên tổng hợp lực $\vec{F}_{123} = \vec{MF} = 3\vec{ME}$, suy ra $|\vec{F}_{123}| = 3|\vec{F}_1|$.



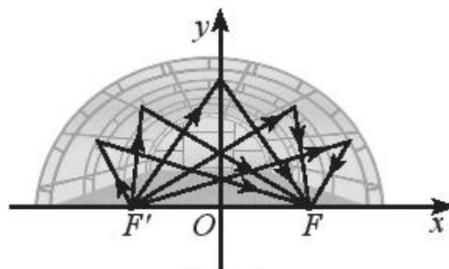
Câu 18: Cho Cho $A = [m - 2; m + 3)$ và $B = (-7; 2]$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để tập hợp $A \cap B$ chứa đúng một phần tử.

Lời giải

Đáp án: 4.

Để tập hợp $A \cap B$ chứa đúng một phần tử thì $m - 2 = 2$ hay $m = 4$.

Câu 19: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip.



Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 48\text{ m}$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mác vòm rồi phản chiếu về F là 102 m . Biết phương trình chính tắc của elip đó có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, khi đó $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 4626.

Ta có: $F'F = 2c = 48$, suy ra $c = 24$.

Tổng khoảng cách $F'M + FM = 2a = 102$, suy ra $a = 51$.

Mà $b^2 = a^2 - c^2 = 2601 - 576 = 2025$.

Do đó phương trình elip là $\frac{x^2}{2601} + \frac{y^2}{2025} = 1$.

Vậy: $a^2 + b^2 = 2601 + 2025 = 4626$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f(x) = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$ là tam thức bậc hai luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Đáp án: 1.

$f(x)$ là tam thức bậc hai luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ 4m^2 - 2m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 1.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , một vật chuyển động nhanh trên đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$. Khi tới vị trí $M(3;4)$ thì vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn và ngay sau đó, trong một khoảng thời gian ngắn bay theo hướng tiếp tuyến của đường tròn. Trong khoảng thời gian ngắn ngay sau khi văng, vật chuyển động trên đường thẳng có dạng $ax + by + c = 0$. Tính tổng $a + b + c$

Lời giải

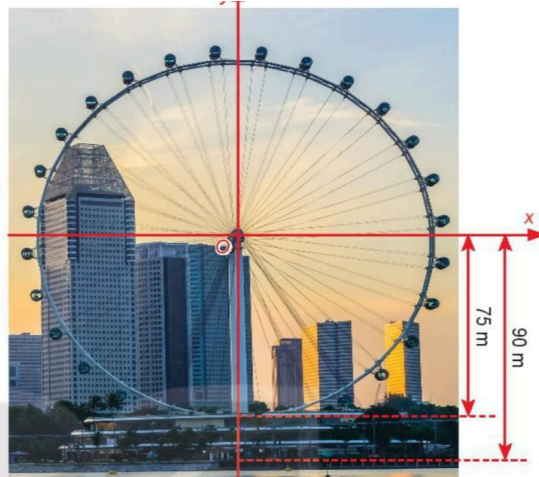
Đáp án: -18.

Khi tới vị trí $M(3;4)$, vật bị văng ra khỏi quỹ đạo tròn và ngay sau đó bay theo hướng tiếp tuyến d của đường tròn tại điểm M . Do đó d đi qua điểm $M(3;4)$ và nhận vec tơ

$\overrightarrow{OM} = (3;4)$ làm vec tơ pháp tuyến. Vậy phương trình của đường thẳng d là:

$$3(x - 3) + 4(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 25 = 0. \text{ Vậy } a + b + c = -18$$

Câu 22. Một chiếc đu quay có bán kính $75m$, tâm của vòng quay ở độ cao $90m$, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp án: 127,5.

Do mỗi vòng quay, đu quay quay mất 30 phút nên sau 20 phút, đu quay quay được $\frac{2}{3}$ vòng.

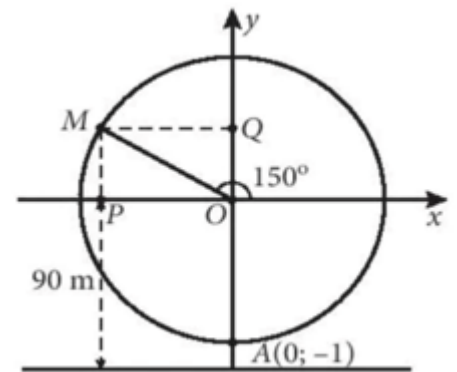
Từ đó suy ra $\widehat{xOM} = \frac{2}{3} \cdot 360^\circ - 90^\circ$

Do đó M có tung độ bằng $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$

Mặt khác, 1 đơn vị trong mặt phẳng tọa độ Oxy ứng với $75m$ trong thực tế, nên độ dài đoạn thẳng OQ ứng với $\frac{75}{2} = 37,5m$

trong thực tế

Vậy sau 20 phút, đu quay ở độ cao là: $37,5 + 90 = 127,5m$.



----- Hết -----

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai tập hợp A và B . Hình nào sau đây minh họa A là tập con của B ?



Câu 2: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng.
B. Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
C. Hai vectơ có giá vuông góc thì cùng phương.
D. Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba thì hai vectơ đó cùng phương.

Câu 3: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 4: Phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(1; 2)$ là:

- A. $y^2 = 4x$. B. $y^2 = 2x$. C. $y = 2x^2$. D. $y = x^2 + 2x - 1$.

Câu 5: Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Giá trị của $S = a^2 + b^2$ là:

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 4$. D. $S = 3$.

Câu 6: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng:

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 120^\circ$.

Câu 7: Cho số gần đúng $a = 8\ 141\ 378$ với độ chính xác $d = 300$. Số quy tròn a là:

- A. 8 141 400. B. 8 142 400. C. 8 141 000. D. 8 141 300.

Câu 8: Tam giác ABC có các góc $\hat{A} = 105^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 9: Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Bán kính đường tròn bằng:

- A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$. B. $\frac{7}{13}$. C. $\sqrt{26}$. D. 6.

Câu 10: Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "5 \leq x^2 \leq 14"$ với x là số nguyên tố. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $P(3)$. B. $P(2)$. C. $P(7)$. D. $P(5)$.

Câu 11: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 12: Cho tập hợp $C_{\mathbb{R}}A = [-3; \sqrt{8})$, $C_{\mathbb{R}}B = (-5; 2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{11})$. Tập $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$ là:

- A. $(-3; \sqrt{3})$. B. \emptyset . C. $(-3; 2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{8})$. D. $(-5; \sqrt{11})$.

HẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -2$.

- a) **[NB]** $\cos \alpha > 0$.
b) **[TH]** $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$.
c) **[TH]** $3 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha = \frac{16}{5}$.
d) **[VD]** $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{8}{15}$.

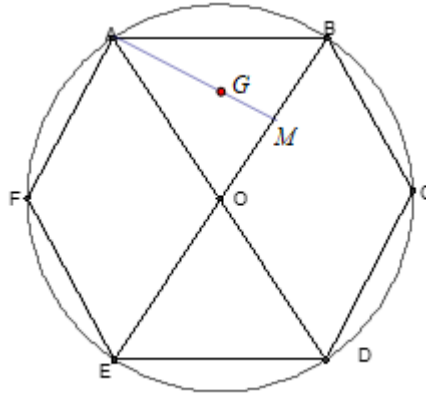
Câu 2. Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5; 3)$ và chuyển động thẳng đều với vector vận tốc là $\vec{v}(1; 2)$. Khi đó:

- a) **[NB]** Vector chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1; 2)$
b) **[TH]** Vật thể M chuyển động trên đường thẳng $2x - 3y - 1 = 0$
c) **[TH]** Tọa độ của vật thể M tại thời điểm $t(t > 0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$
d) **[VD, VDC]** Khi $t = 5$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $5\sqrt{5}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 8 & \text{khi } x < 0 \\ 2x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + 1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ có đồ thị là (C) .

- a) **[NB]** $f(1) = 1$.
b) **[TH]** Điểm $A(3; 5)$ thuộc đồ thị hàm số.
c) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
d) **[VD]** Số giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là 3 giao điểm.

Câu 4: Cho lục giác đều $ABCDEF$, tâm O cạnh a như hình vẽ bên.



Gọi G là trọng tâm tam giác OAB .

a) **[NB]** Có bốn vectơ có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B, C, D, E, F, O cùng hướng với vectơ \overrightarrow{AB} .

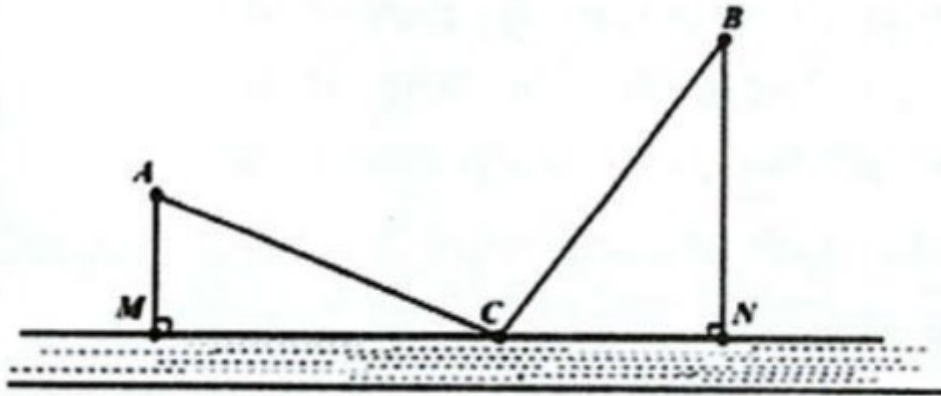
b) **[TH]** $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

c) **[TH]** $|\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{OG}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

d) **[VD, VDC]** Tập hợp các điểm N thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB}| = |\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{ND}|$ là đường tròn có bán kính $R = \frac{a}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Sau trận siêu bão YAGI, thành phố Hà Nội dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B nằm trên bãi bồi giữa sông Hồng được mô hình hóa như hình vẽ. Biết rằng trạm nước sạch phải đặt tại vị trí C trên bờ sông, $AB = 8\text{km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3\text{km}$, $BN = 6\text{km}$, M, N, C thẳng hàng. Gọi T là tổng độ dài đường ống từ C đến A và B . Tìm giá trị nhỏ nhất của T . (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 2: Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

Câu 3: Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

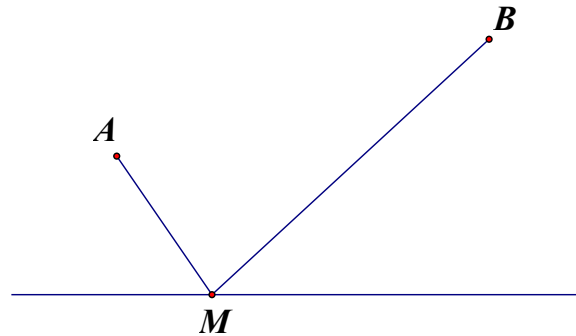
0 340 70 140 200 180 210 150 100 130

140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Có mấy giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy . Cho $A(2;4)$, $B(-1;3)$, $C(4;-1)$. Tọa độ điểm $M(a;b)$ sao cho: $10\overrightarrow{MB} = 16\overrightarrow{MA} - 7\overrightarrow{MC}$. Khi đó $a+b$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 5: Ngoài biển có hai hòn đảo du lịch ở hai vị trí: $A(13;30)$ và $B(32;47)$. Nhà đầu tư muốn xây một trạm chung chuyển tại điểm M trên bờ biển với mục đích để tàu du lịch tiếp nhiên liệu, đưa khách du lịch từ bờ đến hai hòn đảo ở vị trí A và B . Biết rằng: mỗi lần tàu chở khách du lịch ra đảo ở vị trí A hoặc B đều phải quay lại trạm chung chuyển tại $M(a;b)$ để tiếp nhiên liệu và chở khách du lịch sang hòn đảo còn lại, mong muốn của nhà đầu tư quãng đường mỗi lần di chuyển của tàu là ngắn nhất, bờ biển là đường thẳng có phương trình $2x + y - 1 = 0$. Tính $a + b$.



Câu 6: Một người xây ngôi nhà chòi ngoài biển nhằm mục đích phục vụ việc nuôi hải sản ngoài biển, ngôi nhà chòi được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 1 \text{ km}$. Nhà ở của người đó trên bờ biển, ở vị trí C cách B một khoảng là 3 km , giả sử bờ biển là đường thẳng. Người đó chèo thuyền từ nhà chòi đến vị trí M trên bờ biển (M ở vị trí giữa B và C) với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ về nhà ở với vận tốc 5 km/h . Tính khoảng cách từ vị trí B đến M (đơn vị: km), biết thời gian người đó đi từ nhà chòi về đến nhà ở (có đi qua M) là 52 phút.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	C	A	B	D	C	A	A	A	B	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	11,7	1242	2	-39,3	3	0,75

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai tập hợp A và B . Hình nào sau đây minh họa A là tập con của B ?



Lời giải

Chọn C

Ta có: A là tập con của B có hình minh họa là



Câu 2: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng.
- B.** Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
- C. Hai vectơ có giá vuông góc thì cùng phương.
- D. Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba thì hai vectơ đó cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Câu 3: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

- A. (0;0). B. (1;0). C. (0;-2). D. (0;2).

