

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (a \cdot \sqrt[3]{a})$

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. 4. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 2: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

- A. $S = \{10\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \{7\}$. D. $S = \{6\}$

Câu 3: Nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 243$ là:

- A. $x > 2$. B. $x > 3$. C. $x > \frac{5}{2}$. D. $x < \frac{5}{2}$.

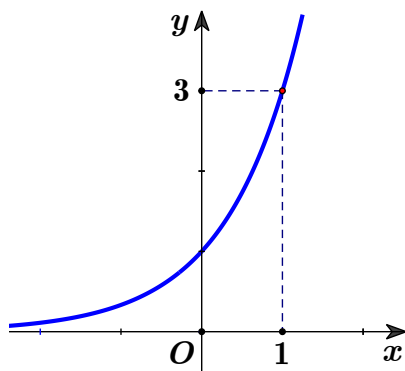
Câu 4: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt{a}}$ bằng:

- A. $a^{\frac{3}{2}}$. B. $a^{\frac{-2}{3}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 5: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$

Câu 6: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = 3^x$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $SO \perp (ABCD)$. B. $SA \perp (ABCD)$. C. $SB \perp (ABCD)$. D. $SC \perp (ABCD)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $BC \perp SB$. B. $BC \perp SA$. C. $BC \perp SD$. D. $SA \perp BD$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $(SBD) \perp (ABCD)$. B. $(SAC) \perp (ABCD)$. C. $SO \perp (ABCD)$. D. $(SAD) \perp (SAB)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

- A. \widehat{SOM} . B. \widehat{SCO} . C. \widehat{SBO} . D. \widehat{SMO} .

Câu 11: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn ước tính theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần?

- A. $t = \frac{5}{\log 3}$ giờ. B. $t = \frac{3}{\log 5}$ giờ. C. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giờ. D. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ giờ.

Câu 12: Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính tan của góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy của kim tự tháp.



- A. $\frac{49\sqrt{3}}{90}$. B. $\frac{49\sqrt{2}}{90}$. C. $\frac{49\sqrt{2}}{45}$. D. $\frac{49\sqrt{3}}{45}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \log_3(5x - 3)$.

- a) Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.
 b) Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.
 c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(6; 3)$.
 d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 2

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tam giác SBC vuông		
b)	Tam giác SCD vuông		
c)	$SC \perp (AHK)$		
d)	$HK \perp SC$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $S = (x_1 - x_2)^2$

- Câu 2:** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Hãy tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp. (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAB là tam giác đều. Tính sin của góc giữa đường thẳng SA và DC (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 4:** Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% / tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng?

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Giải phương trình: $\log_2(x^2 + 3x) = 2$.
- Câu 2:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các cạnh SB, SD . Chứng minh rằng $(AHK) \perp (SAC)$.
- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng đáy, mặt phẳng (SAB) lần lượt là 45° và 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Câu 4:** Một giá đỡ Tripod ba chân (như hình) đang được mở sao cho ba gốc chân cách đều nhau một khoảng 40 cm. Biết rằng chiều cao các chân giá đỡ là 1 m, tính chiều cao của giá đỡ so với mặt đất (theo đơn vị mét và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (a \cdot \sqrt[3]{a})$

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. 4. **D. $\frac{4}{3}$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a (a \cdot \sqrt[3]{a}) = \log_a \left(a \cdot a^{\frac{1}{3}} \right) = \log_a \left(a^{\frac{4}{3}} \right) = \frac{4}{3}.$$

Câu 2: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3 (x-1) = 2$.

- A. $S = \{10\}$.** B. $S = \emptyset$. C. $S = \{7\}$. D. $S = \{6\}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_3 (x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10.$$

Câu 3: Nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 243$ là:

- A. $x > 2$. B. $x > 3$. **C. $x > \frac{5}{2}$.** D. $x < \frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 3^{2x} > 243 \Leftrightarrow 3^{2x} > 3^5 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}.$$

Câu 4: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a \sqrt[3]{a}}$ bằng:

- A. $a^{\frac{3}{2}}$. B. $a^{\frac{-2}{3}}$. **C. $a^{\frac{2}{3}}$.** D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

$$\text{Với } a > 0, \text{ ta có } \sqrt{a \sqrt[3]{a}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{a^{\frac{4}{3}}} = a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

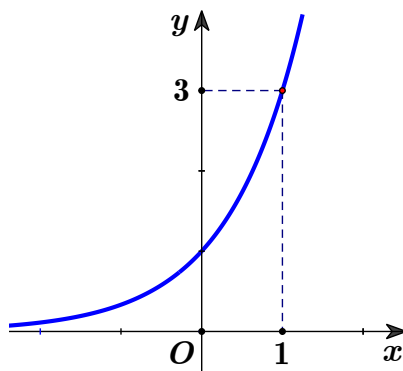
Câu 5: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 13$** B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a (b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13.$$

Câu 6: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = 3^x$.

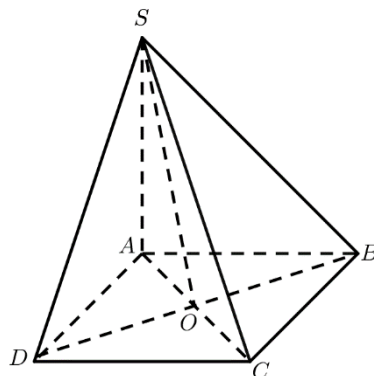
Lời giải

Đường cong là đồ thị của hàm số $y = 3^x$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $SO \perp (ABCD)$. B. $SA \perp (ABCD)$. C. $SB \perp (ABCD)$. D. $SC \perp (ABCD)$.

Lời giải



Vì $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại S có đường trung tuyến SO nên $SO \perp AC$ (1).

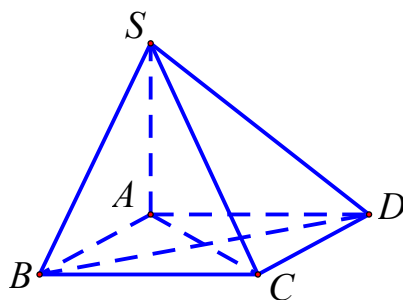
Vì $SB = SD$ nên tam giác SBD cân tại S có đường trung tuyến SO nên $SO \perp BD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $BC \perp SB$. B. $BC \perp SA$. C. $BC \perp SD$. D. $SA \perp BD$.

Lời giải

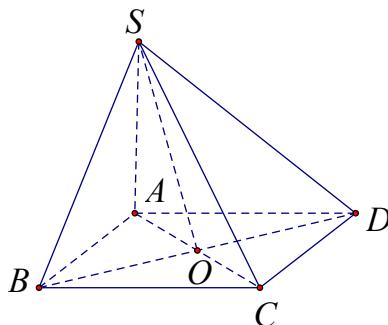


Ta có $BC \parallel AD$ nên BC không vuông góc với SD .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $(SBD) \perp (ABCD)$. B. $(SAC) \perp (ABCD)$. C. $SO \perp (ABCD)$. D. $(SAD) \perp (SAB)$.

Lời giải

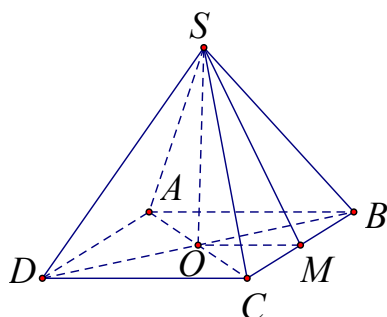


Ta có $AC \perp BD, AC \perp SO \Rightarrow AC \perp (SBD)$. Do $AC \subset (ABCD)$ nên $(ABCD) \perp (SBD)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

- A. \widehat{SOM} . B. \widehat{SCO} . C. \widehat{SBO} . D. \widehat{SMO} .

Lời giải



Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$.

Hai tam giác SBC và OBC cân đáy BC nên $SM \perp BC, OM \perp BC$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc giữa SM, OM hay chính là \widehat{SMO} .

Câu 11: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn ước tính theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần?

- A. $t = \frac{5}{\log 3}$ giờ. B. $t = \frac{3}{\log 5}$ giờ. C. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giờ. D. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ giờ.

Lời giải

Thay các dữ kiện ta có phương trình $300 = 100.e^{5r} \Rightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$.

Để số lượng vi khuẩn tăng 10 lần (tức 1000 con), ta có $1000 = 100.e^{\frac{\ln 3}{5}t} \Rightarrow t = \frac{5}{\log 3}$.

Câu 12: Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính tan của góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy của kim tự tháp.



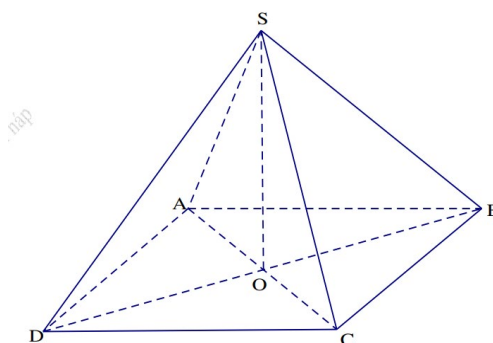
A. $\frac{49\sqrt{3}}{90}$.

B. $\frac{49\sqrt{2}}{90}$.

C. $\frac{49\sqrt{2}}{45}$.

D. $\frac{49\sqrt{3}}{45}$.

Lời giải



Xét hình chóp đều $S.ABCD$ có O là tâm hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$. Dẫn đến góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SAO} = \alpha$.

Ta có $\tan \alpha = \frac{SO}{AO} = \frac{98}{90\sqrt{2}} = \frac{49\sqrt{2}}{90}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \log_3(5x - 3)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

b) Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(6; 3)$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 2

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai: Hàm số xác định $\Leftrightarrow 5x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$, do đó hàm số có TXĐ: $D = \left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

b) Đúng:

Hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ có cơ số bằng $3 > 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

c) Đúng: Với $x = 6$ thì $y = \log_3(5 \cdot 6 - 3) = \log_3 27 = 3$.

Vậy đồ thị hàm số qua điểm $M(6; 3)$.

d) Đúng: Do hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$

Suy ra $\underset{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]}{\text{Max}} f(x) = f\left(\frac{12}{5}\right) = \log_3\left(5 \cdot \frac{12}{5} - 3\right) = 2$ và $\underset{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]}{\text{Min}} f(x) = f\left(\frac{4}{5}\right) = \log_3\left(5 \cdot \frac{4}{5} - 3\right) = 0$.

