

Đề thi gồm có **bộ phận**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Phát biểu mệnh đề sau dưới dạng ký hiệu toán học “Tồn tại số tự nhiên có bình phương bằng chính nó”.

- A. $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 = x$. B. $\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 = x$.
C. $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 = x$. D. $\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 = x$

Câu 2: Hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}}$ có tập xác định là:

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = [1; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 1)$. D. $D = [-\infty; 1]$.

Câu 3: Cho hai tập $A = (-\infty; 2)$, $B = [0; 4)$ xác định $A \cap B$?

- A. $A \cap B = (-\infty; 0)$. B. $A \cap B = (-\infty; 4)$. C. $A \cap B = (0; 2)$. D. $A \cap B = [0; 2)$.

Câu 4: Mệnh đề phủ định của mệnh đề $A : \forall x \in \mathbb{Z}, x \leq x^2$ là:

- A. $\bar{A} : \forall x \in \mathbb{Z}, x > x^2$. B. $\bar{A} : \forall x \in \mathbb{Z}, x \geq x^2$.
C. $\bar{A} : \exists x \in \mathbb{Z}, x \leq x^2$. D. $\bar{A} : \exists x \in \mathbb{Z}, x > x^2$.

Câu 5: Cho hai véc tơ $\vec{a} = (3; -8)$; $\vec{b} = (0; 2)$ xác định véc tơ $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$

- A. $\vec{c} = (-3; 10)$. B. $\vec{c} = (3; -10)$. C. $\vec{c} = (3; -6)$. D. $\vec{c} = (-3; 6)$.

Câu 6: Bất phương trình nào sau đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $x + y^2 > 4$. B. $x + y + z > 0$. C. $x - y = 4$. D. $x + 2y \leq 1$.

Câu 7: Cho phương sai của mẫu số liệu bằng 9, độ lệch chuẩn bằng:

- A. 3. B. 4,5. C. 18. D. 81.

Câu 8: Cho $\cos x = \frac{2}{3}$, tính $\cos(180^\circ - x)$

- A. $\cos(180^\circ - x) = \frac{2}{3}$. B. $\cos(180^\circ - x) = \frac{-2}{3}$.
C. $\cos(180^\circ - x) = \frac{1}{3}$. D. $\cos(180^\circ - x) = \frac{-1}{3}$.

Câu 9: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y > 1 \\ x - y < 0 \end{cases}$?

- A. (1; 2). B. (3; 1). C. (-1; 0). D. (2; 2).

Câu 10: Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 9} = 1 - x$ (*), biến đổi nào sau đây đúng?

- A. (*) $\Leftrightarrow 2x^2 + x - 9 = (1 - x)^2$. B. (*) $\Rightarrow 2x^2 + x - 9 = (1 - x)^2$.
C. (*) $\Leftrightarrow 2x^2 + x - 9 = 1 - x$. D. (*) $\Rightarrow 2x^2 + x - 9 = 1 - x$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $A(2; 3)$, $B(1; -3)$, $C(0; 6)$, G là trọng tâm tam giác ABC xác định véc tơ \overrightarrow{AG} .

- A. $\overrightarrow{AG} = (-1; -1)$. B. $\overrightarrow{AG} = (1; 2)$. C. $\overrightarrow{AG} = (-1; 2)$. D. $\overrightarrow{AG} = (1; 3)$.

Câu 12: Hàm số $y = x^2 + 4x + 5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Cho tam giác ABC có $a = BC = 5, b = AC = 7, c = AB = 8$. Khi đó :

- a) **[NB]** $\cos A = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2bc}$.
 b) **[TH]** $B = 60^\circ$.
 c) **[TH]** Tam giác ABC là tam giác nhọn.
 d) **[VD,VDC]** Biết $P = \cot A + \cot B + \cot C = \frac{m}{n \cdot S_{\triangle ABC}}$, với m, n là hai số nguyên tố cùng nhau.

Khi đó $m + n < 70$.

Câu 14: Cho tam giác MNP , gọi A, B, C là những điểm được xác định bởi các hệ thức vectơ sau:

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CP}, \quad \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AN}, \quad \overrightarrow{PN} = -2\overrightarrow{PB}.$$

Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Ba điểm A, M, N thẳng hàng.
 b) **[TH]** $\overrightarrow{PC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{PM}$.
 c) **[TH]** $\overrightarrow{BP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$.
 d) **[VD]** Với mọi điểm K bất kì, ta có $2\overrightarrow{KC} = 3\overrightarrow{KM} - \overrightarrow{KP}$.

Câu 15: Cho các tập hợp sau $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid 3 < n^2 < 20\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x + 1) = 0\}$ và . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tập hợp A có 3 phần tử.
 b) **[TH]** Tập $C = \{1; 2; 3\}$ là một tập con của tập hợp A .
 c) **[TH]** Tập hợp $B = \left\{ \frac{1}{2}; 1; \sqrt{2} \right\}$.
 d) **[VD,VDC]** Gọi m, n lần lượt là số tập con khác rỗng của tập A và tập B . Khi đó $m + n = 24$

Câu 16: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm là $f(x) = x^2 + 200x + 18000$ (đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 50000 (đồng). Biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất. Khi đó :

- a) **[NB]** Chi phí để sản xuất 1 sản phẩm là 18201 (đồng)
 b) **[TH]** Giá bán ra thị trường của x sản phẩm là $50000x$ (đồng)
 c) **[TH]** Lợi nhuận thu được khi bán được x sản phẩm là $f(x) = -x^2 - 49800x - 18000$ (đồng)
 d) **[VD,VDC]** Xí nghiệp thu về lợi nhuận cao nhất khi bán được 25000 sản phẩm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho ba tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$, $B = \{2x \in \mathbb{Z} \mid -5 < 4x < 6\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^5 - x^4 = 0\}$.

Xác định số phần tử nguyên tập hợp $(A \cup B) \setminus C$.

Câu 18: Mẫu số liệu sau cho biết số học sinh tham gia ủng hộ sách cũ và quần áo cũ cho học sinh vùng cao trong 9 ngày phát động chiến dịch “Món quà năm học mới” của câu lạc bộ thiện nguyện trường THPT X:

37 87 30 56 120 78 96 88 92

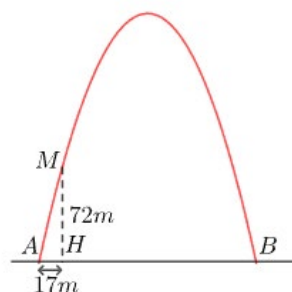
Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

Câu 19: Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 ta được một miền đa giác.

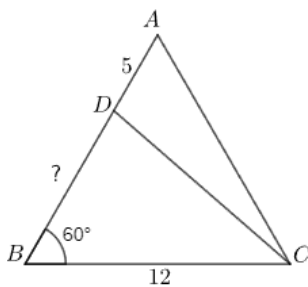
Tính diện tích của đa giác đó.

Câu 20: Biết rằng biểu thức $P = \frac{\sqrt{2}}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}} - \frac{8}{\tan x} + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0^\circ; 90^\circ)$ tại $x = \alpha$. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{7 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$.

Câu 21: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $72m$ so với mặt đất (điểm M), người ta thả một quả cầu sắt. Vị trí chạm đất của quả cầu cách chân cổng A một đoạn khoảng $17m$. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng), (làm tròn đến mét).



Câu 22: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$, điểm D thuộc cạnh AB sao cho $CD = \frac{4}{5}CA$, biết: $BC = 12$, $AD = 5$, $BD < 15$ (như hình vẽ). Tính BD (làm tròn đến hàng đơn vị).



----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)**BẢNG ĐÁP ÁN**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	D	D	A	D	A	B	A	B	A	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	3	47,5	5	1	192	11

LỜI GIẢI CHI TIẾT**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án**Câu 1:** Phát biểu mệnh đề sau dưới dạng ký hiệu toán học “Tồn tại số tự nhiên có bình phương bằng chính nó”.

A. $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 = x$.

B. $\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 = x$.

C. $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 = x$.

D. $\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 = x$

Lời giải**Chọn C****Câu 2:** Hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}}$ có tập xác định là:

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = [1; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 1)$.

D. $D = [-\infty; 1]$.

Lời giải**Chọn C**Hàm số xác định khi $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1 \Rightarrow D = (-\infty; 1)$ **Câu 3:** Cho hai tập $A = (-\infty; 2)$, $B = [0; 4)$ xác định $A \cap B$?

A. $A \cap B = (-\infty; 0)$.

B. $A \cap B = (-\infty; 4)$.

C. $A \cap B = (0; 2)$.

D. $A \cap B = [0; 2)$.

Lời giải**Chọn D****Câu 4:** Mệnh đề phủ định của mệnh đề $A : \forall x \in \mathbb{Z}, x \leq x^2$ là:

A. $\bar{A} : \forall x \in \mathbb{Z}, x > x^2$.

B. $\bar{A} : \forall x \in \mathbb{Z}, x \geq x^2$.

C. $\bar{A}: \exists x \in \mathbb{Z}, x \leq x^2$.

D. $\bar{A}: \exists x \in \mathbb{Z}, x > x^2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Cho hai véc tơ $\vec{a} = (3; -8); \vec{b} = (0; 2)$ xác định véc tơ $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$

A. $\vec{c} = (-3; 10)$. B. $\vec{c} = (3; -10)$. C. $\vec{c} = (3; -6)$. D. $\vec{c} = (-3; 6)$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{c} = \vec{b} - \vec{a} = (0 - 3; 2 - (-8)) = (-3; 10)$$

Câu 6: Bất phương trình nào sau đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $x + y^2 > 4$. B. $x + y + z > 0$. C. $x - y = 4$. D. $x + 2y \leq 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Cho phương sai của mẫu số liệu bằng 9, độ lệch chuẩn bằng:

A. 3 . B. 4,5 . C. 18 . D. 81 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{S^2} = \sqrt{9} = 3$$

Câu 8: Cho $\cos x = \frac{2}{3}$, tính $\cos(180^\circ - x)$

A. $\cos(180^\circ - x) = \frac{2}{3}$. B. $\cos(180^\circ - x) = \frac{-2}{3}$.
 C. $\cos(180^\circ - x) = \frac{1}{3}$. D. $\cos(180^\circ - x) = \frac{-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\cos(180^\circ - x) = -\cos x = \frac{-2}{3}$$

Câu 9: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y > 1 \\ x - y < 0 \end{cases}$?

A. (1; 2) . B. (3; 1) . C. (-1; 0) . D. (2; 2) .

Lời giải

Chọn A

Thay $(x; y) = (1; 2)$ vào hệ bất phương trình ta có:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 + 2 > 1 \\ 1 - 2 < 0 \end{cases} \text{ được hệ đúng nên } (1; 2) \text{ là nghiệm.}$$

Câu 10: Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 9} = 1 - x$ (*), biến đổi nào sau đây đúng?

A. (*) $\Leftrightarrow 2x^2 + x - 9 = (1 - x)^2$. B. (*) $\Rightarrow 2x^2 + x - 9 = (1 - x)^2$.
 C. (*) $\Leftrightarrow 2x^2 + x - 9 = 1 - x$. D. (*) $\Rightarrow 2x^2 + x - 9 = 1 - x$.

Lời giải

Chọn B

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ 2x^2 + x - 9 = (1 - x)^2 \end{cases} \text{ nên } (*) \Rightarrow 2x^2 + x - 9 = (1 - x)^2$$

Câu 11: Cho tam giác ABC có $A(2; 3), B(1; -3), C(0; 6)$, G là trọng tâm tam giác ABC xác định véc tơ \overrightarrow{AG} .

A. $\overrightarrow{AG} = (-1; -1)$. B. $\overrightarrow{AG} = (1; 2)$. C. $\overrightarrow{AG} = (-1; 2)$. D. $\overrightarrow{AG} = (1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x_G = \frac{2+1+0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{3+(-3)+6}{3} = 2 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AG} = (1-2; 2-3) = (-1; -1)$$

Câu 12: Hàm số $y = x^2 + 4x + 5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. **C. $(-2; +\infty)$.** D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Trục đối xứng $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = -2$

$a > 0$ suy ra hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Cho tam giác ABC có $a = BC = 5, b = AC = 7, c = AB = 8$. Khi đó :

a) **[NB]** $\cos A = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2bc}$.

b) **[TH]** $B = 60^\circ$.

c) **[TH]** Tam giác ABC là tam giác nhọn.

d) **[VD, VDC]** Biết $P = \cot A + \cot B + \cot C = \frac{m}{n \cdot S_{\triangle ABC}}$, với m, n là hai số nguyên tố cùng nhau.

Khi đó $m + n < 70$.

Lời giải

a) **Sai.** Áp dụng hệ quả của định lí cos ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

b) **Đúng.** Áp dụng hệ quả của định lí cosin trong tam giác ta có

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ.$$

c) **Đúng.** Tam giác ABC có $c > b > a \Rightarrow C$ là góc lớn nhất.

Mặt khác, $c^2 = 8^2 = 64 < 5^2 + 7^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow C < 90^\circ$. Do đó, tam giác ABC nhọn.

d) **Sai.**

Theo hệ quả của định lí cosin trong tam giác, ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

Mặt khác $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A \Leftrightarrow \sin A = \frac{2S_{\triangle ABC}}{bc}$.

$$\text{Ta có } \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} : \frac{2S_{\triangle ABC}}{bc} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \cdot \frac{bc}{2S_{\triangle ABC}} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S_{\triangle ABC}}.$$

Chứng minh tương tự, ta có

$$\cot B = \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} : \frac{2S_{\triangle ABC}}{ac} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \cdot \frac{ac}{2S_{\triangle ABC}} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S_{\triangle ABC}}.$$

$$\cot C = \frac{\cos C}{\sin C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} : \frac{2S_{\triangle ABC}}{ab} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \cdot \frac{ab}{2S_{\triangle ABC}} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S_{\triangle ABC}}.$$

Khi đó, ta có

$$P = \cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S_{\triangle ABC}} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S_{\triangle ABC}} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S_{\triangle ABC}} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S_{\triangle ABC}} = \frac{69}{2S_{\triangle ABC}}.$$

Vậy, $m = 69, n = 2$. Khi đó, $m + n = 71 > 70$.

Câu 14: Cho tam giác MNP , gọi A, B, C là những điểm được xác định bởi các hệ thức vector sau:

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CP}, \quad \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AN}, \quad \overrightarrow{PN} = -2\overrightarrow{PB}. \quad \text{Các khẳng định sau đúng hay sai?}$$

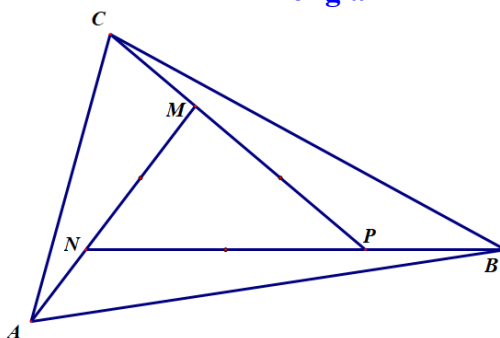
a) **[NB]** Ba điểm A, M, N thẳng hàng.

b) **[TH]** $\overrightarrow{PC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{PM}$.

c) **[TH]** $\overrightarrow{BP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$.

d) **[VD]** Với mọi điểm K bất kì, ta có $2\overrightarrow{KC} = 3\overrightarrow{KM} - \overrightarrow{KP}$.

Lời giải



a) Ta có: $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AN}$. Suy ra, ba điểm A, M, N thẳng hàng.

Suy ra, khẳng định đúng.

b) Ta có $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CP} \Rightarrow \overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{CM}$

$$\Rightarrow 3(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PC}) = -\overrightarrow{PC}$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{PC} = 3\overrightarrow{PM} \Rightarrow \overrightarrow{PC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{PM}$$

Suy ra, khẳng định **sai**.

c) Ta có $\overrightarrow{PN} = -2\overrightarrow{PB} \Rightarrow \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{BP}$

$$\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BP} \Rightarrow \overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$$

Suy ra, khẳng định **sai**.

d) Với mọi điểm K bất kì, ta có:

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CP}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{KM} - \overrightarrow{KC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{KP} - \overrightarrow{KC})$$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{KM} - 3\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{KP} - \overrightarrow{KC}$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{KC} = 3\overrightarrow{KM} - \overrightarrow{KP}$$

Suy ra, khẳng định đúng.

Câu 15: Cho các tập hợp sau $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid 3 < n^2 < 20\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x + 1) = 0\}$ và . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Tập hợp A có 3 phần tử.

b) **[TH]** Tập $C = \{1; 2; 3\}$ là một tập con của tập hợp A .

c) **[TH]** Tập hợp $B = \left\{ \frac{1}{2}; 1; \sqrt{2} \right\}$.

d) **[VD,VDC]** Gọi m, n lần lượt là số tập con khác rỗng của tập A và tập B . Khi đó $m + n = 24$

Lời giải

a) Liệt kê tập hợp A ta có $A = \{2; 3; 4\}$ suy ra mệnh đề **đúng**

b) Tập $C = \{1; 2; 3\}$ không phải là tập con của tập A . Suy ra mệnh đề **sai**

c) $(2 - x^2)(2x^2 - 3x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x^2 = 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ suy ra mệnh đề **sai**

d) Tập $A = \{2; 3; 4\}$ nên số tập con khác rỗng là $2^3 - 1 = 7$ suy ra $m = 7$; tập

$B = \left\{ -\sqrt{2}; \frac{1}{2}; 1; \sqrt{2} \right\}$ có 4 phần tử nên số tập con khác rỗng là $2^4 - 1 = 15$ suy ra $n = 15$

Vậy $m + n = 22$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 16: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm là $f(x) = x^2 + 200x + 18000$ (đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 50000 (đồng). Biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất. Khi đó :

a) **[NB]** Chi phí để sản xuất 1 sản phẩm là 18201 (đồng)

b) **[TH]** Giá bán ra thị trường của x sản phẩm là $50000x$ (đồng)

c) **[TH]** Lợi nhuận thu được khi bán được x sản phẩm là $f(x) = -x^2 - 49800x - 18000$ (đồng)

d) **[VD,VDC]** Xí nghiệp thu về lợi nhuận cao nhất khi bán được 25000 sản phẩm.

Lời giải

a) Tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm là $f(x) = x^2 + 200x + 18000$ (đồng)

Nên chi phí để sản xuất 1 sản phẩm là $f(1) = 1^2 + 200.1 + 18000 = 18201$ (đồng)

Khẳng định a) **Đúng**

b) Giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 50000 (đồng)

Nên giá bán ra thị trường của x sản phẩm là $50000x$ (đồng)

Khẳng định b) **Đúng**

c) Lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất

+ Lợi nhuận thu được khi bán được x sản phẩm là:

$$f(x) = 50000x - (x^2 + 200x + 18000)$$

$$= -x^2 + 49800x - 18000 \text{ (đồng)}$$

Khẳng định c) **Sai**

d) Lợi nhuận thu được khi bán được x sản phẩm là: $f(x) = -x^2 + 49800x - 18000$ đạt giá trị

lớn nhất tại đỉnh $I(24900; 619992000)$ nên xí nghiệp thu về lợi nhuận cao nhất khi bán được 24900 sản phẩm.

Khẳng định d) **Sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho ba tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} | 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$, $B = \{2x \in \mathbb{Z} | -5 < 4x < 6\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} | x^5 - x^4 = 0\}$.

Xác định số phần tử nguyên tập hợp $(A \cup B) \setminus C$.

Lời giải

Đáp án: 3.

+) Xét $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$. Ta có $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}$. Suy ra $A = \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$.

+) Xét $B = \{2x \in \mathbb{Z} \mid -5 < 4x < 6\}$. Ta có $-5 < 4x < 6 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < 2x < 3$.

Suy ra $B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

+) Xét $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^5 - x^4 = 0\}$. Ta có $x^5 - x^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Suy ra $C = \{0; 1\}$.

+) Khi đó $A \cup B = \left\{-2; -1; 0; 1; 2; \frac{1}{2}\right\}$.

+) $(A \cup B) \setminus C = \left\{-2; -1; 2; \frac{1}{2}\right\}$.

Vậy có 3 phần tử nguyên.

Câu 18: Mẫu số liệu sau cho biết số học sinh tham gia ủng hộ sách cũ và quần áo cũ cho học sinh vùng cao trong 9 ngày phát động chiến dịch “Món quà năm học mới” của câu lạc bộ thiện nguyện trường THPT X:

37 87 30 56 120 78 96 88 92

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

Lời giải

Đáp án: 47,5.

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

30 37 56 78 87 88 92 96 120

Mẫu số liệu gồm 9 giá trị nên trung vị là số ở vị trí chính giữa: $Q_2 = 87$

Nửa số liệu bên trái là 30; 37; 56; 78 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là: 37; 56

Do đó $Q_1 = (37 + 56) : 2 = 46,5$

Nửa số liệu bên phải là: 88; 92; 96; 120 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là: 92; 96

Do đó $Q_3 = (92 + 96) : 2 = 94$

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 94 - 46,5 = 47,5$.

Câu 19: Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ta được một miền đa giác.

Tính diện tích của đa giác đó.

Lời giải

Đáp án: 5

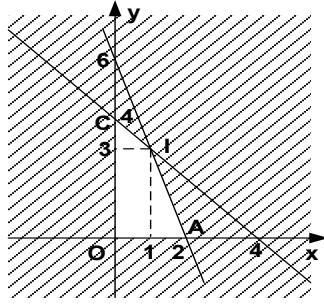
Vẽ các đường thẳng trên cùng một hệ trục tọa độ

$d_1 : 3x + y = 6$

$d_2 : x + y = 4$

$d_3 : x = 0(Oy)$

$d_4 : y = 0(Ox)$



Miền không bị gạch chéo (miền tứ giác $AOIC$ kể cả bốn cạnh AI, IC, CO, OA) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.

$$\text{Ta có: } S_{AOIC} = S_{AOE} - S_{CIE} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 5.$$

Câu 20: Biết rằng biểu thức $P = \frac{\sqrt{2}}{\sin x} \sqrt{\frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x}} - \frac{8}{\tan x} + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0^\circ; 90^\circ)$ tại $x = \alpha$. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{7\sin \alpha - 7\cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$.

Lời giải

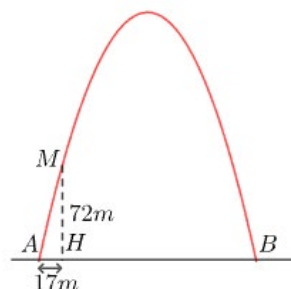
Đáp án: 1

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{2}}{\sin x} \sqrt{\frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x}} - \frac{8}{\tan x} + 3 = \frac{\sqrt{2}}{\sin x} \sqrt{\frac{2}{(1+\cos x)(1-\cos x)}} - 8\cot x + 3 \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sin x} \sqrt{\frac{2}{1-\cos^2 x}} - 8\cot x + 3 = \frac{2}{\sin^2 x} - 8\cot x + 3 = 2\cot^2 x - 8\cot x + 5 = 2(\cot x - 2)^2 - 3 \end{aligned}$$

Ta có: $P = 2(\cot x - 2)^2 - 3 \geq -3 \Rightarrow P_{\min} = -3$ khi $\cot x = 2 = \cot \alpha$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } B &= 7 \cdot \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha} = 7 \cdot \frac{\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}{\sin^3 \alpha}} \\ &= 7 \cdot \frac{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{1 + 3\cot^3 \alpha + \frac{2}{\sin^2 \alpha}} = 7 \cdot \frac{1 + \cot^2 \alpha - \cot \alpha \cdot (1 + \cot^2 \alpha)}{1 + 3\cot^3 \alpha + 2 \cdot (1 + \cot^2 \alpha)} = -\frac{7}{7} = -1. \end{aligned}$$

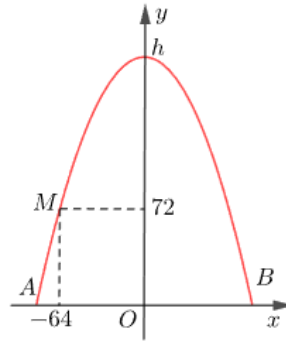
Câu 21: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $72m$ so với mặt đất (điểm M), người ta thả một quả cầu sắt. Vị trí chạm đất của quả cầu cách chân cổng A một đoạn khoảng $17m$. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng), (làm tròn đến mét).