Lời giải**Chọn C**

Xét $(0; -2) \Rightarrow \begin{cases} 9 > 0 \\ 3 > 0 \\ -1 < 0 \end{cases}$. Vậy $(0; -2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 4: Phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(1; 2)$ là:

- A.** $y^2 = 4x$. **B.** $y^2 = 2x$. **C.** $y = 2x^2$. **D.** $y = x^2 + 2x - 1$.

Lời giải**Chọn A**

Phương trình chính tắc của Parabol có dạng $y^2 = ax$.

$$A(1; 2) \in (P) \Rightarrow 2^2 = a \cdot 1 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow (P): y^2 = 4x$$

Câu 5: Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Giá trị của $S = a^2 + b^2$ là:

- A.** $S = 7$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 3$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{ĐKXĐ: } -x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2 \Leftrightarrow D = (1; 2)$$

$$S = 1^2 + 2^2 = 5$$

Câu 6: Cho hai vector \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Góc α giữa hai vector \vec{a} và \vec{b} bằng:

- A.** $\alpha = 30^\circ$. **B.** $\alpha = 45^\circ$. **C.** $\alpha = 60^\circ$. **D.** $\alpha = 120^\circ$.

Lời giải**Chọn D**

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = \alpha = 120^\circ$$

Câu 7: Cho số gần đúng $a = 8\,141\,378$ với độ chính xác $d = 300$. Số quy tròn a là:

- A.** 8 141 400. **B.** 8 142 400. **C.** 8 141 000. **D.** 8 141 300.

Lời giải**Chọn C**

Làm tròn đến hàng nghìn.

Câu 8: Tam giác ABC có các góc $\hat{A} = 105^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải**Chọn A**

$$\hat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 105^\circ = 30^\circ$$

$$\text{Áp dụng định lí sin: } \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 9: Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Bán kính đường tròn bằng:

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$.

B. $\frac{7}{13}$.

C. $\sqrt{26}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3 - 5 \cdot (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{14}{\sqrt{26}}$$

Câu 10: Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$: " $5 \leq x^2 \leq 14$ " với x là số nguyên tố. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $P(3)$.

B. $P(2)$.

C. $P(7)$.

D. $P(5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P(x)$: " $5 \leq x^2 \leq 14$ " $\Rightarrow P(x)$: " $5 \leq 9 \leq 14$ " đúng.

Câu 11: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là:

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$2x^2 - 3x - 15 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{129}}{4} \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{129}}{4}$$

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 12: Cho tập hợp $C_{\mathbb{R}}A = [-3; \sqrt{8})$, $C_{\mathbb{R}}B = (-5; 2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{11})$. Tập $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$ là:

A. $(-3; \sqrt{3})$.

B. \emptyset .

C. $(-3; 2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{8})$.

D. $(-5; \sqrt{11})$.

Lời giải

Chọn D

$$A = (-\infty; -3) \cup [\sqrt{8}; +\infty)$$

$$C_{\mathbb{R}}B = (-5; \sqrt{11}) \Rightarrow B = (-\infty; -5] \cup [\sqrt{11}; +\infty)$$

$$A \cap B = (-\infty; -5] \cup [\sqrt{11}; +\infty) \Rightarrow C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = (-5; \sqrt{11})$$

HÀN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -2$.

a) [NB] $\cos \alpha > 0$.

b) [TH] $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$.

c) [TH] $3 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha = \frac{16}{5}$.

d) [VD] $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{8}{15}$.

Lời giải

a) Vì $\tan \alpha = -2$ nên α là góc tù, do đó $\cos \alpha < 0$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + (-2)^2 = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có: $3\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha = 3(1 - \cos^2 \alpha) + 4\cos^2 \alpha = 3 + \cos^2 \alpha = 3 + \frac{1}{5} = \frac{16}{5}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Ta có:

$$\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\tan^3 \alpha + 1}{\frac{\tan \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan^3 \alpha + 1}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}(\tan \alpha - 1)}$$

$$= \frac{\tan^3 \alpha + 1}{(1 + \tan^2 \alpha)(\tan \alpha - 1)} = \frac{(-2)^3 + 1}{(1 + (-2)^2)(-2 - 1)} = \frac{7}{15}.$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2.

Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}(1;2)$. Khi đó:

a) **[NB]** Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$

b) **[TH]** Vật thể M chuyển động trên đường thẳng $2x - 3y - 1 = 0$

c) **[TH]** Tọa độ của vật thể M tại thời điểm $t(t > 0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$

d) **[VD,VDC]** Khi $t = 5$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $5\sqrt{5}$

Lời giải

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

b) Đường thẳng này có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;-1)$. Mặt khác, đường thẳng này đi qua điểm $A(5;3)$ nên có phương trình là: $2(x-5) - (y-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 7 = 0$. Suy ra mệnh đề **Sai**

c) Vật thể khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc

là $\vec{v}(1;2)$ nên vị trí của vật thể tại thời điểm $t(t > 0)$ có tọa độ là: $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. Suy ra mệnh đề

Đúng

d) Gọi B là vị trí của vật thể tại thời điểm $t = 5$. Do đó, tọa độ của điểm B là:

$$\begin{cases} x_B = 5 + 5 = 10 \\ y_B = 3 + 2 \cdot 5 = 13 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật thể đi được là $AB = \sqrt{25 + 100} = 5\sqrt{5}$. Suy ra mệnh đề **Đúng**

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 8 & \text{khi } x < 0 \\ 2x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + 1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ có đồ thị là (C) .

a) **[NB]** $f(1) = 1$.

b) **[TH]** Điểm $A(3;5)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

d) **[VD]** Số giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là 3 giao điểm.

Lời giải

a) Ta có: $f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$. Mệnh đề **đúng**.

b) Điểm $A(3;5)$ thuộc đồ thị hàm số.

Khi $x = 3 \Rightarrow f(3) = 3^2 + 1 = 10$. Mệnh đề **sai**.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

$$\forall x \in (0; 2) \Rightarrow f(x) = 2x - 1.$$

Ta có: $a = 2 \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. Mệnh đề **đúng**.

d) Số giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là 3 giao điểm.

TH1: $x < 0 \Rightarrow f(x) = 8$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là:

$$x + 1 = 8 \Rightarrow x = 7 \text{ (loại)}.$$

TH2: $0 \leq x \leq 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là:

$$x + 1 = 2x - 1 \Rightarrow x = 2 \text{ (nhận)}.$$

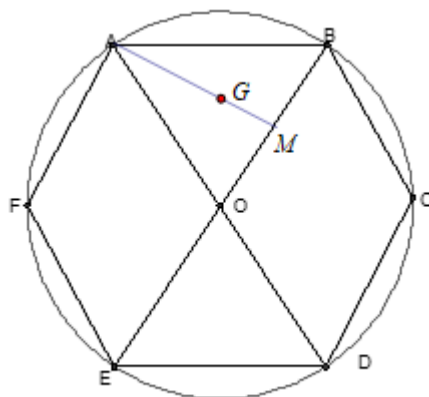
TH3: $x > 2 \Rightarrow f(x) = x^2 + 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là:

$$x + 1 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(L) \\ x = 0(L) \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là 1 giao điểm. Mệnh đề **sai**.

Câu 4: Cho lục giác đều $ABCDEF$, tâm O cạnh a như hình vẽ bên.



Gọi G là trọng tâm tam giác OAB .

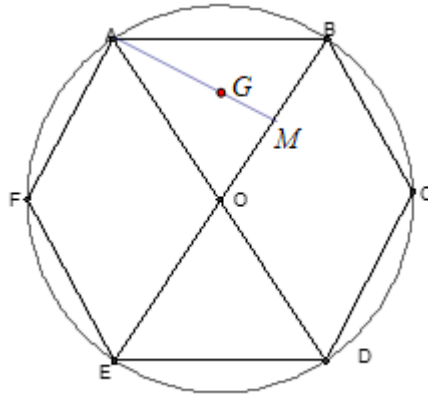
a) **[NB]** Có bốn vector có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B, C, D, E, F, O cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} .

b) **[TH]** $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

c) **[TH]** $|\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{OG}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

d) **[VD, VDC]** Tập hợp các điểm N thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB}| = |\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{ND}|$ là đường tròn có bán kính $R = \frac{a}{2}$.

Lời giải



a) Các vector có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B, C, D, E, F, O cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} là $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{ED}$. Suy ra khẳng định **đúng**.

b) Ta có $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. Suy ra khẳng định **đúng**.

c) Ta có $\vec{v} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GO}$

Vì G là trọng tâm tam giác đều ABO nên ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GO} = -\overrightarrow{GA} \Rightarrow |\vec{v}| = |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GO}| = |-\overrightarrow{GA}| = GA.$$

Lại có $GA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Suy ra khẳng định **sai**.

d) Ta có $\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{DC}$.

Tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. Do đó I là điểm thuộc đoạn

$$AB \text{ sao cho } IB = \frac{1}{3}AB.$$

Suy ra $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = 3\overrightarrow{NI} + \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{NI}$.

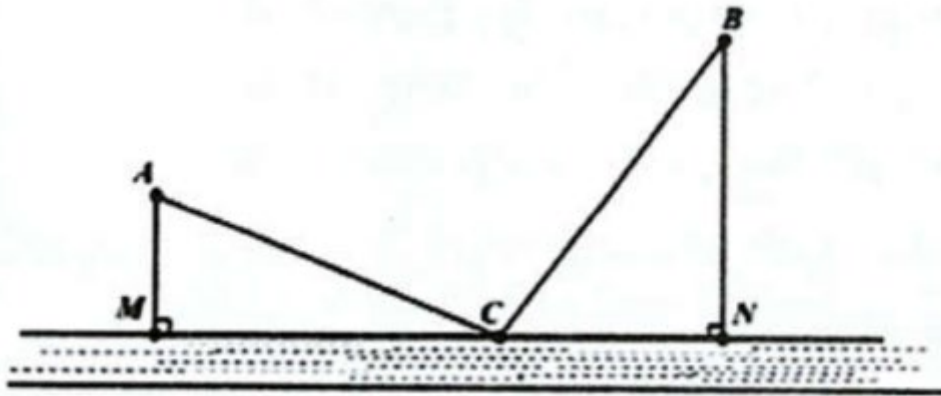
Do vậy $|\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB}| = |\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{ND}| \Leftrightarrow 3|\overrightarrow{NI}| = |\overrightarrow{DC}| \Leftrightarrow NI = \frac{DC}{3}$ hay $NI = \frac{a}{3}$.

Vậy N thuộc đường tròn tâm I là điểm thuộc đoạn AB sao cho $IB = \frac{1}{3}AB$ có bán kính

$$R = \frac{a}{3}. \text{ Suy ra khẳng định sai.}$$

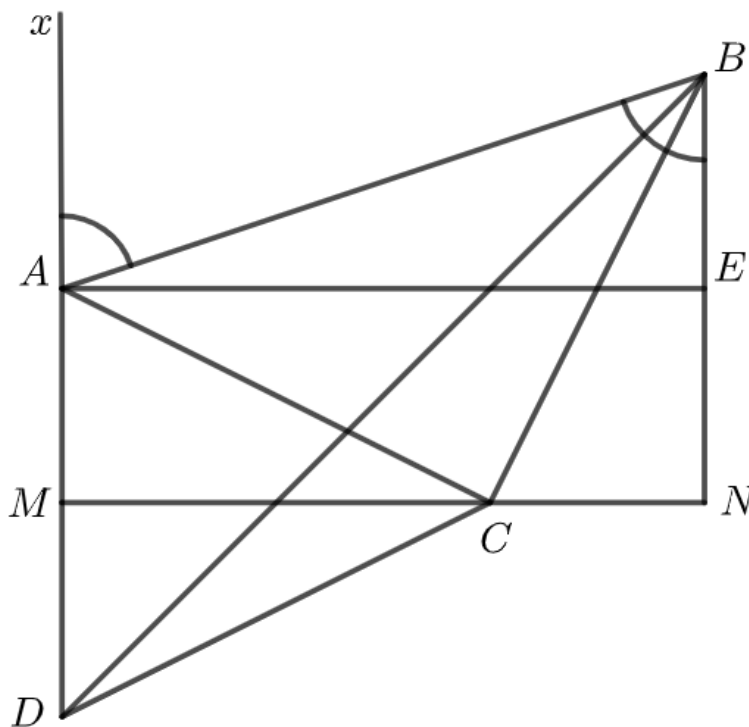
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Sau trận siêu bão YAGI, thành phố Hà Nội dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B nằm trên bãi bồi giữa sông Hồng được mô hình hóa như hình vẽ. Biết rằng trạm nước sạch phải đặt tại vị trí C trên bờ sông, $AB = 8\text{km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3\text{km}$, $BN = 6\text{km}$, M, N, C thẳng hàng. Gọi T là tổng độ dài đường ống từ C đến A và B . Tìm giá trị nhỏ nhất của T . (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Đáp án: 11,7.