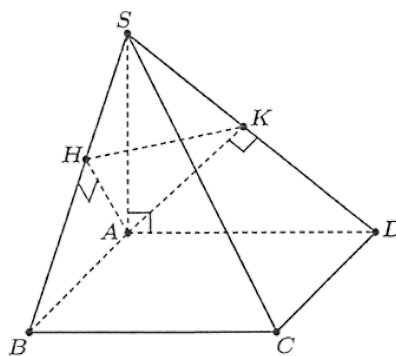
Vậy $\underset{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]}{\text{Max}} f(x) + \underset{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]}{\text{Min}} f(x) = 2$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tam giác SBC vuông		
b)	Tam giác SCD vuông		
c)	$SC \perp (AHK)$		
d)	$HK \perp SC$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



a) Đúng

Tam giác SBC vuông.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \left(SA \perp (ABCD) \right) \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Vì $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ SB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$ hay ΔSBC vuông tại B .

b) Đúng

Tam giác SCD vuông.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$\text{Vì } \begin{cases} CD \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD \text{ hay } \Delta SCD \text{ vuông tại } D.$$

c) Đúng

$$SC \perp (AHK)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \text{ (} BC \perp (SAB) \text{)} \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC. (1)$$

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \text{ (} CD \perp (SAD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK)$,

d) Đúng

$$HK \perp SC.$$

Mà $HK \subset (AHK)$ nên $HK \perp SC$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $S = (x_1 - x_2)^2$

Lời giải

Trả lời: 2

Điều kiện: $2 < x \neq 4$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho trở thành

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0 \Leftrightarrow \log_3(x-2)|x-4| = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ (x-2)(x-4) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 6x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, PT có nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{2}; x_2 = 3$. Vậy $S = 2$.

Câu 2: Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Hãy tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp. (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 46

Gọi I là trung điểm BC. Suy ra : $SI \perp BC$ và $HI \perp BC$

\Rightarrow Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là \widehat{SIH}

Ta có: $HI = \frac{AB}{2} = 131$ (m)

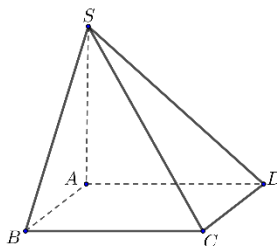
Xét ΔSHI vuông tại H ta có: $\tan \widehat{SIH} = \frac{SH}{HI} = \frac{\sqrt{18578}}{131} \Rightarrow \widehat{SIH} \approx 46^\circ$

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là khoảng 46° .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAB là tam giác đều. Tính sin của góc giữa đường thẳng SA và DC (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,87



Vì $AB // DC$ nên $(\widehat{SA, DC}) = (\widehat{SA, AB}) = 60^\circ$ (do tam giác SAB đều).

Do đó $\sin(\widehat{SA, DC}) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$.

Câu 4: Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% / tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng?

Lời giải

Trả lời: 66

Đặt $N = 500$ triệu là số tiền đã vay, $A = 10$ triệu là số tiền trả trong mỗi tháng và $r = 0,85\%$ là lãi suất ngân hàng, n là số tháng anh An phải trả hết nợ.

Theo đề bài

Cuối tháng thứ nhất anh An còn nợ số tiền là $N(1+r) - A$.

Cuối tháng thứ hai anh An còn nợ số tiền là $[N(1+r) - A](1+r) - A = N(1+r)^2 - A[(1+r) + 1]$

Cuối tháng thứ ba anh An còn nợ số tiền là

$$[N(1+r)^2 - A[(1+r) + 1]](1+r) - A = N(1+r)^3 - A[(1+r)^2 + (1+r) + 1].$$

....

Cuối tháng thứ n anh An còn nợ số tiền là $N(1+r)^n - A[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1]$.

$$\text{Để sau } n \text{ tháng anh An trả hết nợ thì } N(1+r)^n - A\left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow N(1+r)^n = A\left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1\right] \Leftrightarrow N(1+r)^n = A \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{A}{A - Nr} \Leftrightarrow n = \log_{(1+r)}\left(\frac{A}{A - Nr}\right).$$

$$\text{Áp dụng ta có } n = \log_{(1+0,0085)}\left(\frac{10}{10 - 500 \cdot 0,0085}\right) \Leftrightarrow n \approx 65,38.$$

Vậy anh An phải trả trong vòng 66 tháng.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình: $\log_2(x^2 + 3x) = 2$.

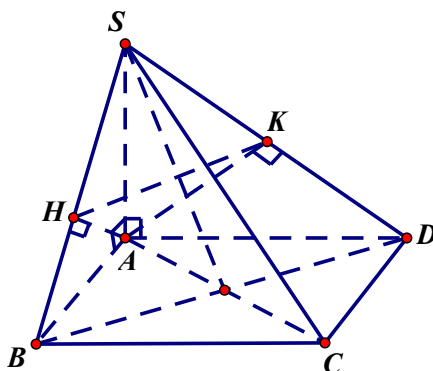
Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2(x^2 + 3x) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1, x = -4$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các cạnh SB, SD . Chứng minh rằng $(AHK) \perp (SAC)$.

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ và $SA \perp CD$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$

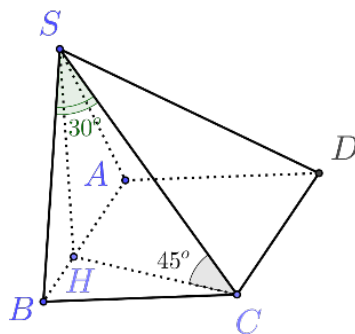
Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$ (1)

Ta có: $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (AHK)$ mà $SC \subset (SAC)$ nên $(AHK) \perp (SAC)$ (đpcm)

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng đáy, mặt phẳng (SAB) lần lượt là 45° và 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của S trên đường thẳng AB .

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ \text{Ta có } (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH} = 45^\circ \Rightarrow SH = SC \cdot \sin 45^\circ$.

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ \text{Mặt khác } (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ CB \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow CB \perp (SAB)$$

Góc giữa SC và (SAB) là góc $\widehat{CSB} = 30^\circ \Rightarrow SC = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Do đó $SH = SC \cdot \sin 45^\circ = a\sqrt{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 4: Một giá đỡ Tripod ba chân (như hình) đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng 40 cm. Biết rằng chiều cao các chân giá đỡ là 1 m, tính chiều cao của giá đỡ so với mặt đất (theo đơn vị mét và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

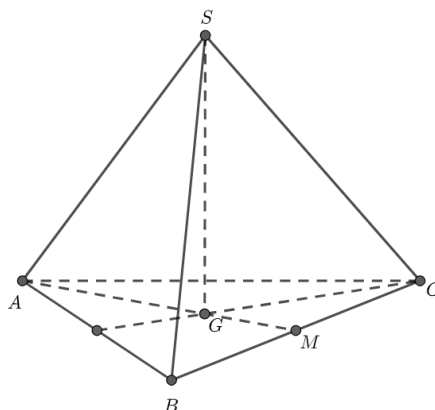


Lời giải

Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = 0,4$ m và $SA = 1$ m. Gọi M là trung điểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có $SG \perp (ABC)$.

$$AM = \frac{0,4 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2\sqrt{3}}{15}$$

Khoảng cách từ giá đỡ so với mặt đất là: $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{15}\right)^2} = \frac{\sqrt{213}}{15} \approx 0,97$ m.

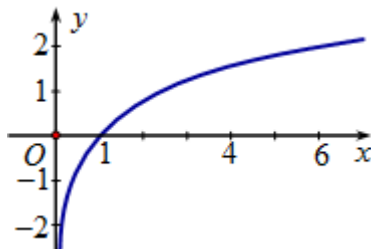


----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 02

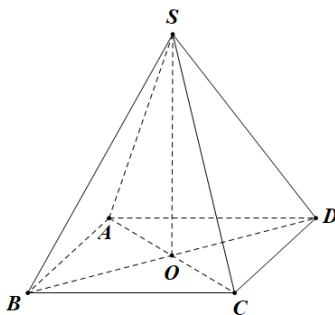
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$. B. $y = 5^x$. C. $y = \log_{\sqrt{5}} x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{0\}$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A. $(\log_3 2; +\infty)$, B. $(-\infty; \log_2 3)$, C. $(-\infty; \log_3 2)$, D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào dưới đây?

- A. \widehat{SCA} . B. \widehat{SCB} . C. \widehat{CSA} . D. \widehat{CSB} .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (SOA)$. B. $(SBD) \perp (SAC)$. C. $(SCD) \perp (SOA)$. D. $(SCD) \perp (SAD)$.

Câu 8: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 15. B. 90. C. 10. D. 30.

Câu 9: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5.10^3 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ gần với giá trị nào nhất sau đây?
A. $6579,66(m^3)$. **B.** $7299,90(m^3)$. **C.** $6326,60(m^3)$. **D.** $6083,26(m^3)$.

Câu 10: Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.
A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Câu 11: Giá đỡ ba chân ở hình dưới (coi ba chân gắn cố định vào cùng một điểm), đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng 110cm, biết các chân của giá đỡ dài 129cm. Chiều cao (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của giá đỡ là:



- A.** 112,27 cm. **B.** 112,28 cm.
C. 121,28 cm. **D.** 211,28 cm.

Câu 12: Thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 80 cm, đáy nhỏ có cạnh bằng 40 cm và cạnh bên bằng 80 cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:



- A.** $279377,08 cm^2$. **B.** $297377,07 cm^2$. **C.** $279737,08 cm^2$. **D.** $279377,09 cm^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Ông A đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi. Lãi suất được cho là không đổi trong suốt thời gian vay tiền. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm lớn hơn 850 triệu đồng?
 b) Ông A định dùng tiền lãi sau 2 năm để mua chiếc xe SH trị giá 100 triệu đồng. Sau đúng 2 năm tiền lãi thu được đủ để ông A mua chiếc xe đó.
 c) Sau ít nhất 45 tháng thì số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng?
 d) Sau khi gửi, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Một năm sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại ít hơn 776 triệu đồng?

Câu 2: Cho hình chóp $SABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC (biết rằng các trực tâm này không trùng với các đỉnh của tam giác ABC và SBC).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp (SAH)$.		
b)	$SB \perp (CHK)$.		
c)	$HK \perp (SBC)$.		
d)	$BC \perp (SAB)$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m(t) = m_0 \cdot e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t , k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAD) \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Côsin của góc nhị diện $[B, SC, D]$ có dạng phân số tối giản $\frac{-a}{b}$, tính $a + b$?

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Góc giữa đường thẳng MN và AC bằng bao nhiêu độ?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thoả mãn $\ln a + \ln(8b) = 2 \ln(a + 2b)$. Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$

Câu 2: Giả sử nhiệt độ T ($^{\circ}C$) của một vật giảm dần theo thời gian được cho bởi công thức $T = 28 + 70e^{-0.5t}$, trong đó thời gian t tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật;

b) Hỏi sau bao lâu thì nhiệt độ của vật là $34^{\circ}C$?