Lời giải

Đáp án: 192.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



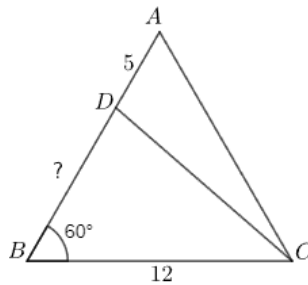
Phương trình Parabol (P) có dạng $y = -ax^2 + h$ ($a > 0$)

Parabol (P) đi qua 2 điểm $M(-64; 72)$; $A(-81; 0)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -4096a + h = 72 \\ -6561a + h = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{72}{2465} \\ h \approx 192 \end{cases}$$

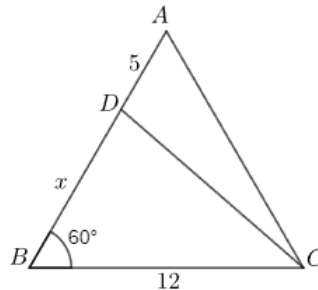
Vậy chiều cao của công khoảng 192m.

Câu 22: Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ$, điểm D thuộc cạnh AB sao cho $CD = \frac{4}{5}CA$, biết: $BC = 12$, $AD = 5$, $BD < 15$ (như hình vẽ). Tính BD (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 11.



Đặt $BD = x$ điều kiện $0 < x < 15$.

$$CD = \sqrt{x^2 + 12^2 - 2 \cdot x \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ};$$

$$AC = \sqrt{(x+5)^2 + 12^2 - 2 \cdot (x+5) \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ}$$

$$CD = \frac{4}{5}CA \Rightarrow \sqrt{x^2 - 12x + 144} = \frac{4}{5} \sqrt{(x+5)^2 - 12(x+5) + 144}$$

$$\Rightarrow 25(x^2 - 12x + 144) = 16[(x+5)^2 - 12(x+5) + 144]$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 268x + 1856 = 0$$

$$\Rightarrow x \approx 19 \text{ (loại)} \text{ hoặc } x \approx 11 \text{ (nhận)}.$$

----- Hết -----

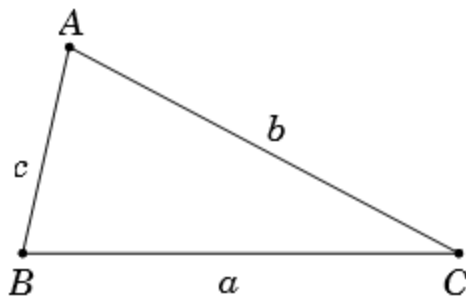
Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 35?

- A. 35, 57, 11, 22. B. 47, 15, 12, 32. C. 55, 3, 26, 89. D. 4, 17, 23, 20.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.
C. $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \sin B$. D. $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos C$.

Câu 3: Cho A, B là hai tập hợp được minh họa như hình vẽ. Phần tô đen trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?



- A. $A \cap B$. B. $A \cup B$. C. $A \setminus B$. D. $B \setminus A$.

Câu 4: Hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{5}$ chính xác đến hàng phần chục nghìn.

- A. 2,236. B. 2,2361. C. 2,23607. D. 2,236

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2x-8}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$. B. $D = (-\infty; 4]$. C. $D = (4; +\infty)$. D. $D = [4; +\infty)$.

Câu 6: Tìm số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

i) $\forall x \in \mathbb{R}, 2x+1 > 0$.

iii) $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 5$.

ii) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.

iv) $\forall x \in \mathbb{R}, (x-3)^2 \geq 0$.

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 7. Trong các hệ sau hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x+y=3 \\ x-5y-3=0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} -2x+y>2 \\ x+y<2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2x+y+2 \geq 0 \\ 5x+2y+3 > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y-2 < 0 \\ x+5 \geq 0 \end{cases}$.

Câu 8. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

C.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

D.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

A. $a:3$ và $a:5 \Leftrightarrow a:15$

B. $a:3 \Leftrightarrow a:6$.

C. $a:4 \Leftrightarrow a:2$

D. $a:3$ và $a:6 \Leftrightarrow a:18$

Câu 10. Tập hợp $N = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. $n(N) = 0$.

B. $n(N) = 7$.

C. $n(N) = 4$.

D. $n(N) = 6$.

Câu 11. Cho véc-tơ $\overline{MN} = \vec{u}$. Các điểm Q và R thỏa mãn $\overline{NQ} = \overline{QR} = \vec{u}$. Chọn khẳng **sai**.

A. $\overline{MQ} = 2\vec{u}$.

B. $\overline{NR} = 2\vec{u}$.

C. $\overline{MR} = 3\vec{u}$.

D. $\overline{RN} = 2\vec{u}$.

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó, $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng

A. a^2 .

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$.

D. $\frac{1}{2}a^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Hệ bất phương trình trên là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

b) **[TH]** $(0; 2)$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là bờ của bất phương trình thứ nhất và bất phương trình thứ hai trong hệ

c) **[TH]** $(1; 4)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

d) **[VD, VDC]** $(1; 3)$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 14: Cho bảng số liệu điểm thi học kì 2 của 40 học sinh lớp 10A:

Điểm	5	6	7	8	9	10	
Tần số	5	12	8	9	4	2	$n = 40$

a) **[NB]** Điểm trung bình của lớp 10A là 7,025.

b) **[TH]** Trung vị của bản số liệu là 7.

c) **[TH]** Phương sai của bảng số liệu là 1,876.

d) **[VD]** Giáo viên sẽ thưởng cho 25% bạn có điểm cao xếp từ trên xuống. Có 15 bạn được nhận thưởng.

Câu 15: Trong tam giác ABC có $AB = 5$, $\hat{A} = 60^\circ$ và hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau

a) **[NB]** $BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$

b) **[TH]** Đặt $AC = b, BC = a, AB = c$ ta có $a^2 = b^2 - 5b + 25$

c) **[TH]** $BM^2 = \frac{25 + a^2}{2} - \frac{b^2}{2}$

d) **[VD,VDC]** $b^2 - 25 = 5a^2$

Câu 16: Cho tập $A = (-\infty; 0)$ và tập $B = \{x \in \mathbb{R} \mid m(m-3)x^2 - 4x + 2 = 0\}$ với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $0 \notin A$.

b) **[TH]** Nếu $m = 0$ thì $B \cap A = \emptyset$.

c) **[TH]** Với mọi giá trị của m thì tập B khác tập rỗng.

d) **[VD]** Có 4 giá trị của m để B có đúng hai tập con và $B \cap A = \emptyset$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

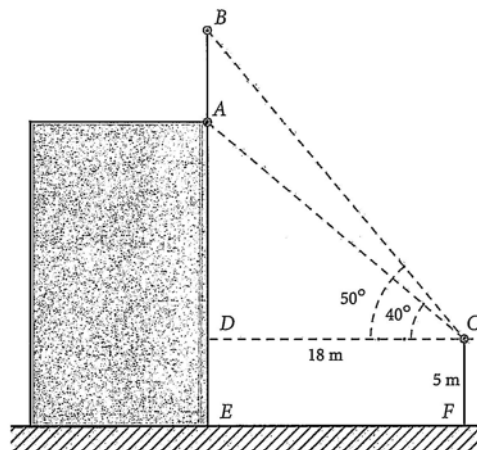
Câu 17: Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao $1m$ so với mặt đất, sau đó ở giây thứ nhất và giây thứ tư nó cùng đạt độ cao $9m$. Hỏi quả bóng được sút cao nhất là bao nhiêu mét?

Câu 18: Cho tập hợp $A = (-\infty; m+2)$, $B = [4; +\infty)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tập $A \cap B$ chưa tới thiểu 5 số nguyên và tới đa 10 số nguyên.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(8;1)$, $C(4;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là giao điểm của BD và AM , biết $N\left(\frac{1}{3}; -2\right)$. Tọa độ của đỉnh $D(a;b)$. Khi đó, giá trị của $a+3b$ bằng bao nhiêu?

Câu 20: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 60^\circ, AC = 2,5$ Gọi M là trung điểm của BC . Tính giá trị của biểu thức $P = \overline{AM} \cdot \overline{BM}$. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)

Câu 21: Để đo chiều cao của một cột cờ trên đỉnh một toà nhà anh Bắc đã làm như sau: Anh đứng trên một đài quan sát có tầm quan sát cao $5m$ so với mặt đất, khi quan sát anh đo được góc quan sát chân cột là 40° và góc quan sát đỉnh cột là 50° , khoảng cách từ chân toà nhà đến vị trí quan sát là $18m$. Tính chiều cao cột cờ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 22: Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

----- *Hết* -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	A	B	D	C	A	D	A	D	D	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	13,5	6	53	1,04	6,34	5

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 35?

- A. 35, 57, 11, 22. B. 47, 15, 12, 32. C. 55, 3, 26, 89. D. 4, 17, 23, 20.

Lời giải

Chọn B

Khoảng biến thiên của các mẫu số liệu lần lượt là:

$$R_A = 57 - 11 = 46.$$

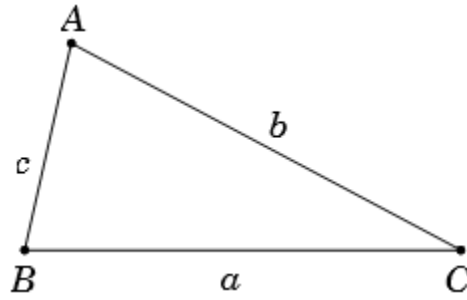
$$R_B = 47 - 12 = 35.$$

$$R_C = 89 - 3 = 86.$$

$$R_D = 23 - 4 = 19.$$

Chọn đáp án B.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc.\cos A.$

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

C. $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca.\sin B.$

D. $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab.\cos C.$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lý Côsin, ta có

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A;$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca.\cos B;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C.$$

Câu 3: Cho A, B là hai tập hợp được minh họa như hình vẽ. Phần tô đen trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây ?



A. $A \cap B.$

B. $A \cup B.$

C. $A \setminus B.$

D. $B \setminus A.$

Lời giải

Chọn A

Phần tô đen trong hình vẽ là $A \cap B.$

Câu 4: Hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{5}$ chính xác đến hàng phần chục nghìn.

A. 2,236.

B. 2,2361.

C. 2,23607.

D. 2,236

Lời giải

Chọn B

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được $\sqrt{5} = 2,236067977\dots$ Vậy số quy tròn là 2,2361.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2x-8}.$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}.$

B. $D = (-\infty; 4].$

C. $D = (4; +\infty).$

D. $D = [4; +\infty).$

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $2x-8 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [4; +\infty).$

Câu 6: Tìm số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

i) $\forall x \in \mathbb{R}, 2x+1 > 0.$

iii) $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 5$.

ii) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.

iv) $\forall x \in \mathbb{R}, (x-3)^2 \geq 0$.

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có $2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$ nên i) sai.

+ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ nên ii) đúng.

+ $x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ nên iii) sai.

+ $(x-3)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên iv) đúng.

Câu 7. Trong các hệ sau hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x+y=3 \\ x-5y-3=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} -2x+y > 2 \\ x+y < 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x+y+2 \geq 0 \\ 5x+2y+3 > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y-2 < 0 \\ x+5 \geq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Các hệ b, c, d là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Hệ a không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì trong hệ này chỉ gồm các phương trình.

Câu 8. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)	+	0	-

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)	-	0	+

C.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)	+	0	+

****D.****

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)	-	0	-

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $a = -1 < 0$.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

A. $a:3$ và $a:5 \Leftrightarrow a:15$

B. $a:3 \Leftrightarrow a:6$.

C. $a:4 \Leftrightarrow a:2$

D. $a:3$ và $a:6 \Leftrightarrow a:18$

Lời giải

Chọn A

Câu A đúng vì 1 số vừa chia hết cho 3 vừa chia hết cho 5 thì chia hết cho 15

Câu 10. Tập hợp $N = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. $n(N) = 0$.

B. $n(N) = 7$.

C. $n(N) = 4$.

D. $n(N) = 6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x < 6 \end{cases} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow N = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow n(N) = 6$.

Câu 11. Cho véc-tơ $\overline{MN} = \vec{u}$. Các điểm Q và R thỏa mãn $\overline{NQ} = \overline{QR} = \vec{u}$. Chọn khẳng sai.

A. $\overline{MQ} = 2\vec{u}$.

B. $\overline{NR} = 2\vec{u}$.

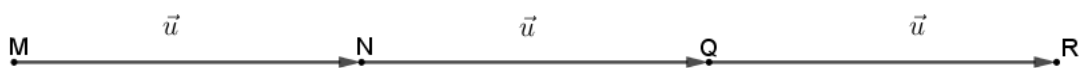
C. $\overline{MR} = 3\vec{u}$.

D. $\overline{RN} = 2\vec{u}$.

Lời giải

Chọn D

Các điểm Q, R được xác định như hình bên dưới



Dựa vào kết quả dựng các điểm Q, R , ta có $\overline{RN} = -2\vec{u}$.

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó, $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng

A. a^2 .

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$.

D. $\frac{1}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Hệ bất phương trình trên là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

b) **[TH]** $(0; 2)$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là bờ của bất phương trình thứ nhất và bất phương trình thứ hai trong hệ

c) **[TH]** $(1; 4)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

d) **[VD, VDC]** $(1; 3)$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

a) **Đúng**

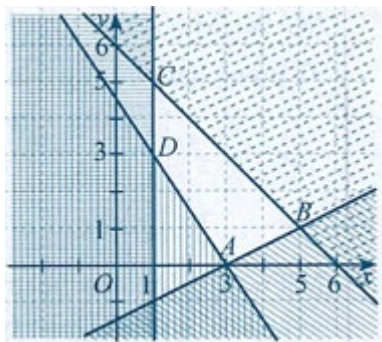
b) **Sai:**

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 4x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$

c) **Đúng:**

Thay tọa độ của điểm $(1; 4)$ vào hệ bất phương trình có $\begin{cases} 3.1 + 2.4 \geq 9 \\ 1 - 2.4 \leq 3 \\ 1 + 4 \leq 6 \\ 1 \geq 1 \end{cases}$ (thỏa mãn)

d) **Sai:** Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(3;0), B(5;1), C(1;5), D(1;3)$ (Hình).



Xét $\begin{cases} A(3;0) \Rightarrow F = 3.3 - 0 = 9 \\ B(5;1) \Rightarrow F = 3.5 - 1 = 14 \\ C(1;5) \Rightarrow F = 3.1 - 5 = -2 \\ D(1;3) \Rightarrow F = 3.1 - 3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow F$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $C(1;5) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$

Câu 14: Cho bảng số liệu điểm thi học kì 2 của 40 học sinh lớp 10A:

Điểm	5	6	7	8	9	10	
Tần số	5	12	8	9	4	2	$n = 40$

- a) **[NB]** Điểm trung bình của lớp 10A là 7,025.
 b) **[TH]** Trung vị của bản số liệu là 7.
 c) **[TH]** Phương sai của bảng số liệu là 1,876.
 d) **[VD]** Giáo viên sẽ thưởng cho 25% bạn có điểm cao xếp từ trên xuống. Có 15 bạn được nhận thưởng.

Lời giải

Đúng – Đúng – Sai – Đúng.

a. Ta có điểm trung bình của 40 em học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{5.5 + 12.6 + 8.7 + 9.8 + 4.9 + 2.10}{40} = \frac{281}{40} = 7,025 \text{ nên a đúng.}$$

b. Vì $n = 40$ nên trung vị là trung bình cộng của điểm số bạn thứ 20 và 21, nên $M_e = 7$. Suy ra b đúng.

c.

$$S_x^2 = \frac{5(5 - 7,025)^2 + 12(6 - 7,025)^2 + 8(7 - 7,025)^2 + 9(8 - 7,025)^2 + 4(9 - 7,025)^2 + 2(10 - 7,025)^2}{40}$$

$$= 1,874 \text{ nên c sai.}$$

d. Trung vị từ bạn thứ 21 đến 40 là trung bình cộng của bạn thứ 30 và 31. Nên $Q_3 = 8$. Các bạn từ điểm 8 trở lên sẽ được nhận thưởng. Nên d đúng.

Câu 15: Trong tam giác ABC có $AB = 5, \hat{A} = 60^\circ$ và hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau

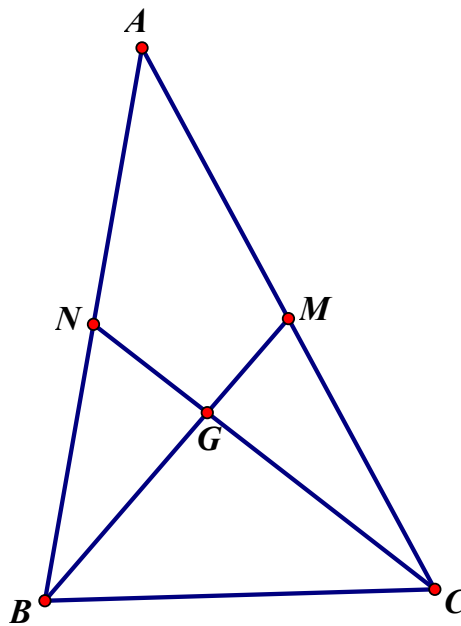
a) **[NB]** $BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$

b) **[TH]** Đặt $AC = b, BC = a, AB = c$ ta có $a^2 = b^2 - 5b + 25$

c) **[TH]** $BM^2 = \frac{25 + a^2}{2} - \frac{b^2}{2}$

d) **[VD, VDC]** $b^2 - 25 = 5a^2$

Lời giải



a) Theo công thức trung tuyến $BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$ nên a đúng.

b) Theo định lý cosin trong tam giác ABC : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$
 $\Leftrightarrow a^2 = 25 + b^2 - 2 \cdot 5 \cdot b \cdot \cos 60^\circ = b^2 - 5b + 25$ nên b đúng

c) $BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{25 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4}$ nên c sai

d) $CN^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{25}{4}$

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Vì BM và CN vuông góc với nhau nên tam giác BGC vuông tại $G \Rightarrow BG^2 + CG^2 = BC^2 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}BM\right)^2 + \left(\frac{2}{3}CN\right)^2 = BC^2$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{9} \left(\frac{25 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4} \right) + \frac{4}{9} \left(\frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{25}{4} \right) = a^2 \quad \Leftrightarrow \frac{50}{9} + \frac{2a^2}{9} - \frac{b^2}{9} + \frac{2a^2}{9} + \frac{2b^2}{9} - \frac{25}{9} = a^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^2}{9} - \frac{5a^2}{9} = \frac{25}{9} \Leftrightarrow b^2 - 5a^2 = 25 \Leftrightarrow b^2 + 25 = 5a^2 \text{ nên d sai.}$$

Câu 16: Cho tập $A = (-\infty; 0)$ và tập $B = \{x \in \mathbb{R} \mid m(m-3)x^2 - 4x + 2 = 0\}$ với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $0 \notin A$.

b) **[TH]** Nếu $m = 0$ thì $B \cap A = \emptyset$.

c) **[TH]** Với mọi giá trị của m thì tập B khác tập rỗng.

d) **[VD]** Có 4 giá trị của m để B có đúng hai tập con và $B \cap A = \emptyset$.

Lời giải

a) Ta có: $0 \in A$ suy ra mệnh đề **Sai**.

b) Ta có: $m = 0$ thì $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -4x + 2 = 0\} \Leftrightarrow B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. Khi đó $B \cap A = \emptyset$ suy ra mệnh đề

đúng.

c) Ta có: với $m = 4$ thì $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 4x^2 - 4x + 2 = 0\} = \emptyset$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Tập B có đúng 2 tập con khi tập B chỉ có một phần tử

Xét phương trình $m(m-3)x^2 - 4x + 2 = 0$ (1).

Trường hợp 1.

+) Nếu $m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4} \notin (-\infty; 0)$.

Khi đó B có hai tập con và $B \cap A = \emptyset$. Vậy $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Nếu $m = 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4} \notin (-\infty; 0)$.

Khi đó B có hai tập con và $B \cap A = \emptyset$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2. Nếu $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 3 \end{cases}$ thì B có đúng hai tập con khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép.

Điều này xảy ra khi $\Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - 2m(m-3) = 0 \Leftrightarrow -m^2 + 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\ m = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$.

Nếu $m = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$ thì (1) có nghiệm là $x = 1 \notin (-\infty; 0)$. Vậy $m = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$ thỏa mãn.

Nếu $m = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$ thì (1) có nghiệm là $x = 1 \notin (-\infty; 0)$ nên B và A không có phần tử chung.

Vậy $m = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy có 4 giá trị của m để B có đúng hai tập con và $B \cap A = \emptyset$, suy ra mệnh đề **đúng**.

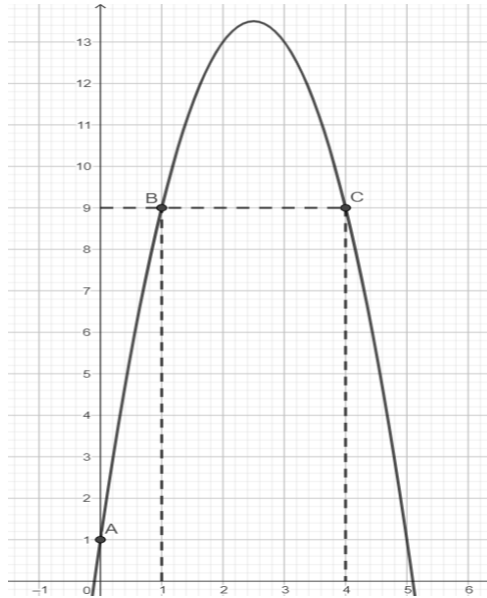
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao $1m$ so với mặt đất, sau đó ở giây thứ nhất và giây thứ tư nó cùng đạt độ cao $9m$.

Hỏi quả bóng được sút cao nhất là bao nhiêu mét?

Lời giải

Đáp án: 13,5



Gọi hàm số bậc hai $f(t) = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) có đồ thị là quỹ đạo parabol của quả bóng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 9 \\ f(4) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 9 \\ 16a + 4b + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 10 \\ c = 1 \end{cases}.$$

Suy ra: $f(t) = -2t^2 + 10t + 1$.

Parabol có đỉnh $I(2,5 ; 13,5)$ nên quả bóng được sút cao nhất là $13,5 \text{ m}$.

Câu 18: Cho tập hợp $A = (-\infty; m + 2)$, $B = [4; +\infty)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tập $A \cap B$ chứa tối thiểu 5 số nguyên và tối đa 10 số nguyên.

Lời giải

Đáp án: 6.

Tập $A \cap B$ chứa tối thiểu 5 số nguyên và tối đa 10 số nguyên nếu $8 < m + 2 \leq 14$.

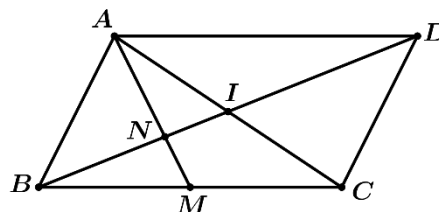
Suy ra: $6 < m \leq 12$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(8;1)$, $C(4;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là giao điểm của BD và AM , biết $N\left(\frac{1}{3}; -2\right)$. Tọa độ của đỉnh $D(a;b)$. Khi đó, giá trị của $a + 3b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 53.

Do I là tâm của hình bình hành $ABCD$ ta có I là trung điểm của đoạn thẳng AC nên tọa độ của điểm $I(6;1)$



Xét tam giác ABC thì BI , AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Do đó } \begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{8+x_B+4}{3} \\ -2 = \frac{1+y_B+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -11 \\ y_B = -8 \end{cases} \Rightarrow B(-11; -8).$$

$$\text{Gọi } D(x_D; y_D). \text{ Do } I \text{ trung điểm của } BD \text{ nên } \begin{cases} -11+x_D=12 \\ -8+y_D=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=23 \\ y_D=10 \end{cases} \text{ nên } D(23;10).$$

Vậy $a+3b=53$.

Câu 20: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 60^\circ$, $AC = 2,5$ Gọi M là trung điểm của BC . Tính giá trị của biểu thức $P = \overline{AM} \cdot \overline{BM}$. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)

Lời giải

Đáp án: 1,04.