Gọi E là hình chiếu của A lên BN $BE = EN = 3$

Ta có $\widehat{BAD} = 180^\circ - \widehat{AB} = 180^\circ - \widehat{ABE}$ ($\widehat{AB} = \widehat{ABE}$ hai góc ở vị trí so le trong)

$$\Rightarrow \cos \widehat{BAD} = \cos(180^\circ - \widehat{ABE}) = -\cos \widehat{ABE} = -\frac{BE}{AB} = -\frac{3}{8}$$

Gọi D là điểm đối xứng với A qua $M \Rightarrow AC = DC$

Ta có $AC + BC = DC + BC \geq DB$ (Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác DBC)

Vậy tổng độ dài đường ống từ C đến A và B đạt giá trị nhỏ nhất là DB khi ba điểm D, C, B thẳng hàng.

Theo định lí cos trong tam giác ABD có

$$DB^2 = AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAD} = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{-3}{8} = 136 \Rightarrow DB = \sqrt{136} \approx 11,7$$

Câu 2: Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

Lời giải

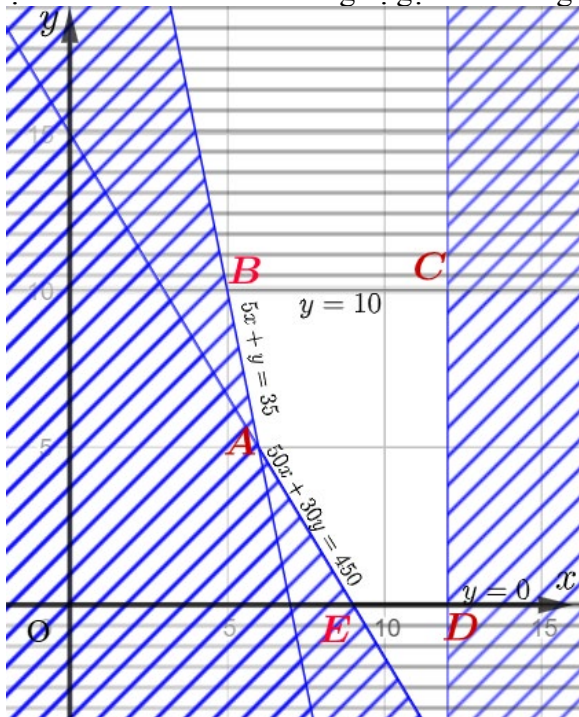
Đáp án: 1242.

Gọi x, y (chiếc) lần lượt là số xe lớn, bé trang trại đó sẽ thuê.

Theo đề ta có x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 50x + 30y \geq 450 \\ 5x + y \geq 35 \end{cases}$$

Miền nghiệm trong hệ được biểu diễn là miền không bị gạch bỏ trong hình sau:



Như vậy ta có bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của hàm $F = 4x + 2y$ với x, y thỏa mãn hệ bất phương trình trên. Do đó chúng ta xét giá trị của $F = 4x + 2y$ tại các điểm A, B, C, D, E và suy ra giá trị nhỏ nhất của F là 34000000 đồng tại $A(6;5)$

Vậy để chi phí thuê xe thấp nhất thì trang trại đó nên thuê 6 xe lớn và 5 xe nhỏ.

Câu 3:

Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130
140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Có mấy giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

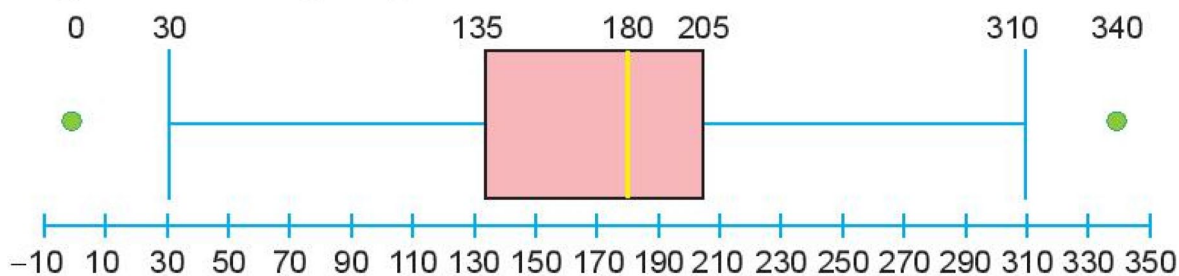
Lời giải

Đáp án: 2.

Từ mẫu số liệu ta tính được $Q_1 = 135$ và $Q_3 = 205$. Do đó, khoảng tứ phân vị là:

$$\Delta_Q = 205 - 135 = 70$$

Biểu đồ hộp cho mẫu số liệu này là:



Ta có $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = 30$ và $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 310$ nên trong mẫu số liệu có hai giá trị được xem là bất thường là 340 mg (lớn hơn 310 mg) và 0 mg (bé hơn 30 mg).

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy . Cho $A(2;4)$, $B(-1;3)$, $C(4;-1)$. Tọa độ điểm $M(a;b)$ sao cho: $10\overline{MB} = 16\overline{MA} - 7\overline{MC}$. Khi đó $a+b$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: $-39,3$

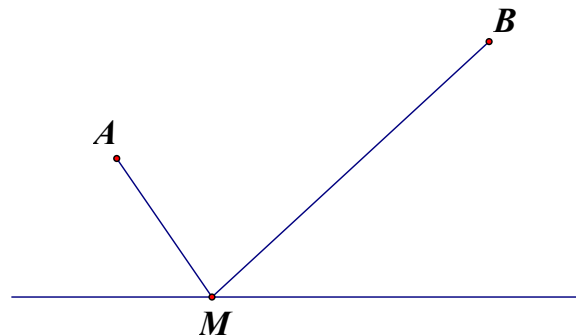
Ta có $10\overline{MB} = 16\overline{MA} - 7\overline{MC}$

$$\Rightarrow 10(-1-a; 3-b) = 16(2-a; 4-b) - 7(4-a; -1-b) \Rightarrow \begin{cases} -10-a = 32-16a-28+7a \\ 30-10b = 64-16b+7+7b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{4} \\ b = -41 \end{cases}$$

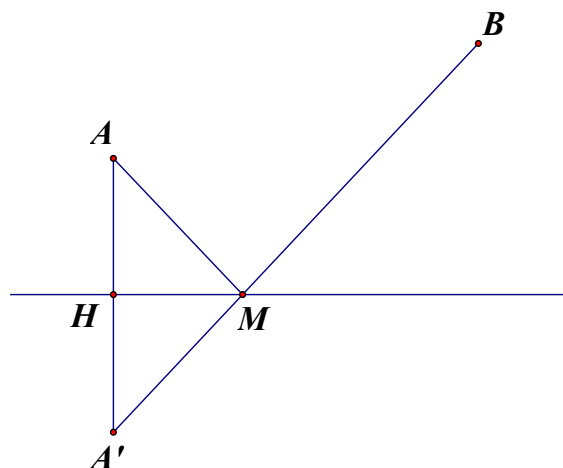
Khi đó $M\left(\frac{7}{4}; -41\right)$. Suy ra $a+b \approx -39,3$.

Câu 5: Ngoài biển có hai hòn đảo du lịch ở hai vị trí: $A(13;30)$ và $B(32;47)$. Nhà đầu tư muốn xây một trạm chung chuyển tại điểm M trên bờ biển với mục đích để tàu du lịch tiếp nhiên liệu, đưa khách du lịch từ bờ đến hai hòn đảo ở vị trí A và B . Biết rằng: mỗi lần tàu chở khách du lịch ra đảo ở vị trí A hoặc B đều phải quay lại trạm chung chuyển tại $M(a;b)$ để tiếp nhiên liệu và chở khách du lịch sang hòn đảo còn lại, mong muốn của nhà đầu tư quãng đường mỗi lần di chuyển của tàu là ngắn nhất, bờ biển là đường thẳng có phương trình $2x+y-1=0$. Tính $a+b$.



Lời giải

Đáp án: 3.



Gọi d là đường thẳng có phương trình: $2x+y-1=0$

Ta thấy $(2.13+30-1)(2.32+47-1) > 0$ nên $A(13;30)$ và $B(32;47)$ nằm cùng phía so với đường thẳng d .

d có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=t \\ y=1-2t \end{cases}$ và d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2)$

Gọi $H(x;y)$ là hình chiếu vuông góc của A trên $d \Rightarrow H(t;1-2t) \Rightarrow \overline{AH}=(t-13;-2t-29)$

Ta có $\vec{u} \perp \overline{AH} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overline{AH} = 0 \Leftrightarrow 1.(t-13) - 2(-2t-29) = 0 \Leftrightarrow 5t+45=0 \Leftrightarrow t=-3$.

Suy ra $H(-3;7)$.

Gọi $A'(x;y)$ là điểm đối xứng với A qua d .

Khi đó quãng đường mỗi lần di chuyển của tàu ngắn nhất $\Leftrightarrow MA+MB$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MA'+MB$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow A',M,B$ thẳng hàng.

Ta có $H(-3;7)$ là trung điểm của $AA' \Rightarrow \begin{cases} -3 = \frac{13+x}{2} \\ 7 = \frac{30+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-19 \\ y=-16 \end{cases} \Rightarrow A'(-19;-16)$.

$\overline{A'B}=(32+19;47+16)=(51;63)=3(17;21)$.

Suy ra đường thẳng $A'B$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(21;-17)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $A'B$ là:

$21(x-32)-17(y-47)=0 \Leftrightarrow 21x-17y+127=0$.

Ta có $M=A'B \cap d$ nên tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình

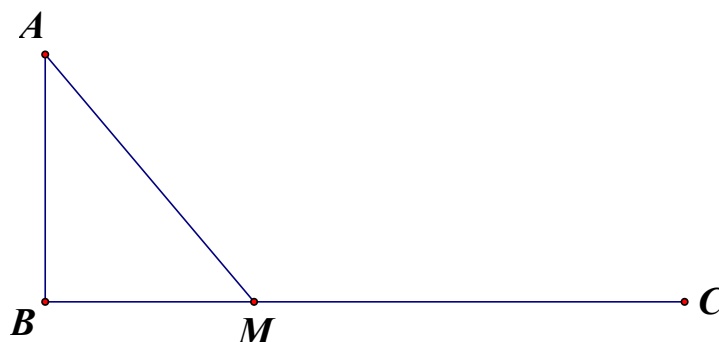
$\begin{cases} 21x-17y+127=0 \\ 2x+y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow M(-2;5)$

Vậy $a+b=-2+5=3$.

Câu 6: Một người xây ngôi nhà chòi ngoài biển nhằm mục đích phục vụ việc nuôi hải sản ngoài biển, ngôi nhà chòi được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB=1 \text{ km}$. Nhà ở của người đó trên bờ biển, ở vị trí C cách B một khoảng là 3 km , giả sử bờ biển là đường thẳng. Người đó chèo thuyền từ nhà chòi đến vị trí M trên bờ biển (M ở vị trí giữa B và C) với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ về nhà ở với vận tốc 5 km/h . Tính khoảng cách từ vị trí B đến M (đơn vị: km), biết thời gian người đó đi từ nhà chòi về đến nhà ở (có đi qua M) là 52 phút.

Lời giải

Đáp án: 0,75.



Đổi: 52 phút bằng $\frac{13}{15}$ giờ.

Gọi $BM=x$, điều kiện: $0 < x < 3$. Khi đó $AM = \sqrt{1^2+x^2} = \sqrt{1+x^2}$ và $MC=3-x$.

Thời gian người đó đi từ A đến M là: $\frac{\sqrt{1+x^2}}{3}$

Thời gian người đó đi từ M đến C là: $\frac{3-x}{5}$

Ta có phương trình: $\frac{\sqrt{1+x^2}}{3} + \frac{3-x}{5} = \frac{13}{15}$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{1+x^2} + 9 - 3x = 13 \Leftrightarrow 5\sqrt{1+x^2} = 3x + 4 \quad (1).$$

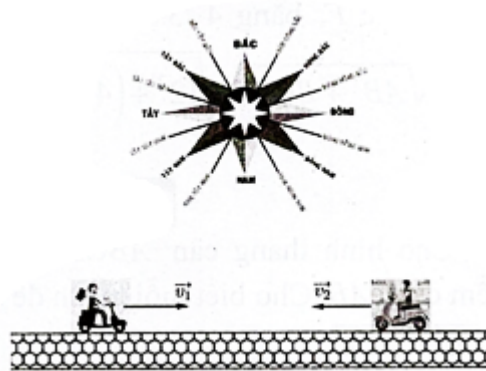
Do $0 < x < 3$ nên (1) $\Leftrightarrow 25(1+x^2) = 9x^2 + 24x + 16 \Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} = 0,75$: thỏa

mãn điều kiện.

Vậy $BM = 0,75$ (km).

----- Hết -----

Câu 10: Một người đi xe máy từ Tây sang hướng Đông với vận tốc 40 km/h được biểu thị bởi vectơ \vec{v}_1 , một người khác đi xe máy từ hướng Đông sang hướng Tây với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vectơ \vec{v}_2 . Hãy biểu diễn vectơ \vec{v}_2 theo \vec{v}_1 .