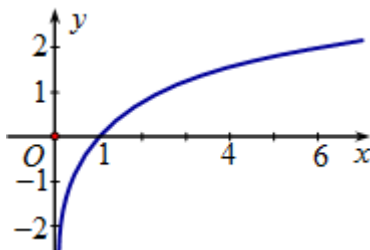
Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính số đo của góc nhị diện $[M, BD, C]$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

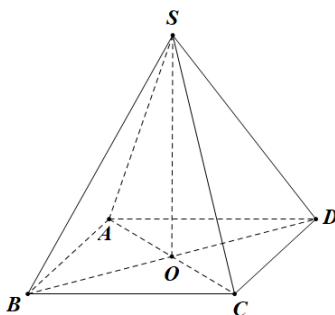


- A. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$. B. $y = 5^x$. C. $y = \log_{\sqrt{5}} x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Lời giải

Đường cong là đồ thị của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

Vì $BC \parallel AD \Rightarrow \widehat{(SD, BC)} = \widehat{(SD, AD)}$.

Vì tam giác SAD đều cạnh a nên $\widehat{SDA} = 60^\circ$.

Vậy $\widehat{(SD, BC)} = \widehat{SDA} = 60^\circ$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{0\}$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x^2 - x + 3 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

Ta có: $\log_3(x^2 - x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 1\}$.

- Câu 5:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là
A. $(\log_3 2; +\infty)$, **B.** $(-\infty; \log_2 3)$, **C.** $(-\infty; \log_3 2)$, **D.** $(\log_2 3; +\infty)$.

Lời giải

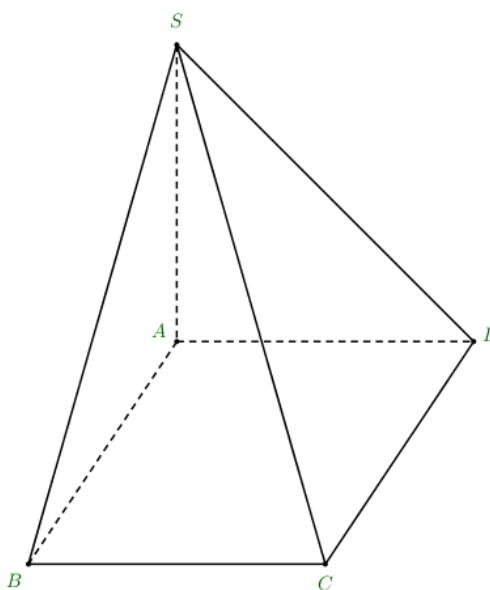
Ta có: $2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $(\log_2 3; +\infty)$.

- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào dưới đây?

- A.** \widehat{SCA} . **B.** \widehat{SCB} . **C.** \widehat{CSA} . **D.** \widehat{CSB} .

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp SA, BC \perp AB \\ SA, AB \subset (SAB) \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

$\Rightarrow B$ là hình chiếu vuông góc của C lên (SAB) .

Do đó góc giữa SC và (SAB) là \widehat{CSB} .

- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $(SBC) \perp (SOA)$. **B.** $(SBD) \perp (SAC)$. **C.** $(SCD) \perp (SOA)$. **D.** $(SCD) \perp (SAD)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp SA, BD \perp AC \\ SA, AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Mà $BD \subset (SBD) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$.

- Câu 8:** Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng
A. 15. **B.** 90. **C.** 10. **D.** 30.

Lời giải

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10.$$

- Câu 9:** Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5 \cdot 10^3 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ gần với giá trị nào nhất sau đây?
A. $6579,66(m^3)$. **B.** $7299,90(m^3)$. **C.** $6326,60(m^3)$. **D.** $6083,26(m^3)$.

Lời giải

Sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ là $P_6 = 5 \cdot 10^3 \cdot (1 + 0,04)^6 \approx 632660(m^3)$.

- Câu 10:** Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.
A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Lời giải

Gọi A là số tiền gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, T là số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n tháng. Ta có $T = A(1+r)^n$.

$$\text{Theo đề } T = 50 \cdot (1,005)^n > 60 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} \frac{6}{5} \approx 36,6.$$

Vậy sau ít nhất 37 tháng thì ông A thu được số tiền cả gốc lẫn lãi hơn 60 triệu đồng.

- Câu 11:** Giá đỡ ba chân ở hình dưới (coi ba chân gắn cố định vào cùng một điểm), đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng 110cm, biết các chân của giá đỡ dài 129cm. Chiều cao (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của giá đỡ là:



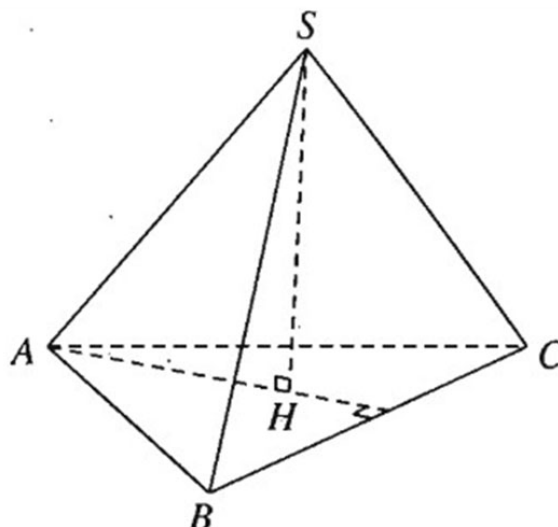
A. 112,27cm.

B. 112,28cm.

C. 121,28cm.

D. 211,28cm.

Lời giải



Tam giác ABC đều cạnh bằng 110cm, nên $AH = \frac{110\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của giá đỡ là độ dài SH.

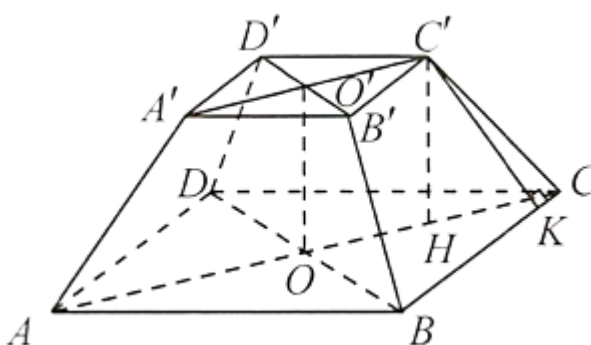
$$\text{Vậy } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{129^2 - \left(\frac{110\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{37823}{3}} \approx 112,28\text{cm}.$$

Câu 12: Thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 80cm, đáy nhỏ có cạnh bằng 40cm và cạnh bên bằng 80cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:



- A.** $279377,08\text{ cm}^2$. **B.** $297377,07\text{ cm}^2$. **C.** $279737,08\text{ cm}^2$. **D.** $279377,09\text{ cm}^2$.

Lời giải



Ta có: $OC = 40\sqrt{2}$, $O'C' = 20\sqrt{2}$, suy ra $CH = 20\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông $C'CH$, ta có $C'H = \sqrt{C'C^2 - CH^2} = 20\sqrt{14}$.

Nên $OO' = C'H = 20\sqrt{14}$.

Thể tích của cái sọt đựng đồ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 20\sqrt{14} \cdot (6400 + \sqrt{6400 \cdot 1600} + 1600) \approx 279377,08\text{ cm}^2.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Ông A đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi. Lãi suất được cho là không đổi trong suốt thời gian vay tiền. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm lớn hơn 850 triệu đồng?
- Ông A định dùng tiền lãi sau 2 năm để mua chiếc xe SH trị giá 100 triệu đồng. Sau đúng 2 năm tiền lãi thu được đủ để ông A mua chiếc xe đó.
- Sau ít nhất 45 tháng thì số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng?
- Sau khi gửi, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Một năm sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại ít hơn 776 triệu đồng?

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai: Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm:

$$A_2 = A(1+r)^{12} = 800000000.(1+0,5\%)^{12} \approx 849342250 < 850000000$$

b) Đúng: Số tiền lãi ông A rút về sau hai năm:

$$A_{12} = A(1+r)^{12} = 800000000.(1+0,5\%)^{24} - 800000000 \approx 101728000 > 100000000$$

c) Đúng: Số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng: $800000000.(1+0,5\%)^n > 1000000000$

$$\Leftrightarrow (1+0,5\%)^n > \frac{5}{4} \Leftrightarrow n > \log_{(1+0,5\%)}\left(\frac{5}{4}\right) \Leftrightarrow n > 44,74 \text{ tháng.}$$

d) Đúng: Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất r /tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Số tiền còn lại sau n tháng được tính theo công thức:

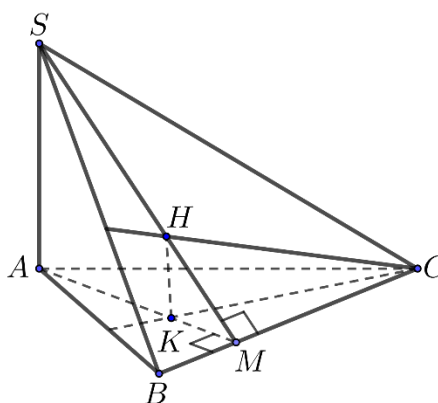
$$S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 800(1,005)^{12} - 6 \cdot \frac{(1,005)^{12} - 1}{0,005} = 775.3288753$$

Câu 2: Cho hình chóp $SABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC (biết rằng các trực tâm này không trùng với các đỉnh của tam giác ABC và SBC).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp (SAH)$.		
b)	$SB \perp (CHK)$.		
c)	$HK \perp (SBC)$.		
d)	$BC \perp (SAB)$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Đúng

$$BC \perp (SAH).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH).$$

b) Đúng

$$SB \perp (CHK).$$

$$\text{Có } \begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SA \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow CK \perp SB.$$

Lại có $CH \perp SB$. Từ đó suy ra $SB \perp (CHK)$.

c) Đúng

$$HK \perp (SBC).$$

$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp HK \\ SB \perp (CHK) \Rightarrow SB \perp HK \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC).$$

d) Sai

$$BC \perp (SAB).$$

Giả sử $BC \perp (SAB)$, suy ra $CB \perp AB$ (mâu thuẫn giả thiết $K \neq B$).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

Lời giải

Trả lời: 43

$$\text{Ta có } \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{1}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{3}{\log_3 x} + \dots + \frac{n}{\log_3 x} = \frac{n(n+1)}{2 \log_3 x}.$$

$$\text{Do đó } \frac{n(n+1)}{2} = 210 \Leftrightarrow n^2 + n - 420 = 0 \Leftrightarrow n = 20.$$

$$\text{Vậy } P = 2 \cdot 20 + 3 = 43.$$

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m(t) = m_0 \cdot e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t , k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 2378

Ta có $m(t) = m_0 \cdot e^{-kt} \Leftrightarrow e^{-kt} = \frac{m(t)}{m_0} \Leftrightarrow -kt = \ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right)$.

Do chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm nên $k = \frac{-1}{t} \cdot \ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right) = \frac{\ln 2}{5730}$.