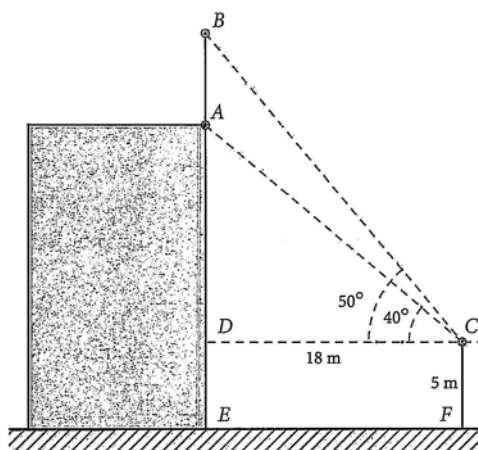
$$\text{Ta có } \triangle ABC \text{ vuông tại } A \text{ có } AB = \frac{AC}{\tan B} = \frac{2,5}{\tan 60^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Suy ra } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{6}\right)^2 + 2,5^2} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

$$P = \overline{AM} \cdot \overline{BM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) \cdot \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{4}(\overline{AB} \cdot \overline{BC} + \overline{AC} \cdot \overline{BC})$$

$$= \frac{1}{4}(-BA \cdot BC \cdot \cos B + AC \cdot BC \cdot \cos C) = \frac{1}{4} \left(-\frac{5\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 60^\circ + 2,5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 30^\circ \right) = \frac{25}{24}.$$

Câu 21: Để đo chiều cao của một cột cờ trên đỉnh một toà nhà anh Bắc đã làm như sau: Anh đứng trên một đài quan sát có tầm quan sát cao 5 m so với mặt đất, khi quan sát anh đo được góc quan sát chân cột là 40° và góc quan sát đỉnh cột là 50° , khoảng cách từ chân toà nhà đến vị trí quan sát là 18 m. Tính chiều cao cột cờ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 6,34 m

Trong tam giác DAC , ta có:

$$\cos \widehat{ACD} = \frac{DC}{AC}, \text{ suy ra } AC = \frac{DC}{\cos A} = \frac{18}{\cos 40^\circ} \approx 23,5(m).$$

$$\tan \widehat{ACD} = \tan 40^\circ = \frac{AD}{DC}, \text{ suy ra } AD = DC \cdot \tan 40^\circ = 18 \cdot \tan 40^\circ \approx 15,10(m).$$

Vậy chiều cao của toà nhà là: $AE = AD + DE = AD + CF \approx 15,10 + 5 = 20,1(m)$.

Trong tam giác DBC ta có:

$$\cos \widehat{BCD} = \frac{DC}{BC}, \text{ suy ra } BC = \frac{DC}{\cos B} = \frac{18}{\cos 50^\circ} \approx 28(m).$$

Lại có góc $\widehat{ACB} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$, áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC , ta có:

$$AB = \sqrt{CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos ACB}$$

$$\approx \sqrt{23,5^2 + 28^2 - 2 \cdot 23,5 \cdot 28 \cdot \cos 10^\circ} \approx 6,34(m).$$

Vậy chiều cao của cột cờ khoảng 6,34 m.

Câu 22: Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

Lời giải

Đáp án: 5

Xét hàm số bậc hai $y = at^2 + bt + c (a \neq 0)$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 3 \\ 9a + 3b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 6a + b = 0 \\ 9a + 3b = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{7}{3} \\ b = 14 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Vì vậy $y = -\frac{7}{3}t^2 + 14t$.

Ta cần xét: $y = -\frac{7}{3}t^2 + 14t > 10$ hay $-\frac{7}{3}t^2 + 14t - 10 > 0$.

Đặt $f(t) = -\frac{7}{3}t^2 + 14t - 10$; cho $f(t) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{21 - \sqrt{231}}{7}, t_2 = \frac{21 + \sqrt{231}}{7}$.

Bảng xét dấu $f(t)$

t	$-\infty$	t_1	t_2	$+\infty$			
$f(t)$		-	0	+	0	-	

Kết luận: $f(t) > 0$ khi $t_1 < t < t_2$ hay $\frac{21 - \sqrt{231}}{7} < t < \frac{21 + \sqrt{231}}{7}$.

$$\underbrace{\frac{21 - \sqrt{231}}{7}}_{\approx 0,83} < t < \underbrace{\frac{21 + \sqrt{231}}{7}}_{\approx 5,17}$$

Vì t nguyên nên $t \in [1; 5]$. Do vậy giá trị $t = 5$ thỏa mãn đề bài.

----- *Hết* -----

Câu 10: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\sqrt{x-3} = \sqrt{3-x}$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 11: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(4;3)$. B. $D(3;4)$. C. $D(4;4)$. D. $D(8;6)$.

Câu 12: Parabol $(P): y = ax^2 + bx + 1$ đi qua hai điểm $A(1;5)$ và $B(-1;3)$ có phương trình là

- A. $y = 3x^2 + 2x + 1$. B. $y = 3x^2 + x + 1$.
C. $y = -3x^2 + x + 1$. D. $y = -3x^2 - x + 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 20, BC = 12, \widehat{ABC} = 120^\circ$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai ?

- a) **[NB]** $AB^2 + BC^2 = AC^2 + AB \cdot BC$
b) **[TH]** Tam giác ABC có diện tích bằng $120\sqrt{3}$.
c) **[TH]** Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{28\sqrt{3}}{3}$
d) **[VD,VDC]** Gọi M là điểm thuộc cạnh AC sao cho $CM = 3MA$. Khi đó $BM = 3\sqrt{21}$

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .

- a) **[NB]** $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$.;
b) **[TH]** $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.;
c) **[TH]** $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = \frac{a}{2}$.;
d) **[VD]** Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 3: Cho các tập hợp $A = (-\infty; m), B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 6\}, m \in \mathbb{R}$.

- a) **[NB]** Tập B chứa 5 giá trị nguyên.
b) **[TH]** Khi $m = 0$ thì $A \cap B = (0; 2]$.
c) **[TH]** Tất cả các giá trị của tham số m để $B \subset A$ là $m \geq 6$.
d) **[VD,VDC]** Tất cả các giá trị của tham số m để $C_{\mathbb{R}}A \cap B$ có đúng 3 phần tử nguyên là $m = 4$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = (m+2)x^2 + 2mx + 1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** $f(x)$ là tam thức bậc hai.
b) **[TH]** Khi $m = 0$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
c) **[TH]** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là parabol (P) nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng khi $m = 1$.
d) **[VD,VDC]** $f(x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi chỉ khi $-1 \leq m \leq 2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 850 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 42 km/h (Hình). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị km/h).

Câu 2: Điểm kiểm tra khảo sát của tổ 1 như sau: 2; 4; 7; 6; 3; 5; 7; 9; 10; 8; 6; 7; 8. Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Câu 3: Trong một cuộc thi về “bữa ăn dinh dưỡng”, ban tổ chức yêu cầu để đảm bảo lượng dinh dưỡng hằng ngày thì mỗi gia đình có 4 thành viên cần ít nhất 900 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipit trong thức ăn hằng ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị prôtêin và 200 đơn vị Lipit, 1 kg thịt heo chứa 600 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipit. Biết rằng người nội trợ chỉ được chi tối đa 200 ngàn đồng để mua thịt. Biết rằng 1 kg thịt bò giá 200 ngàn đồng, 1 kg thịt heo giá 100 ngàn đồng. Người nội trợ nên mua bao nhiêu kg thịt bò, bao nhiêu kg thịt heo để phí thấp nhất cho khẩu phần thức ăn mà vẫn đảm bảo chất dinh dưỡng?

Câu 4: Cho $\cos x + \sin x = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = |\sin x - \cos x|$.

Câu 5: Có hai con ốc Sên di chuyển trên hai nhánh của cùng một quỹ đạo Parabol (P) có phương trình $y = 4x^2 + 1$. Gọi I là đỉnh của (P), biết rằng cả hai con đều không đi tới điểm I, đồng thời đường thẳng đi qua điểm I và vị trí con thứ nhất vuông góc với đường thẳng đi qua điểm I và vị trí con thứ hai. Khi đó, quỹ tích trung điểm N của đoạn thẳng nối từ vị trí con thứ nhất đến vị trí con thứ hai khi cả hai con di chuyển là một parabol có phương trình $y = mx^2 + n$. Tính $P = m^2 + 16n^2$.

Câu 6: Cho phương trình $\sqrt{-x^2 + 9x - 2m + 40} = \sqrt{-2x^2 + 50}$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	B	C	D	A	C	A	C	B	B	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	880	3,5	150	1,2	89	345

LỜI GIẢI CHI TIẾT**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án**Câu 1:** Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ” là mệnh đề nào sau đây?

A. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$.

D. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$.

Lời giải**Chọn A**Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ” là mệnh đề $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$ **Câu 2:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải**Chọn C**Điều kiện xác định $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ nên tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.**Câu 3:** Cho tập $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A = (-1; 2)$.

B. $A = (-1; 2]$.

C. $A = [-1; 2)$.

D. $A = [-1; 2]$.

Lời giải**Chọn B**Ta có $A = (-1; 2]$.**Câu 4:** Phủ định của mệnh đề: “Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn tuần hoàn” là mệnh đề nào sau đây?**A.** Mọi số vô tỷ đều là số thập phân tuần hoàn.**B.** Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn tuần hoàn.**C.** Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.**D.** Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.**Lời giải****Chọn C**

Phủ định của mệnh đề: “Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn tuần hoàn” là Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Câu 5: Cho ba vectơ \vec{a} , \vec{b} và \vec{c} khác vectơ-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Lời giải**Chọn D**Ta có $\vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.**Câu 6:** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $x + y < 2$.

B. $x^2 + y \leq 2$.

C. $(x-4y)(x+y) \geq 0$.

D. $y^5 - 2 \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $x + y < 2$.

Câu 7: Số đôi giày bán ra trong quý III của năm 2022 của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số sau:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số (Số đôi giày bán được)	40	48	52	70	54	47	28	3

Một cửa mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

- A. 37. B. 38. **C. 40.** D. 42.

Lời giải

Chọn C

Vì cỡ 40 có tần số cao nhất.

Câu 8: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

- A. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. **B. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.**
C. $\cot(180^\circ - \alpha) = \cot \alpha$. D. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

Câu 9: Điểm $M(0; -3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} 2x - y > 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \geq 12x + 8 \end{cases}$
C. $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y > 3 \\ 2x + 5y \geq 12x + 8 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Thay $x = 0, y = -3$ vào đáp án C thỏa mãn $\begin{cases} 2.0 + 3 \leq 3 \\ 2.0 + 5.(-3) \leq 12.0 + 8 \end{cases}$

Câu 10: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\sqrt{x-3} = \sqrt{3-x}$?

- A. 0. **B. 1.** C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 11: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(4;3)$. B. $D(3;4)$. **C. $D(4;4)$.** D. $D(8;6)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $D(x; y)$. Ta có $\begin{cases} \overline{AB} = (4;1) \\ \overline{DC} = (6-x; 5-y) \end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 6-x \\ 1 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow D(2;4)$.

Câu 12: Parabol $(P): y = ax^2 + bx + 1$ đi qua hai điểm $A(1;5)$ và $B(-1;3)$ có phương trình là

A. $y = 3x^2 + 2x + 1.$

B. $y = 3x^2 + x + 1.$

C. $y = -3x^2 + x + 1.$

D. $y = -3x^2 - x + 1.$

Lời giải

Chọn B

(P) đi qua $A(1;5)$ và $B(-1;3)$ nên ta có hệ $\begin{cases} 5 = a + b + 1 \\ 3 = a - b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$

Suy ra (P): $y = 3x^2 + x + 1.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 20, BC = 12, \widehat{ABC} = 120^\circ$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai ?

a) **[NB]** $AB^2 + BC^2 = AC^2 + AB \cdot BC$

b) **[TH]** Tam giác ABC có diện tích bằng $120\sqrt{3}$.

c) **[TH]** Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{28\sqrt{3}}{3}$

d) **[VD,VDC]** Gọi M là điểm thuộc cạnh AC sao cho $CM = 3MA$. Khi đó $BM = 3\sqrt{21}$

Lời giải

a) Áp dụng định lý Côsin ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B = AB^2 + BC^2 + AB \cdot BC$.
Mệnh đề a) Sai.

b) Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} 20 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ = 60\sqrt{3}$.

Mệnh đề b) Sai.

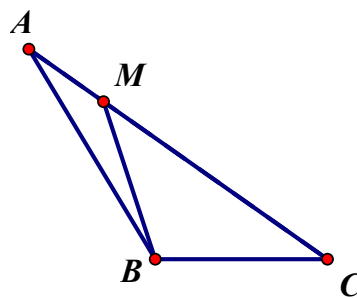
c) Áp dụng định lý Côsin :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB \cdot BC = 20^2 + 12^2 + 20 \cdot 12 = 784 \Rightarrow AC = 28.$$

Áp dụng định lý Sin ta có : $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$.

Mệnh đề c) đúng.

d)



Ta có: $\cos C = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot CA \cdot CB} = \frac{11}{14}$.

Do $CM = 3MA$, $AC = 28 \Rightarrow CM = 21$.

Áp dụng định lý Côsin trong tam giác BMC ta có :

$$BM^2 = BC^2 + CM^2 - 2 \cdot BC \cdot CM \cdot \cos \widehat{BCM} = 189 \Rightarrow BM = 3\sqrt{21}.$$

Mệnh đề d) đúng.

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .

a) **[NB]** $\vec{AH} - \vec{AB} = \vec{AH} - \vec{AC};$

b) **[TH]** $|\vec{AH} + \vec{HB}| = |\vec{AH} + \vec{HC}|;$

c) [TH] $\left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB} \right| = \frac{a}{2}$;

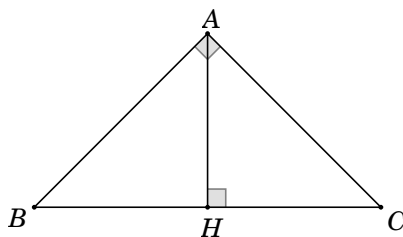
d) [VD] Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $\left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM} \right| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

a) Sai.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A , có AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BH} \\ \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH} = -\overrightarrow{BH} \end{cases}$.



b) Đúng.

Do $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $\begin{cases} AB^2 + AC^2 = BC^2 = 2a^2 & (\text{Pythagore}) \\ AB = AC \end{cases}$

$\Rightarrow AB = AC = a$

Ta có $\begin{cases} \left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} \right| = \left| \overrightarrow{AB} \right| = a \\ \left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC} \right| = \left| \overrightarrow{AC} \right| = a \end{cases} \Rightarrow \left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} \right| = \left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC} \right|$.

c) Sai.

Ta có $\left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB} \right| = \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} \right| = \left| \overrightarrow{AH} \right|$

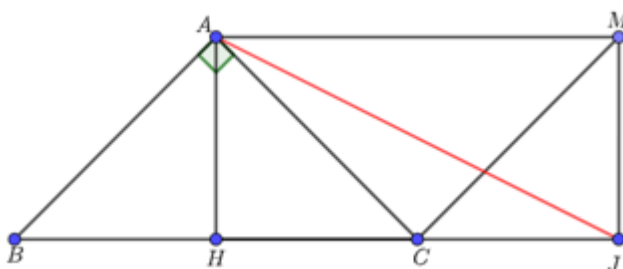
Mặt khác, AH là đường trung tuyến trong tam giác vuông ABC nên $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $\left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB} \right| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

d) Sai.

Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $\left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM} \right| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$
 \Rightarrow Tứ giác $ABCM$ là hình bình hành.



Vậy M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Suy ra $AM = BC = a\sqrt{2}$

Xét $\triangle AHM$ vuông tại A ta có : $HM = \sqrt{AH^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Ta có $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AJ}| = AJ = HM = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ (do tứ giác $AHJM$ là hình chữ nhật).

Câu 3: Cho các tập hợp $A = (-\infty; m), B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 6\}, m \in \mathbb{R}$.

- a) **[NB]** Tập B chứa 5 giá trị nguyên.
- b) **[TH]** Khi $m = 0$ thì $A \cap B = (0; 2]$.
- c) **[TH]** Tất cả các giá trị của tham số m để $B \subset A$ là $m \geq 6$.
- d) **[VD,VDC]** Tất cả các giá trị của tham số m để $C_{\mathbb{R}}A \cap B$ có đúng 3 phần tử nguyên là $m = 4$.

Lời giải

a) Đúng.

Tập $B = [2; 6]$.

Do đó tập B có 5 số nguyên 2, 3, 4, 5, 6.

b) Sai.

Khi $m = 0$ thì $A = (-\infty; 0), B = [2; 6] \Rightarrow A \cap B = \emptyset$.

c) Sai.

Để $B \subset A$ thì $m > 6$.

d) Sai.

Ta có $C_{\mathbb{R}}A = [m; +\infty); B = [2; 6]$. Tập B có 5 phần tử nguyên nên $C_{\mathbb{R}}A \cap B = [m; 6]$

Để tập $[m; 6]$ có đúng 3 phần tử nguyên thì $3 < m \leq 4$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = (m + 2)x^2 + 2mx + 1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** $f(x)$ là tam thức bậc hai.
- b) **[TH]** Khi $m = 0$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- c) **[TH]** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là parabol (P) nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng khi $m = 1$.
- d) **[VD,VDC]** $f(x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi chỉ khi $-1 \leq m \leq 2$.

Lời giải

a) $f(x)$ là tam thức bậc hai $\Leftrightarrow m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Khi $m = 0$ ta có $f(x) = 2x^2 + 1$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ là parabol có trục đối xứng $x = 0$ mà hệ số $a = 2 > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là parabol (P) nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng khi

$$\begin{cases} m \neq -2 \\ -\frac{2m}{m+2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1, \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

d) Trường hợp 1: $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Khi đó bất phương trình trở thành: $-4x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}$: không thỏa nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên ta loại $m = -2$.

Trường hợp 2: $m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Khi đó $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ m^2 - m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -1 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$.

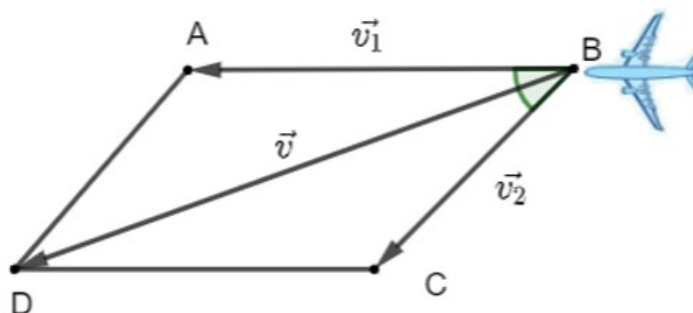
Vậy: $-1 \leq m \leq 2$ thỏa yêu cầu bài toán. Suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 850 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 42 km/h (Hình). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị km/h).

Lời giải

Đáp án: 880.



Máy bay chuyển từ đông sang tây, giả sử máy bay đi theo hướng từ B sang A , khi đó vận tốc của máy bay được biểu thị bởi $\vec{v}_1 = \overrightarrow{BA}$ và có độ lớn $|\vec{v}_1| = 850 \text{ km/h}$; luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam, giả sử gió thổi theo hướng từ B sang C , khi đó vận tốc của gió được biểu thị bởi $\vec{v}_2 = \overrightarrow{BC}$ và có độ lớn $|\vec{v}_2| = 42 \text{ km/h}$.

Khi đó vận tốc của máy bay khi gặp gió thổi là: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

Dựng hình bình hành $ABCD$ như hình vẽ.

Khi đó ta có: $ABCD$ là hình bình hành có $\widehat{ABC} = 45^\circ$.

Suy ra: $\widehat{DAB} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$; $AD = |\vec{v}_2| = 42$, $AB = |\vec{v}_1| = 850$.

Ta cần tính độ dài đoạn thẳng BD , đây chính là độ dài vectơ \vec{v} .

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABD , ta có:

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos A$$

$$= 42^2 + 850^2 - 2 \cdot 42 \cdot 850 \cdot \cos 135^\circ$$

$$\Rightarrow BD \approx 880,2$$

Vậy tốc độ mới của máy bay sau khi gặp gió thổi là 880 km/h

Câu 2: Điểm kiểm tra khảo sát của tổ 1 như sau: 2;4;7;6;3;5;7;9;10;8;6;7;8. Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Đáp án: 3,5

Sắp xếp lại mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm được: 2;3;4;5;6;6;7;7;7;8;8;9;10.

Mẫu số liệu gồm 13 giá trị nên trung vị là số chính giữa của mẫu số liệu $Q_2 = 7$.

Nửa số liệu bên trái là 2;3;4;5;6;6 gồm 6 giá trị, hai phần tử chính giữa là 4;5

Do đó, $Q_1 = (4+5):2 = 4,5$.

Nửa số liệu bên phải là 7;7;8;8;9;10 gồm 6 giá trị, hai phần tử chính giữa là 8;8.

Do đó, $Q_3 = (8+8):2 = 8$.

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là: $\Delta_Q = 8 - 4,5 = 3,5$.

Câu 3: Trong một cuộc thi về “bữa ăn dinh dưỡng”, ban tổ chức yêu cầu để đảm bảo lượng dinh dưỡng hằng ngày thì mỗi gia đình có 4 thành viên cần ít nhất 900 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipit trong thức ăn hằng ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị prôtêin và 200 đơn vị Lipit, 1 kg thịt heo chứa 600 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipit. Biết rằng người nội trợ chỉ được chi tối đa 200 ngàn đồng để mua thịt. Biết rằng 1 kg thịt bò giá 200 ngàn đồng, 1 kg thịt heo giá 100 ngàn đồng. Người nội trợ nên mua bao nhiêu kg thịt bò, bao nhiêu kg thịt heo để phí thấp nhất cho khẩu phần thức ăn mà vẫn đảm bảo chất dinh dưỡng?

Lời giải

Đáp án: 150.

Gọi x là số kg thịt bò, y là số kg thịt heo cần mua $x \geq 0, y \geq 0$.

Chi phí để mua thức ăn là $f(x; y) = 200x + 100y$ (nghàn đồng), $f(x; y) = 200x + 100y \leq 200$.

Lượng dinh dưỡng prôtêin của đồ ăn là $g(x; y) = 800x + 600y \geq 900$.

Lượng dinh dưỡng Lipit của đồ ăn là $h(x; y) = 200x + 400y \geq 400$.

Theo giả thiết ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 200x + 100y \leq 200 \\ 200x + 400y \geq 400 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \leq 2 & (1) \\ x + 2y \geq 2 & (2) \\ 8x + 6y \geq 9 & (3) \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành: Tìm các số x và y thỏa mãn hệ bất phương trình (*) sao cho

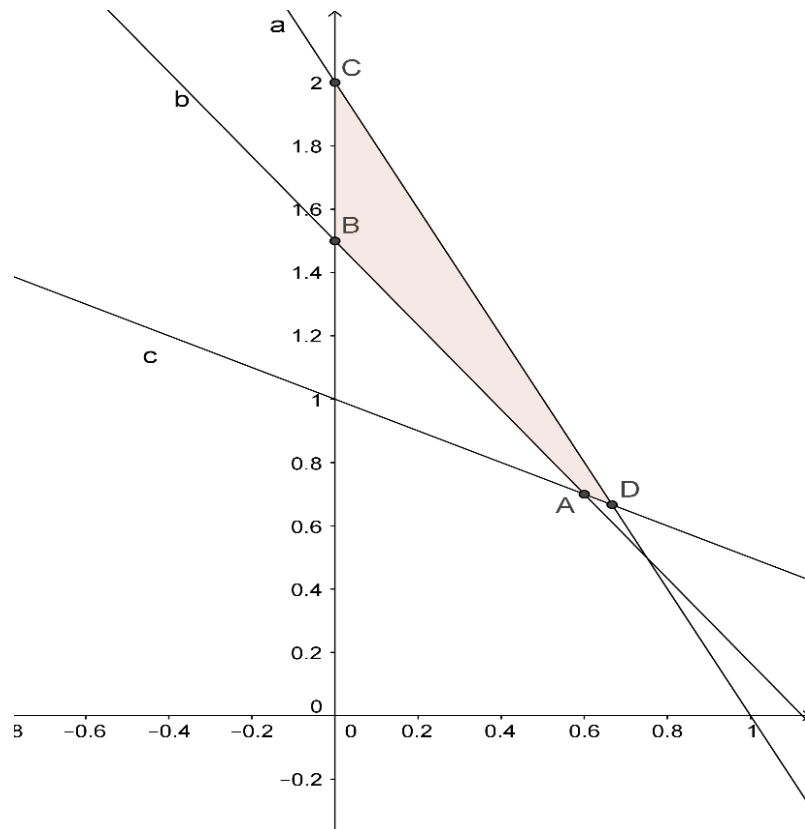
$f(x; y) = 200x + 100y$ nhỏ nhất.

Đường thẳng $a: 2x + y = 2$ đi qua $C(0;2)$, $D\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của (1).

Đường thẳng $b: 8x + 6y = 9$ đi qua $B(0;1,5)$, $A(0,6;0,7)$. Điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của (3).

Đường thẳng $c: x + 2y = 2$ đi qua $A(0,6;0,7)$, $D\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của (2).

Do đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là hình tứ giác $ABCD$ kể cả biên.



Xét tại các đỉnh A, B, C, D ta có:

Tại A , $f(0,6;0,7)=190$.