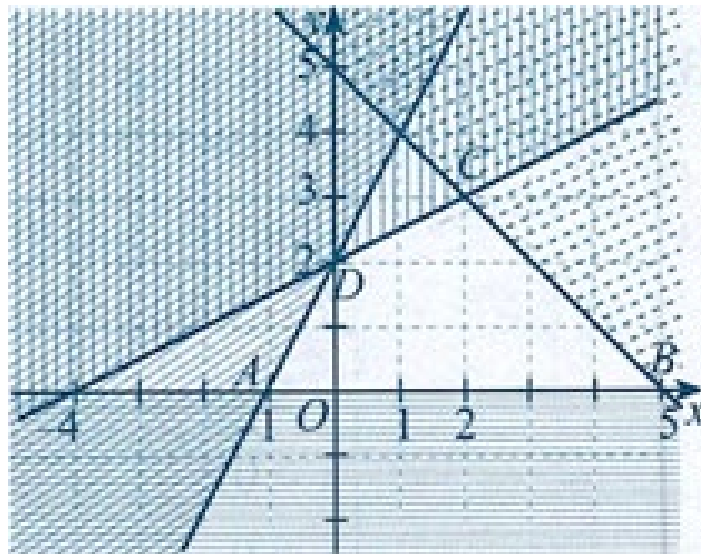
A. $\vec{v}_2 = -\frac{3}{2}\vec{v}_1$.

B. $\vec{v}_2 = \frac{3}{2}\vec{v}_1$.

C. $\vec{v}_2 = -\frac{2}{3}\vec{v}_1$.

D. $\vec{v}_2 = \frac{2}{3}\vec{v}_1$.

Câu 11: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 có miền nghiệm được biểu diễn như hình sau:



Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình:

A. $M(-4;0)$.

B. $N(4;0)$.

C. $P(1;1)$.

D. $Q(2;2)$.

Câu 12: Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng $S = 2a - c$

A. $S = 3$.

B. $S = -5$.

C. $S = 4$.

D. $S = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, AD = 4$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . G là trọng tâm tam giác ABD . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $\vec{AB} = \vec{CD}$.

b) **[TH]** $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

c) **[TH]** $\vec{GB} + \vec{GD} = 2\vec{GO}$.

d) **[VD,VDC]** Độ dài của vector $\vec{u} = \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD}$ bằng $\frac{10}{3}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC , có $AB = 2, AC = 3, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC .

Điểm D thỏa mãn $\vec{AD} = \frac{7}{12}\vec{AC}$.

a) **[NB]** $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$

b) **[TH]** $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3\sqrt{3}$

c) **[TH]** $\vec{BD} = \frac{7}{12}\vec{AC} - \vec{AB}$.

d) **[VD,VDC]** $AM \perp BD$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;1)$ và tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $3x + 5y - 4 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0, x + y - 2 = 0$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) **[NB]** Đường thẳng BC có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(3;5)$.

b) **[TH]** Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{16}{27}; \frac{8}{9}\right)$.

c) **[TH]** Khoảng cách từ M đến đường thẳng BC bằng $\frac{7}{\sqrt{34}}$

d) **[VD]** Góc giữa hai đường thẳng AC và BC bằng $12,5^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 4: Cho hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x; y$

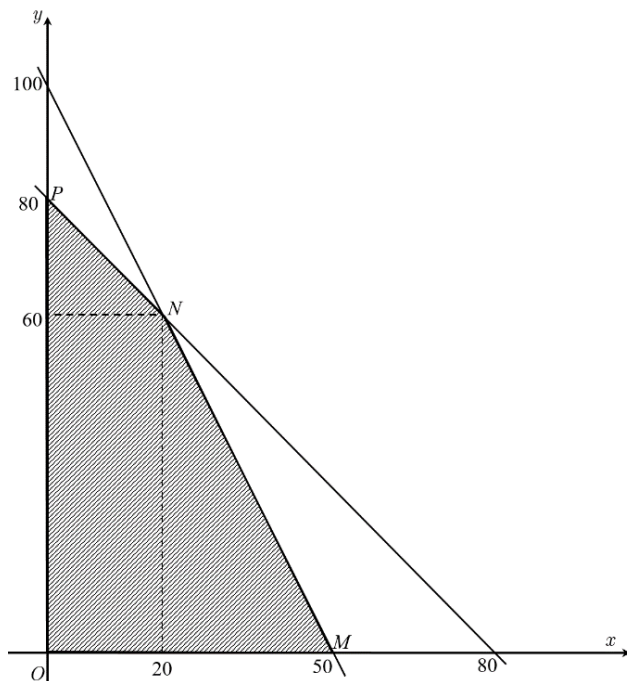
$$(I): \begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Các khẳng định dưới đây là đúng hay sai?

a) **[NB]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) chứa điểm $(0;40)$.

b) **[TH]** Hai trục tọa độ $Ox; Oy$ là hai bờ của miền nghiệm hệ bất phương trình (I).

c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác $OMNP$ như hình vẽ bên dưới



d) [VD,VDC] Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác có diện tích S_0 thì $S_0 > 1400$.

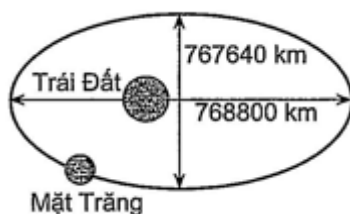
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người đi xe từ A sang B với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vector \vec{v}_1 , một người khác đi xe từ B sang A với vận tốc 100 km/h được biểu thị bởi vector \vec{v}_2 . Biết $\vec{v}_2 = a \cdot \vec{v}_1$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 2: Cho $A = [0; 5]$, $B = (2a; 3a + 1]$ với $a > -1$. Biết $A \cap B \neq \emptyset$ thì $a \in [a_1; a_2]$. Giá trị của $a_1 + a_2$ bằng (kết quả lấy đến phần trăm)

Câu 3: Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một đường elip với tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ của quỹ đạo lần lượt là 768800 km và 767640 km. Khoảng cách lớn nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng bằng bao nhiêu **trăm nghìn** kilômet, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị?



Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để $f(x) = x^2 - x - 2m + 3 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 5: Ngày 06/02/2023 đã xảy ra một trận động đất 7,8 độ richter có tâm chấn tại Thổ Nhĩ Kỳ. Hãy xác định bán kính tác động (km) tính từ tâm chấn (tâm I). Biết rằng đường tròn tác động đi qua

2 thành phố Kahramanmaras và Nurdagi có tọa độ lần lượt là $K(-2;10)$ và $N(8;0)$. Mặt khác, tâm chẵn thuộc đường thẳng $\Delta: 3x + y + 2 = 0$ và cách đều hai thành phố nói trên. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 6: Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 178^\circ + \sin^2 179^\circ + \sin 180^\circ$.

----- *Hết* -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	B	B	C	C	B	C	D	A	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	-1,7	2,17	406	1	9,06	90

Lời giải

Chọn C

Tọa độ các điểm $A(3;0)$, $B(1;0)$, $D(1;1)$ đều không thỏa mãn Hypebol. Điểm $C(2;0)$ thay vào phương trình Hypebol thỏa mãn.

Câu 6: Cho các tập hợp $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}; B = \{0; 1; 4; 5\}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $A \cap B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. **B.** $A \cap B = \{0\}$.

C. $A \cap B = \{0; 1\}$. **D.** $A \cap B = \{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A \cap B = \{0; 1\}$.

Câu 7: Phủ định mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2024x + 2025 > 0$ ”

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2024x + 2025 < 0$. **B.** $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2024x + 2025 \leq 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2024x + 2025 < 0$. **D.** $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2024x + 2025 < 0$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề phủ định là: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2024x + 2025 \leq 0$.

Câu 8: Cho tam giác $\triangle ABC$. M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Tính $\overline{AB} + \overline{AC}$

A. $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$. **B.** $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AN}$. **C.** $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AP}$. **D.** $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{MN}$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất P là trung điểm của đoạn thẳng BC thì $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AP}$.

Câu 9: Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $3x - 2y + 2025 = 0$. Vector chỉ phương của đường thẳng d là

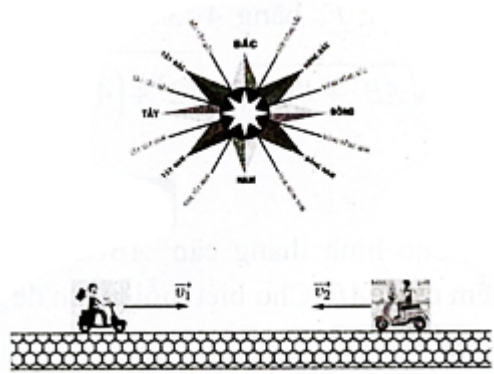
A. $\vec{u} = (3; 4)$. **B.** $\vec{u} = (-1; 2)$. **C.** $\vec{u} = (3; -2)$. **D.** $\vec{u} = (2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có phương trình tổng quát $3x - 2y + 2025 = 0$. Vector pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n} = (3; -2)$. Vậy vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (2; 3)$.

Câu 10: Một người đi xe máy từ Tây sang hướng Đông với vận tốc 40 km/h được biểu thị bởi vector \vec{v}_1 , một người khác đi xe máy từ hướng Đông sang hướng Tây với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vector \vec{v}_2 . Hãy biểu diễn vector \vec{v}_2 theo \vec{v}_1 .



A. $\vec{v}_2 = -\frac{3}{2}\vec{v}_1$.

B. $\vec{v}_2 = \frac{3}{2}\vec{v}_1$.

C. $\vec{v}_2 = -\frac{2}{3}\vec{v}_1$.

D. $\vec{v}_2 = \frac{2}{3}\vec{v}_1$.

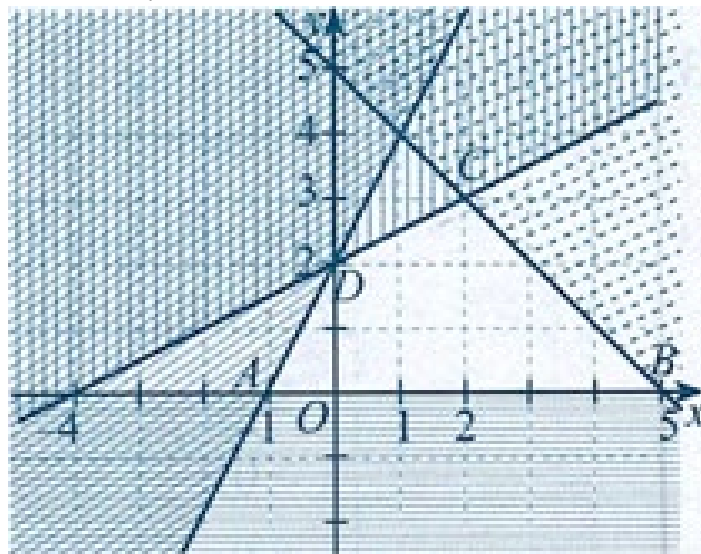
Lời giải

Chọn A

Ta có: \vec{v}_2 ngược hướng với \vec{v}_1 và có độ lớn bằng $\frac{60}{40} = \frac{3}{2}$ lần độ lớn vector \vec{v}_1 .

Vì vậy $\vec{v}_2 = -\frac{3}{2}\vec{v}_1$.

Câu 11: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$ có miền nghiệm được biểu diễn như hình sau:



Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình:

A. $M(-4;0)$.

B. $N(4;0)$.

C. $P(1;1)$.

D. $Q(2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ miền nghiệm của hệ bất phương trình ta thấy:

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(-1;0), B(5;0), C(2;3), D(0;2)$. Miền nghiệm chứa các đường thẳng biên. Vì vậy điểm không thuộc miền nghiệm là điểm $M(-4;0)$.

- Câu 12:** Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng $S = 2a - c$
- A.** $S = 3$. **B.** $S = -5$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn A

Vì (P) có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$ nên ta có hệ phương trình:

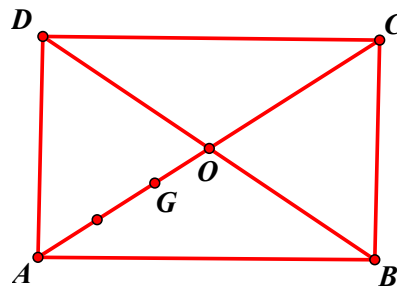
$$\begin{cases} -\frac{4}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow S = 2a - c = 3.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, AD = 4$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . G là trọng tâm tam giác ABD . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) [NB]** $\overline{AB} = \overline{CD}$.
b) [TH] $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$.
c) [TH] $\overline{GB} + \overline{GD} = 2\overline{GO}$.
d) [VD,VDC] Độ dài của vectơ $\vec{u} = \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD}$ bằng $\frac{10}{3}$.

Lời giải



- a) [NB]** Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\overline{AB} = \overline{DC}$. Vậy mệnh đề a) là **sai**.
b) [TH] $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$. Đúng theo qui tắc hình bình hành. Vậy mệnh đề b) là **đúng**.
c) [TH] $\overline{GB} + \overline{GD} = 2\overline{GO}$. Đúng vì O là trung điểm của BD . Vậy mệnh đề c) là **đúng**.
d) [VD,VDC] Do O là trung điểm của BD và AC nên $\overline{GB} + \overline{GD} = 2\overline{GO}$ và $\overline{GA} + \overline{GC} = 2\overline{GO}$
suy ra $\vec{u} = \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = 4\overline{GO}$
Suy ra $|\vec{u}| = 4 \cdot |\overline{GO}| = 4 \cdot GO$

G là trọng tâm tam giác ABD , AO là đường trung tuyến nên $GO = \frac{1}{3}AO$

$$\text{Mà } AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 + 4^2} = \frac{5}{2}.$$

Nên $GO = \frac{1}{3}AO = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$. Do đó: $|\vec{u}| = 4 \cdot GO = 4 \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{3}$. Vậy mệnh đề d) **đúng**.