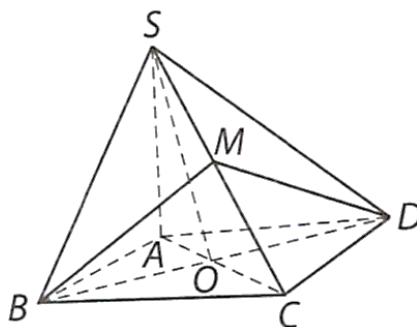
Mẫu đồ cổ có một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó nên $m(t) = \frac{3}{4}m_0 \Leftrightarrow \frac{m(t)}{m_0} = \frac{3}{4}$.

Mẫu đồ vật có tuổi là $t = \frac{-1}{k} \cdot \ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right) = \frac{-5730}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{3}{4}\right) \approx 2378$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAD) \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Côsin của góc nhị diện $[B, SC, D]$ có dạng phân số tối giản $\frac{-a}{b}$, tính $a + b$?

Lời giải

Trả lời: 7



Kẻ $BM \perp SC$ tại M thì $DM \perp SC$ nên $[B, SC, D] = \widehat{BMD}$.

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên tam giác SBC vuông tại B , tính được $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$ và

$DM = BM = \frac{SB \cdot BC}{SC} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Áp dụng định lí côsin trong tam giác BDM , ta có:

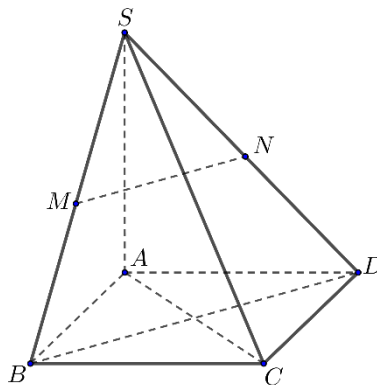
$$\cos \widehat{BMD} = \frac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2 \cdot BM \cdot DM} = -\frac{3}{4}.$$

Vậy $a + b = 7$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Góc giữa đường thẳng MN và AC bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Trả lời: 90



Ta có $MN \parallel BD$ (vì MN là đường trung bình của ΔSBD)

Lại có $AC \perp BD$ (tính chất của hình thoi)

$\Rightarrow MN \perp AC$. Do đó $(\widehat{MN; AC}) = 90^\circ$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thỏa mãn $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a+2b)$. Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$

Lời giải

Với a, b là các số thực dương khác 1, ta có:

$$\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a+2b)$$

$$\Leftrightarrow \ln(8ab) = \ln(a+2b)^2 \Leftrightarrow 8ab = (a+2b)^2 \Leftrightarrow (a+2b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2b.$$

$$\text{Khi đó: } P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b} = \log_b(4b) + \log_b(2b) - \log_b 8 = \log_b \frac{8b^2}{8} = \log_b b^2 = 2.$$

Câu 2: Giả sử nhiệt độ T ($^\circ C$) của một vật giảm dần theo thời gian được cho bởi công thức $T = 28 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật;

b) Hỏi sau bao lâu thì nhiệt độ của vật là $34^\circ C$?

Lời giải

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật;

Ban đầu, thời gian $t = 0$.

$$\text{Khi đó, nhiệt độ của vật là } T_0 = 28 + 70e^{-0,5 \cdot 0} = 28 + 70 = 98 \text{ (}^\circ C\text{)}$$

b) Hỏi sau bao lâu thì nhiệt độ của vật là $34^\circ C$?

Gọi sau khoảng thời gian x phút thì nhiệt độ của vật còn $34^\circ C$ ($x > 0$)

Khi đó, ta có x là nghiệm của phương trình

$$28 + 70e^{-0,5x} = 34$$

$$\Leftrightarrow 70e^{-0,5x} = 6$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,5x} = \frac{3}{35}$$

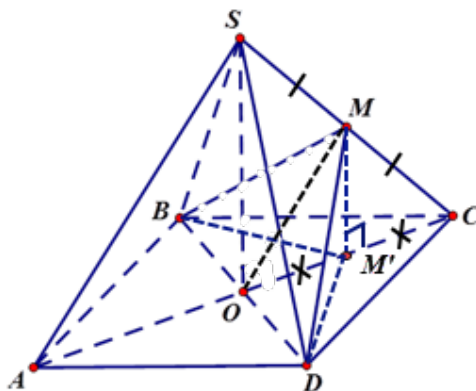
$$\Leftrightarrow -0,5x = \ln\left(\frac{3}{35}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -2\ln\left(\frac{3}{35}\right) \approx 4,9 \text{ (TMDK)}$$

Vậy sau khoảng 4,9 phút thì nhiệt độ của vật giảm còn 34°C .

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính số đo của góc nhị diện $[M, BD, C]$

Lời giải



Ta có $[M, BD, C] = \widehat{MOC}$. Gọi M' là trung điểm OC .

$$\text{Có } S_{\Delta MBD} = \frac{1}{2} MO \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}; \quad S_{\Delta BM'D} = \frac{1}{2} M'O \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{Do đó } \cos \alpha = \frac{S_{\Delta BM'D}}{S_{\Delta BMD}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^{\circ}.$$

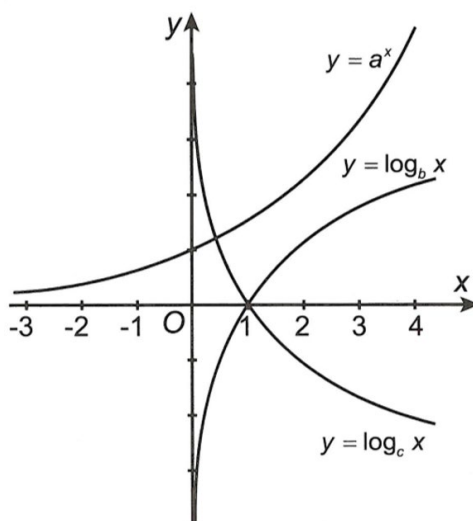
----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Kết quả rút gọn của biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ bằng.
- A. $a^{\frac{18}{7}}$. B. $a^{\frac{19}{7}}$. C. $a^{\frac{19}{7}}$. D. $a^{\frac{9}{7}}$.
- Câu 2:** Cho ba số dương a, b, c ($a \neq 1; b \neq 1$) và số thực α khác 0. Đẳng thức nào sau đây **sai**?
- A. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. B. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b \cdot \log_a c$.
- C. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.
- Câu 3:** Cho các số thực a, b . Giá trị của biểu thức $A = \log_3 \frac{1}{3^a} + \log_3 \frac{1}{9^b}$ bằng giá trị của biểu thức nào trong các biểu thức sau đây?
- A. $-2a - b$. B. $-ab$. C. $-a - 2b$. D. ab .
- Câu 4:** Tìm số nghiệm của phương trình $\log_4 (x+1) = \frac{1}{2}$
- A. 1. B. 5. C. 2. D. 4.
- Câu 5:** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.
- A. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
- C. Trong không gian hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- Câu 6:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng BC' và $B'D'$ bằng
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác
- A. ABC . B. ABD . C. ACD . D. BCD .
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Khi đó mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?
- A. (SBD) . B. (SAC) . C. (SBC) . D. (SCD) .
- Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?
- A. IB . B. IO . C. IA . D. IC .

Câu 10: Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $b < c < a$ B. $a < c < b$ C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $V = 6a^3$ C. $V = \sqrt{2}a^3$ D. $V = 2a^3$

Câu 12: Tập hợp nghiệm thực của bất phương trình $\log_{0,5}(3 - x) > -1$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (1; 3)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga sử dụng công thức $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$.

- a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$ đồng biến trên tập xác định.
- b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.
- c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: “Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu”.
- d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: “Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu”.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a , tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Điểm M là trung điểm cạnh SO . Khi đó:

- a) $BD \perp (SAC)$
- b) $BD \perp SC$.
- c) $CD \perp (SBC)$.
- d) $AM \perp SB$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a;b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = \sqrt{2}$, các cạnh còn lại bằng 1. Gọi α° là số đo góc giữa hai đường thẳng SB và AC . Khi đó giá trị của α là:

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, biết $SA = a$, $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, SD . Góc của hai đường thẳng MN và SC bằng bao nhiêu độ?

Câu 4: Vợ chồng anh Bình dự định lương của vợ dùng chi trả sinh hoạt phí, lương của anh Bình được gửi tiết kiệm hàng tháng. Biết đầu tháng này anh mới được tăng lương nhận mức lương 8 triệu đồng/tháng và cứ sau 2 năm lương của anh được tăng lên 10% so với 2 năm trước đó. Giả sử rằng dự định của vợ chồng anh được thực hiện từ đầu tháng này và lãi suất ngân hàng ổn định ở 0,6% một tháng. Tính số tiền vợ chồng anh A tiết kiệm được sau 50 tháng (kết quả làm tròn đến triệu đồng)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\left(\frac{1}{16} \right)^{x+1} = 64^{2x}$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA = a$ và SA vuông góc với (ABC) . Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S; BC; A]$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SD . Chứng minh rằng $(SAC) \perp (AHK)$.

Câu 4: Một người gửi tiết kiệm theo ngân hàng một số tiền là 500 triệu đồng, có kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,3% mỗi quý, lãi nhập gốc (sau 3 tháng người đó không rút tiền ra thì tiền lãi sẽ nhập vào gốc ban đầu).

- a) Tính số tiền cả gốc lẫn lãi người này có được sau 3 năm.
- b) Để có số tiền ít nhất là 561 triệu đồng thì người đó phải gửi tiết kiệm trong bao nhiêu tháng?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Kết quả rút gọn của biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ bằng.

- A.** $a^{\frac{18}{7}}$. **B.** $a^{\frac{19}{7}}$. **C.** $a^{\frac{19}{7}}$. **D.** $a^{\frac{9}{7}}$.

Lời giải

$$A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{5}{7}}} = a^{\frac{19}{7}}.$$

Câu 2: Cho ba số dương a, b, c ($a \neq 1; b \neq 1$) và số thực α khác 0. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. **B.** $\log_a (b \cdot c) = \log_a b \cdot \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. **D.** $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Lời giải

Câu 3: Cho các số thực a, b . Giá trị của biểu thức $A = \log_3 \frac{1}{3^a} + \log_3 \frac{1}{9^b}$ bằng giá trị của biểu thức nào trong các biểu thức sau đây?

- A.** $-2a - b$. **B.** $-ab$. **C.** $-a - 2b$. **D.** ab .

Lời giải

Ta có $A = \log_3 \frac{1}{3^a} + \log_3 \frac{1}{9^b} = \log_3 \left(\frac{1}{3^a} \cdot \frac{1}{9^b} \right) = \log_3 \left(3^{-(a+2b)} \right) = -a - 2b$.

Câu 4: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_4 (x+1) = \frac{1}{2}$

- A.** 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện $x > -1$. Ta có $\log_4 (x+1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1 = 4^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = 1$. (Thỏa mãn điều kiện)

Câu 5: Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A.** Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
C. Trong không gian hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải

Đáp án **A** sai do hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Đáp án C sai do hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng có thể trùng nhau.