Tại B , $f(0;1,5)=150$.

Tại C , $f(2;0)=400$.

Tại D , $f\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)=200$.

Vậy chi phí thấp nhất cho khẩu phần thức ăn đảm bảo chất dinh dưỡng là 150 ngàn đồng khi người nội trợ chỉ mua 1,5 kg thịt heo.

Câu 4: Cho $\cos x + \sin x = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = |\sin x - \cos x|$.

Lời giải

Đáp án: 1,2.

Ta có $\cos x + \sin x = \frac{3}{4} \Rightarrow (\cos x + \sin x)^2 = \frac{9}{16} \Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{9}{16} \Leftrightarrow \sin x \cos x = -\frac{7}{32}$.

Mặt khác $A = |\sin x - \cos x| \Leftrightarrow A^2 = (\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \cdot \left(-\frac{7}{32}\right) = \frac{23}{16}$.

Vậy $A = |\sin x - \cos x| = \frac{\sqrt{23}}{4} \approx 1,2$.

Câu 5: Có hai con ốc Sên di chuyển trên hai nhánh của cùng một quỹ đạo Parabol (P) có phương trình $y = 4x^2 + 1$. Gọi I là đỉnh của (P), biết rằng cả hai con đều không đi tới điểm I, đồng thời đường thẳng đi qua điểm I và vị trí con thứ nhất vuông góc với đường thẳng đi qua điểm I và vị trí con thứ hai. Khi đó, quỹ tích trung điểm N của đoạn thẳng nối từ vị trí con thứ nhất đến vị trí con thứ hai khi cả hai con di chuyển là một parabol có phương trình $y = mx^2 + n$. Tính $P = m^2 + 16n^2$.

Lời giải

Đáp án: 89.

Gọi A là vị trí của con ốc Sên thứ nhất trên quỹ đạo (P).

Gọi B là vị trí của con ốc Sên thứ hai trên quỹ đạo (P).

Khi đó ta có: $A(a; 4a^2 + 1)$ nằm trên (P), đỉnh $I(0;1)$.

Do IA qua $I(0;1)$ và $A(a; 4a^2 + 1)$ nên IA có phương trình $y = 4ax + 1$

Đường thẳng IB vuông góc với IA nên phương trình IB có dạng $y = -\frac{1}{4a}x + 1$. Do đó ta có

phương trình đường thẳng IB: $x + 4ay - 4a = 0$

Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y = 4x^2 + 1 \\ x + 4ay - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B\left(\frac{-1}{16a}; \frac{1}{64a^2} + 1\right)$

N là trung điểm của AB, suy ra $N\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{32a}; 2a^2 + \frac{1}{128a^2} + 1\right)$

Nhận xét: Theo giả thiết quỹ tích N là một parabol có dạng $y = mx^2 + n$

Từ đó ta xét $x_N^2 = \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{32a}\right)^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{1}{32} + \frac{1}{1024a^2}$. Do đó

$$y_N = 2a^2 + \frac{1}{128a^2} + 1 = 8\left(\frac{a^2}{4} - \frac{1}{32} + \frac{1}{1024a^2}\right) + \frac{5}{4}$$

Vậy quỹ tích của điểm N là Parabol $y = 8x^2 + \frac{5}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 8 \\ n = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow P = 89.$$

Câu 6: Cho phương trình $\sqrt{-x^2 + 9x - 2m + 40} = \sqrt{-2x^2 + 50}$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

Lời giải

Đáp án: 345.

Ta có $\sqrt{-x^2 + 13x - 2m - 12} = \sqrt{-x^2 + 25} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2 + 50 \geq 0 \\ x^2 + 9x - 10 = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ x^2 + 9x - 10 = 2m \end{cases} \quad (1)$

Để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (1) có nghiệm thuộc đoạn $[-5; 5]$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 + 9x - 10$ và đường thẳng $y = 2m$.

Xét hàm số $y = x^2 + 9x - 10$ có bảng biến thiên như sau:

x	-5	-9/2	5
y	-30	-121/4	60

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn $[-5; 5]$ thì:

$$\frac{-121}{4} \leq 2m \leq 60 \Leftrightarrow 15,125 \leq m \leq 30 \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{16; 17; \dots; 30\}$$

Suy ra tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm là 345.

----- Hết -----

Đề thi gồm có **bộ phận**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

Sân vận động	Cẩm Phả	Thiên Trường	Hàng Đẫy	Thanh Hoá	Mỹ Đình
Chỗ ngồi	20 120	21 315	23 405	20 120	37 546

(Theo vov.vn)

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

- A. 20 120. B. 23 405. C. 21 315. D. 37 546.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = a, AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{a^2}{4}$. C. a^2 . D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 1), B = [-3; 5]$. Kết quả của phép toán $A \cap B$ là

- A. $(1; 5]$. B. $(-3; 1]$. C. $[-3; 1)$. D. $[1; 5)$.

Câu 4: Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2016 được ghi lại như sau $\bar{s} = 94444200 \pm 3000$ (người). Số quy tròn của số gần đúng 94444200 là

- A. 94400000 B. 94440000. C. 94450000. D. 94444000.

Câu 5: Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền $T = T(x)$ phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách thuê xe. Tính $T(3)$.

- A. 2,7 triệu đồng. B. 3,3 triệu đồng. C. 3,6 triệu đồng. D. 1,9 triệu đồng.

Câu 6: Cho mệnh đề P đúng và mệnh đề Q sai. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. $\bar{P} \Rightarrow \bar{Q}$. B. $P \Rightarrow Q$. C. $P \Rightarrow \bar{Q}$. D. $\bar{P} \Rightarrow Q$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để điểm $A(2; 0)$ thuộc phần mặt phẳng biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $mx + y - 2 \leq 0$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $f(x) \leq 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$.
C. $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. D. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 9: Cho hai mệnh đề P : “Số tự nhiên a chia hết cho 6” và Q : “số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”. Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ được phát biểu là

- A. “Số tự nhiên a chia hết cho 6 là điều kiện cần và đủ để số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.
- B. “Số tự nhiên a chia hết cho 6 là điều kiện cần để số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.
- C. “Số tự nhiên a chia hết cho 6 là điều kiện đủ để số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.
- D. “Số tự nhiên a chia hết cho 6 thì số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.

Câu 10: Tập hợp $A = \{1; 2\}$ có bao nhiêu tập con?

- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 11: oạn thẳng AB sao cho $MA = 3MB$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.
- B. $\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MB}$.
- C. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{MB}$.
- D. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{MB}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $-\frac{a^2}{2}$.
- B. $\frac{a^2}{2}$.
- C. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2y \leq 3 \\ x+y \leq 3 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Điểm $M(2;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.
- b) **[TH]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác kể cả biên.
- c) **[TH]** Diện tích miền nghiệm bằng 20.
- d) **[VD,VDC]** Biểu thức $F(x, y) = 3x - 2y$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = -1; y = -2$.

Câu 14: Bác Nam và Bác Linh ghi lại số cuộc điện thoại mà mỗi người gọi mỗi ngày trong 10 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên từ tháng 01/2024 ở bảng sau:

Bác Nam	2	7	3	6	1	4	1	4	5	1
Bác Linh	1	3	1	2	3	4	1	2	20	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Một của mẫu số liệu của Bác Nam là $M_0 = 1$.
- b) **[TH]** Số trung bình của số cuộc điện thoại mà Bác Linh gọi là 3,9.
- c) **[TH]** Xét theo số trung bình Bác Nam gọi điện thoại thường xuyên hơn.
- d) **[VD,VDC]** Nên dùng trung vị để so sánh số cuộc gọi của Bác Nam và Bác Linh

Câu 15: Cho tam giác ABC , biết $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** $\sin A = \frac{4}{5}$.
- b) **[TH]** $S_{\Delta ABC} = 14$.

c) [TH] $a = 3\sqrt{2}$.

d) [VD] $R + r = 3 - 2\sqrt{2}$. với R, r lần lượt là bán kính của đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của ΔABC .

Câu 16: Cho hai tập hợp $A = [-2; 3)$; $B = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Tập B được viết lại dạng khoảng là $B = (0; +\infty)$.

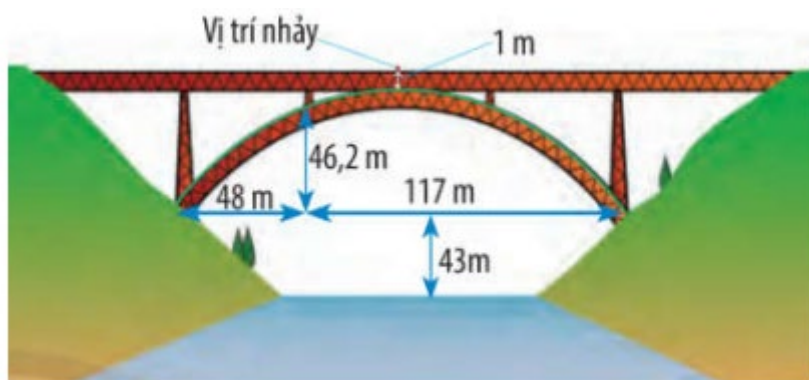
b) [TH] $A \cap B = (0; 3)$ và $A \cup B = (3; +\infty)$.

c) [TH] $D = A \cap \mathbb{Z}$, khi đó tập D có 3 phần tử.

d) [VD, VDC] Tập tất cả các giá trị của tham số m để $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) \cap (m; m + 2) = \emptyset$ là $(0; 1)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người đứng ở vị trí trên cao, thả dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất (hoặc mặt nước). Chiếc cầu có bộ phận chống đỡ dạng parabol có các thông số như hình vẽ. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.

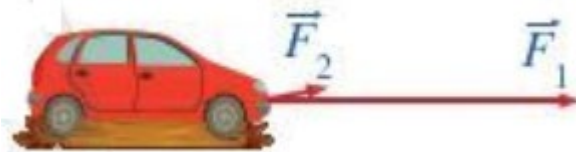


Trả lời:...

Câu 18: Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$, $B = (m - 1; m + 2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$?

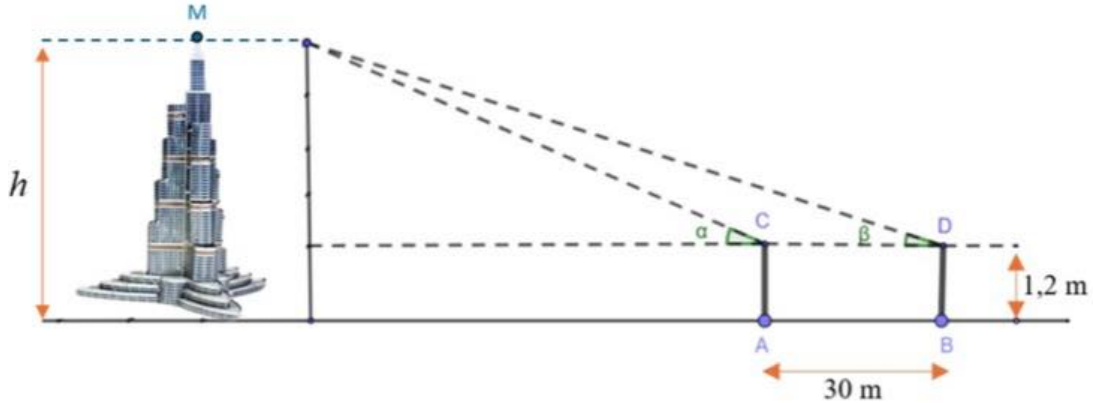
Trả lời:...

Câu 19: Một chiếc xe ô tô con bị mắc kẹt trong bùn lầy, Để kéo xe ra, người ta dùng xe cứu hộ kéo bằng cách móc một đầu vào xe con và đầu kia vào phía sau xe tải để kéo. Đồng thời một số người phụ đẩy từ phía sau xe con nữa, Biết rằng xe tải kéo với lực \vec{F}_1 theo phương ngang và có độ lớn 2000N. người đẩy với lực \vec{F}_2 có độ lớn 300N, các lực này tạo với nhau một góc 50° . Hỏi độ lớn của lực tác động lên xe Ô tô con là bao nhiêu NEW TON ?(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 20: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 1, AC = 2$. Dựng điểm M sao cho $AM \perp BC$, $AM = 3$. Đặt $\vec{AM} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$. Giá trị của $T = x^2 + y^2$ là bao nhiêu?.

Câu 21. Để đo chiều cao toà tháp người ta dùng dụng cụ đo góc có chiều cao 1,2 m đặt tại hai vị trí trên mặt đất cách nhau một khoảng $AB = 30$ m. Tại vị trí A và B góc đo thu được so với phương ngang lần lượt là $\alpha = 65^\circ$; $\beta = 50^\circ$ (hình minh hoạ). Chiều cao h của toà tháp là bao nhiêu? (kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân).



Câu 22: Công ty An Bình thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 10 khách đầu tiên có giá là 800000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 10 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 10000 đồng/người cho toàn bộ hành khách. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 700 000 đồng/người.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	B	B	B	A	D	A	A	B	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	33,3	8	2299	7,65	81,7	20

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

Sân vận động	Cẩm Phả	Thiên Trường	Hàng Đẫy	Thanh Hoá	Mỹ Đình
Chỗ ngồi	20 120	21 315	23 405	20 120	37 546

(Theo vov.vn)

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

- A. 20 120. B. 23 405. C. 21 315. D. 37 546.

Lời giải

Chọn C

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm 20120 20120 21315 23405 37546.

Trung vị 21315.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = a, AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{a^2}{4}$. C. a^2 . D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$S = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} \cdot \sin 135^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 1), B = [-3; 5]$. Kết quả của phép toán $A \cap B$ là

- A. $(1; 5]$. B. $(-3; 1]$. C. $[-3; 1)$. D. $[1; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2016 được ghi lại như sau $\bar{s} = 94444200 \pm 3000$ (người). Số quy tròn của số gần đúng 94444200 là

- A. 94400000 B. 94440000. C. 94450000. D. 94444000.

Lời giải

Chọn B

Vì độ chính xác $d = 3000$ (đến hàng nghìn) nên ta quy tròn số 94444200 đến hàng chục nghìn. Vậy số quy tròn của số gần đúng 94444200 là 94440000.

Câu 5: Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền $T = T(x)$ phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách thuê xe. Tính $T(3)$.

- A.** 2,7 triệu đồng. **B.** 3,3 triệu đồng. **C.** 3,6 triệu đồng. **D.** 1,9 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

$$T(3) = 2.1,2 + 0,9 = 3,3 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 6: Cho mệnh đề P đúng và mệnh đề Q sai. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- A.** $\bar{P} \Rightarrow \bar{Q}$. **B.** $P \Rightarrow Q$. **C.** $P \Rightarrow \bar{Q}$. **D.** $\bar{P} \Rightarrow Q$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để điểm $A(2;0)$ thuộc phần mặt phẳng biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $mx + y - 2 \leq 0$.

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $A(2;0)$ vào bất phương trình ta được $2m + 0 - 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$. Vì m nguyên dương nên có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $f(x) \leq 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$.
C. $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **D.** $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta < 0; a = 2 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 9: Cho hai mệnh đề P: “Số tự nhiên a chia hết cho 6” và Q: “số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”. Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ được phát biểu là

- A.** “Số tự nhiên a chia hết cho 6 là điều kiện cần và đủ để số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.
B. “Số tự nhiên a chia hết cho 6 là điều kiện cần để số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.
C. “Số tự nhiên a chia hết cho 6 là điều kiện đủ để số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.
D. “Số tự nhiên a chia hết cho 6 thì số tự nhiên a chia hết cho 4 và chia hết cho 3”.

Lời giải

Chọn A

Câu 10: Tập hợp $A = \{1;2\}$ có bao nhiêu tập con?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$A = \{1; 2\}$ có các tập con là $\{1; 2\}, \{1\}, \{2\}, \emptyset$.

Câu 11: Cho điểm M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 3MB$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{MA} = 3\vec{MB}$.

B. $\vec{MA} = -3\vec{MB}$.

C. $\vec{AB} = 3\vec{MB}$.

D. $\vec{AB} = -3\vec{MB}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

A. $-\frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{a^2}{2}$.

C. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2y \leq 3 \\ x+y \leq 3 \end{cases}$$
. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

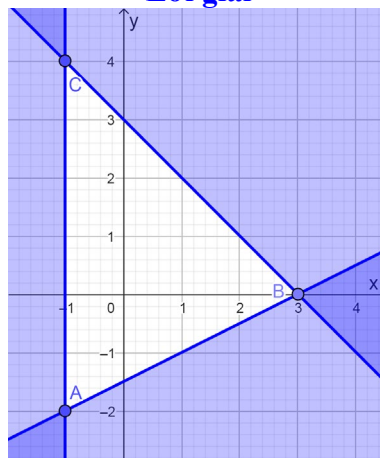
a) [NB] Điểm $M(2;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.

b) [TH] Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác kể cả biên.

c) [TH] Diện tích miền nghiệm bằng 20.

d) [VD, VDC] Biểu thức $F(x, y) = 3x - 2y$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = -1; y = -2$.

Lời giải



a) Tọa độ điểm $M(2;1)$ thỏa cả ba bất phương trình trong hệ nên $M(2;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác ABC kể cả biên với $A(-1; -2)$, $B(3; 0)$, $C(-1; 4)$, suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Gọi H là hình chiếu của B trên đường thẳng $x = -1$, suy ra $H(-1; 0)$

Ta có: $\overline{AC} = (0; 6) \Rightarrow AC = 6$

$\overline{BH} = (-4; 0) \Rightarrow BH = 4.$

Diện tích tam giác ABC : $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có: $F(-1; -2) = 1$

$F(-1; 4) = -11$

$F(3; 0) = 9$

Vậy thức $F(x, y) = 3x - 2y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 9 tại $x = 3; y = 0$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 15: Bác Nam và Bác Linh ghi lại số cuộc điện thoại mà mỗi người gọi mỗi ngày trong 10 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên từ tháng 01/2024 ở bảng sau:

Bác Nam	2	7	3	6	1	4	1	4	5	1
Bác Linh	1	3	1	2	3	4	1	2	20	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Một của mẫu số liệu của Bác Nam là $M_0 = 1$.

b) **[TH]** Số trung bình của số cuộc điện thoại mà Bác Linh gọi là 3,9.

c) **[TH]** Xét theo số trung bình Bác Nam gọi điện thoại thường xuyên hơn.

d) **[VD, VDC]** Nên dùng trung vị để so sánh số cuộc gọi của Bác Nam và Bác Linh

Lời giải

a) Ta có số ngày có một cuộc gọi là 3 ngày nên một của mẫu số liệu của Bác Nam là $M_0 = 1$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có số trung bình của số cuộc điện thoại mà Bác Linh gọi là

$\bar{x} = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 + 20}{10} = 3,9$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có số trung bình của số cuộc điện thoại mà Bác Nam gọi là

$\bar{x} = \frac{1 \cdot 3 + 2 + 3 + 4 \cdot 2 + 5 + 6 + 7}{10} = 3,4$. Do đó xét theo số trung bình Bác Linh gọi điện thoại

thường xuyên hơn. Suy ra mệnh đề **sai**.

d)

	Q_1	Q_2	Q_3
Bác Nam	1	3,5	5
Bác Linh	1	2	3

Dựa vào bảng trên nên dùng trung vị để so sánh số cuộc gọi của Bác Nam và Bác Linh

Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 15: Cho tam giác ABC , biết $b = 7$, $c = 5$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) **[NB]** $\sin A = \frac{4}{5}$.

b) **[TH]** $S_{\Delta ABC} = 14$.

c) **[TH]** $a = 3\sqrt{2}$.

d) **[VD]** $R + r = 3 - 2\sqrt{2}$. với R, r lần lượt là bán kính của đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của ΔABC .

Lời giải

- a) Ta có: $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$ (vì $\sin A > 0$). Suy ra mệnh đề **đúng**.
- b) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = 14$. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- c) Ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$. Suy ra mệnh đề **Sai**.
- d) Ta có: $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$; $p = \frac{a+b+c}{2} = 6 + 2\sqrt{2}$.
- $S_{\Delta ABC} = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14}{6 + 2\sqrt{2}} = 3 - \sqrt{2}$.
- Khi đó: $R+r = 3 - \sqrt{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{6 + 3\sqrt{2}}{2}$. Suy ra mệnh đề **Sai**.

Câu 16: Cho hai tập hợp $A = [-2; 3)$; $B = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tập B được viết lại dạng khoảng là $B = (0; +\infty)$.
- b) **[TH]** $A \cap B = (0; 3)$ và $A \cup B = (-2; +\infty)$.
- c) **[TH]** $D = A \cap \mathbb{Z}$, khi đó tập D có 3 phần tử.
- d) **[VD, VDC]** Tập tất cả các giá trị của tham số m để $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) \cap (m; m+2) = \emptyset$ là $(0; 1)$.

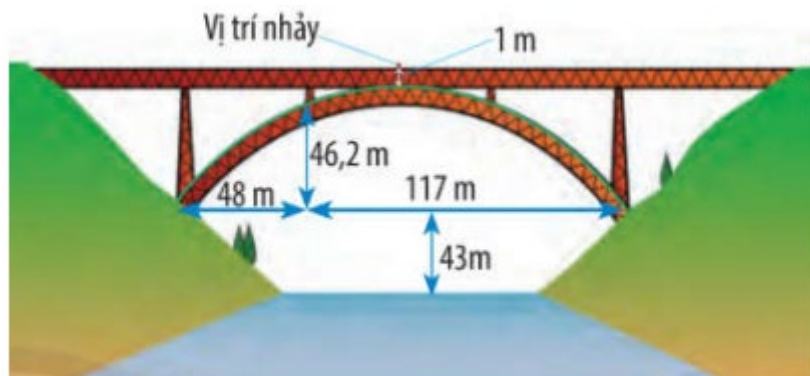
Lời giải

- a) Ta có $B = (0; +\infty)$. Do đó mệnh đề **đúng**.
- b) Ta có $A \cap B = (0; 3)$ và $A \cup B = [-2; +\infty)$. Do đó mệnh đề **sai**.
- c) $D = A \cap \mathbb{Z} = [-2; 3) \cap \mathbb{Z} = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, vậy tập D có 5 phần tử. Do đó mệnh đề **sai**.
- d) $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = \mathbb{R} \setminus (0; 3) = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

Suy ra $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) \cap (m; m+2) = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m+2 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$. Do đó mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người đứng ở vị trí trên cao, thắt dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất (hoặc mặt nước). Chiếc cầu có bộ phận chống đỡ dạng parabol có các thông số như hình vẽ. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.



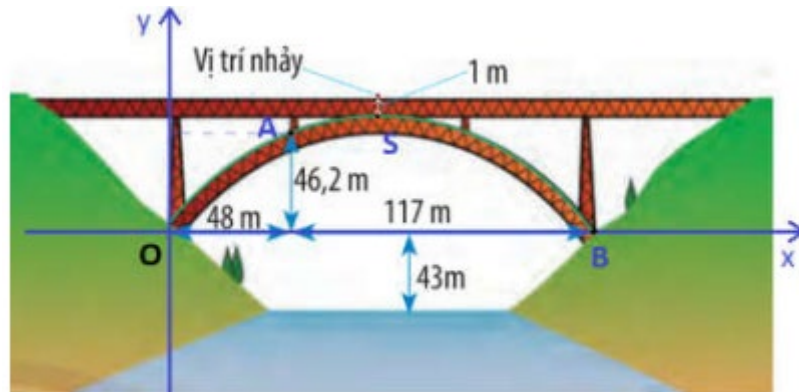
Trả lời:...

Lời giải

Đáp án: 33,3

Gọi $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ là công thức của hàm số có đồ thị là hình ảnh của bộ phận chống đỡ.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình dưới:



Gọi S là đỉnh của parabol, dưới vị trí nhảy $1m$
 A, B là các điểm như hình vẽ.

Dễ thấy: $A(48; 46,2)$ và $B(48+117; 0) = (165; 0)$.