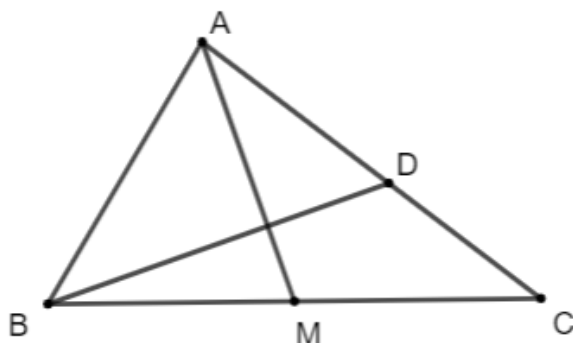
Câu 2: Cho tam giác ABC , có $AB = 2, AC = 3, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC .

Điểm D thỏa mãn $\overline{AD} = \frac{7}{12}\overline{AC}$.

- a) [NB]** $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$

- b) [TH] $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 3\sqrt{3}$
 c) [TH] $\overline{BD} = \frac{7}{12} \overline{AC} - \overline{AB}$.
 d) [VD,VDC] $AM \perp BD$.

Lời giải



- a) Do M là trung điểm của đoạn thẳng BC nên với điểm A ta có: $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$
 $\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$. Suy ra khẳng định **đúng**.
- b) Ta có: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \cdot AC \cos A = 2 \cdot 3 \cos 60^\circ = 3$. Suy ra khẳng định **sai**.
- c) Ta có: $\overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = \frac{7}{12} \overline{AC} - \overline{AB}$. Suy ra khẳng định **đúng**.
- d) Ta có $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM} \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$
- Do đó $\overline{AM} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) \cdot \left(\frac{7}{12} \overline{AC} - \overline{AB}\right) = \frac{7}{24} \overline{AB} \cdot \overline{AC} - \frac{1}{2} AB^2 + \frac{7}{24} AC^2 - \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{AC}$
- $$= \frac{-5}{24} \overline{AB} \cdot \overline{AC} - \frac{1}{2} AB^2 + \frac{7}{24} AC^2$$
- $$= \frac{-5}{24} \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{7}{24} \cdot 9 = 0.$$
- $\Rightarrow \overline{AM} \perp \overline{BD} \Rightarrow AM \perp BD$. Suy ra khẳng định **đúng**.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;1)$ và tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $3x + 5y - 4 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0$, $x + y - 2 = 0$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) [NB] Đường thẳng BC có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(3;5)$.
- b) [TH] Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{16}{27}; \frac{8}{9}\right)$.
- c) [TH] Khoảng cách từ M đến đường thẳng BC bằng $\frac{7}{\sqrt{34}}$

d) **[VD]** Góc giữa hai đường thẳng AC và BC bằng $12,5^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

a) **[NB]** **Đúng**, phương trình của đường thẳng BC là $3x + 5y - 4 = 0$, nên $\vec{n}(3; 5)$.

b) **[TH]** Tọa độ của điểm B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 5y - 4 = 0 \\ 9x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{27} \\ y = \frac{4}{9} \end{cases}$$

Suy ra điểm B có tọa độ là $\left(\frac{16}{27}; \frac{4}{9}\right)$. Vậy **b) Sai**

c) **[TH]** Áp dụng công thức khoảng cách ta có $d(M, BC) = \frac{|3 \cdot 2 + 5 \cdot 1 - 4|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{7\sqrt{34}}{34}$,

suy ra **c) Đúng**

d) **[VD]** Tọa độ của điểm C là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 5y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Suy ra điểm C có tọa độ là $(3; -1)$.

Đường thẳng AC đi qua điểm $C(3; -1)$ và nhận vectơ chỉ phương $\vec{u}_2(1; 3)$ của đường cao kẻ từ B làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là: $(x - 3) + 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y = 0$

Ta có $\cos(AC, BC) = \frac{|1 \cdot 3 + 3 \cdot 5|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{34}} = \frac{9\sqrt{85}}{85}$, Suy ra $(AC, BC) \approx 12,5^\circ$, **vậy d) đúng**.

Câu 4: Cho hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x; y$

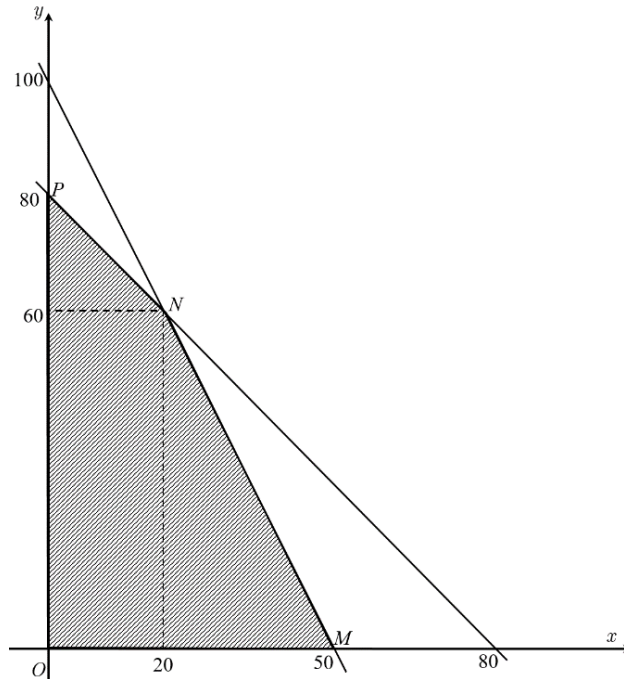
$$(I): \begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Các khẳng định dưới đây là đúng hay sai?

a) **[NB]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) chứa điểm $(0; 40)$.

b) **[TH]** Hai trục tọa độ $Ox; Oy$ là hai bờ của miền nghiệm hệ bất phương trình (I).

c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác $OMNP$ như hình vẽ bên dưới



d) [VD,VDC] Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác có diện tích S_0 thì $S_0 > 1400$.

Lời giải

a) Thay tọa độ điểm $(0; 40)$ vào hệ bất phương trình (I):

$$\begin{cases} 0 + 2 \cdot 40 - 100 = -20 \leq 0 \\ 2 \cdot 0 + 40 - 80 = -40 \leq 0 \\ 0 \geq 0 \\ 40 \geq 0 \end{cases}$$

Tọa độ điểm $(0; 40)$ là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ bất phương trình (I) nên khẳng định **a) đúng**.

b) Trục Oy có phương trình $x = 0$. Trục Ox có phương trình $y = 0$.

Hai trục tọa độ $Ox; Oy$ là hai bờ của miền nghiệm hệ bất phương trình (I) nên khẳng định

b) đúng.

c) Vẽ các đường thẳng: $d: x + 2y - 100 = 0$ đi qua các điểm $(100; 0)$, $P(0; 50)$.

$d': 2x + y - 80 = 0$ đi qua các điểm $(0; 80)$, $M(40; 0)$.

Lấy điểm $A(10; 20)$, ta có: $A \notin d; A \notin d'$.

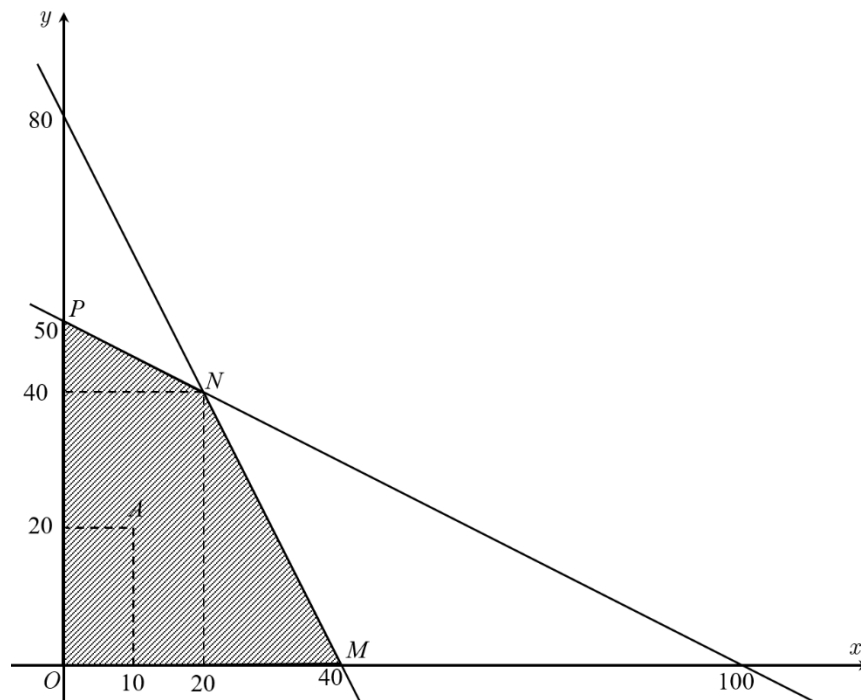
Thay tọa độ điểm $A(10; 20)$ vào hệ bất phương trình (I)

$$\begin{cases} 10 + 2 \cdot 20 - 100 = -50 \leq 0 \\ 2 \cdot 10 + 20 - 80 = -40 \leq 0 \\ 10 \geq 0 \\ 20 \geq 0 \end{cases}$$

Tọa độ điểm $A(10;20)$ là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ bất phương trình (I) nên $A(10;20)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình (I)

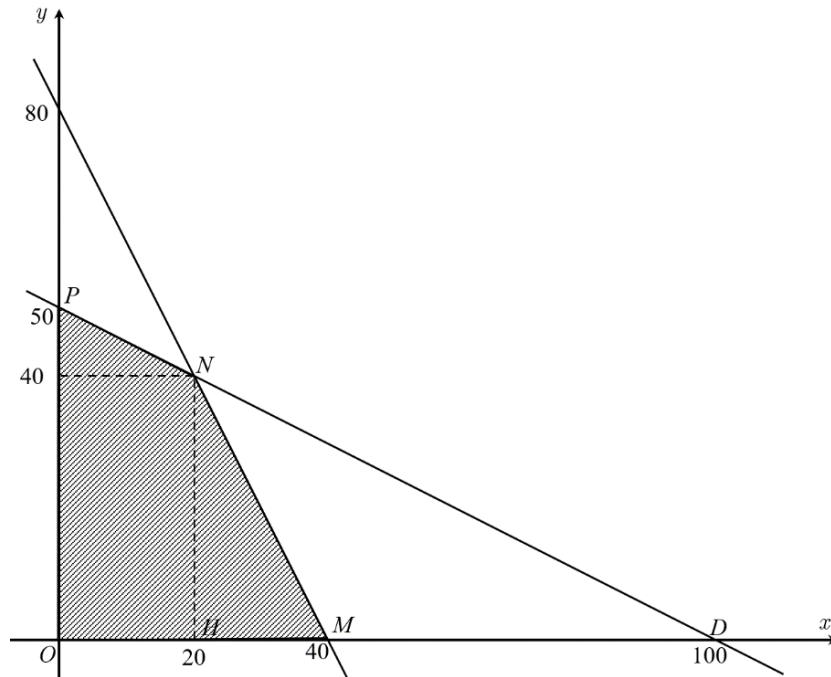
Ta có: $d \cap Oy = P(0;50)$; $d' \cap Ox = M(40;0)$; $d \cap d' = N(20;40)$.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác $OMNP$ như hình vẽ bên dưới



Khẳng định c) sai.

d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác $OMNP$ với $O(0;0)$, $M(40;0)$, $N(20;40)$, $P(0;50)$ như hình vẽ bên dưới.



Gọi điểm $D(100;0)$, $H(20;0)$, xét các tam giác ODP vuông tại O và tam giác MND có đường cao NH .

$$\text{Ta có: } S_0 = S_{OMNP} = S_{\triangle ODP} - S_{\triangle MND} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 100 - \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 40 = 1300 < 1400.$$

Khẳng định **d)** sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người đi xe từ A sang B với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vector \vec{v}_1 , một người khác đi xe từ B sang A với vận tốc 100 km/h được biểu thị bởi vector \vec{v}_2 . Biết $\vec{v}_2 = a \cdot \vec{v}_1$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?



Lời giải

Đáp án: $-1,7$

$$\text{Ta có: } \vec{v}_2 \text{ ngược hướng với } \vec{v}_1 \text{ và } \frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} = \frac{100}{60} = \frac{5}{3}. \text{ Do đó } \vec{v}_2 = -\frac{5}{3} \vec{v}_1.$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{5}{3} \approx -1,7.$$

Câu 2: Cho $A = [0;5]$, $B = (2a;3a+1]$ với $a > -1$. Biết $A \cap B \neq \emptyset$ thì $a \in [a_1; a_2)$. Giá trị của $a_1 + a_2$ bằng (kết quả lấy đến phần trăm)

Lời giải

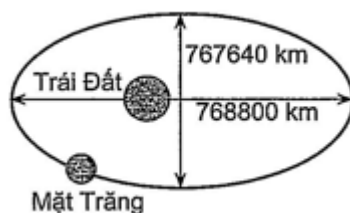
Đáp án: $2,17$

Khi $A \cap B \neq \emptyset$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a < 3a+1 \\ 3a+1 \geq 0 \\ 2a < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -1 \\ a \geq -\frac{1}{3} \\ a < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq a < \frac{5}{2}$$

$$a_1 + a_2 = \frac{13}{6} \approx 2,17.$$

Câu 3: Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một đường elip với tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ của quỹ đạo lần lượt là 768800 km và 767640 km . Khoảng cách lớn nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng bằng bao nhiêu **trăm nghìn** kilômet, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị?