Đáp án D sai do trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì có thể chéo nhau

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng BC' và $B'D'$ bằng

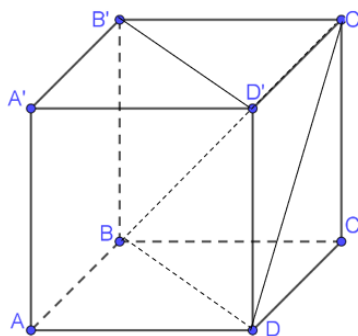
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



Ta có $(BC', B'D') = (BC', BD)$.

Xét $\triangle BDC'$ có BD, BC', DC' đều là các đường chéo của hình vuông cạnh bằng a nên $\triangle BDC'$ là tam giác đều. Do đó $(BC', B'D') = (BC', BD) = \widehat{DBC'} = 60^\circ$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác

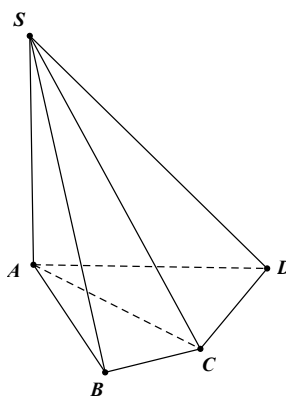
A. ABC .

B. ABD .

C. ACD .

D. BCD .

Lời giải



Hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác ABC .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Khi đó mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SBD) .

B. (SAC) .

C. (SBC) .

D. (SCD) .

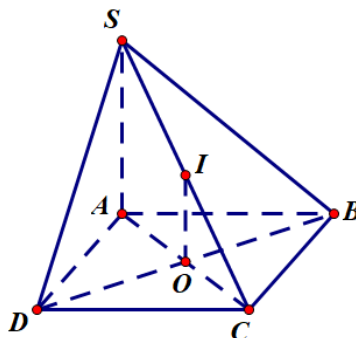
Lời giải

Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD).$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

- A.** IB . **B.** IO . **C.** IA . **D.** IC .

Lời giải

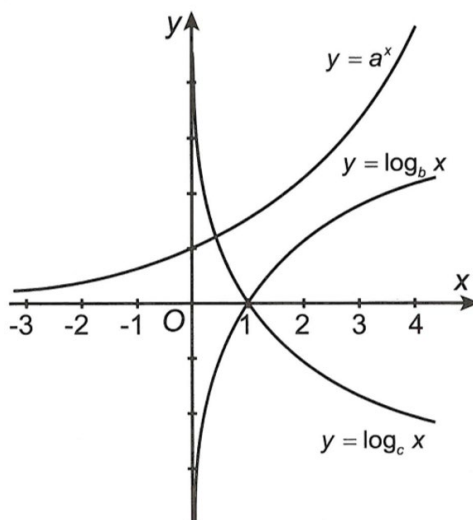


Từ giả thiết suy ra OI là đường trung bình của ΔSAC , do đó $OI \parallel SA$.

Ta có $\begin{cases} IO \parallel SA \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow IO \perp (ABCD).$

Vậy $d(I, (ABCD)) = OI$.

Câu 10: Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $b < c < a$ **B.** $a < c < b$ **C.** $c < b < a$ **D.** $c < a < b$

Lời giải

Ta có $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$ còn $y = \log_b x$ và $y = a^x$ đồng biến nên $b > 1$ và $a > 1$.

Xét $y = a^x$: Với $x = 1 \Rightarrow y = a \Rightarrow 1 < a < 2$.

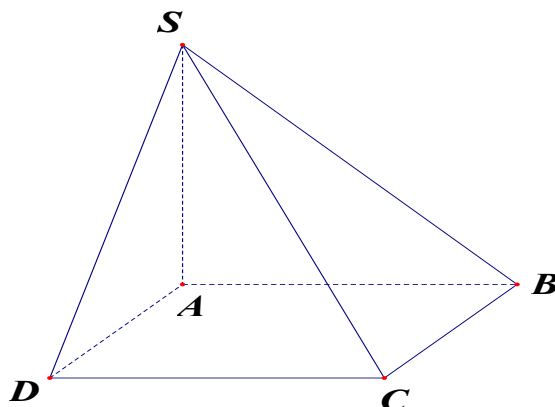
Xét $y = \log_b x$: Với $y = 1 \Rightarrow x = b \Rightarrow b = 2$.

Do đó $a < b$. Vậy $c < 1 < a < b$.

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $V = 6a^3$ C. $V = \sqrt{2}a^3$ D. $V = 2a^3$

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a..a.2a = 2a^3$.

Câu 12: Tập hợp nghiệm thực của bất phương trình $\log_{0,5}(3-x) > -1$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (1; 3)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải

Ta có: $\log_{0,5}(3-x) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x > 0 \\ 3-x < (0,5)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ 3-x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (1; 3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga

sử dụng công thức $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$.

a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$

đồng biến trên tập xác định.

b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.

c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: “Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu”.

d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: “Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu”.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

a) Đúng.

b) Đúng: Với $x = 200$ ta có $\log_{1.06} \left(\frac{200}{100} \right) = \log_{1.06} 2 \approx 11,9 \Rightarrow y \geq 12$ (năm).

c) Đúng: Với $x = 150$ ta có $\log_{1.06} \left(\frac{150}{100} \right) = \log_{1.06} 1,5 \approx 6,96 \Rightarrow y \geq 7$ (năm). Nên nếu gửi ngân hàng thì cần ít nhất 7 năm thì mới thu về được số tiền 150 triệu, mà để đầu tư dự án thì chỉ mất 5 năm.

d) Đúng: Sau một năm gửi ngân hàng, số tiền thu được là $x = 100.1,06$ (triệu đồng).

Rút 20 triệu để đóng bảo hiểm nên số tiền còn lại để gửi ngân hàng là $x_1 = 100.1,06 - 20$.

Sau năm thứ hai, tiền thu được trừ đi 20 triệu đóng bảo hiểm thì còn lại tiền gửi ngân hàng là $x_2 = x_1.1,06 - 20 = (100.1,06 - 20).1,06 - 20 = 100.1,06^2 - 20.1,06 - 20$.

Tiếp tục như vậy ta có: $x_n = 100.1,06^n - 20.(1,06^{n-1} + 1,06^{n-2} + \dots + 1,06 + 1)$

$$= 100.1,06^n - 20. \frac{1-1,06^n}{1-1,06}.$$

$$\text{Khi } x_n = 0 \text{ ta có } 100.1,06^n = 20. \frac{1-1,06^n}{1-1,06} \Leftrightarrow 1,06^n = \frac{20}{20-100.0,06}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1,06} \left(\frac{20}{20-100.0,06} \right) (\approx 6,12).$$

Với $n = 6$, có $x_6 = 100.1,06^6 - 20. \frac{1-1,06^6}{1-1,06} \approx 2,3$. Tức là sau 6 năm thực hiện kế hoạch thì số tiền còn lại là 2,3 triệu đồng.

Vậy số tiền vốn đã có đủ để thực hiện kế hoạch trong 6 năm.

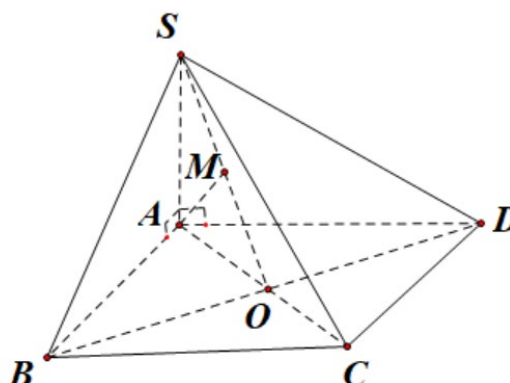
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a , tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Điểm M là trung điểm cạnh SO . Khi đó:

a) $BD \perp (SAC)$

- b) $BD \perp SC$.
 c) $CD \perp (SBC)$.
 d) $AM \perp SB$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) **Đúng.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \Rightarrow BD \perp (SAC) . \\ SA \subset (SAC), AC \subset (SAC) \end{cases}$$

b) **Đúng.**

$$\text{Do } \begin{cases} BD \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC .$$

c) **Sai.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ SA \subset (SAD), AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$\text{Do } SD \subset (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \text{ (1)}$$

$$\text{Nếu } CD \perp (SBC), CD \perp SC \subset (SBC) \Rightarrow CD \perp SC \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta SCD$ có hai góc vuông (vô lí).

d) **Đúng.**

$$\text{Đáy } ABCD, \text{ cạnh bằng } a . \text{ Ta có } AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AO = SA \Rightarrow \Delta SAO \text{ vuông cân tại } A .$$

$$\text{Suy ra } AM \perp SC \text{ (3)}$$

$$\text{Do } \begin{cases} BD \perp (SAC) \\ AM \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp AM \text{ (4)} .$$

Từ (3) và (4) suy ra $AM \perp (SBD) \Rightarrow AM \perp SB$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.

Lời giải

Trả lời: 4

$$\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{3x-7}{x+3} < 1 \\ \frac{3x-7}{x+3} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{3x-7}{x+3} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{8(x-3)}{3(x+3)} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{7}{3}; +\infty\right) \\ x \in (-3; 3] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{7}{3}; 3\right].$$

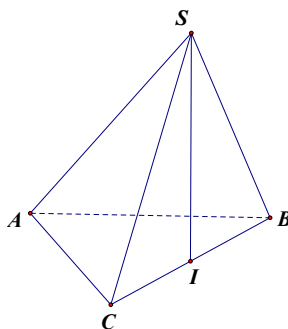
Suy ra $a = \frac{7}{3}$; $b = 3$.

Vậy $P = 3a - b = 3 \cdot \frac{7}{3} - 3 = 4$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = \sqrt{2}$, các cạnh còn lại bằng 1. Gọi α° là số đo góc giữa hai đường thẳng SB và AC . Khi đó giá trị của α là:

Lời giải

Trả lời: 60



Ta có $SB = SC = 1$, $BC = \sqrt{2}$ nên tam giác SBC vuông cân tại S .

Vì $SA = SB = AB = 1$ nên tam giác SAB là tam giác đều.

$$\text{Ta có } \cos(SB, AC) = \left| \cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{SB \cdot AC}.$$

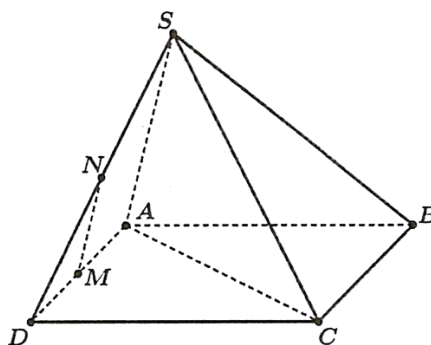
$$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SB} (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA} = SB \cdot SC \cdot \cos 90^\circ - SB \cdot SA \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\cos(AB, SC) = \frac{\left| \frac{-1}{2} \right|}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{(AB, SC)} = 60^\circ.$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, biết $SA = a$, $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, SD . Góc của hai đường thẳng MN và SC bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Trả lời: 90



Vì MN là đường trung bình của tam giác SAD

Nên $MN // SA \Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC)$.