Các điểm O, A, B đều thuộc đồ thị hàm số, do đó:

$$f(O) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$$

$$f(48) = a \cdot 48^2 + b \cdot 48 + c = 46,2 \Leftrightarrow a \cdot 48^2 + b \cdot 48 = 46,2$$

$$f(165) = a \cdot 165^2 + b \cdot 165 + c = 0 \Leftrightarrow a \cdot 165^2 + b \cdot 165 = 0$$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} a \cdot 48^2 + b \cdot 48 = 46,2 \\ a \cdot 165^2 + b \cdot 165 = 0 \end{cases}$ ta được

$$a = -\frac{77}{9360}; b = \frac{847}{624}$$

$$\text{Vậy } y = f(x) = -\frac{77}{9360}x^2 + \frac{847}{624}x$$

$$\text{Tọa độ của đỉnh } S \text{ là: } \begin{cases} x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{847}{624}}{2 \cdot \left(-\frac{77}{9360}\right)} = 82,5 \\ y_s = -\frac{77}{9360} \cdot 82,5^2 + \frac{847}{624} \cdot 82,5 \approx 56 \end{cases}$$

Khoảng cách từ vị trí nhảy đến mặt nước là:

$$1 + 56 + 43 = 100(m)$$

$$\text{Vậy chiều dài của sợi dây đó là: } \frac{100}{3} \approx 33,3(m)$$

Câu 18: Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$, $B = (m-1; m+2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$?

Trả lời:...

Lời giải

Đáp án: 8.

Ta có:

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \leq 3 \\ m-1 \geq 4 \\ -1 \leq m-1 < m+2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 5 \\ m = 0 \end{cases}$$

Vậy $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \neq 0 \end{cases}$ suy ra có 8 giá trị nguyên.

Câu 19: Một chiếc xe ô tô con bị mắc kẹt trong bùn lầy, Để kéo xe ra, người ta dùng xe cứu hộ kéo bằng cách móc một đầu vào xe con và đầu kia vào phía sau xe tải để kéo. Đồng thời một số người phụ đẩy từ phía sau xe con nữa, Biết rằng xe tải kéo với lực \vec{F}_1 theo phương ngang và có độ lớn 2000N. người đẩy với lực \vec{F}_2 có độ lớn 300N, các lực này tạo với nhau một góc 5° . Hỏi độ lớn của lực tác động lên xe Ô tô con là bao nhiêu NEW TON ?(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 2299

Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 N.

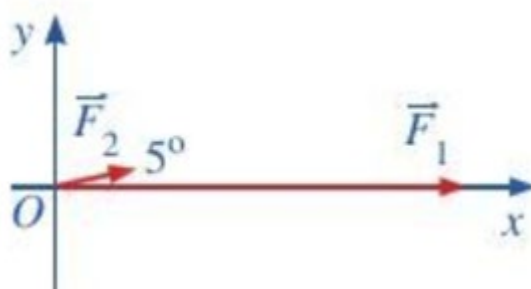
Ta có $\vec{F}_1(2000;0)$, $(\vec{F}_1; \vec{F}_2) = 5^\circ$,

suy ra $\vec{F}_2(300 \cos 5^\circ; 300 \sin 5^\circ)$.

Do đó

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (2000 + 300 \cdot \cos 5^\circ; 300 \cdot \sin 5^\circ)$

Suy ra: $|\vec{F}| = \sqrt{(2000 + 300 \cdot \cos 5^\circ)^2 + (300 \cdot \sin 5^\circ)^2} = 2299 \text{ N}$,



Câu 20: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 1, AC = 2$. Dựng điểm M sao cho $AM \perp BC$, $AM = 3$. Đặt $\vec{AM} = x \cdot \vec{AB} + y \cdot \vec{AC}$. Giá trị của $T = x^2 + y^2$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 7,65

Ta có $\vec{AM} = x \cdot \vec{AB} + y \cdot \vec{AC} \Rightarrow AM^2 = x^2 \cdot AB^2 + y^2 \cdot AC^2 \Rightarrow 9 = x^2 + 4y^2$.

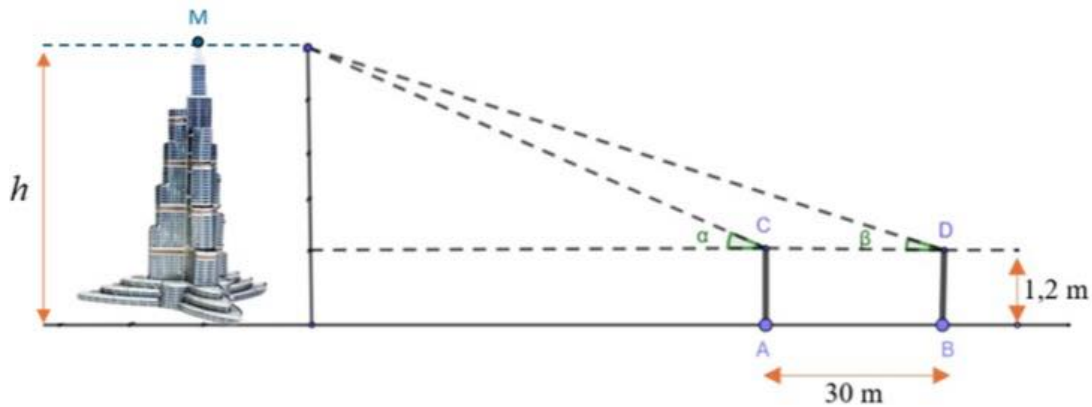
Mặt khác $AM \perp BC \Rightarrow \vec{AM} \cdot \vec{BC} = 0 \Rightarrow x \cdot \vec{AB} \cdot \vec{BC} + y \cdot \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0$.

$\Rightarrow x \cdot \vec{AB} \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) + y \cdot \vec{AC} \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = 0 \Rightarrow -x + 4y = 0$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 9 \\ -x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{144}{20} \\ x = 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{144}{20} \\ y^2 = \frac{9}{20} \end{cases}$.

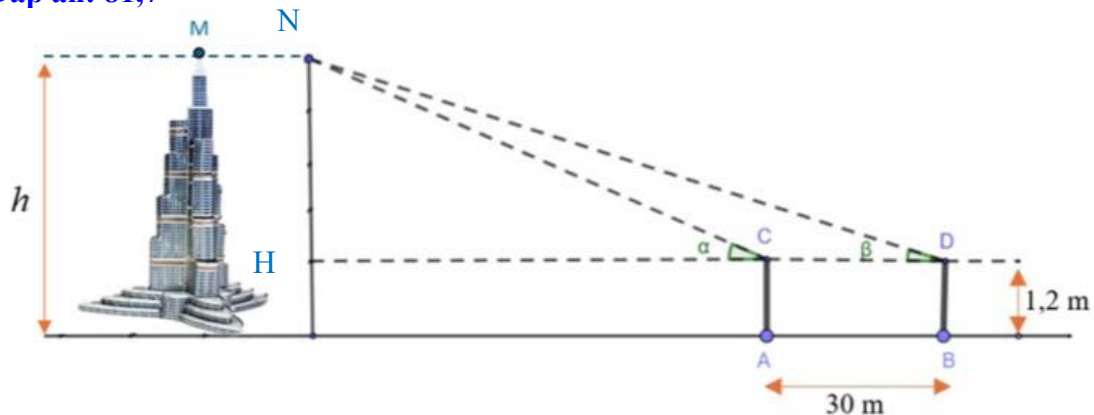
Vậy $T = x^2 + y^2 = \frac{153}{20} = 7,65$.

Câu 21. Để đo chiều cao toà tháp người ta dùng dụng cụ đo góc có chiều cao 1,2 m đặt tại hai vị trí trên mặt đất cách nhau một khoảng $AB = 30$ m. Tại vị trí A và B góc đo thu được so với phương ngang lần lượt là $\alpha = 65^\circ; \beta = 50^\circ$ (hình minh họa). Chiều cao h của toà tháp là bao nhiêu? (kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân).



Lời giải

Đáp án: 81,7



Đặt các điểm như hình vẽ.

Ta có $\alpha = 65^\circ \Rightarrow \widehat{DCN} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$. Do đó $\widehat{CND} = 180^\circ - 115^\circ - 50^\circ = 15^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác CDN ta có: $\frac{CD}{\sin N} = \frac{CN}{\sin D}$

Mà $CD = AB = 30\text{ m} \Rightarrow \frac{30}{\sin 15^\circ} = \frac{CN}{\sin 50^\circ} \Leftrightarrow CN = \frac{30 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 15^\circ} = 88,8\text{ m}$.

Xét tam giác NHC vuông tại H ta có: $NH = CN \cdot \sin \alpha = 88,8 \sin 65^\circ = 80,5\text{ m}$.

Vậy chiều cao của toà tháp là $h = 80,5 + 1,2 = 81,7\text{ m}$.

Câu 22: Công ty An Bình thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 10 khách đầu tiên có giá là 800000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 10 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 10000 đồng/người cho toàn bộ hành khách. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 700 000 đồng/người.

Lời giải

Đáp án: 20

Gọi x là số lượng khách từ người thứ 11 trở lên của nhóm ($x > 0$)

Giá vé khi có thêm x khách là: $800000 - 10000 \cdot x$ (đồng/người)

Doanh thu khi thêm x khách là: $(x + 10) \cdot (800000 - 10000x) = 10000(x + 10)(80 - x)$ (đồng)

Chi phí thực sau khi thêm x vị khách là: $700000(x + 10)$ (đồng)

Lợi nhuận khi thêm x vị khách là: $T = 10000(x + 10)(80 - x) - 700000(x + 10)$
 $= 10000(x + 10) \cdot [80 - x - 70] = 10000(x + 10)(10 - x)$

Để công ty không bị lỗ thì lợi nhuận lớn hơn hoặc bằng 0

$\Leftrightarrow 10000(x + 10)(10 - x) \geq 0 \Leftrightarrow -10 \leq x \leq 10$

Khi đó số khách du lịch tối đa là $x + 10 = 10 + 10 = 20$ người thì công ty không bị lỗ.

Đề thi gồm có **bộ phận**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 16$ " khẳng định rằng ?
A. Bình phương của mỗi số thực bằng 16.
B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 16.
C. Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 16.
D. Nếu x là một số thực thì $x^2 = 16$.
- Câu 2:** Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{x+11}$.
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-11\}$. B. $D = [-11; +\infty)$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{11\}$ D. $D = [-11; +\infty) \setminus \{0\}$
- Câu 3:** Cho tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2024\}$. Viết lại tập X dưới dạng kí hiệu?
A. $X = [2024; 2029]$. B. $X = (2024; +\infty)$. C. $X = [2024; +\infty)$. D. $X = (-\infty; 2024)$.
- Câu 4:** Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{R}, 2x \geq x^3 "$?
A. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 2x \leq x^3 "$. B. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, 2x \leq x^3 "$.
C. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 2x \neq x^3 "$. D. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 2x < x^3 "$.
- Câu 5:** Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{CA}$. B. $\overline{BA} + \overline{AD} = \overline{AC}$. C. $\overline{BC} + \overline{BA} = \overline{BD}$. D. $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{CA}$.
- Câu 6:** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn
A. $2x + 3y - 6 \geq 0$. B. $3xy - 2y + 6 \leq 0$. C. $3x^2 - 2y + 6 \geq 0$. D. $2x - 3\sqrt{y} - 6 \leq 0$
- Câu 7:** Cho phương sai của các số liệu bằng 4. Tìm độ lệch chuẩn.
A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.
- Câu 8:** Cho $90^\circ < a < 180^\circ$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau
A. $\sin a < 0, \cos a < 0$. B. $\sin a < 0, \cos a > 0$.
C. $\sin a > 0, \cos a < 0$. D. $\sin a > 0, \cos a > 0$.
- Câu 9:** Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây ?
A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$
- Câu 10:** Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ là
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 11:** Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (4; 10)$ và $\vec{b} = (2; x)$. Nếu hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương thì
A. $x = 6$. B. $x = 7$. C. $x = 4$. D. $x = 5$.
- Câu 12:** Hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
- C. Trên khoảng $(-\infty; -1)$ hàm số đồng biến.
- D. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.

HẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là $a = 5, b = 12, c = 13$.

- a) **[NB]** Chu vi của tam giác là $2p = 30$.
- b) **[TH]** Diện tích tam giác $S = 30$.
- c) **[TH]** Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $r = 3$.
- d) **[VD]** Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác gấp hai lần độ dài cạnh AB .

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 10\text{ cm}, BC = 8\text{ cm}$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$.

- a) **[NB]** Có 2 vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{A; B\}$.
- b) **[TH]** Hai vectơ \vec{AB}, \vec{CD} cùng phương.
- c) **[TH]** $\vec{AB} = \vec{CD}$.
- d) **[VD]** Gọi M là trung điểm của CD . Khi đó $|\vec{BM}| \approx 10,4\text{ cm}$.

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 6\}$ và $B = (-1; m)$ với tham số $m > -1$.

- a) **[NB]** $A = (-6; 6)$.
- b) **[TH]** Với $m = 7$ thì $A \cap B = (-6; 7)$.
- c) **[TH]** Với $m = 7$ thì $A \setminus B = (-6; -1)$.
- d) **[VD]** Có 1 giá trị nguyên của tham số m để tập hợp $(A \cup B) \cap \mathbb{N}$ có 9 phần tử.

Câu 4: Cho parabol $(P): y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = ax + 3$. Khi đó:

- a) **[NB]** Parabol (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.
- b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- c) **[TH]** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng 7.
- d) **[VD]** Với $a = k_1$ hoặc $a = k_2$ thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N và diện tích tam giác OMN bằng $\frac{9}{2}$. Ta có $k_1 + k_2 = 8$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

Câu 2: Kiểm tra khối lượng của một số quả măng cụt của hai lô hàng A và B được kết quả như sau (đơn vị: gam)

Lô A	85	82	84	83	80	82	84	85	80	81	80	82	85	85
Lô B	81	80	82	84	82	82	85	80	80	83	84	86	78	87

Hãy độ lệch chuẩn của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.

Câu 3: Anh An được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 40 đơn vị calcium (Ca), 40 đơn vị iron

(Fe) và 20 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 40 đơn vị calcium (Ca), 20 đơn vị iron (Fe) và 40 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 480 đơn vị calcium (Ca), 320 đơn vị iron (Fe) và 280 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Hỏi anh An cần phải mua bao nhiêu gói thực phẩm loại X để chi phí là thấp nhất?

Câu 4: Cho $a = 40^\circ - \alpha$, $b = 60^\circ - \alpha$, $c = 80^\circ + 2\alpha$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{\sin^3 \frac{b}{2}}{\cos\left(\frac{a+c}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{b}{2}}{\sin\left(\frac{a+c}{2}\right)} - \frac{\cos(a+c)}{\sin b} \cdot \tan b$$

Câu 5: Cổng Trường Đại học Bách khoa Hà Nội có dạng một parabol.



Hình 6.14. Cổng parabol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Theo khảo sát của bạn An khoảng cách giữa hai chân cổng là $8m$ và chiều cao của cổng tính từ một điểm trên mặt đất cách chân cổng là $0,6m$ là $3,4m$. Chiều cao của cổng parabol khi này là $h(m)$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười. Tính h .

Câu 6: Giá trị của tham số $m \in (a; b)$ để phương trình $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 12 + 4m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$. Tính $12a + 32b$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	B	D	C	A	B	C	C	B	D	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	19	2,47	10	2	12,3	134

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 16$ " khẳng định rằng ?

- A.** Bình phương của mỗi số thực bằng 16.
- B.** Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 16.
- C.** Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 16.
- D.** Nếu x là một số thực thì $x^2 = 16$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{x+11}$.

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-11\}$.
- B.** $D = [-11; +\infty)$
- C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{11\}$
- D.** $D = [-11; +\infty) \setminus \{0\}$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x+11 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -11$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-11; +\infty)$

Câu 3: Cho tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2024\}$. Viết lại tập X dưới dạng kí hiệu?

- B.** $X = [2024; 2029]$.
- B.** $X = (2024; +\infty)$.
- C.** $X = [2024; +\infty)$.
- D.** $X = (-\infty; 2024)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: "\forall x \in \mathbb{R}, 2x \geq x^3"$?

- A.** $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{R}, 2x \leq x^3"$.
- B.** $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{R}, 2x \leq x^3"$.

C. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 2x \neq x^3 "$.

D. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 2x < x^3 "$.

Lời giải

Chọn D

Phủ định mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{R}, 2x \geq x^3 "$ là $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 2x < x^3 "$.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{CA}$. B. $\overline{BA} + \overline{AD} = \overline{AC}$. C. $\overline{BC} + \overline{BA} = \overline{BD}$. D. $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{CA}$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình bình hành thì $\overline{BC} + \overline{BA} = \overline{BD}$.

Câu 6: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn

A. $2x + 3y - 6 \geq 0$. B. $3xy - 2y + 6 \leq 0$. C. $3x^2 - 2y + 6 \geq 0$. D. $2x - 3\sqrt{y} - 6 \leq 0$

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Cho phương sai của các số liệu bằng 4. Tìm độ lệch chuẩn.

A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai

Nên $s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{4} = 2$.

Câu 8: Cho $90^\circ < a < 180^\circ$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\sin a < 0, \cos a < 0$. B. $\sin a < 0, \cos a > 0$.

C. $\sin a > 0, \cos a < 0$. D. $\sin a > 0, \cos a > 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây ?

A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ là

A. 0. B. 1. B. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 11: Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (4; 10)$ và $\vec{b} = (2; x)$. Nếu hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương thì

A. $x = 6$. B. $x = 7$. C. $x = 4$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn D

Hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương khi và chỉ khi $\frac{2}{4} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 12: Hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
- C. Trên khoảng $(-\infty; -1)$ hàm số đồng biến.
- D. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.

Lời giải

Chọn B

HÀN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là $a = 5, b = 12, c = 13$.

- a) **[NB]** Chu vi của tam giác là $2p = 30$.
- b) **[TH]** Diện tích tam giác $S = 30$.
- c) **[TH]** Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $r = 3$.
- d) **[VD]** Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác gấp hai lần độ dài cạnh AB .

Lời giải

a) Đặt $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+12+13}{2} = 15 \Rightarrow 2p = 30$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Theo công thức Hê-rông, ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30 \text{ suy ra mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

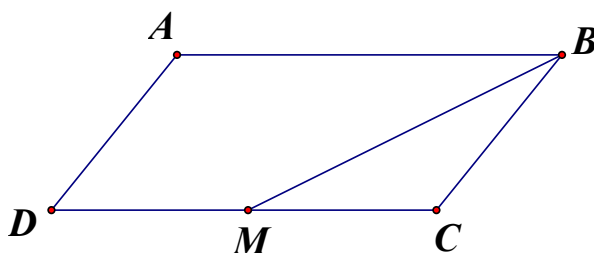
c) Ta có $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{30}{15} = 2$ suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có: $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{5 \cdot 12 \cdot 13}{4 \cdot 30} = \frac{13}{2}$; $c = 13 \Rightarrow \frac{R}{c} = \frac{1}{2}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 10\text{cm}, BC = 8\text{cm}$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$.

- a) **[NB]** Có 2 vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{A; B\}$.
- b) **[TH]** Hai vectơ \vec{AB}, \vec{CD} cùng phương.
- c) **[TH]** $\vec{AB} = \vec{CD}$.
- d) **[VD]** Gọi M là trung điểm của CD . Khi đó $|\vec{BM}| \approx 10,4\text{cm}$.

Lời giải



a) **Đúng**.

Các vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{A; B\}$ là: \vec{AB}, \vec{BA} .

b) Đúng.

Hai vectơ \vec{AB}, \vec{CD} cùng phương vì giá của chúng lần lượt là hai đường thẳng AB, CD song song với nhau.

c) Sai.

$\vec{AB} = \vec{CD}$: sai vì \vec{AB}, \vec{CD} có độ dài bằng nhau nhưng ngược hướng.

d) Sai.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 120^\circ$.

Ta có $CM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 5\text{ cm}$.

Áp dụng định lí côsin vào $\triangle BCM$ ta có:

$$BM = \sqrt{CB^2 + CM^2 - 2CB \cdot CM \cdot \cos \widehat{BCM}} = \sqrt{64 + 25 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{129} \approx 11,4\text{ cm}.$$

Vậy $|\vec{BM}| = BM \approx 11,4\text{ cm}$.

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 6\}$ và $B = (-1; m)$ với tham số $m > -1$.

a) [NB] $A = (-6; 6)$.

b) [TH] Với $m = 7$ thì $A \cap B = (-6; 7)$.

c) [TH] Với $m = 7$ thì $A \setminus B = (-6; -1)$.

d) [VD] Có 1 giá trị nguyên của tham số m để tập hợp $(A \cup B) \cap \mathbb{N}$ có 9 phần tử.

Lời giải

a) Ta có: $|x| < 6 \Leftrightarrow -6 < x < 6 \Rightarrow A = (-6; 6)$. Mệnh đề **đúng**.

b) $B = (-1; 7)$

$A \cap B = (-1; 6)$. Mệnh đề **sai**.

c) $A \setminus B = (-6; -1]$. Mệnh đề **sai**.

d) Nếu $m \leq 6$ thì $(A \cup B) \cap \mathbb{N} = (-6; 6) \cap \mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ có 6 phần tử.

Nếu $m > 6$ thì $(A \cup B) \cap \mathbb{N} = (-6; m) \cap \mathbb{N}$. Do $(A \cup B) \cap \mathbb{N}$ có 9 phần tử nên

$(A \cup B) \cap \mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Nên $8 < m \leq 9$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 9$. Mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Cho parabol $(P): y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = ax + 3$. Khi đó:

a) [NB] Parabol (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.

b) [TH] Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

c) [TH] Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng 7.

d) [VD] Với $a = k_1$ hoặc $a = k_2$ thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N và diện tích tam giác OMN bằng $\frac{9}{2}$. Ta có $k_1 + k_2 = 8$.

Lời giải

a) Parabol (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Bảng biến thiên

x	0	2	5
$f(x)$	3	-1	8

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ bằng $M = 8$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ bằng $m = -1$.

Do đó $M + m = 7$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Xét phương trình: $x^2 - 4x + 3 = ax + 3 \Leftrightarrow x^2 - (4+a)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4+a \end{cases}$.

+ Với $x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow M(0;3) \in Oy$.

+ Với $x = 4+a \Rightarrow y = a^2 + 4a + 3 \Rightarrow N(4+a; a^2 + 4a + 3)$.

Gọi H là hình chiếu của N lên OM . Suy ra $NH = |x_N| = |4+a|$.

Ta có $S_{\Delta OMN} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}OM \cdot NH = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |a+4| = \frac{9}{2} \Leftrightarrow |a+4| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 = k_1 \\ a = -7 = k_2 \end{cases}$.

Vậy $k_1 + k_2 = -8$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

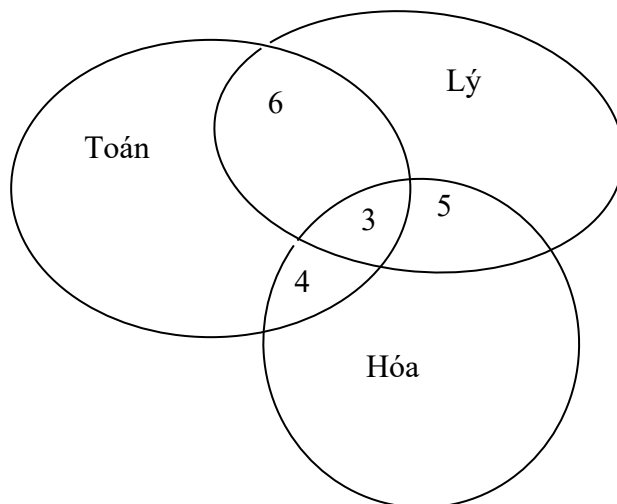
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

Lời giải

Đáp án: 19.

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp học sinh giỏi Toán, Lý, Hóa

Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn là:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 10 + 11 - 6 - 5 - 4 + 3 = 19. \end{aligned}$$

Câu 2: Kiểm tra khối lượng của một số quả măng cụt của hai lô hàng A và B được kết quả như sau (đơn vị: gam)

Lô A	85	82	84	83	80	82	84	85	80	81	80	82	85	85
Lô B	81	80	82	84	82	82	85	80	80	83	84	86	78	87

Hãy độ lệch chuẩn của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.

Lời giải

Đáp án: 2,47.

Sắp xếp khối lượng các quả măng cụt ở lô A và lô B theo thứ tự không giảm, ta được:

Lô A	80	80	80	81	82	82	82	83	84	84	85	85	85	85
Lô B	78	80	80	80	81	82	82	82	83	84	84	85	86	87

Khối lượng trung bình của cân nặng măng cụt lô A là:

$$\bar{x}(A) = \frac{1}{14} (3 \cdot 80 + 81 + 3 \cdot 82 + 83 + 2 \cdot 84 + 4 \cdot 85) = \frac{579}{7}.$$

Phương sai của cân nặng măng cụt lô A là

$$S(A)^2 = \frac{1}{14} (3 \cdot 80^2 + 81^2 + 3 \cdot 82^2 + 83^2 + 2 \cdot 84^2 - 4 \cdot 85^2) - \frac{579^2}{7^2} \approx 3,63.$$

Độ lệch chuẩn của măng cụt lô A là $S(A) = \sqrt{S(A)^2} \approx \sqrt{3,63} \approx 1,91$.