Lời giải

Lời giải

Đáp án: 406

Vì $2a = 768800$ và $2b = 767640$ nên ta có $a = 384400$ và $b = 383820$.

Từ đó suy ra $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{384400^2 - 383820^2}$.

Vì vậy, khoảng cách lớn nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng là

$a + c = a = 384400 + \sqrt{384400^2 - 383820^2} \approx 405508,5(\text{km}) \approx 406$ trăm nghìn kilômet.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để $f(x) = x^2 - x - 2m + 3 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có: $a = 1, b = -1, c = -2m + 3$.

Theo giả thiết: $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2m + 3) < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 1 + 8m - 12 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{11}{8}$. Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên dương của m là $m = 1$.

Câu 5: Ngày 06/02/2023 đã xảy ra một trận động đất 7,8 độ richter có tâm chấn tại Thổ Nhĩ Kỳ. Hãy xác định bán kính tác động (km) tính từ tâm chấn (tâm I). Biết rằng đường tròn tác động đi qua 2 thành phố Kahramanmaras và Nurdagi có tọa độ lần lượt là $K(-2;10)$ và $N(8;0)$. Mặt khác, tâm chấn thuộc đường thẳng $\Delta: 3x + y + 2 = 0$ và cách đều hai thành phố nói trên. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Đáp án: 9,06

Ta có $\Delta: 3x + y + 2 = 0 \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$.

$$\text{Vì tâm } I \in \Delta: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 1-3t \end{cases} \Rightarrow I(-1+t; 1-3t).$$

$$\overline{KI} = (1+t; -9-3t) \Rightarrow KI = \sqrt{(1+t)^2 + (-9-3t)^2}$$

$$\overline{NI} = (-9+t; 1-3t) \Rightarrow NI = \sqrt{(-9+t)^2 + (1-3t)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Vì tâm } I \text{ cách đều } K \text{ và } N \text{ nên } IK = IN &\Leftrightarrow \sqrt{(1+t)^2 + (-9-3t)^2} = \sqrt{(-9+t)^2 + (1-3t)^2} \\ &\Leftrightarrow 80t = 0 \Leftrightarrow t = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy bán kính tác động từ tâm chân là } R = \sqrt{(1+0)^2 + (-9-3.0)^2} = 9,06(\text{km}).$$

Câu 6: Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 178^\circ + \sin^2 179^\circ + \sin 180^\circ$.

Lời giải

Đáp án: 90

$$\text{Ta có: } A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 178^\circ + \sin^2 179^\circ + \sin 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 178^\circ + \sin^2 179^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = (\sin^2 1^\circ + \sin^2 179^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 178^\circ) + \dots + (\sin^2 89^\circ + \sin^2 91^\circ) + \sin^2 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = (\sin^2 1^\circ + \sin^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 2^\circ) + \dots + (\sin^2 89^\circ + \sin^2 89^\circ) + \sin^2 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = 2(\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ) + \sin^2 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = 2[(\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) + \sin^2 45^\circ] + \sin^2 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = 2[(\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ) + \sin^2 45^\circ] + \sin^2 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = 2\left(\underbrace{1+1+\dots+1}_{44} + \frac{1}{2}\right) + 1 = 90.$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Câu trắc nghiệm đúng sai. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$.

- A. $X = \{0\}$. B. $X = \{1\}$. C. $X = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$. D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Vectơ nào sau đây bằng vectơ \overrightarrow{OC} ?

- A. \overrightarrow{OA} . B. \overrightarrow{CO} . C. \overrightarrow{AO} . D. \overrightarrow{OB} .

Câu 3: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$ **không chứa** điểm nào sau đây?

- A. $A(3;2)$. B. $B(6;3)$. C. $C(6;4)$. D. $D(5;4)$.

Câu 4: Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của parabol

- A. $x^2 = 2y$. B. $x^2 = -2y$. C. $y^2 = -2x$. D. $y^2 = 2x$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3+x}{x^2-5x-6}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$. B. $D = \{1; -6\}$. C. $D = \{-1; 6\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1;3), \vec{b} = (-2;1)$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a}, \vec{b} là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7: Cho số gần đúng $a = 8\,141\,378$ với độ chính xác $d = 300$. Hãy viết quy tròn số a .

- A. 8141400. B. 8142400. C. 8141000. D. 8141300.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

- A. $c = 3\sqrt{21}$. B. $c = 7\sqrt{2}$. C. $c = 2\sqrt{11}$. D. $c = 2\sqrt{21}$.

Câu 9: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ là:

- A. $\frac{2}{5}$. B. 2. C. $\frac{18}{5}$. D. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Câu 10: Trong các câu sau câu nào là mệnh đề chứa biến?

- A. $x^2 + 1 > 0, x \in \mathbb{R}$. B. 18 là số chẵn.
C. $x(x+6):11, x \in \mathbb{N}$. D. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc.

Câu 11: Giải bất phương trình $x(x+2025) \leq 2(x^2+1012)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 2024$.

C. $x \in (-\infty; 1] \cup [2024; +\infty)$.

D. $x \geq 2024$.

Câu 12: Cho hai tập hợp $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 \leq x < 1\}$ và $N = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$. Tìm tập hợp $M \setminus N$

A. $[-6; -1]$.

B. $[-6; 2]$.

C. $[1; 2]$.

D. \emptyset .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, với $0^\circ < x < 180^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề dưới đây.

a) $\cos^2 x = \frac{1}{10}$.

b) $1 + \tan^2 x = 10$.

c) $\sin(180^\circ - x) - \cos(90^\circ - x) + \tan(180^\circ - x) \cdot \cot x = 0$.

d) Biết giá trị của biểu thức $\frac{\sqrt{2} \tan x - \cot x}{2 \tan x + \sqrt{3} \cot x} = \frac{a\sqrt{2} - b}{c + \sqrt{3}}$, khi đó $a + b + c = 20$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$ và $\Delta_2: 4x - 3y - 5 = 0$

a) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

b) Khoảng cách từ điểm $O(0; 0)$ đến đường thẳng Δ_2 bằng 1.

c) Điểm $A(-1; -3)$ thuộc đường thẳng Δ_1 .

d) Điểm $M\left(\frac{9}{4}; \frac{3}{4}\right)$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} & , x < -1 \\ x^2 & , x \geq -1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số đã cho là \mathbb{R} .

b) $f(2) = 3$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $0 < m < 1$.

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi I là trung điểm của CD , G là trọng tâm của tam giác BCI .

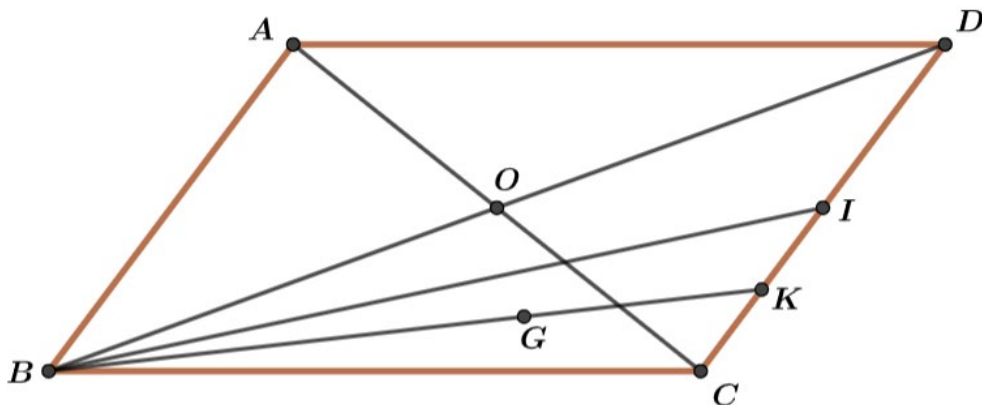
a) $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$.

b) $|\overline{AC} + \overline{AD}| = |\overline{AI}|$.

c) $\overline{AO} + \overline{BO} + \overline{CO} + \overline{DO} = \vec{0}$.

d) $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{5}{6}\overline{AD}$.

Lời giải



a) Áp dụng quy tắc hình bình hành suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $\overline{AC} + \overline{AD} = 2\overline{AI} \Rightarrow |\overline{AC} + \overline{AD}| = 2|\overline{AI}|$ suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có: $\overline{AO} + \overline{BO} + \overline{CO} + \overline{DO} = \overline{AO} + \overline{CO} + \overline{BO} + \overline{DO} = \vec{0}$.

Do $\overline{AO}, \overline{CO}$ đối nhau, $\overline{BO}, \overline{DO}$ đối nhau, suy ra mệnh đề **đúng**.

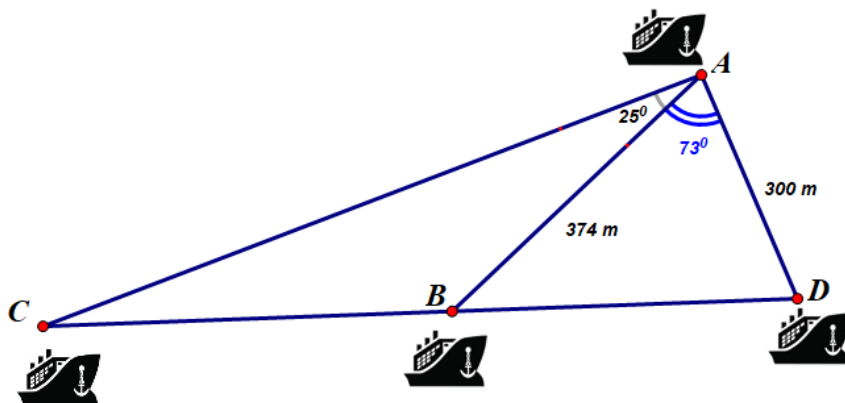
d) Ta có:

$$\overline{AG} = \overline{AB} + \overline{BG} = \overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{BK} = \overline{AB} + \frac{2}{3}(\overline{BC} + \overline{CK}) = \overline{AB} + \frac{2}{3}\left(\overline{AD} - \frac{1}{4}\overline{AB}\right) = \frac{5}{6}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AD}.$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có ba tàu thủy đang neo đậu thẳng hàng gần bờ ở ba vị trí B, C, D và một tàu thủy đang đậu ngoài khơi ở vị trí A . Từ vị trí tàu thủy A có thể nhìn thấy các tàu B, C, D dưới các góc như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa hai tàu thủy C và D , biết khoảng cách từ tàu A đến tàu B và tàu D lần lượt là 374m và 300m.



Câu 2: Một siêu thị điện máy có kế hoạch nhập về hai loại máy hút bụi A và B, giá mỗi chiếc loại A là 6 triệu đồng, giá mỗi chiếc loại B là 10 triệu đồng với số vốn ban đầu không vượt quá 1 tỷ đồng. Do nhu cầu khách hàng, siêu thị nhập về số lượng máy loại A không lớn hơn số lượng máy loại B và tổng số máy nhập về không vượt quá 120 máy. Biết rằng lợi nhuận của một máy hút bụi loại A là 2,8 triệu đồng và máy hút bụi loại B là 2,1 triệu đồng. Hỏi siêu thị đó thu được lợi nhuận lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

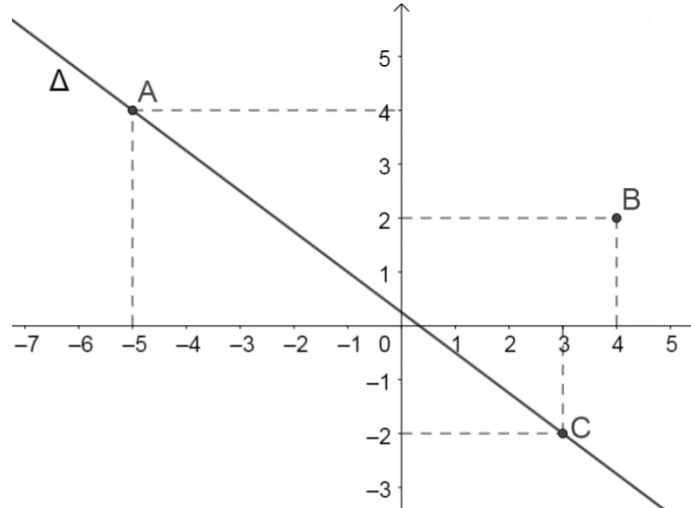
Câu 3: Kiểm tra cân nặng của một số quả măng cụt của một lô hàng được kết quả như sau

85 82 84 83 80 82 84
85 80 81 80 82 85 85

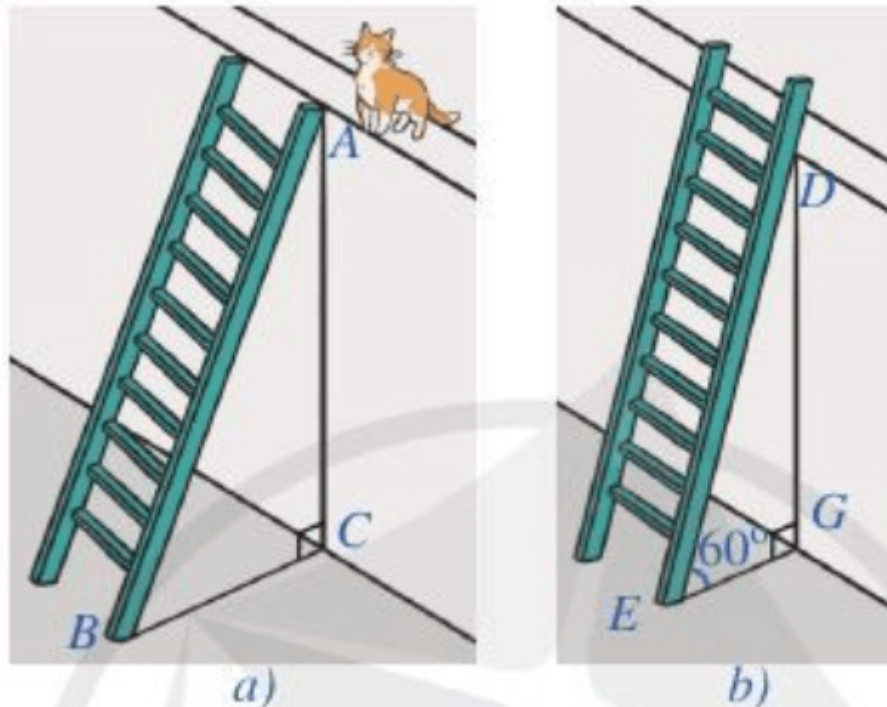
Hãy tính độ lệch chuẩn của cân nặng măng cụt lô hàng trên?