Tam giác ABC vuông tại B có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a.$$

Xét tam giác SAC , ta có: $SA^2 + SC^2 = AC^2$ (do $a^2 + (a\sqrt{3})^2 = (2a)^2$)

Suy ra tam giác SAC vuông tại S .

Vậy $(MN, SC) = (SA, SC) = 90^\circ$ hay $MN \perp SC$.

Câu 4: Vợ chồng anh Bình dự định lương của vợ dùng chi trả sinh hoạt phí, lương của anh Bình được gửi tiết kiệm hàng tháng. Biết đầu tháng này anh mới được tăng lương nhận mức lương 8 triệu đồng/tháng và cứ sau 2 năm lương của anh được tăng lên 10% so với 2 năm trước đó. Giả sử rằng dự định của vợ chồng anh được thực hiện từ đầu tháng này và lãi suất ngân hàng ổn định ở 0,6% một tháng. Tính số tiền vợ chồng anh A tiết kiệm được sau 50 tháng (kết quả làm tròn đến triệu đồng)

Lời giải

Trả lời: 492

Số tiền vợ chồng anh A Bình tiết kiệm được sau 2 năm (24 tháng) là:

$$T_1 = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot (1 + 0,6\%) \cdot [(1 + 0,6\%)^{24} - 1]}{0,6\%} = 207084821,3 \text{ (đồng)}$$

Số tiền trên được hưởng lãi suất 26 tháng tiếp theo nên thành $T_1 \cdot (1 + 0,6\%)^{26} = 241933365,1$

Số tiền có được nhờ tiết kiệm tiền lương của anh Bình trong 24 tháng tiếp theo là

$$T_2 = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot (1 + 10\%) \cdot (1 + 0,6\%) \cdot [(1 + 0,6\%)^{24} - 1]}{0,6\%} = 227793303,1$$

(hoặc dùng $T_2 = T_1 \cdot (1 + 10\%) = 227793303,1$)

Số tiền trên được hưởng lãi suất 2 tháng tiếp theo nên thành $T_2 \cdot (1 + 0,6\%)^2 = 230535023,6$

Số tiền có được nhờ tiết kiệm tiền lương của anh Bình trong 2 tháng (thứ 49+50) là

$$T_3 = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot (1 + 10\%)^2 \cdot (1 + 0,6\%) \cdot [(1 + 0,6\%)^2 - 1]}{0,6\%} = 19534588,5$$

Vậy tổng số tiền vợ chồng anh Bình tiết kiệm được sau 50 tháng là

$$T_1 \cdot (1 + 0,6\%)^{26} + T_2 (1 + 0,6\%)^2 + T_3 = 492 \text{ (triệu đồng)}$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\left(\frac{1}{16}\right)^{x+1} = 64^{2x}$

Lời giải

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{x+1} = 64^{2x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2^4}\right)^{x+1} = 2^{6 \cdot 2x}$$

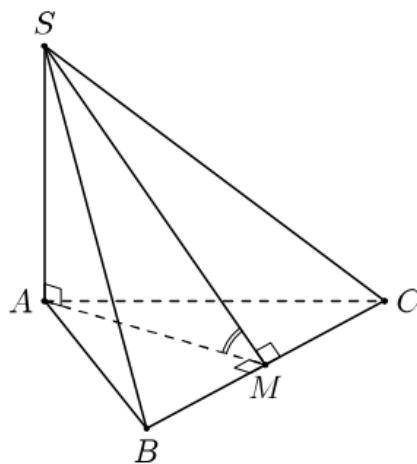
$$\Leftrightarrow (2^{-4})^{x+1} = (2^6)^{2x}$$

$$\Leftrightarrow -4(x+1) = 12x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{4}$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA = a$ và SA vuông góc với (ABC) . Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S; BC; A]$

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases}$ nên góc phẳng nhị diện $[S; BC; A]$ \widehat{SMA} .

Trong tam giác SAM vuông tại A , ta có: $\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SD . Chứng minh rằng $(SAC) \perp (AHK)$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} SA \perp CD \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ CD \perp AD \end{cases}$

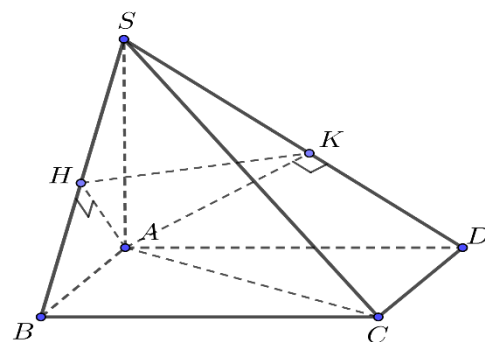
Suy ra $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$.

Mà $AK \perp SD$ nên $AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$.

Tương tự ta chứng minh được $AH \perp SC$.

Do đó $SC \perp (AHK)$.

Mà $SC \subset (SAC)$ nên $(SAC) \perp (AHK)$.



Câu 4: Một người gửi tiết kiệm theo ngân hàng một số tiền là 500 triệu đồng, có kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,3% mỗi quý, lãi nhập gốc (sau 3 tháng người đó không rút tiền ra thì tiền lãi sẽ nhập vào gốc ban đầu).

a) Tính số tiền cả gốc lẫn lãi người này có được sau 3 năm.

b) Để có số tiền ít nhất là 561 triệu đồng thì người đó phải gửi tiết kiệm trong bao nhiêu tháng?

Lời giải

a) Gọi số tiền cả gốc lẫn lãi người đó có được sau i quý là A_i (triệu)

$$A_0 = 500 ;$$

$$A_1 = 500 + 500 \cdot 1,3\% = 500(1 + 1,3\%)$$

$$A_2 = 500(1 + 1,3\%) + 500(1 + 1,3\%) \cdot 1,3\% = 500(1 + 1,3\%)(1 + 1,3\%) = 500(1 + 1,3\%)^2$$

$$A_3 = 500(1 + 1,3\%)^2 + 500(1 + 1,3\%)^2 \cdot 1,3\% = 500(1 + 1,3\%)^3 .$$

...

Ta có công thức $A_i = 500(1 + 1,3\%)^i$

Sau 3 năm (12 quý), số tiền của người này là $A_{12} = 500(1 + 1,3\%)^{12} \approx 583,83$ (triệu)

b) Gọi sau ít nhất x quý, người này có 561 triệu đồng. ($x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó, ta có $A_x = 500(1 + 1,3\%)^x \geq 561 \Leftrightarrow x \geq \log_{1+1,3\%} \left(\frac{561}{500} \right) \approx 8,91$.

Mà $x \in \mathbb{N}^*$ nên $x = 9$. Vậy sau ít nhất 9 quý (27 tháng), người này có 561 triệu.

----- **HẾT** -----

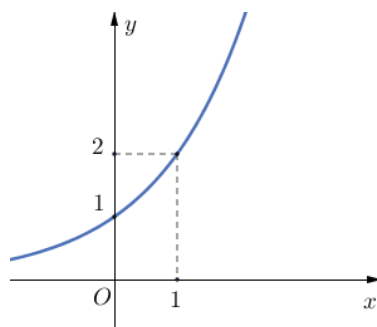
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a và b là hai số thực dương, $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_a b^3}$ bằng

- A. $b^{\frac{1}{3}}$. B. $\frac{1}{3}b$. C. $3b$. D. b^3 .

Câu 2: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau:



- A. $y = (\sqrt{2})^x$. B. $y = x^2$. C. $y = 2^x$. D. $y = x + 1$.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{2})^x$. D. $y = (0,5)^x$.

Câu 4: Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = (-\infty; +\infty)$.

Câu 5: Bất phương trình $\log_3(3x+1) < \log_3(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $AC \perp (SAB)$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $AB \perp (SBC)$. D. $AC \perp (SBC)$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc (ABC) . Góc giữa SC với (ABC) là góc giữa hai đường thẳng nào sau đây?

- A. SC và AC . B. SC và AB . C. SC và BC . D. SC và SB .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

- A. \widehat{SBA} . B. \widehat{SCA} . C. \widehat{ASC} . D. \widehat{ASB} .

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SBC) . B. (SAC) . C. (SAD) . D. (SCD) .

Câu 10: Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

- A. -2. B. -5. C. 6. D. -6.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1:** Số nghiệm của phương trình $\log_9(x+8) - \log_3(x+26) + 2 = 0$ là
- Câu 2:** Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện?
- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tìm số đo của góc (IJ, CD) .
- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2a$, $AB = BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) (làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị độ).

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Giải phương trình $9^{x+1} = 27^{2x+1}$
- Câu 2:** Giải bất phương trình $\log_2(2x-3) - \log_4\left(x - \frac{1}{2}\right) > \frac{1}{2}$
- Câu 3:** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[O, BC, A]$.
- Câu 4:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $BA = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi φ là góc hợp bởi $(A'BC); (ABC)$. Khi đó, tính $\tan \varphi$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

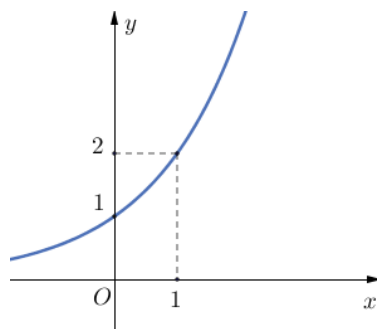
Câu 1: Với a và b là hai số thực dương, $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_a b^3}$ bằng

- A. $b^{\frac{1}{3}}$. B. $\frac{1}{3}b$. C. $3b$. D. b^3 .

Lời giải

Áp dụng công thức: $a^{\log_a b} = b$

Câu 2: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau:



- A. $y = (\sqrt{2})^x$. B. $y = x^2$. C. $y = 2^x$. D. $y = x + 1$.

Lời giải

Câu 3: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{2})^x$. D. $y = (0,5)^x$.

Lời giải

Câu 4: Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = (-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $4^x < 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^{x+1} \Leftrightarrow 2x < x+1 \Leftrightarrow x < 1$.

Câu 5: Bất phương trình $\log_3(3x+1) < \log_3(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

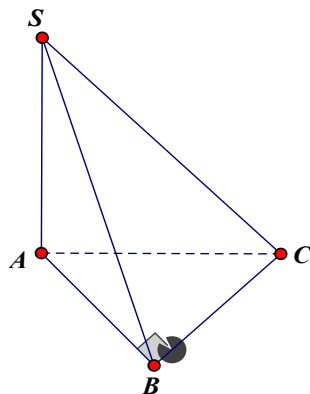
$$\log_3(3x+1) < \log_3(x+7) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 < x+7 \\ 3x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 6 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 3.$$

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $AC \perp (SAB)$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $AB \perp (SBC)$. D. $AC \perp (SBC)$.