Khối lượng trung bình của cân nặng măng cụt lô B là

$$\bar{x}(A) = \frac{1}{14} (78 + 3 \cdot 80 + 81 + 3 \cdot 82 + 83 + 2 \cdot 84 + 85 + 86 + 87) = \frac{577}{7}.$$

Phương sai của cân nặng măng cụt lô B là

$$S(B)^2 = \frac{1}{14} (78^2 + 3 \cdot 80^2 + 81^2 + 3 \cdot 82^2 + 83^2 + 2 \cdot 84^2 + 85^2 + 86^2 + 87^2) - \frac{577^2}{7^2} \approx 6,10.$$

Độ lệch chuẩn của măng cụt lô B là $S(B) = \sqrt{S(B)^2} \approx \sqrt{6,10} \approx 2,47$.

Câu 3: Anh An được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 40 đơn vị calcium (Ca), 40 đơn vị iron (Fe) và 20 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 40 đơn vị calcium (Ca), 20 đơn vị iron (Fe) và 40 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hàng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 480 đơn vị calcium (Ca), 320 đơn vị iron (Fe) và 280 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Hỏi anh An cần phải mua bao nhiêu gói thực phẩm loại X để chi phí là thấp nhất?

Lời giải

Đáp án: 10.

Gọi x, y (đơn vị: gói) là số lượng gói dùi trong một ngày

Ta có: $0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 12$

Số đơn vị Ca được cung cấp là: $40x + 40y$. Ta có: $40x + 40y \geq 480$ hay $x + y \geq 12$

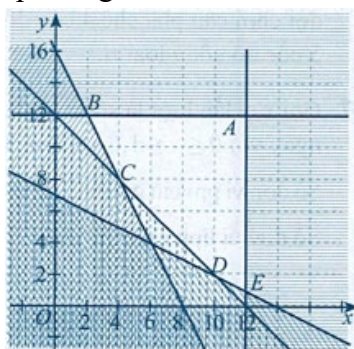
Số đơn vị Fe được cung cấp là: $40x + 20y$. Ta có: $40x + 20y \geq 320$ hay $2x + y \geq 16$

Số đơn vị vitamin B được cung cấp là: $20x + 40y$. Ta có: $20x + 40y \geq 280$ hay $x + 2y \geq 14$

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 250 (nghìn đồng) tại $x = 10; y = 2$.

Câu 4: Cho $a = 40^\circ - \alpha, b = 60^\circ - \alpha, c = 80^\circ + 2\alpha$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{\sin^3 \frac{b}{2}}{\cos\left(\frac{a+c}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{b}{2}}{\sin\left(\frac{a+c}{2}\right)} - \frac{\cos(a+c)}{\sin b} \cdot \tan b$$

Lời giải

Đáp án: 2.

Ta có $a + b + c = 180^\circ$ nên suy ra $a + c = 180^\circ - b$ và $\frac{a+c}{2} = 90^\circ - \frac{b}{2}$.

Suy ra $P = \frac{\sin^3 \frac{b}{2}}{\sin \frac{b}{2}} + \frac{\cos^3 \frac{b}{2}}{\cos \frac{b}{2}} - \frac{(-\cos b)}{\sin b} \cdot \tan b = \sin^2 \frac{b}{2} + \cos^2 \frac{b}{2} + 1 = 2$.

Câu 5: Công Trường Đại học Bách khoa Hà Nội có dạng một parabol.



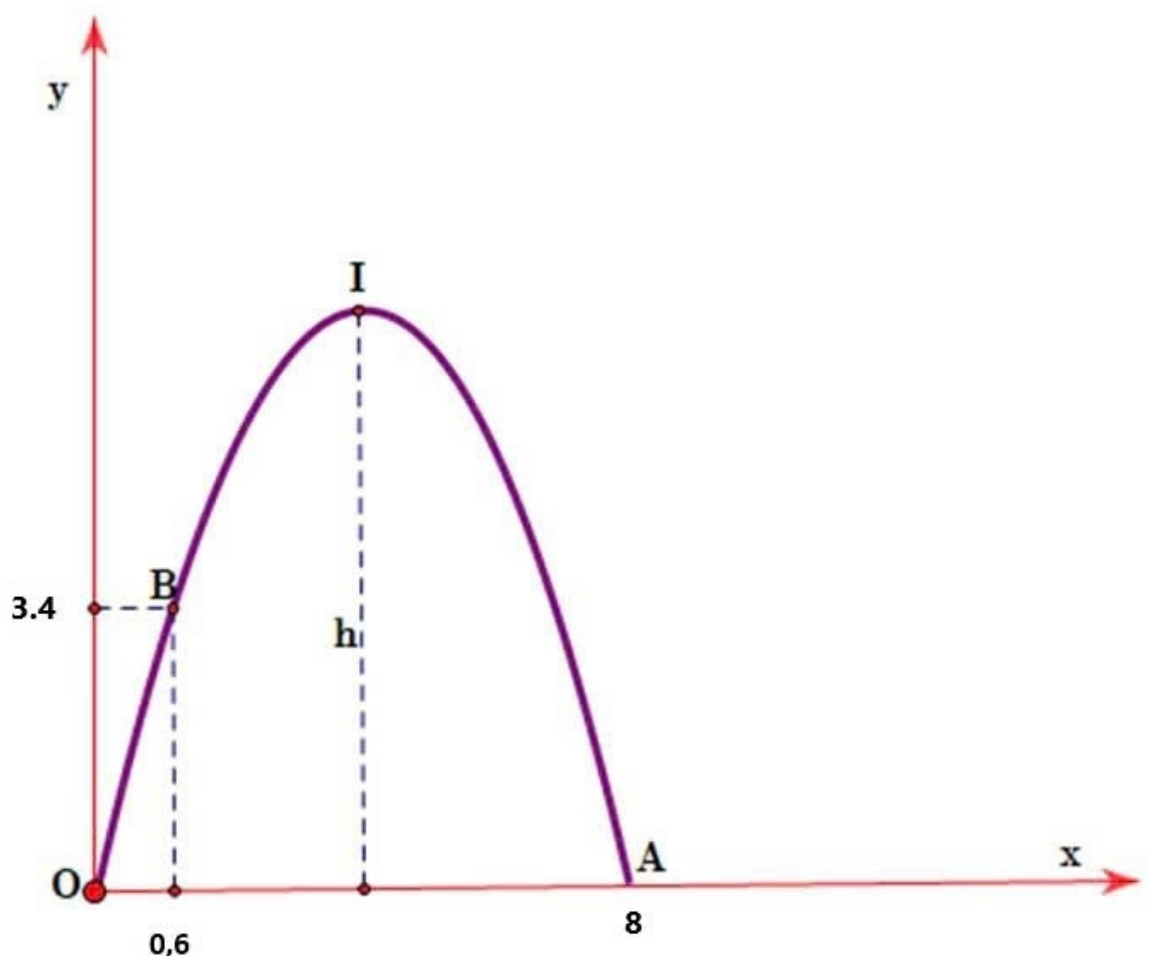
Hình 6.14. Cổng parabol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Theo khảo sát của bạn An khoảng cách giữa hai chân cổng là $8m$ và chiều cao của cổng tính từ một điểm trên mặt đất cách chân cổng là $0,6m$ là $3,4m$. Chiều cao của cổng parabol khi này là $h(m)$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười. Tính h .

Lời giải

Đáp án: 12,3.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đặt tại gốc tọa độ, chân còn lại đặt trên tia Ox . Khi đó cổng parabol là một phần của đồ thị hàm số dạng $y = ax^2 + bx$ (do parabol đi qua gốc tọa độ nên hệ số tự do bằng 0).



Parabol đi qua các điểm có tọa độ $A(8;0)$ và $B(0,6;3)$.

Do đó ta có:

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 8^2 + b \cdot 8 \\ 3,4 = a \cdot 0,6^2 + b \cdot 0,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-85}{111} \\ b = \frac{680}{111} \end{cases}.$$

Suy ra có hàm số $y = \frac{-85}{111}x^2 + \frac{680}{111}x$.

Parabol có đỉnh $I\left(4; \frac{1360}{111}\right)$.

Suy ra chiều cao của công là $\frac{1360}{111} \approx 12,3m$.

Câu 6: Giá trị của tham số $m \in (a;b)$ để phương trình $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 12 + 4m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$. Tính $12a + 32b$.

Lời giải

Đáp án: 134.

Ta có $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 12 + 4m = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2x - 3)^2 + 7(x^2 - 2x - 3) + 4m = 0$ (1).

Đặt $t = x^2 - 2x - 3$, Phương trình (1) trở thành $t^2 + 7t = -4m$ (2).

BBT

x	-1	1	2
t	6		-3
		-4	

$\forall x \in [-1;2] \Rightarrow t \in [-4;6]$.

Mỗi $t \in \{-4\} \cup (-3;6]$ cho một giá trị của $x \in [-1;2]$.

Mỗi $t \in (-4;-3]$ cho hai giá trị của $x \in [-1;2]$.

Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt $x \in [-1;2] \Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt

$t \in (-4;-3]$.

BBT:

t	-4	$-\frac{7}{2}$	-3
$t^2 + 7t$	-12		-12
		$-\frac{49}{4}$	

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -\frac{49}{4} < -4m < -12 \Leftrightarrow \frac{49}{16} > m > 3$.

Vậy $m \in \left(3; \frac{49}{16}\right) \Rightarrow a = 3, b = \frac{49}{16} \Rightarrow 12a + 32b = 134$.

----- Hết -----

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Số đôi giày bán ra trong quý IV của năm 2023 của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số sau:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số (Số đôi giày bán được)	40	48	52	70	54	47	28	3

Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

- A. 37. B. 38. C. 40. D. 42.

Câu 2: Xét tam giác ABC tùy ý có $BC = a, AC = b, AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$.

Câu 3: Cho $A = \{a; b; c\}$ và $B = \{a; c; d; e\}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $A \cap B = \{a; c\}$. B. $A \cap B = \{a; b; c; d; e\}$.
C. $A \cap B = \{b\}$. D. $A \cap B = \{d; e\}$.

Câu 4: Một cái cân khi cân một con gà cho kết quả là $6 \pm 0,2$ (kg). Cân nặng thực của con gà đó thuộc đoạn nào?

- A. $[5,8; 6]$. B. $[6; 6,2]$. C. $[5,8; 6,2]$. D. $[5; 6]$.

Câu 5: Giá trị của hàm số $y = x^2 - 2x + 1$ tại $x = -1$ bằng

- A. $y(-1) = 0$. B. $y(-1) = 4$. C. $y(-1) = 1$. D. $y(-1) = -4$.

Câu 6: Mệnh đề nào sau là mệnh đề sai?

- A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x - 2 = 0$
C. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$. D. $\forall n \in \mathbb{N}$ thì $n \leq 2n$.

Câu 7: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(-1; -1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$, $f(x) > 0$ khi:

- A. $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ B. $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup (1; +\infty)$
C. $x \in \left(-\frac{5}{3}; 1\right)$ D. $x \in \left(-1; \frac{5}{3}\right)$

Câu 9: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- A. Một tam giác là tam giác đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .
- B. Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi nó có một cạnh bình phương bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại.
- C. Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
- D. Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.

Câu 10: Số phần tử của tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ bằng:

- A. 5.
- B. 6.
- C. 4.
- D. 7.

Câu 11: Cho hình thang $MNPQ$, $MN \parallel PQ$, $MN = 2PQ$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{MN} = 2\overline{PQ}$.
- B. $\overline{MQ} = 2\overline{NP}$
- C. $\overline{MN} = -2\overline{PQ}$
- D. $\overline{MQ} = -2\overline{NP}$

Câu 12: Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
- B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.
- D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

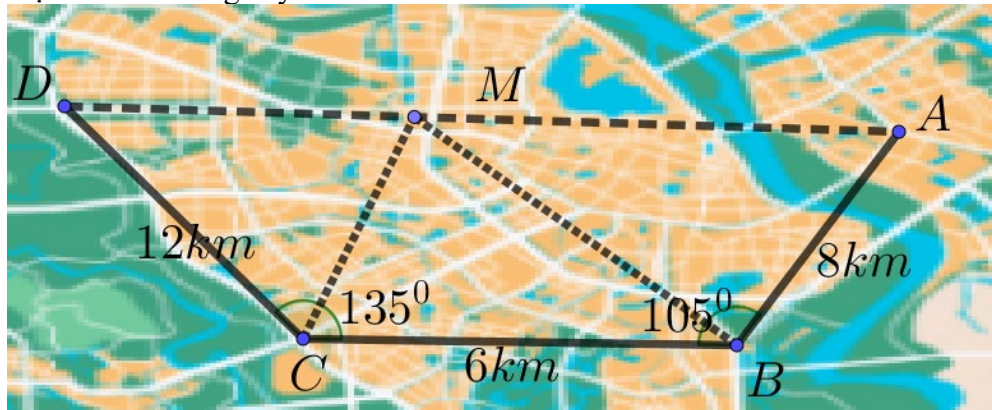
Câu 1: Cho hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{Hệ } (*))$$

Câu 2: Điểm kiểm tra của tất cả các học sinh lớp 10C được ghi lại trong bảng sau

Điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Tần số	1	1	2	2	6	7	1	x	2	$N = 25$

- a) **[NB]** Lớp 10C có 25 học sinh.
- b) **[TH]** $x = 4$.
- c) **[TH]** Các tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 = 4,5$, $Q_2 = 6$, $Q_3 = 6,5$.
- d) **[VD]** Biết rằng 25% số học sinh đạt điểm cao nhất của lớp sẽ được tuyên dương. An là một học sinh của lớp và được 7 điểm, như vậy An không được tuyên dương.

Câu 3. Trên bản đồ quy hoạch người ta định xây dựng ba tuyến đường AB, BC, CD và một tuyến cao tốc AD song song với BC như mô hình. Sau khi các đoạn đường chính xây dựng xong người ta sẽ mở thêm hai trục đường dân sinh đi từ vị trí B và C đến một vị trí trên đường cao tốc sau đó. Với thiết kế ban đầu $AB = 8 \text{ km}$, $BC = 6 \text{ km}$, $CD = 12 \text{ km}$, $\widehat{ABC} = 105^\circ$, $\widehat{BCD} = 135^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = 6\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$.
- b) Góc $\widehat{CDA} = 45^\circ$.

c) Độ dài cao tốc ngắn hơn đường gấp khúc $ABCD$ là $10,45 \text{ km}$

d) Đoạn đường $BM + MC$ ngắn nhất có được là $15(\text{km})$.

Câu 4: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 5)$ và $B = [2; 9]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \leq 5\}$.

b) **[TH]** $A \cap B = (2; 5)$.

c) **[TH]** $A \cup B = (-\infty; 9]$.

d) **[VD, VDC]** Có tất cả 2 giá trị nguyên của tham số n để tập hợp $C = (n-1; n+4]$ là tập con của tập hợp $B = [2; 9]$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

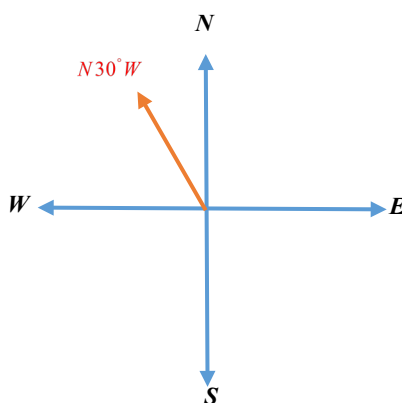
Câu 1: Một cửa hàng chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe nhãn hiệu A với chi phí mua vào một chiếc là 37 triệu đồng và bán ra với giá là 41 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 800 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu cứ giảm mỗi 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 400 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Câu 2: Cho khoảng $A = (3; m+5)$ và nửa khoảng $B = [2m+3; 13)$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho $A \cup B = (3; 13)$. Tổng các phần tử của tập hợp S là

Câu 3: Một tàu thủy di chuyển trên biển được giám sát bởi trạm trung tâm. Trên màn hình rada của trạm quan sát, ban đầu tàu ở vị trí $A(-1; 3)$, tàu chuyển động thẳng đều với vận tốc $7,5$ hải lí/giờ theo hướng của vec tơ $\vec{v}(-3; 4)$. Chạy được $1,5$ giờ thì dừng lại thả neo. Giả sử vị trí tàu dừng có tọa độ $B(a; b)$. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DA, BC . Tính góc giữa hai vec tơ \vec{AB}, \vec{CD} biết $AB = CD = 2a$, $MN = a\sqrt{3}$ (làm tròn đến hàng đơn vị)

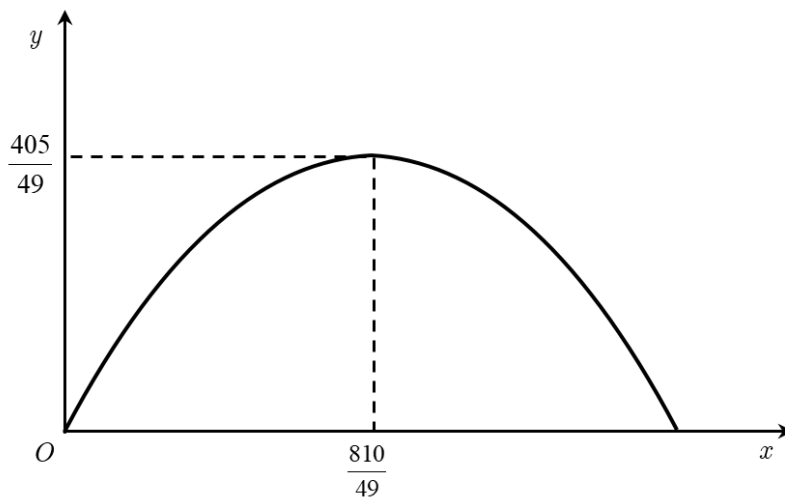
Câu 5: Trên biển, thuyền B ở vị trí cách thuyền A là 60 km về hướng $N30^\circ W$. Sau đó thuyền B chuyển động thẳng đều với vận tốc 18 km/h về hướng tây, đồng thời lúc đó, thuyền A chuyển động đều với vận tốc 42 km/h để gặp thuyền B. Biết thuyền A chuyển động theo hướng $N a^\circ W$ sau x giờ thì gặp được thuyền B. Tính a ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 6: Trong Vật lí ta biết rằng, khi một vật được ném xiên với vận tốc ban đầu v_0 , góc ném hợp với phương ngang Ox một góc α° , nếu ta bỏ qua sức cản của không khí và gió, vật chỉ chịu tác động của trọng lực với gia tốc trọng trường $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$, thì độ cao y (so với mặt đất) của vật phụ thuộc vào khoảng cách theo phương ngang $x(\text{m})$ (tính đến mặt đất tại điểm ném) theo một hàm số bậc hai cho bởi công thức:

$$y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

Một quả bóng được đá từ mặt đất lên cao với vận tốc ban đầu v_0 (m/s) và góc đá so với phương ngang là α° . Quỹ đạo chuyển động của quả bóng là một phần của đường parabol như hình vẽ



Khi quả bóng ở độ cao không dưới 6m thì khoảng cách theo phương ngang từ vị trí của quả bóng đến vị trí đá bóng nằm trong đoạn $[a; b]$. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{2} \cdot \sin \alpha + \frac{a}{b}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	A	C	B	A	C	B	D	B	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	30	3	4,25	120	52	1,31

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Số đôi giày bán ra trong quý IV của năm 2023 của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số sau:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số (Số đôi giày bán được)	40	48	52	70	54	47	28	3

Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

- A. 37. B. 38. C. 40. D. 42.

Lời giải

Chọn C

Ta có Mốt là giá trị có tần số lớn nhất nên $M_0 = 40$.

Câu 2: Xét tam giác ABC tùy ý có $BC = a, AC = b, AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào định lý cosin công thức ở đáp án **B** đúng.

Câu 3: Cho $A = \{a; b; c\}$ và $B = \{a; c; d; e\}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $A \cap B = \{a; c\}$. B. $A \cap B = \{a; b; c; d; e\}$.
C. $A \cap B = \{b\}$. D. $A \cap B = \{d; e\}$.

Lời giải

Chọn A

Phép giao của hai tập hợp là : $A \cap B = \{a; c\}$

Câu 4: Một cái cân khi cân một con gà cho kết quả là $6 \pm 0,2$ (kg). Cân nặng thực của con gà đó thuộc đoạn nào?

- A. $[5,8;6]$. B. $[6;6,2]$. C. $[5,8;6,2]$. D. $[5;6]$.

Lời giải

Chọn C

Cân nặng thực của con gà là $[6 - 0,2; 6 + 0,2] = [5,8; 6,2]$.

Câu 5: Giá trị của hàm số $y = x^2 - 2x + 1$ tại $x = -1$ bằng

- A. $y(-1) = 0$. B. $y(-1) = 4$. C. $y(-1) = 1$. D. $y(-1) = -4$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x = -1$ vào $y = x^2 - 2x + 1$ ta được $y(-1) = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 1 = 4$.

Câu 6: Mệnh đề nào sau là mệnh đề sai?

- A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x - 2 = 0$
C. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$. D. $\forall n \in \mathbb{N}$ thì $n \leq 2n$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ sai khi $x = 0$.

Câu 7: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1;1) \in S$. B. $(-1;-1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Lời giải

Chọn C

Lần lượt thay các nghiệm vào mỗi bất phương trình của hệ ta thấy chỉ có câu C là nghiệm chung của hai bất phương trình trong hệ.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$, $f(x) > 0$ khi:

- A. $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ B. $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup (1; +\infty)$
C. $x \in \left(-\frac{5}{3}; 1\right)$ D. $x \in \left(-1; \frac{5}{3}\right)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3x^2 + 2x - 5 > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 9: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. Một tam giác là tam giác đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .
B. Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi nó có một cạnh bình phương bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại.
C. Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
D. Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Xét mệnh đề A đúng vì: khi hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân, có một góc bằng 60° nên tam giác đó là tam giác đều. Ngược lại thì hiển nhiên tam giác đều suy ra được hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .

Xét mệnh đề B đúng theo định lý Pytago.

Xét mệnh đề C đúng.

Mệnh đề D sai vì khi hai tam giác đồng dạng thì ba góc của hai tam giác đó bằng nhau, các cạnh tương ứng tỉ lệ với nhau, nên điều kiện để hai tam giác bằng nhau phải có thêm cặp cạnh bằng nhau.

Câu 10: Số phần tử của tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ bằng:

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 7.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ bằng 6.

Câu 11: Cho hình thang $MNPQ$, $MN \parallel PQ$, $MN = 2PQ$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\vec{MN} = 2\vec{PQ}$.

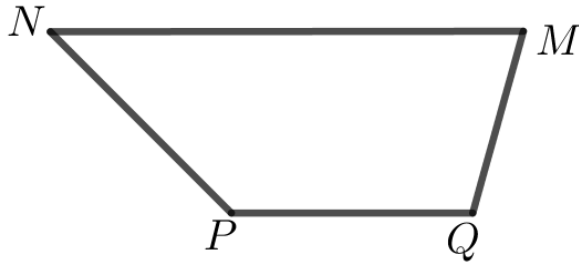
B. $\vec{MQ} = 2\vec{NP}$

C. $\vec{MN} = -2\vec{PQ}$

D. $\vec{MQ} = -2\vec{NP}$

Lời giải

Chọn C



Hình thang $MNPQ$, $MN \parallel PQ$, $MN = 2PQ \Rightarrow \vec{MN} = -2\vec{PQ}$.

Câu 12: Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

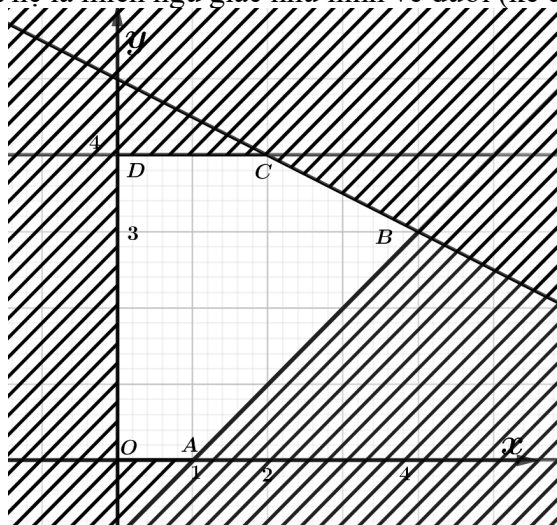
Câu 1: Cho hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{Hệ } (*))$$

Lời giải

a) **[NB]** (1; 2) thỏa mãn hệ (*).

b) **[TH]** Miền nghiệm của hệ (*) chứa tất cả các điểm trên đường thẳng $x - y - 1 = 0$.

c) **[TH]** Miền nghiệm của hệ là miền ngũ giác như hình vẽ dưới (kể cả bờ)



d) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = 3x + 2y$ với $(x; y)$ thỏa mãn hệ (*) là 18.