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-3), B(6;-2)$. Biết $M(x; y)$ trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất. Tổng $x + y$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Có hai con tàu cùng chuyển động đều theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển, tàu số 1 chuyển động đều theo đường thẳng Δ từ vị trí A đến vị trí C . Tàu số 2 sắp hết nhiên liệu, đang ở vị trí B muốn gặp tàu số 1 để tiếp nhiên liệu. Hỏi tàu số 2 phải đi đoạn đường ngắn nhất là bao nhiêu kilômét?



Câu 6: Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó $0,5m$. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào mép trên bức tường. Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5m$ thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° . Bức tường cao bao nhiêu mét?



ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	A	D	D	A	C	D	B	C	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	867	294	1,91	4	3,8	1,3

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hãy liệt kê các phân tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$.

- A. $X = \{0\}$. B. $X = \{1\}$. C. $X = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$. D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ nhưng vì } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}.$$

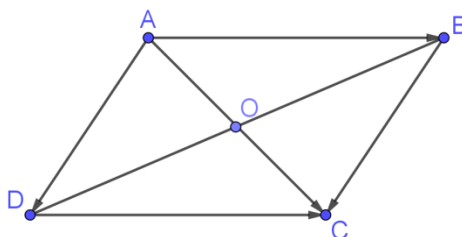
Vậy $X = \{1\}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Vector nào sau đây bằng vector \overrightarrow{OC} ?

- A. \overrightarrow{OA} . B. \overrightarrow{CO} . C. \overrightarrow{AO} . D. \overrightarrow{OB} .

Lời giải

Chọn C



Vì O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$.

Câu 3: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$ **không chứa** điểm nào sau đây?

- A. $A(3;2)$. B. $B(6;3)$. C. $C(6;4)$. D. $D(5;4)$.

Lời giải

Chọn A

Xét điểm $A(3;2)$ ta có $\begin{cases} 3 - 2 > 0 \\ 3 - 3 \cdot 2 \leq -3 \\ 3 + 2 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ -3 \leq -3 \\ 5 > 5 \end{cases}$ không thỏa mãn bất phương trình thứ 3.

Câu 4: Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của parabol

- A. $x^2 = 2y$. B. $x^2 = -2y$. C. $y^2 = -2x$. D. $y^2 = 2x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3+x}{x^2-5x-6}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$. B. $D = \{1; -6\}$. C. $D = \{-1; 6\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x^2 - 5x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 6 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1;3), \vec{b} = (-2;1)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = (1;3), \vec{b} = (-2;1)$, suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 = 1$.

Câu 7: Cho số gần đúng $a = 8\,141\,378$ với độ chính xác $d = 300$. Hãy viết quy tròn số a .

- A. 8141400. B. 8142400. C. 8141000. D. 8141300.

Lời giải

Chọn C

Ta có $100 < d = 300 < 1000$ nên số quy tròn của 8141378 với độ chính xác $d = 300$ là: 8141000

Câu 8: Cho tam giác ABC có $a = 8, b = 10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

- A. $c = 3\sqrt{21}$. B. $c = 7\sqrt{2}$. C. $c = 2\sqrt{11}$. D. $c = 2\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow c = 2\sqrt{21}$.

Câu 9: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ là:

A. $\frac{2}{5}$.

B. 2.

C. $\frac{18}{5}$.

D. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$.

Câu 10: Trong các câu sau câu nào là mệnh đề chứa biến?

A. $x^2 + 1 > 0, x \in \mathbb{R}$.

B. 18 là số chẵn.

C. $x(x+6):11, x \in \mathbb{N}$.

D. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc.

Lời giải

Chọn C

Ta có mệnh đề C là một mệnh đề chứa biến. Tính đúng sai còn phụ thuộc giá trị của biến.

Câu 11: Giải bất phương trình $x(x+2025) \leq 2(x^2+1012)$.

A. $x \leq 1$.

B. $1 \leq x \leq 2024$.

C. $x \in (-\infty; 1] \cup [2024; +\infty)$.

D. $x \geq 2024$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x(x+2025) \leq 2(x^2+1012) \Leftrightarrow x^2+2025x \leq 2x^2+2024 \Leftrightarrow x^2-2025x+2024 \geq 0$

Xét phương trình $x^2-2025x+2024=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2024)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2024 \end{cases}$.

x	$-\infty$	1	2024	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-2025x+2024 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [2024; +\infty)$.Câu 12: Cho hai tập hợp $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 \leq x < 1\}$ và $N = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$. Tìm tập hợp $M \setminus N$

A. $[-6; -1]$.

B. $[-6; 2]$.

C. $[1; 2]$.

D. \emptyset .

Lời giải.

Chọn A

Ta có: $M = [-6; 1)$ và $N = (-1; 2]$. Do đó $M \setminus N = [-6; -1]$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, với $0^\circ < x < 180^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề dưới đây.

a) [NB] $\cos^2 x = \frac{1}{10}$.

b) [TH] $1 + \tan^2 x = 10$.

c) [TH] $\sin(180^\circ - x) - \cos(90^\circ - x) + \tan(180^\circ - x) \cdot \cot x = 0$.

d) [VD] Biết giá trị của biểu thức $\frac{\sqrt{2} \tan x - \cot x}{2 \tan x + \sqrt{3} \cot x} = \frac{a\sqrt{2} - b}{c + \sqrt{3}}$, khi đó $a + b + c = 20$.

Lời giải

a) Có $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2 = \frac{1}{10}$

Suy ra mệnh đề đúng.

b) $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2} = 10$

Suy ra mệnh đề đúng.

c) Ta có

$$\sin(180^\circ - x) - \cos(90^\circ - x) + \tan(180^\circ - x) \cdot \cot x = \sin x - \sin x - \tan x \cdot \cot x = -1$$

Suy ra mệnh đề sai.

d) Từ $1 + \tan^2 x = 10 \Leftrightarrow \tan^2 x = 9$

$$\text{Xét } \frac{\sqrt{2} \tan x - \cot x}{2 \tan x + \sqrt{3} \cot x} = \frac{(\sqrt{2} \tan x - \cot x) \tan x}{(2 \tan x + \sqrt{3} \cot x) \tan x} = \frac{\sqrt{2} \tan^2 x - 1}{2 \tan^2 x + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 9 - 1}{2 \cdot 9 + \sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{2} - 1}{18 + \sqrt{3}}$$

Suy ra $a + b + c = 9 + 1 + 18 = 28$

Suy ra mệnh đề sai.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$ và $\Delta_2: 4x - 3y - 5 = 0$

a) **[NB]** Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

b) **[TH]** Khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến đường thẳng Δ_2 bằng 1.

c) **[TH]** Điểm $A(-1; -3)$ thuộc đường thẳng Δ_1 .

d) **[VD]** Điểm $M\left(\frac{9}{4}; \frac{3}{4}\right)$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

Lời giải

a) VTCP của đường thẳng Δ_1 là $\vec{u}_1 = (3; -4)$ nên VTPT của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (4; 3)$

Đường thẳng Δ_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (4; -3)$

Khi đó: $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 4 \cdot 4 + 3 \cdot (-3) = 7 \neq 0$ nên Δ_1 và Δ_2 không vuông góc.

suy ra a) sai

b) Ta có: $d(O, \Delta_2) = \frac{|4 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 5|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 1$. do đó b) đúng

c) Thay tọa độ điểm $A(-1; -3)$ vào phương trình đường thẳng Δ_1 ta được:

$$\begin{cases} 1 + 3t = -1 \\ 3 - 4t = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t = -2 \\ 4t = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-2}{3} \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Vậy điểm } A(-1; -3) \text{ không thuộc đường thẳng } \Delta_1. \text{ do đó}$$

c) sai

d) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $B(1; 3)$ và có VTPT là $\vec{n}_1 = (4; 3)$ nên PTTQ của Δ_1 có dạng:

$$4(x-1) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 13 = 0$$

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} 4x + 3y - 13 = 0 \\ 4x - 3y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng là $M\left(\frac{9}{4}; \frac{4}{3}\right)$.

do đó **d) sai**

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} & , x < -1 \\ x^2 & , x \geq -1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tập xác định của hàm số đã cho là \mathbb{R} .
 b) **[TH]** $f(2) = 3$.
 c) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 d) **[VD]** Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $0 < m < 1$.

Lời giải

a) **Đúng.** Trên khoảng $(-\infty; -1)$, $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ là một đa thức nên luôn xác định.

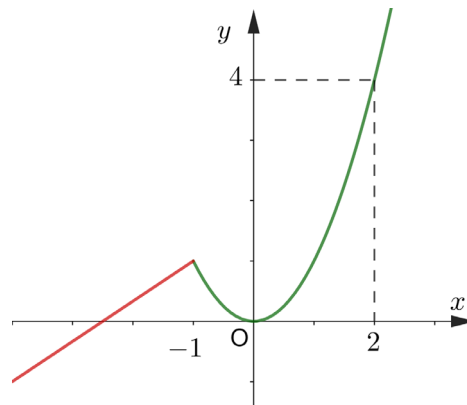
Trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$, $f(x) = x^2$ là một đa thức nên luôn xác định.

Nên tập xác định của hàm số đã cho là \mathbb{R} . Vậy mệnh đề đúng.

b) **Sai.** Với $x = 2$, $f(x) = x^2$ nên $f(2) = 4$. Vậy mệnh đề sai.

c) **Đúng.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, $f(x) = x^2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Vậy mệnh đề đúng.

d) **Đúng.** Ta vẽ được đồ thị của hàm số đã cho

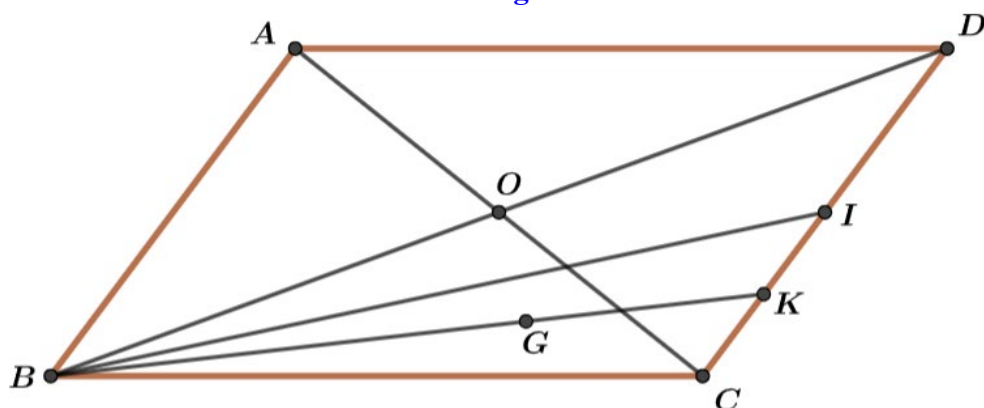


Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào hình vẽ, ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $0 < m < 1$. Vậy mệnh đề đúng.

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi I là trung điểm của CD , G là trọng tâm của tam giác BCI .

- a) **[NB]** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
 b) **[TH]** $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AI}|$.
 c) **[TH]** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
 d) **[VD]** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AD}$.

Lời giải



a) Áp dụng quy tắc hình bình hành suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 2|\overrightarrow{AI}|$ suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Do $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{CO}$ đối nhau, $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{DO}$ đối nhau, suy ra mệnh đề **đúng**.