Lời giải

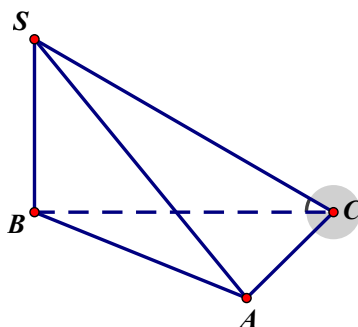


$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc (ABC) . Góc giữa SC với (ABC) là góc giữa hai đường thẳng nào sau đây?

- A.** SC và AC . **B.** SC và AB . **C.** SC và BC . **D.** SC và SB .

Lời giải

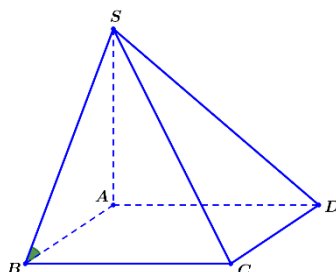


* Hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) là BC nên góc giữa SC với (ABC) là góc giữa SC và BC .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

- A.** \widehat{SBA} . **B.** \widehat{SCA} . **C.** \widehat{ASC} . **D.** \widehat{ASB} .

Lời giải



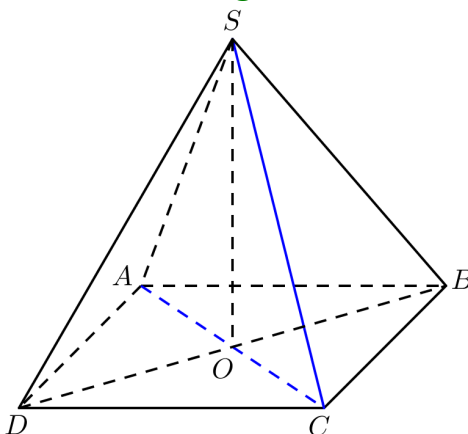
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

Khi đó:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = \widehat{SBA}.$$

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.** (SBC) . **B.** (SAC) . **C.** (SAD) . **D.** (SCD) .

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Mà $SO \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 10: Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

- A.** -2 . **B.** -5 . **C.** 6 . **D.** -6 .

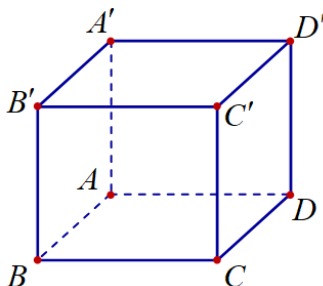
Lời giải

Ta có $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow 3^{x^2-4} = 3^{-6x+2} \Leftrightarrow x^2 - 4 = -6x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 6 = 0$

Do $\Delta = 36 + 4.6 = 60 > 0$ nên phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 .

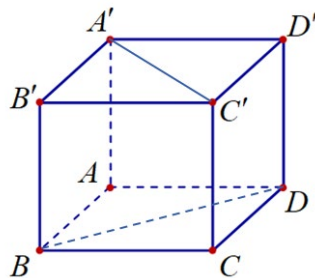
Theo hệ thức Vi-ét $x_1 x_2 = -6$.

Câu 11: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



- A.** a . **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $3a$.

Lời giải



$$A'C' \subset (A'B'C'D'),$$

$$BD \parallel (A'B'C'D') \Rightarrow d(BD, A'C') = d(BD, (A'B'C'D')) = d(B, (A'B'C'D')) = BB' = 3a.$$

Câu 12: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

- A.** $V = 3a^3\sqrt{2}$ **B.** $V = a^3\sqrt{2}$ **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = a^2\sqrt{3}.a\sqrt{6} = 3a^3\sqrt{2}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ (1).

- a) Phương trình (1) tương đương với phương trình $27^{2x-3} = 3^{-x^2+2}$.
- b) $x = 1$ là một nghiệm của phương trình (1).
- c) Phương trình (1) tương đương với phương trình $3^{3(2x-3)} = 3^{-x^2-2}$.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 6.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Sai: Phương trình (1) tương đương với với phương trình $27^{2x-3} = 3^{-x^2-2}$.

b) Đúng: Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $27^{2.1-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1^2+2} \Leftrightarrow 27^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$ luôn đúng.

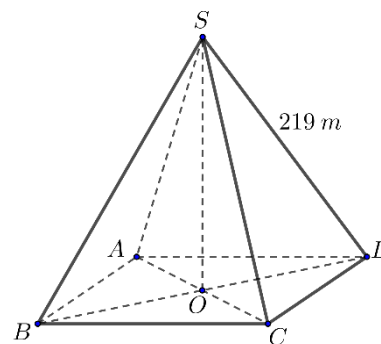
c) Đúng: Phương trình (1) tương đương với phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2} \Leftrightarrow 3^{3(2x-3)} = 3^{-x^2-2}$

d) Sai: Ta có $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2} \Leftrightarrow 3^{3(2x-3)} = 3^{-x^2-2} \Leftrightarrow 6x - 9 = -x^2 - 2 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 7 = 0$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = -6.$

Do đó: (*) $\Leftrightarrow 2^6 = 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{65}{2} = 32.5$. Vậy $m_0 = 32,5$.

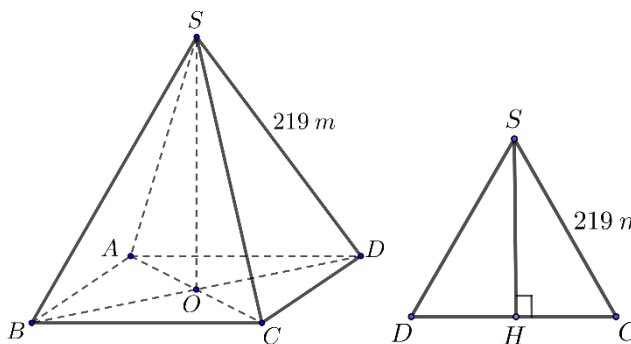
Câu 2: Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230 m , các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219 m (kích thước hiện nay). Kim tự tháp Cheops được mô phỏng bởi hình chóp $S.ABCD$ với O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD như hình bên dưới. (Theo *britannica.com*).



	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (gần đúng) là $48,3^\circ$.		
b)	Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$).		
c)	Đường thẳng SO vuông góc cạnh đáy AB và BC .		
d)	Biết rằng độ dài SO chính là chiều cao của kim tự tháp Cheops, ta tính được $SO \approx 146,67\text{ m}$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) Sai

Góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (gần đúng) là $48,3^\circ$.

Tính góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AB \parallel CD$.

Khi đó $(SC, AB) = (SC, CD) = \widehat{SCD}$.

Gọi H là trung điểm của CD , suy ra $DH = HC = \frac{CD}{2} = \frac{230}{2} = 115\text{ m}$.

Vì tam giác SCD có $SC = SD$ nên tam giác SCD cân tại S mà SH là trung tuyến nên SH là đường cao tam giác SCD .

Xét tam giác SHC vuông tại H , ta có: $\cos \widehat{SCD} = \cos \widehat{SCH} = \frac{HC}{SC} = \frac{115}{219} \Rightarrow \widehat{SCD} \approx 58,3^\circ$.

Vậy góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp khoảng $58,3^\circ$.

b) Đúng

Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

Xét ΔSAC cân tại S , ta có: SO là đường cao của ΔSAC nên $SO \perp AC$

Xét ΔSBD cân tại S , ta có: SO là đường cao của ΔSBD nên $SO \perp BD$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC, BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

c) Đúng

Đường thẳng SO vuông góc cạnh đáy AB và BC .

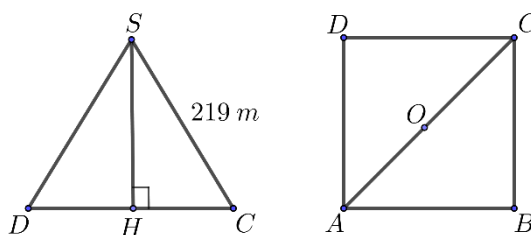
$$\text{Do } \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AB, BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp AB, SO \perp BC.$$

d) Đúng

Biết rằng độ dài SO chính là chiều cao của kim tự tháp Cheops, ta tính được $SO \approx 146,67 m$

Do chiều cao của kim tự tháp chính là chiều cao của tam giác SAC nên cần tính cạnh SO , với O là trung điểm AC , ta có:

Tam giác SAC có cạnh $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại S .



Xét hình vuông $ABCD$, ta có: $AC = AB\sqrt{2} = 230\sqrt{2} m$.

$$\Rightarrow AO = OC = \frac{AC}{2} = \frac{230\sqrt{2}}{2} = 115\sqrt{2} m.$$

Xét tam giác SOC vuông tại O , ta có:

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{219^2 - (115\sqrt{2})^2} = 7\sqrt{439} m \approx 146,67 m.$$

Vậy chiều cao của kim tự tháp Cheops khoảng $146,67 m$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\log_9(x+8) - \log_3(x+26) + 2 = 0$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Điều kiện $x > -8$.

Phương trình trở thành $\log_3(x+8)^2 - \log_3(x+26) + \log_3 9 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+8)^2 \cdot 9}{x+26} = 1 \Leftrightarrow 9 \cdot (x+8)^2 = x+26 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-143 - \sqrt{649}}{18} \\ x = \frac{-143 + \sqrt{649}}{18} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện nghiệm của phương trình là $x = \frac{-143 + \sqrt{649}}{18}$.

Câu 2: Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện?

Lời giải

Trả lời: 12

Gọi K là lượng virus trong cơ thể ông A khi bắt đầu nhập viện.

Sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó, nên lượng virus trong cơ thể ông A ở ngày thứ n là : $T \leq K \cdot (1-10\%)^n$

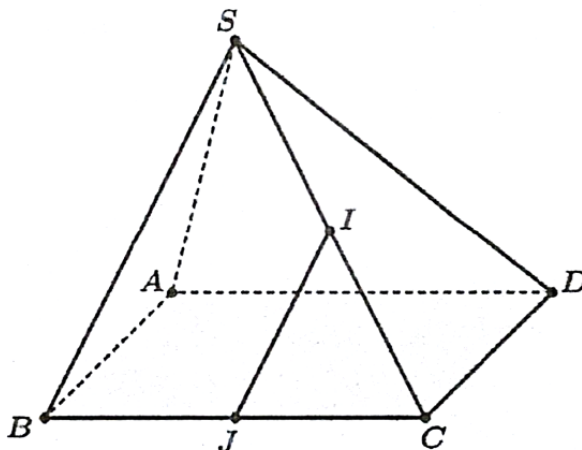
Ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện, nên ta có : $K \cdot (1-10\%)^n \leq K \cdot 30\% \Leftrightarrow (1-10\%)^n \leq 30\% \Leftrightarrow n \leq \log_{(1-10\%)} 30\% \Leftrightarrow n \geq 11.4$

Vậy, sau ít nhất 12 ngày thì ông A sẽ được xuất viện.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tìm số đo của góc (IJ, CD) .