Lời giải

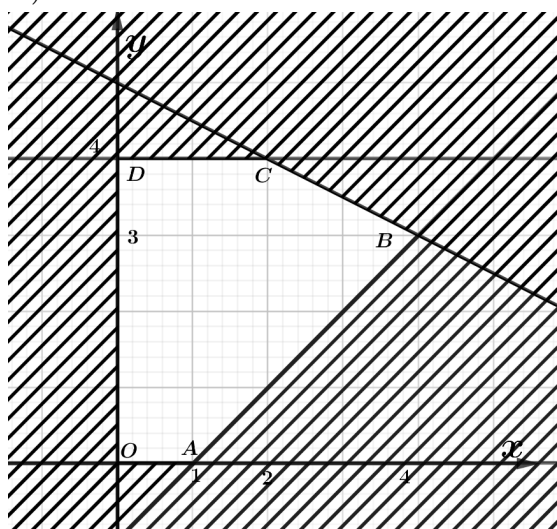
a) Thay $(1; 2)$ vào hệ $(*)$ thỏa mãn mệnh đề **đúng**.

b) Miền nghiệm của hệ $(*)$ chứa tất cả các điểm trên đường thẳng $x - y - 1 = 0$. Mệnh đề **sai** vì

chỉ lấy các điểm thuộc đường thẳng trên và thỏa mãn $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

c) + Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên mặt phẳng Oxy .

+ Miền không bị gạch chéo (miền ngũ giác $OABCD$, bao gồm cả các cạnh) trong hình bên dưới là phần giao của các miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho, với $O(0; 0)$; $A(1; 0)$; $B(4; 3)$; $C(2; 4)$; $D(0; 4)$.



Vậy mệnh đề c) **đúng**

d) + Tính giá trị của biểu thức $F(x; y) = 3x + 2y$ tại các đỉnh của ngũ giác, ta có:

$$F(0; 0) = 0, F(1; 0) = 3, F(4; 3) = 18, F(2; 4) = 14, F(0; 4) = 8.$$

+ Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = 3x + 2y$ là $F(4; 3) = 18$. Mệnh đề **đúng**

Câu 2: Điểm kiểm tra của tất cả các học sinh lớp 10C được ghi lại trong bảng sau

Điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Tần số	1	1	2	2	6	7	1	x	2	$N = 25$

a) **[NB]** Lớp 10C có 25 học sinh.

b) **[TH]** $x = 4$.

c) **[TH]** Các tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 = 4,5$, $Q_2 = 6$, $Q_3 = 6,5$.

d) **[VD]** Biết rằng 25% số học sinh đạt điểm cao nhất của lớp sẽ được tuyên dương. An là một học sinh của lớp và được 7 điểm, như vậy An không được tuyên dương.

Lời giải

a) Vì bảng điểm trên là của tất cả các học sinh lớp 10C và $N = 25$ nên lớp 10C có 25 học sinh. **Chọn đúng.**

b) Ta có: $1 + 1 + 2 + 2 + 6 + 7 + 1 + x + 2 = 25 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn sai.

c) Vì $N = 25$ nên trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = 6$.

Trung vị của nửa mẫu số liệu phía dưới là $Q_1 = \frac{4+5}{2} = 4,5$.

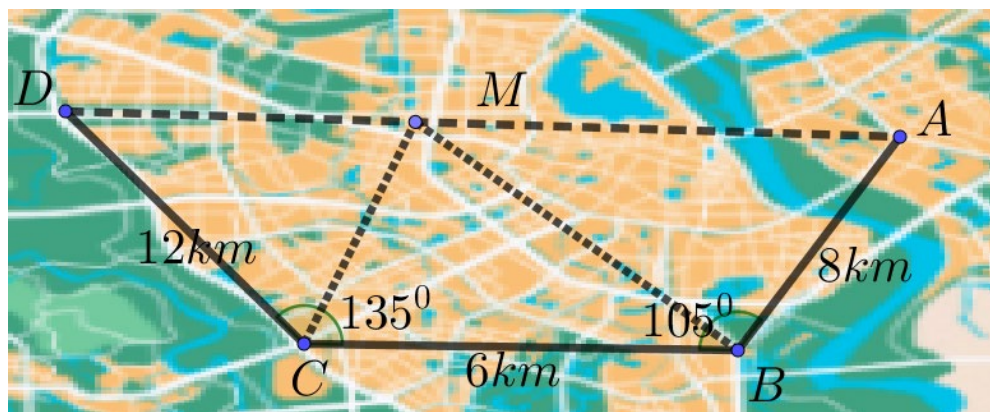
Trung vị của nửa mẫu số liệu phía trên là $Q_3 = \frac{6+7}{2} = 6,5$.

Chọn đúng.

d) Vì 25% số học sinh đạt điểm cao nhất của lớp sẽ có điểm lớn hơn hoặc bằng Q_3 , do đó bạn An được tuyên dương.

Chọn sai.

Câu 3. Trên bản đồ quy hoạch người ta định xây dựng ba tuyến đường AB, BC, CD và một tuyến cao tốc AD song song với BC như mô hình. Sau khi các đoạn đường chính xây dựng xong người ta sẽ mở thêm hai trục đường dân sinh đi từ vị trí B và C đến một vị trí trên đường cao tốc sau đó. Với thiết kế ban đầu $AB = 8\text{ km}, BC = 6\text{ km}, CD = 12\text{ km}, \widehat{ABC} = 105^\circ, \widehat{BCD} = 135^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



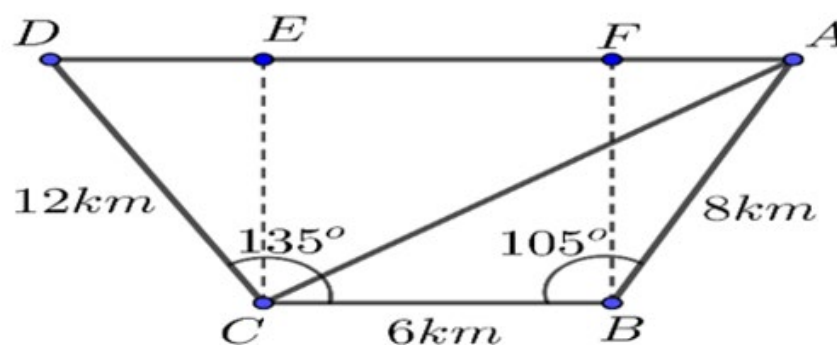
a) Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = 6\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$.

b) Góc $\widehat{CDA} = 45^\circ$.

c) Độ dài cao tốc ngắn hơn đường gấp khúc $ABCD$ là $10,45\text{ km}$

d) Đoạn đường $BM + MC$ ngắn nhất có được là $15(\text{km})$.

Lời giải



a) Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 105^\circ = 6\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$.

Vậy mệnh đề a) đúng.

b) Dụng CE, BF vuông góc với AD .

Xét tam giác CDE vuông tại E có $\widehat{CDA} = \widehat{DCE} = 45^\circ$.

Suy ra $\widehat{CDA} = 45^\circ$.

Vậy mệnh đề b) đúng.

c) Xét $\triangle ABF : \widehat{FBA} = 15^\circ \Rightarrow AF = AB \cdot \sin 15^\circ = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})\text{ km}$.

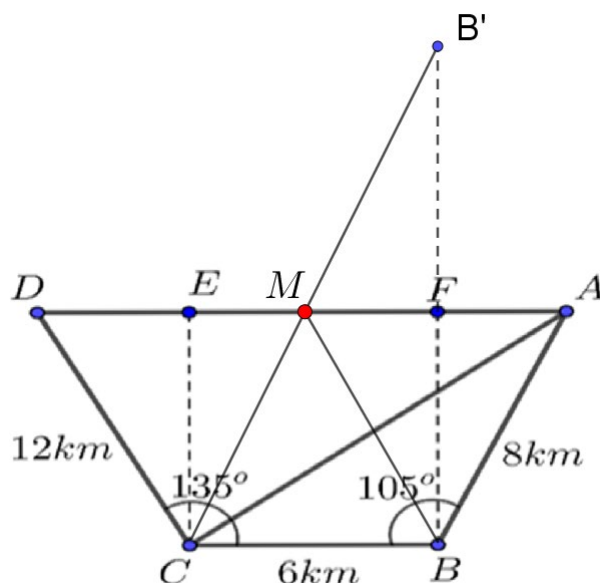
Mặt khác $EF = BC = 6\text{ km}, DE = \frac{DC}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AD = DE + EF + FA = 6\sqrt{2} + 6 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} = 6 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} \approx 16,56 \text{ km.}$$

Vậy đoạn cao tốc sẽ nhỏ hơn đoạn đường gấp khúc là: $8 + 6 + 12 - 16,56 = 9,44 \text{ (km)}$

Vậy mệnh đề c) sai.

d)



Dựng B' đối xứng với B qua AD

Ta có tổng quãng đường dân sinh là: $MB + MC = MB' + MC = B'C$

Để quãng đường ngắn nhất thì C, M, B' thẳng hàng

$$\text{Theo ý trên } BF = CE = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} \Rightarrow BB' = 12\sqrt{2}$$

$$\text{Áp dụng định lý Pitago: } B'C = \sqrt{BB'^2 + BC^2} = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 + 6^2} = 18 \text{ (km).}$$

Vậy mệnh đề d) sai.

Câu 4: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 5)$ và $B = [2; 9]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \leq 5\}$.

b) **[TH]** $A \cap B = (2; 5)$.

c) **[TH]** $A \cup B = (-\infty; 9]$.

d) **[VD, VDC]** Có tất cả 2 giá trị nguyên của tham số n để tập hợp $C = (n-1; n+4]$ là tập con của tập hợp $B = [2; 9]$.

Lời giải

a) Tập $A = (-\infty; 5) = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < 5\}$. Vậy a) sai.

b) **[TH]** $A \cap B = [2; 5)$. Vậy b) sai.

c) **[TH]** $A \cup B = (-\infty; 9]$ là mệnh đề đúng.

d) **[VD, VDC]** Để tập hợp $C = (n-1; n+4]$ là tập con của tập hợp $B = [2; 9]$ thì có điều kiện

$$\text{sau: } \begin{cases} n-1 \geq 2 \\ n+4 \leq 9 \end{cases}$$

$$\text{Giải ra ta được } \begin{cases} n \geq 3 \\ n \leq 5 \end{cases}$$

Mà n là số nguyên nên chọn $n \in \{3; 4; 5\}$. Vậy mệnh đề d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cửa hàng chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe nhãn hiệu A với chi phí mua vào một chiếc là 37 triệu đồng và bán ra với giá là 41 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 800 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu cứ giảm mỗi 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 400 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Lời giải

Đáp án: 40.

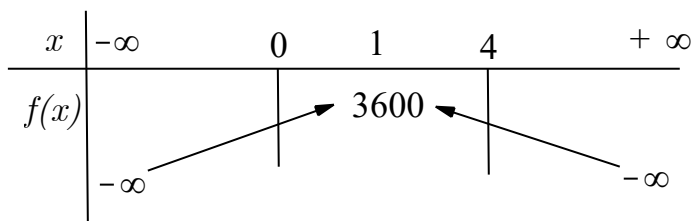
- Gọi x triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

- Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $41 - x - 37 = 4 - x$.
- Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $800 + 400x$.
- Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là:

$$f(x) = (4 - x)(800 + 400x) = -400x^2 + 800x + 3200.$$

- Xét hàm số $f(x) = -400x^2 + 800x + 3200$ trên đoạn $[0;4]$
- TXĐ: $D = R$
- Đỉnh $I(1;3600)$
- BBT:



- Vậy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3600 tại $x = 1$.

Tức là khi giảm giá mỗi xe đi 1 triệu đồng thì lợi nhuận nhiều nhất

Vậy giá mới của chiếc xe là 40 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 2: Cho khoảng $A = (3; m + 5)$ và nửa khoảng $B = [2m + 3; 13)$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho $A \cup B = (3; 13)$. Tổng các phần tử của tập hợp S là

Lời giải

Đáp án: 3.

Điều kiện đối với m để tồn tại khoảng A và nửa khoảng B là $\begin{cases} m + 5 > 3 \\ 2m + 3 < 13 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5$ (*).

Khi đó

$$A \cup B = (3; 13) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 3 > 3 \\ 2m + 3 \leq m + 5 \\ m + 5 \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq 2 \\ m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 2.$$

Kết hợp (*), ta được $0 < m \leq 2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên tập hợp các số nguyên m thỏa mãn yêu cầu của bài toán là $S = \{1; 2\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập hợp S bằng 3.

Câu 3: Một tàu thủy di chuyển trên biển được giám sát bởi trạm trung tâm. Trên màn hình rada của trạm quan sát, ban đầu tàu ở vị trí $A(-1; 3)$, tàu chuyển động thẳng đều với vận tốc 7,5 hải lí/giờ theo

hướng của vec tơ $\vec{v}(-3;4)$. Chạy được 1,5 giờ thì dừng lại thả neo. Giả sử vị trí tàu dừng có tọa độ $B(a;b)$. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 4,25

Quãng đường AB tàu chạy được là $AB = 7,5.1,5 = 11,25$ (hải lí)

Ta có $|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$

Vì tàu chạy cùng hướng với vec tơ \vec{v} nên ta có

$$\overrightarrow{AB} = \frac{11,25}{5} \vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{9}{4} \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a+1 = \frac{9}{4}(-3) \\ b-3 = \frac{9}{4}.4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-31}{4} \\ b = 12 \end{cases}$$

Suy ra $B\left(\frac{-31}{4}; 12\right)$. Vậy $a+b = 4,25$

Câu 4: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DA, BC . Tính góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ biết $AB = CD = 2a, MN = a\sqrt{3}$ (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

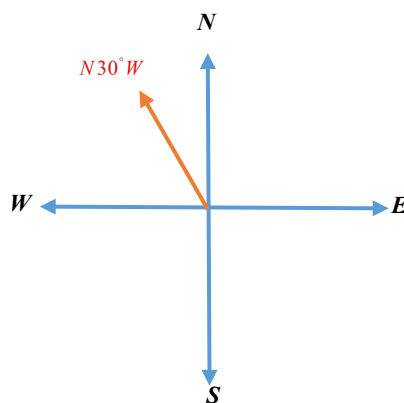
Đáp án: 120

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD})$ suy ra

$$MN^2 = \frac{1}{4}(AB^2 + CD^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -2a^2$$

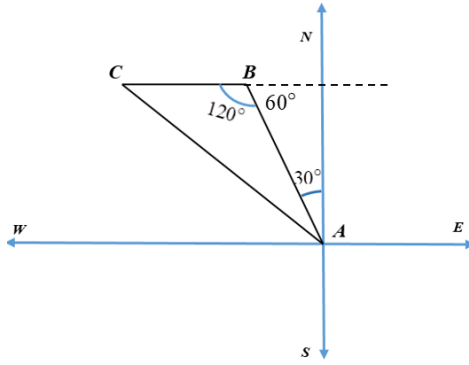
$$\text{Do đó } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD} = \frac{-2a^2}{2a \cdot 2a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 120^\circ.$$

Câu 5: Trên biển, thuyền B ở vị trí cách thuyền A là 60 km về hướng $N30^\circ W$. Sau đó thuyền B chuyển động thẳng đều với vận tốc 18 km/h về hướng tây, đồng thời lúc đó, thuyền A chuyển động đều với vận tốc 42 km/h để gặp thuyền B . Biết thuyền A chuyển động theo hướng $N a^\circ W$ sau x giờ thì gặp được thuyền B . Tính a ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 52.



Gọi thời gian để thuyền A gặp được thuyền B là t (giờ; $t > 0$) và 2 thuyền gặp nhau ở C như hình vẽ.

Do thuyền B ở vị trí cách thuyền A là 60 km về hướng $N30^\circ W$ và thuyền B chạy về hướng tây nên $\widehat{ABC} = 120^\circ$

Ta có: $AB = 60 \text{ (km)}$; $BC = 18t \text{ (km)}$; $AC = 42t \text{ (km)}$

Xét tam giác BAC có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$

$$\Leftrightarrow (42t)^2 = (18t)^2 + 60^2 - 2 \cdot 60 \cdot 18t \cdot \cos 120^\circ \Leftrightarrow 1440t^2 - 1080t - 3600 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (tm)} \\ t = -\frac{5}{4} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Đặt $\widehat{BAC} = y$, khi đó thuyền A chuyển động theo hướng $N(30 + y)^\circ W$

Xét tam giác ABC : $AB = 60 \text{ (km)}$; $BC = 36 \text{ (km)}$; $AC = 84 \text{ (km)}$.

$$\Rightarrow \frac{BC}{\sin y} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow \sin y = \frac{BC \cdot \sin B}{AC} = \frac{3\sqrt{3}}{14} \Leftrightarrow y = 21^\circ 47'$$

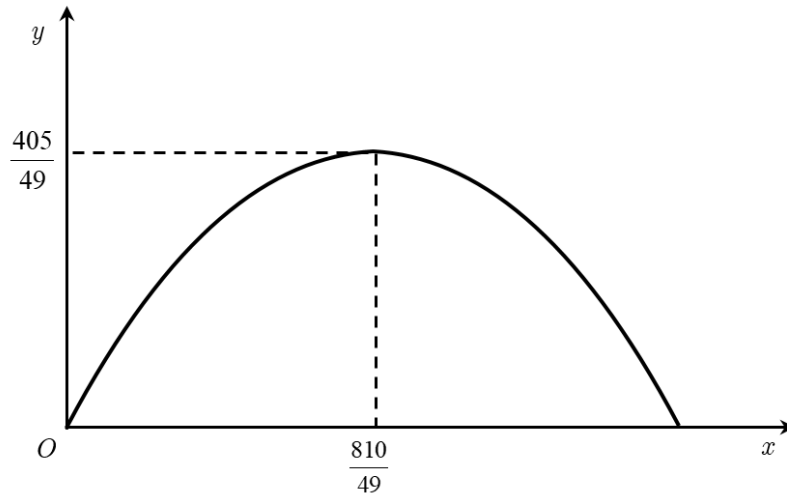
Vậy thuyền A cần chuyển động theo hướng $N51^\circ 47' W$ và sau 2 giờ thì gặp được thuyền B

Ta có: $a \approx 52$.

Câu 6: Trong Vật lí ta biết rằng, khi một vật được ném xiên với vận tốc ban đầu v_0 , góc ném hợp với phương ngang Ox một góc α° , nếu ta bỏ qua sức cản của không khí và gió, vật chỉ chịu tác động của trọng lực với gia tốc trọng trường $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$, thì độ cao y (so với mặt đất) của vật phụ thuộc vào khoảng cách theo phương ngang $x \text{ (m)}$ (tính đến mặt đất tại điểm ném) theo một hàm số bậc hai cho bởi công thức:

$$y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

Một quả bóng được đá từ mặt đất lên cao với vận tốc ban đầu $v_0 \text{ (m/s)}$ và góc đá so với phương ngang là α° . Quỹ đạo chuyển động của quả bóng là một phần của đường parabol như hình vẽ



Khi quả bóng ở độ cao không dưới 6m thì khoảng cách theo phương ngang từ vị trí của quả bóng đến vị trí đá bóng nằm trong đoạn $[a; b]$. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{2} \cdot \sin \alpha + \frac{a}{b}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 1,31.

Ta có: Tọa độ đỉnh của parabol là $\left(\frac{810}{49}; \frac{405}{49}\right)$, do đó

$$\begin{cases} \frac{810}{49} = -\frac{(\tan \alpha) \cdot (2v_0^2 \cos^2 \alpha)}{-2g} = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \\ \frac{405}{49} = \left(\frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}\right) \left(\frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}\right)^2 + (\tan \alpha) \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}}{\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}} = \frac{\frac{810}{49}}{\frac{405}{49}} \Leftrightarrow 2 \cot \alpha = 2 \Leftrightarrow \cot \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Với $\alpha = 45^\circ$ thì:

$$\frac{v_0^2 \cdot \sin(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ)}{g} = \frac{810}{49} \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{2g} = \frac{810}{49} \Leftrightarrow v_0^2 = 2g \cdot \frac{810}{49} = 324 \Leftrightarrow v_0 = 18(m/s)$$

Phương trình quỹ đạo của quả bóng là

$$y = \left(\frac{-9,8}{2 \cdot 18^2 \cdot \cos^2 45^\circ}\right) x^2 + (\tan 45^\circ) x = -\frac{49}{1620} x^2 + x.$$

Quả bóng ở độ cao không dưới 6m nghĩa là

$$y = -\frac{49}{1620} x^2 + x \geq 6 \Leftrightarrow 49x^2 - 1620x + 9720 \leq 0 \Rightarrow \frac{810 - 18\sqrt{555}}{49} \leq x \leq \frac{810 + 18\sqrt{555}}{49}.$$

Vậy khi quả bóng ở độ cao không dưới 6m thì khoảng cách theo phương ngang từ vị trí quả bóng

đến vị trí đá bóng nằm trong $\left[\frac{810 - 18\sqrt{555}}{49}; \frac{810 + 18\sqrt{555}}{49}\right]$ mét.

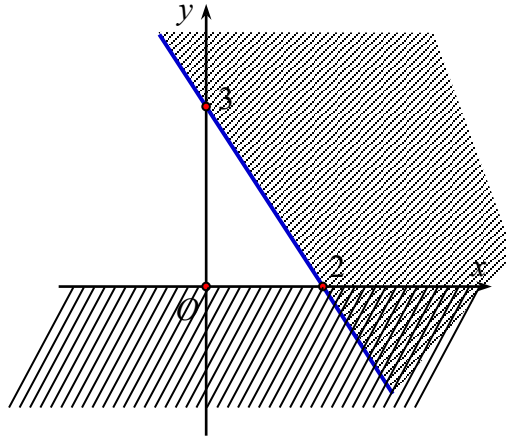
Khi đó: $\sqrt{2} \cdot \sin \alpha + \frac{a}{b} \approx 1,31$.

----- Hết -----

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Mệnh đề “Mọi số tự nhiên nhân với 1 đều bằng chính nó” được viết là
A. “ $\forall x \in \mathbb{N}^* : x.1 = x$ ”. B. “ $\exists x \in \mathbb{N}^* : x.1 = x$ ”. C. “ $\exists x \in \mathbb{N} : x.1 = x$ ”. D. “ $\forall x \in \mathbb{N} : x.1 = x$ ”.
- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3-x}$ là
A. $(-\infty; 3]$. B. $[3; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(-\infty; 3] \setminus \{0\}$.
- Câu 3.** Cho hai tập hợp $A = [0; 5)$, $B = (5; 9)$. Số phần tử nguyên của tập $A \cup B$ là
- Câu 4.** Cho mệnh đề $A : “\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 = 0”$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là
A. $\bar{A} : “\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 = 0”$. B. $\bar{A} : “\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 5 \neq 0”$.
C. $\bar{A} : “\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 \neq 0”$. D. $\bar{A} : “\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 \geq 0”$
- Câu 5.** Cho ΔABC gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng véc tơ nào?
A. \overrightarrow{PB} . B. \overrightarrow{MN} . C. \overrightarrow{BP} . D. \overrightarrow{AM} .
- Câu 6.** Cho bất phương trình $2x - y > 2$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho?
A. $O(0; 0)$. B. $D(1; 1)$. C. $E(1; 0)$. D. $F(1; -1)$.
- Câu 7.** Mẫu số liệu thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của 15 cây bạch đàn là:
6,3 6,6 7,2 7,5 7,5 7,6 7,7 7,8 7,9 8,2 8,3 8,7 8,8 8,9 9,0
Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là.
- Câu 8.** Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.
A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{5}{9}$.
- Câu 9.** Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?



- A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq -6 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$

Câu 10. Biết phương trình $\sqrt{x^2 - x + 3} = \sqrt{2x^2 + x}$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$). Tính $A = x_1 \cdot x_2 + x_1$.