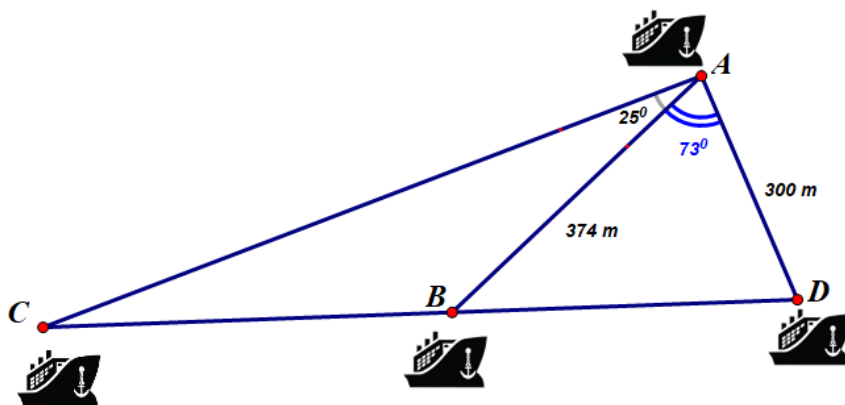
d) Ta có:

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CK}) = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\right) = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}.$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7: Có ba tàu thủy đang neo đậu thẳng hàng gần bờ ở ba vị trí B, C, D và một tàu thủy đang đậu ngoài khơi ở vị trí A . Từ vị trí tàu thủy A có thể nhìn thấy các tàu B, C, D dưới các góc như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa hai tàu thủy C và D , biết khoảng cách từ tàu A đến tàu B và tàu D lần lượt là 374m và 300m.



Lời giải

Đáp án: 867.

Xét tam giác ABD ta có: $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD}} \approx 405,3$

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABD ta có:

$$\cos \widehat{ADB} = \frac{DB^2 + DA^2 - AB^2}{2 \cdot DB \cdot DA} \approx 0,47 \Rightarrow \widehat{BDA} \approx 62^\circ$$

Xét tam giác BCD ta có: $\widehat{ACD} \approx 180^\circ - 62^\circ - 98^\circ = 20^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin CAB} = \frac{AB}{\sin BCA} \Rightarrow \frac{BC}{\sin 25^\circ} = \frac{374}{\sin 20^\circ} \Rightarrow BC \approx 462$$

Vậy khoảng cách giữa hai tàu thủy C và D là $CD = CB + BD \approx 867$ m

Câu 8: Một siêu thị điện máy có kế hoạch nhập về hai loại máy hút bụi A và B, giá mỗi chiếc loại A là 6 triệu đồng, giá mỗi chiếc loại B là 10 triệu đồng với số vốn ban đầu không vượt quá 1 tỷ đồng. Do nhu cầu khách hàng, siêu thị nhập về số lượng máy loại A không lớn hơn số lượng máy loại B và tổng số máy nhập về không vượt quá 120 máy. Biết rằng lợi nhuận của một máy hút bụi loại A là 2,8 triệu đồng và máy hút bụi loại B là 2,1 triệu đồng. Hỏi siêu thị đó thu được lợi nhuận lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

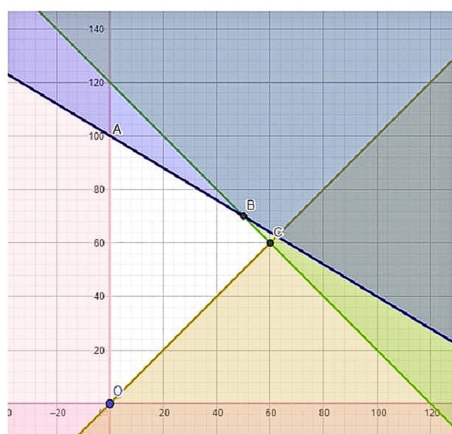
Đáp án: 294.

Gọi x là số máy loại A ($x \in \mathbb{N}$) và y là số máy loại B ($x \in \mathbb{N}$) mà siêu thị đó nhập về.

Hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán đảm bảo mục đích của siêu thị điện máy là

$$\begin{cases} 6x + 10y \leq 1000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq y \\ x + y \leq 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 5y \leq 500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 0 \\ x + y \leq 120 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0)$, $A(0;100)$, $B(50;70)$; $C(60;60)$.



Lợi nhuận thu được $L(x; y) = 2,8x + 2,1y$

Ta có $L(0;0) = 0$, $L(0;100) = 210$, $L(50;70) = 287$; $L(60;60) = 294$

Vậy siêu thị thu được lợi nhuận lớn nhất bằng 294 triệu đồng khi đầu tư kinh doanh 60 máy hút bụi loại A và 60 máy hút bụi loại **B**.

Câu 9: Kiểm tra cân nặng của một số quả măng cụt của một lô hàng được kết quả như sau

85 82 84 83 80 82 84
85 80 81 80 82 85 85

Hãy tính độ lệch chuẩn của cân nặng măng cụt lô hàng trên?

Lời giải

Đáp án: 1,91

Khối lượng trung bình của cân nặng măng cụt lô hàng đó là

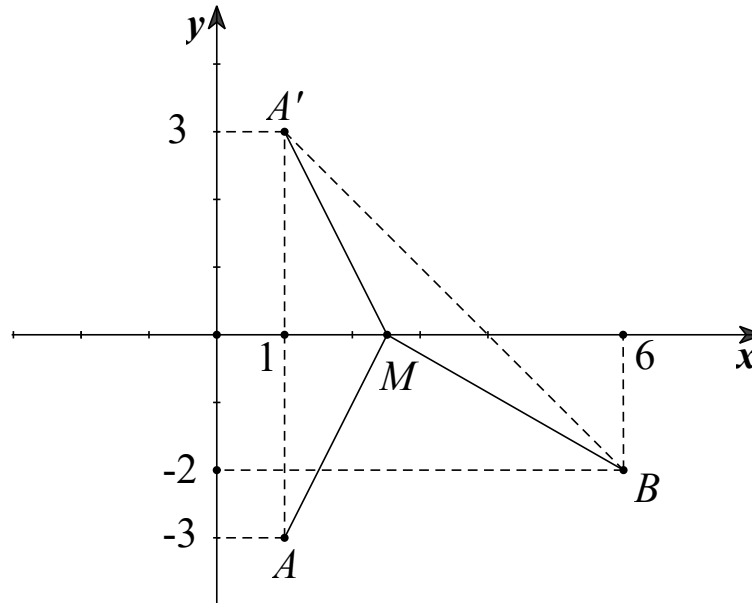
$$\bar{x} = \frac{1}{14}(3.80 + 81 + 3.82 + 83 + 2.84 + 4.85) = \frac{579}{7}$$

Độ lệch chuẩn của là $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{14}(3.80^2 + 81^2 + 3.82^2 + 83^2 + 2.84^2 + 4.85^2) - \frac{579^2}{7^2}} \approx 1,91$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-3), B(6;-2)$. Biết $M(x;y)$ trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất. Tổng $x+y$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 4



Vì $M \in Ox$ nên $y = 0$. Suy ra $M(x;0)$

Ta có A, B nằm cùng phía đối với trục hoành.

Gọi $A'(1;3)$ đối xứng với A qua trục hoành.

Chu vi tam giác MAB là $P = AM + MB + AB = MB + MA' + AB$

$\Rightarrow P \geq A'B + AB$

$\Rightarrow P_{\min} = A'B + AB$ khi A', M, B thẳng hàng

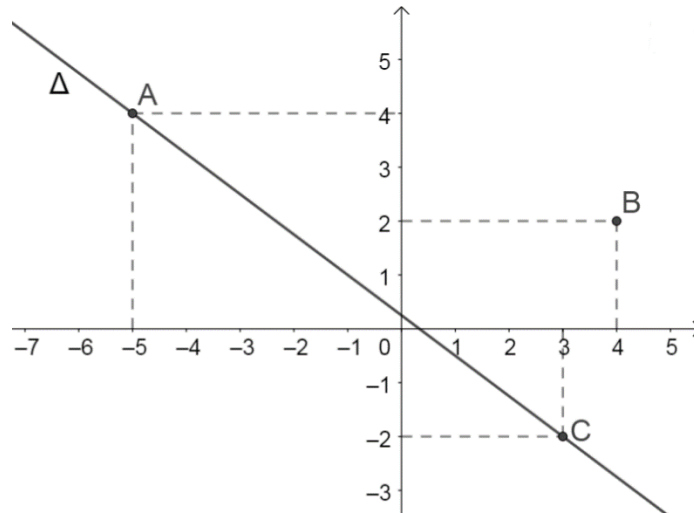
Ta có $\overrightarrow{A'B} = (5; -5)$, $\overrightarrow{A'M} = (x-1; -3)$

Ba điểm A', M, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'M}$ cùng phương $\overrightarrow{A'B} \Leftrightarrow \frac{x-1}{5} = \frac{-3}{-5} \Leftrightarrow x = 4$

Do đó $M(4;0)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $x+y = 4$

Câu 11: Có hai con tàu cùng chuyển động đều theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển, tàu số 1 chuyển động đều theo đường thẳng Δ từ vị trí A đến vị trí C . Tàu số 2 sắp hết nhiên liệu, đang ở vị trí B muốn gặp tàu số 1 để tiếp nhiên liệu. Hỏi tàu số 2 phải đi đoạn đường ngắn nhất là bao nhiêu kilômét?



Lời giải

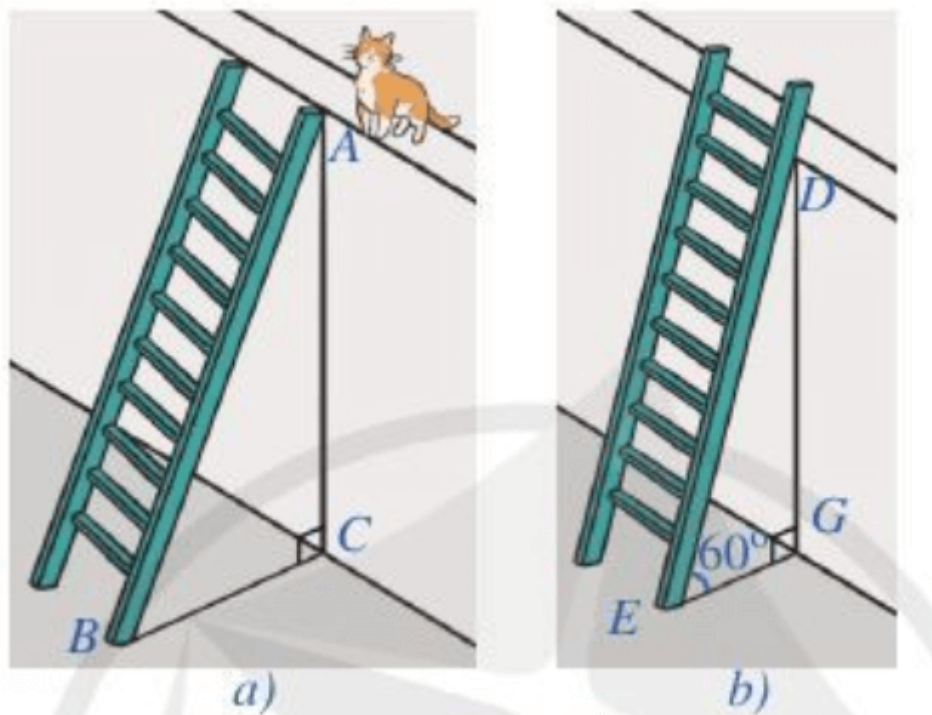
Đáp án: 3,8.

Ta có $A(-5; 4), B(4; 2), C(3; -2)$. Vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = \overrightarrow{AC} = (8; -6) = 2(4; -3)$. Suy ra vector pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = (3; 4)$.

Phương trình của đường thẳng Δ là $3(x+5) + 4(y-4) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 1 = 0$.

Đoạn đường ngắn nhất tàu số 2 phải đi để gặp tàu số 1 là: $d(B; \Delta) = \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3,8(km)$.

Câu 12: Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó $0,5m$. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào mép trên bức tường. Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5m$ thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° . Bức tường cao bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp án: 1,3.

Gọi chiều cao bức tường DG là $x(m)(x > 0)$.

Chiều dài chiếc thang là $x + 0,5 (m)$.

Khoảng cách từ chân thang sau khi bác Nam điều chỉnh là:

$$EG = \frac{DG}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{3} (m)$$

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác vuông ABC ta có:

$$BC = \sqrt{(x+0,5)^2 - x^2} (m)$$

Bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5m$ nên ta có:

$$\sqrt{(x+0,5)^2 - x^2} - 0,5 = \frac{x\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \sqrt{(x+0,5)^2 - x^2} = \frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5 \Leftrightarrow \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5 (*)$$

Ta có $\frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{3}} \geq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ta được:

$$x + \frac{1}{4} = \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5 \right)^2 \Leftrightarrow x + \frac{1}{4} = \frac{x^2}{3} + \frac{x}{\sqrt{3}} + 0,25 \Leftrightarrow \frac{x^2}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - 1 \right) x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(l) \\ x \approx 1,3(tm) \end{cases}$$

Vậy chiều cao của bức tường là $1,3 m$.

HẾT---