A. 6. B. -6. C. 4. D. 7.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = (-3; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Giá trị của x để \vec{a} và \vec{b} cùng phương là

A. $x = 0$. B. $x = -\frac{4}{3}$. C. $x = -\frac{3}{4}$. D. $x \in \emptyset$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ có đồ thị (P) . Tìm mệnh đề sai

A. (P) có đỉnh $I(1; 3)$.

B. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$

C. (P) có trục đối xứng $x = 1$.

D. (P) cắt trục tung tại điểm $A(0; 4)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 9; AC = 5; \cos A = \frac{3}{5}$. Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

- a) **[NB]** $\sin A = -\frac{4}{5}$
- b) **[TH]** Độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{13}$.
- c) **[TH]** Góc \widehat{ACB} là góc tù.
- d) **[VD, VDC]** Tồn tại duy nhất một điểm M nằm trên cạnh AB để $\sin \widehat{AMC} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho tam giác ABC có $A(1; 4), B(4; 1), C(2; -4)$. Gọi D, M lần lượt là trung điểm của BC và AB , điểm N thuộc cạnh AC sao cho $NC = 2NA$ và gọi K là trung điểm MN .

- a) **[NB]** $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
- b) **[TH]** $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- c) **[TH]** Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

d) **[VD]** Với điểm M thay đổi trên trục Ox . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| \overline{MA} + \overline{MB} - 4\overline{MC} \right|$ bằng $\sqrt{21}$.

Câu 3: Cho ba tập hợp: $A = (-3; 5]$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$; $C = (m-1; m+2]$. Khi đó các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) **[NB]** $B = (2; +\infty)$.

b) **[TH]** $A \cup B = (-3; +\infty)$.

c) **[TH]** $A \setminus B = (-3; 2)$.

d) **[VD]** Có tất cả 6 giá trị nguyên dương của tham số m để $A \cap C \neq \emptyset$.

Câu 4: Một công ty A dự định sản xuất x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}$). Theo tính toán doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -30x^2 + 9000x + 30000$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = \frac{2000}{x} + 1000$ (nghìn đồng).

a) **[NB]** $F(1) = 38970$

b) **[TH]** Đồ thị hàm số $F(x)$ là một Parabol có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $x = 150$

c) **[TH]** Chi phí sản xuất bình quân cho 5 sản phẩm là: 1400 (nghìn đồng)

d) **[VD, VDC]** Để lợi nhuận thu được là cao nhất thì công ty cần sản xuất 133 sản phẩm

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lớp 10B3 có 30 học sinh giỏi ít nhất một môn Toán, Văn, Anh, trong đó có 6 học sinh giỏi cả Toán và Văn, 5 học sinh giỏi cả Văn và Anh, 4 học sinh giỏi cả Toán và Anh, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn, Anh. Tính số học sinh chỉ giỏi đúng một môn Toán hoặc Văn hoặc Anh của lớp 10B3.

Câu 2: Kết quả thi hết HKI môn toán của 48 học sinh lớp 10A được cho bởi bảng tần số như sau:

Điểm	5	7	8	8.5	9	10
Tần số	1	3	12	4	20	8

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu (làm tròn đến chữ số hàng trăm)

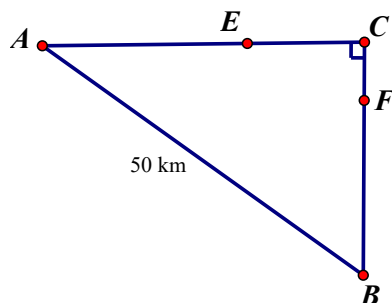
Câu 3: Bác An dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 6 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần phải trả tiền công cho 10 ngày lao động và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần phải trả tiền công cho 20 ngày lao động và thu được 50 triệu đồng. Bác An thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng? Biết bác An không thể trả tiền công quá 80 ngày lao động.

Câu 4: Cho $3\sin^2 x + 5\sin x - 2 = 0$ với $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{9\tan^2 x - \cos^2 x}{1 + \tan^2 x}$ bằng: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 28 triệu đồng và bán ra với giá 32 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 500 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá và ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng bán ra trong một năm sẽ tăng 150 chiếc. Vậy doanh nghiệp cần định giá mới là bao nhiêu để khi

thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 6: Hai xe gắn máy xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau 50km chạy về thành phố C. Vận tốc của hai xe gắn máy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là 40km/h và 45km/h , biết $AC \perp CB$. Tại thời điểm xe máy đi từ vị trí A đến vị trí E cách thành phố C 15km thì xe máy đi từ vị trí B đến vị trí F cách thành phố C 5km . Hỏi thời điểm đó là sau mấy giờ (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



----- Hết -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	D	B	C	C	D	D	B	B	B	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	21	0,95	260	0,21	31,7	0,59

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Mệnh đề “Mọi số tự nhiên nhân với 1 đều bằng chính nó” được viết là

A. “ $\forall x \in \mathbb{N}^* : x.1 = x$ ”. **B.** “ $\exists x \in \mathbb{N}^* : x.1 = x$ ”. **C.** “ $\exists x \in \mathbb{N} : x.1 = x$ ”. **D.** “ $\forall x \in \mathbb{N} : x.1 = x$ ”.

Lời giải

Chọn D

Loại A vì mệnh đề là “Mọi số tự nhiên khác 0 nhân với 1 đều bằng chính nó”.

Loại B vì mệnh đề là “Tồn tại một số tự nhiên khác 0 nhân với 1 đều bằng chính nó”.

Loại C vì mệnh đề là “Tồn tại một số tự nhiên nhân với 1 đều bằng chính nó”.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3-x}$ là

A. $(-\infty; 3]$. **B.** $[3; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $(-\infty; 3] \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; 3] \setminus \{0\}$.

Câu 3. Cho hai tập hợp $A = [0; 5)$, $B = (5; 9)$. Số phần tử nguyên của tập $A \cup B$ là

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A \cup B = [0;5) \cup (5;9)$.

Do đó tập hợp các phần tử nguyên thuộc $A \cup B$ là $\{0;1;2;3;4;6;7;8\}$.

Vậy số phần tử nguyên của tập $A \cup B$ là 8.

- Câu 4.** Cho mệnh đề $A: " \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 = 0 "$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là
- A.** $\bar{A}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 = 0 "$. **B.** $\bar{A}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 5 \neq 0 "$.
- C.** $\bar{A}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 \neq 0 "$. **D.** $\bar{A}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 \geq 0 "$

Lời giải

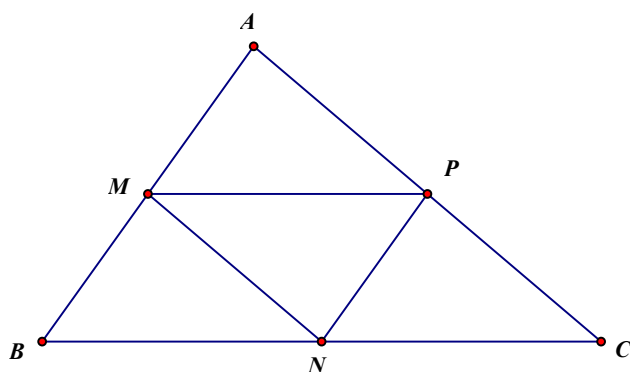
Chọn C

Ta có $A: " \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 = 0 " \Rightarrow \bar{A}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x + 5 \neq 0 "$.

- Câu 5.** Cho ΔABC gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Hỏi $\overline{MP} + \overline{NP}$ bằng véc tơ nào?
- A.** \overline{PB} . **B.** \overline{MN} . **C.** \overline{BP} . **D.** \overline{AM} .

Lời giải

Chọn C



Do M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA nên theo tính chất đường trung bình ta có: $\overline{NP} = \overline{BM}$.

$$\overline{MP} + \overline{NP} = \overline{NP} + \overline{MP} = \overline{BM} + \overline{MP} = \overline{BP}.$$

- Câu 6.** Cho bất phương trình $2x - y > 2$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho?
- A.** $O(0;0)$. **B.** $D(1;1)$. **C.** $E(1;0)$. **D.** $F(1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Lần lượt thay tọa độ của các điểm ở các phương án vào bất phương trình $2x - y > 2$ ta thấy chỉ có phương án **D** đúng.

Vì $2x - y = 2 \cdot 1 - (-1) = 3 > 2$ đúng.

Câu 7. Mẫu số liệu thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của 15 cây bạch đàn là: 6,3 6,6 7,2 7,5 7,5 7,6 7,7 7,8 7,9 8,2 8,3 8,7 8,8 8,9 9,0
Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là.

A. $R = 2,5(\text{m}); \Delta_Q = 1,3(\text{m})$.

B. $R = 2,6(\text{m}); \Delta_Q = 1,4(\text{m})$.

C. $R = 2(\text{m}); \Delta_Q = 1(\text{m})$.

D. $R = 2,7(\text{m}); \Delta_Q = 1,2(\text{m})$.

Lời giải

Chọn D

Trong mẫu số liệu số lớn nhất là 9,0 và số bé nhất là 6,3.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 9,0 - 6,3 = 2,7(\text{m}).$$

Ta có $Q_1 = 7,5(\text{m}); Q_2 = 7,8(\text{m}); Q_3 = 8,7(\text{m})$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,7 - 7,5 = 1,2(\text{m})$.

Câu 8. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{5}{9}$.

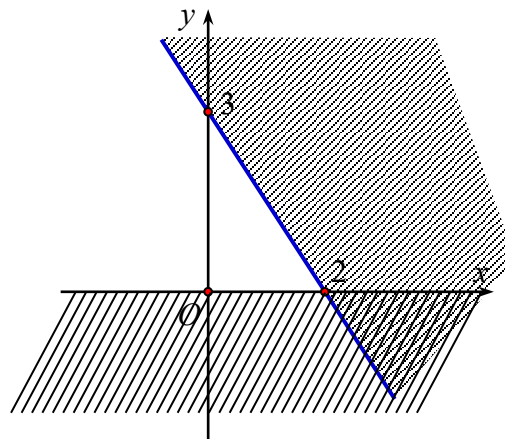
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$.

Mặt khác $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 9. Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?



A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq -6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 4 : (P)$, ta nhận thấy:

(P) có đỉnh $I(1;3)$ nên A đúng.

(P) có trục đối xứng $x = 1$ nên B sai, C đúng.

(P) cắt trục tung tại điểm $A(0;4)$ nên D đúng.

PHẦN II.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 9; AC = 5; \cos A = \frac{3}{5}$. Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

a) **[NB]** $\sin A = -\frac{4}{5}$

b) **[TH]** Độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{13}$.

c) **[TH]** Góc \widehat{ACB} là góc tù.

d) **[VD,VDC]** Tồn tại duy nhất một điểm M nằm trên cạnh AB để $\sin \widehat{AMC} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$.

Lời giải

a) **Sai.** Ta có $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25}$ mà $0^\circ < \hat{A} < 180^\circ \Rightarrow \sin A > 0 \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$.

b) **Đúng.**

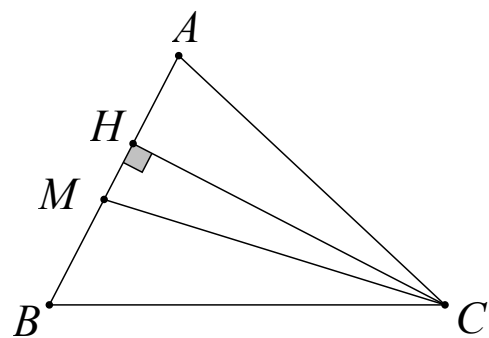
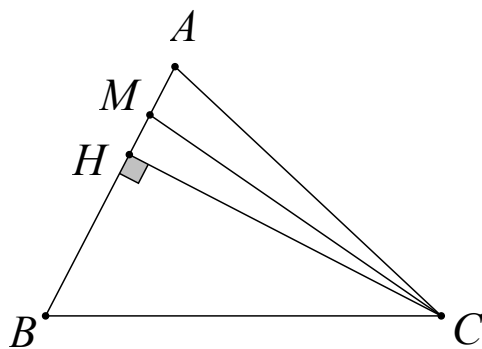
Xét $\triangle ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 9^2 + 5^2 - 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 52 \Rightarrow BC = 2\sqrt{13}$

(định lý cosin).

c) **Đúng.**

Tính theo định lý cos: $\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} = \frac{-\sqrt{13}}{65}$ Suy ra góc C tù.

d) **Sai.**



Với $\sin \widehat{AMC} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$, theo định lý sin: $\frac{AC}{\sin \widehat{AMC}} = \frac{MC}{\sin A} \Rightarrow MC = \frac{5 \cdot \frac{4}{5}}{\frac{4\sqrt{17}}{17}} = \sqrt{17}$.

Độ dài đường cao từ C của $\triangle ABC$ là $CH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A}{AB} = AC \cdot \sin A = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4$

Vì $CH < MC < AC$ nên tồn tại 1 điểm M thuộc đoạn AH thỏa $\sin \widehat{AMC} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$.

Vì $CH < MC < BC$ nên tồn tại 1 điểm M thuộc đoạn BH thỏa $\sin \widehat{AMC} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$.

Do đó tồn tại 2 điểm M thuộc cạnh AB để $\sin \widehat{AMC} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$ (như hình vẽ minh họa)

Câu 2. Trong mặt phẳng (Oxy), cho tam giác ABC có $A(1;4), B(4;1), C(2;-4)$. Gọi D, M lần lượt là trung điểm của BC và AB , điểm N thuộc cạnh AC sao cho $NC = 2NA$ và gọi K là trung điểm MN .

a) **[NB]** $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

b) **[TH]** $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

c) **[TH]** Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

d) **[VD]** Với điểm M thay đổi trên trục Ox . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}|$ bằng $\sqrt{21}$.

Lời giải

a) Điểm N thuộc cạnh AC sao cho $NC = 2NA \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Điểm M là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1+4+2}{3}; \frac{4+1-4}{3}\right) \Rightarrow G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Gọi $I(a;b)$ sao $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Ta có $\begin{cases} a = -(x_A + x_B - 4x_C) = 3 \\ b = -(y_A + y_B - 4y_C) = -21 \end{cases} \Rightarrow I(3; -21)$

Trên trục Ox lấy điểm $M(x; 0)$.

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB} - 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})| = |-2\overrightarrow{MI}| = 2MI$$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox . Suy ra $M(3; 0) \Rightarrow P_{\min} = 2\sqrt{21}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 3: Cho ba tập hợp: $A = (-3; 5]$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$; $C = (m-1; m+2]$. Khi đó các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) **[NB]** $B = (2; +\infty)$.

b) **[TH]** $A \cup B = (-3; +\infty)$.

c) **[TH]** $A \setminus B = (-3; 2)$.

d) **[VD]** Có tất cả 6 giá trị nguyên dương của tham số m để $A \cap C \neq \emptyset$.

Lời giải

a) Ta có: $B = (2; +\infty)$. Mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $A \cup B = (-3; +\infty)$. Mệnh đề **đúng**.

c) $A \setminus B = (-3; 2]$. Mệnh đề **sai**.

d) Ta có: $A \cap C = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \leq -3 \\ m-1 \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 6 \end{cases} \Rightarrow A \cap C \neq \emptyset \Leftrightarrow -5 < m < 6$. Suy ra có 5 giá trị nguyên dương của m . Mệnh đề **sai**.

Câu 4: Một công ty A dự định sản xuất x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}$). Theo tính toán doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -30x^2 + 9000x + 30000$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = \frac{2000}{x} + 1000$ (nghìn đồng).

a) **[NB]** $F(1) = 38970$

b) **[TH]** Đồ thị hàm số $F(x)$ là một Parapol có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $x = 150$

c) **[TH]** Chi phí sản xuất bình quân cho 5 sản phẩm là: 1400 (nghìn đồng)

d) **[VD,VDC]** Để lợi nhuận thu được là cao nhất thì công ty cần sản xuất 133 sản phẩm

Lời giải

a) $F(1) = -30.1^2 + 9000.1 + 30000 = 38970$

Suy ra mệnh đề đúng

b) Đồ thị hàm số $F(x)$ là một Parapol có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-9000}{2 \cdot (-30)} = 150$$

Suy ra mệnh đề đúng

c) Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $xG(x) = 1000x + 2000$

Suy ra chi phí sản xuất cho 5 sản phẩm là $1000.5 + 2000 = 7000$ (nghìn đồng)

Suy ra mệnh đề **sai**

d) Hàm lợi nhuận $H(x) = F(x) - xG(x) = -30x^2 + 8000x + 28000$.

$H(x)$ là hàm bậc hai có $a = -30 < 0$ và trục đối xứng $x = \frac{400}{3} \approx 133,33$

Bảng biến thiên của $H(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$

x	0	$\frac{400}{3}$	$+\infty$
$H(x)$			

Vì $x \in \mathbb{N}$ và dễ thấy $H(133) > H(134)$. Do đó để lợi nhuận là lớn nhất thì công ty A cần sản xuất 133 sản phẩm

Suy ra mệnh đề đúng

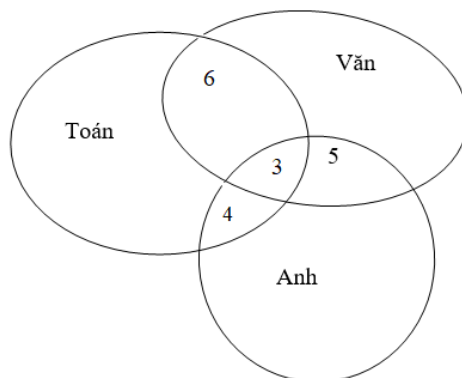
PHẦN III.

Câu 1: Lớp 10B3 có 30 học sinh giỏi ít nhất một môn Toán, Văn, Anh, trong đó có 6 học sinh giỏi cả Toán và Văn, 5 học sinh giỏi cả Văn và Anh, 4 học sinh giỏi cả Toán và Anh, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn, Anh. Tính số học sinh chỉ giỏi đúng một môn Toán hoặc Văn hoặc Anh của lớp 10B3.

Lời giải

Đáp số: 21.

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven như sau



Dựa vào biểu đồ Ven, ta có

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán và Văn nhưng không giỏi môn Anh là $6 - 3 = 3$ học sinh.

Số học sinh chỉ giỏi môn Anh và Văn nhưng không giỏi môn Toán là $5 - 3 = 2$ học sinh.

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán và Anh nhưng không giỏi môn Văn là $4 - 3 = 1$ học sinh.

Số học sinh giỏi ít nhất hai trong ba môn của lớp 10A1 là $3 + 2 + 1 + 3 = 9$ học sinh.

Vậy số học sinh giỏi đúng một môn (Toán hoặc Văn hoặc Anh) là $30 - 9 = 21$ học sinh.

Câu 2: Kết quả thi hết HKI môn toán của 48 học sinh lớp 10A được cho bởi bảng tần số như sau:

Điểm	5	7	8	8.5	9	10
Tần số	1	3	12	4	20	8

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu (làm tròn đến chữ số hàng trăm)

Lời giải

Điểm trung bình của mẫu số liệu là: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i n_i}{48} \approx 8,67$.

Phương sai của mẫu số liệu là: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{48} \approx 0,91$.

Độ lệch chuẩn là: $s \approx 0,95$.

Câu 3: Bác An dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 6 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần phải trả tiền công cho 10 ngày lao động và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần phải trả tiền công cho 20 ngày lao động và thu được 50 triệu đồng. Bác An thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng? Biết bác An không thể trả tiền công quá 80 ngày lao động.

Lời giải

Đáp án: 260

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.

Ta có các điều kiện sau:

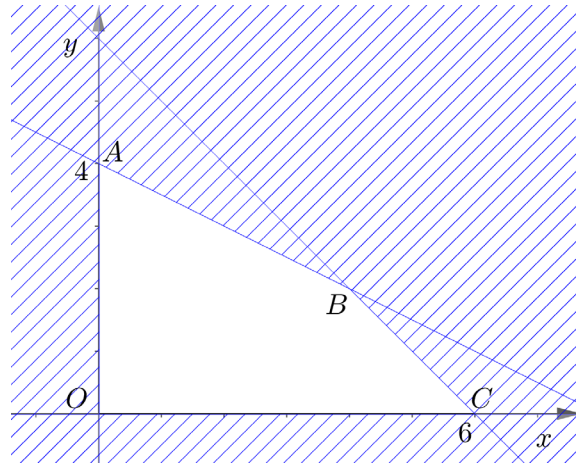
+ $x \geq 0$; $y \geq 0$

+ Diện tích canh tác không vượt quá 6 ha nên $x + y \leq 6$

+ Số ngày công lao động không vượt quá 80 ngày nên số ngày công cần trả tiền là $10x + 20y \leq 80$

Từ đó, hệ điều kiện ràng buộc:
$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 10x + 20y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình). Tọa độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0), A(0;4), B(4;2), C(6;0)$



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác An thu được, ta có: $F(x; y) = 40x + 50y$

$$F(0;0) = 0$$

$$F(4;0) = 4.50 = 200$$

$$F(4;2) = 4.40 + 2.50 = 260$$

$$F(6;0) = 6.40 = 240$$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 260 tại điểm **B**.

Vậy bác An thu được nhiều tiền nhất là 260 triệu đồng.

Câu 4: Cho $3\sin^2 x + 5\sin x - 2 = 0$ với $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{9\tan^2 x - \cos^2 x}{1 + \tan^2 x}$ bằng: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,21

$$\text{Ta có } 3\sin^2 x + 5\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -2 \\ \sin x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vì $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ nên $\sin x = \frac{1}{3}$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} A &= \frac{9\tan^2 x - \cos^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{9 \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \cos^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}} = 9\sin^2 x - \cos^4 x = 9\sin^2 x - (1 - \sin^2 x)^2 \\ &= 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^2 = \frac{17}{81} \approx 0,21 \end{aligned}$$

Câu 5: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 28 triệu

đồng và bán ra với giá 32 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 500 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá và ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng bán ra trong một năm sẽ tăng 150 chiếc. Vậy doanh nghiệp cần định giá mới là bao nhiêu để khi thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Đáp án: 31,7

Gọi x là số tiền (triệu đồng) mà doanh nghiệp dự định giảm giá $0 \leq x \leq 4$

Lợi nhuận thu được khi bán được một chiếc xe: $32 - 28 - x = 4 - x$

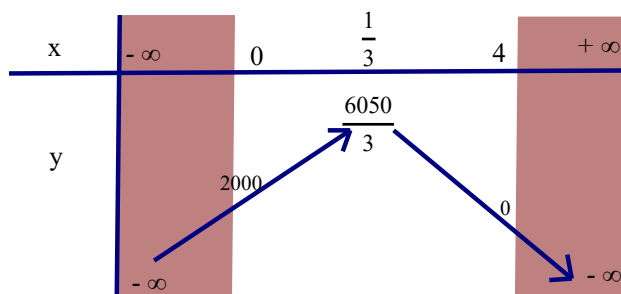
Số xe mà doanh nghiệp bán được trong một năm: $500 + 150x$

Lợi nhuận doanh nghiệp thu được trong một năm:

$$f(x) = (4 - x)(500 + 150x) = -150x^2 + 100x + 2000$$

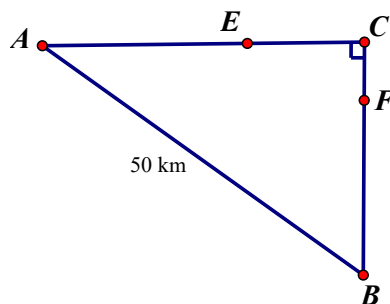
Xét hàm $f(x) = -150x^2 + 100x + 2000$ trên đoạn $[0; 4]$

Ta có bảng biến thiên khi $x \in [0; 4]$



Suy ra giá mới của 1 chiếc xe là $32 - \frac{1}{3} \approx 31,7$ triệu đồng thì lợi nhuận thu được cao nhất.

Câu 6: Hai xe gắn máy xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau 50km chạy về thành phố C. Vận tốc của hai xe gắn máy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là 40km/h và 45km/h , biết $AC \perp CB$. Tại thời điểm xe máy đi từ vị trí A đến vị trí E cách thành phố C 15km thì xe máy đi từ vị trí B đến vị trí F cách thành phố C 5km . Hỏi thời điểm đó là sau mấy giờ (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Đáp án: 0,59

Gọi x (giờ) là thời gian xe máy đi từ vị trí A đến E ($x > 0$). Do xuất phát cùng một lúc nên thời gian xe máy đi từ vị trí B đến F cũng là x giờ.

Quãng đường AE và BF lần lượt là $40x$ và $45x$ (km).

Khoảng cách từ vị trí A đến C và từ B đến C lần lượt là $40x + 15$ và $45x + 5$

Ta có phương trình sau: $50^2 = (40x + 15)^2 + (45x + 5)^2 \Leftrightarrow 3625x^2 + 1650x - 2250 = 0$

Do $x > 0$ nhận $x = 0,59$ (giờ).

--- Hết ---