Lời giải

Trả lời: 60



Tứ giác $ABCD$ có bốn cạnh bằng nhau nên $ABCD$ là hình thoi, suy ra $CD // AB$.

Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SBC nên $\begin{cases} IJ // SB \\ IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \end{cases}$.

Do vậy $(IJ, CD) = (AB, SB)$.

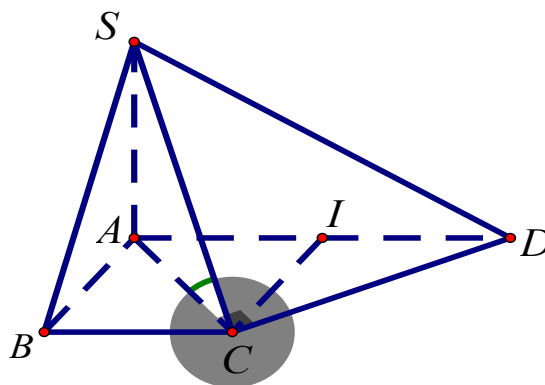
Mặt khác, tam giác SAB có ba cạnh bằng nhau nên $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Vậy $(IJ, CD) = (AB, SB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2a$, $AB = BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) (làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị độ).

Lời giải

Trả lời: 26,6



Ta có : $SC \cap (ABCD) = C$ và hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là A
 \Rightarrow hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là

$$AC \Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 60^\circ.$$

Xét tam giác ABC vuông tại B có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}$ và

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a.$$

Xét tam giác SAD vuông tại A có $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{6a^2 + 4a^2} = a\sqrt{10}$.

Gọi I là trung điểm của AD . Ta có $AI = \frac{1}{2}AD = a \Rightarrow AI = BC$. Lại có $AI // BC$ nên $ABCI$ là

hình bình hành. Do đó $CI = AB = a = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $C \Rightarrow CD \perp AC$ mà $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAC)$.

Ta có $SD \cap (SAC) = S$ và hình chiếu của D trên mặt phẳng (SAC) là C

$$\Rightarrow \text{hình chiếu của } SD \text{ trên mặt phẳng } (SAC) \text{ là } SC \Rightarrow (\widehat{SD, (SAC)}) = (\widehat{SD, SC}) = \widehat{DSC}.$$

Xét tam giác SCD vuông tại C có $\cos \widehat{DSC} = \frac{SC}{SD} = \frac{2\sqrt{2}a}{a\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \widehat{DSC} \approx 26,6^\circ$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $9^{x+1} = 27^{2x+1}$

Lời giải

Ta có: $9^{x+1} = 27^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{2x+2} = 3^{6x+3} \Leftrightarrow 2x+2 = 6x+3 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$.

Câu 2: Giải bất phương trình $\log_2(2x-3) - \log_4\left(x - \frac{1}{2}\right) > \frac{1}{2}$

Lời giải

Điều kiện: $x > \frac{3}{2}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\log_2(2x-3) > \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2\left(x - \frac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \log_2(2x-3)^2 > \log_2 2 + \log_2\left(x - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \log_2(2x-3)^2 > \log_2(2x-1)$

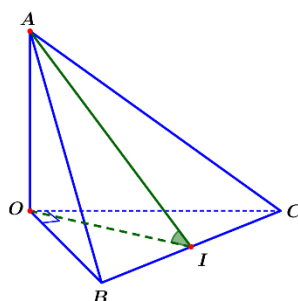
$\Leftrightarrow 4x^2 - 14x + 10 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Đối chiếu điều kiện bất phương trình có tập nghiệm $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Câu 3: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[O, BC, A]$.

Lời giải

Ta có



Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp OI \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AOI) \Rightarrow BC \perp AI$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (OBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AI \\ BC \perp OI \end{cases} \Rightarrow [O, BC, A] = \widehat{OIA}.$$

$$\text{Và } OI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle OAI \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \tan \widehat{OIA} = \frac{OA}{OI} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{OIA} = 30^\circ.$$

$$\text{Vậy } [O, BC, A] = 30^\circ.$$

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $BA = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi φ là góc hợp bởi $(A'BC); (ABC)$. Khi đó, tính $\tan \varphi$.

Lời giải

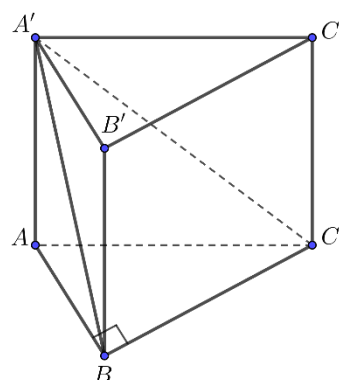
$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'B'B) \Rightarrow BC \perp A'B.$$

$$\text{Do } \begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'B \subset (A'BC); A'B \perp BC \text{ nên } \widehat{A'BA} = \varphi \text{ là góc hợp bởi} \\ AB \subset (ABC); AB \perp BC \end{cases}$$

$(A'BC); (ABC)$.

$$\text{Xét } \triangle A'BC \text{ vuông tại } A \text{ ta có } \tan \varphi = \frac{A'A}{BA} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}.$$

----- HẾT -----



ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $P = x^{\frac{3}{2}}$. B. $P = x^3$. C. $P = x^{\frac{3}{4}}$. D. $P = x$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(3x+1)$ là

- A. \mathbb{R} B. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ C. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$ D. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

- A. $x = 25$. B. $x = \frac{32}{3}$. C. $x = 32$. D. $x = \frac{25}{3}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^2$ là

- A. $[4; +\infty)$ B. $(-\infty; 4]$ C. $(4; +\infty)$ D. $(-\infty; 4)$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây sai?

- A. $(SAC) \perp (SBC)$. B. $(SAB) \perp (ABC)$. C. $(SAC) \perp (ABC)$. D. $(SAB) \perp (SBC)$.

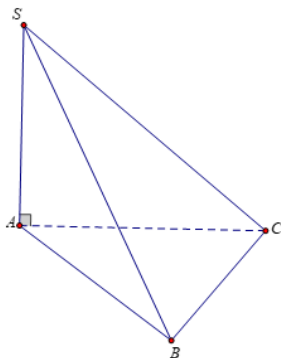
Câu 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

- A. AC' . B. AB' . C. AD' . D. AA' .

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $BB' \perp BD$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.

Câu 9: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Xác định hình chiếu của điểm S trên (ABC)



- A. A . B. B . C. C . D. D .

Câu 10: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, OBC . Đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (OAB) . B. (OCA) . C. (OBC) . D. (ABC) .

Câu 11: Quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi N_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu và $N(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ thì ta có: $N(t) = N_0 \cdot e^{rt}$ trong đó r là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ. Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn lên đến 1 triệu con.

- A. 14,7. B. 14,5. C. 14,6. D. 14,8.

Câu 12: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng, kì hạn 1 năm, thể thức lãi kép, với lãi suất 7,2% Hỏi nếu không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi thì tối thiểu sau bao nhiêu năm người gửi có được 165 triệu đồng? Biết rằng nếu rút trước kì hạn thì không được tính lãi trong kì hạn đó.

- A. 9 năm. B. 6 năm. C. 8 năm. D. 7 năm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\log_2(x^2 - 3x) = \log_4(x - 3)^2 + 2$.

- a) Điều kiện xác định của phương trình là $x < 0$ hoặc $x > 3$.
 b) Phương trình tương đương với $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2(x - 3) + 2$.
 c) Phương trình có một nghiệm duy nhất.
 d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng 32.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$		
b)	$(SB, (ABCD)) \approx 54,75^\circ$		
c)	$(SC, (ABCD)) = 45^\circ$		
d)	$(SC, (SAB)) = 60^\circ$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Câu 2: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng bao nhiêu độ?

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O với $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh AD và BC . Tính số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$. (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4: Anh Trung gửi vào ngân hàng 180 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau mỗi tháng, anh Trung đến ngân hàng rút mỗi tháng 5 triệu đồng để chi tiêu đến khi hết tiền thì thôi. Biết trong suốt thời gian đó, ngoài số tiền rút mỗi tháng anh Trung không rút thêm một đồng nào kể cả gốc lẫn lãi và lãi suất không đổi. Vậy tháng cuối cùng anh Trung sẽ rút được số tiền là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến đến hàng phân trăm)?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{2^{x^2+2x+3}} = 8^x$.

Câu 2: Giải bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(SAC); (SBC)$.

Câu 4: Tính khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh a .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.** $P = x^{\frac{3}{2}}$. **B.** $P = x^3$. **C.** $P = x^{\frac{3}{4}}$. **D.** $P = x$.

Lời giải

Ta có: $P = \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(3x+1)$ là

- A.** \mathbb{R} **B.** $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ **C.** $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$ **D.** $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$.

Vậy TXĐ: $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

- A.** $x = 25$. **B.** $x = \frac{32}{3}$. **C.** $x = 32$. **D.** $x = \frac{25}{3}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Với điều kiện phương trình đã cho tương đương $3x = 5^2 = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^2$ là

- A.** $[4; +\infty)$ **B.** $(-\infty; 4]$ **C.** $(4; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 4)$

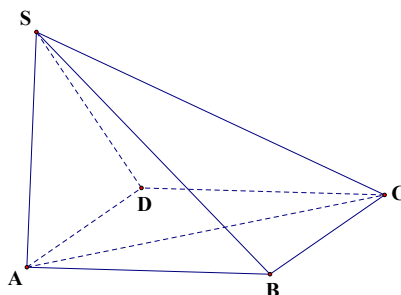
Lời giải

Ta có: $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^2 \Leftrightarrow x-2 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 4$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng

- A.** 60° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Lời giải

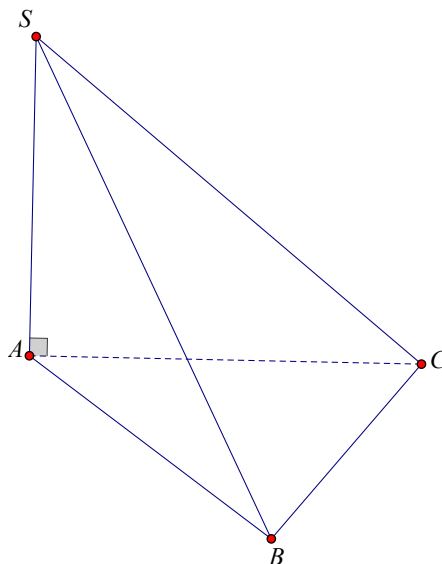


Hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC . Do đó góc giữa SC và đáy là góc \widehat{SCA} .

Tam giác SAC có $SC = SA = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân $\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây sai?
A. $(SAC) \perp (SBC)$. **B.** $(SAB) \perp (ABC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB), (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAB), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow B, C \text{ đúng.}$

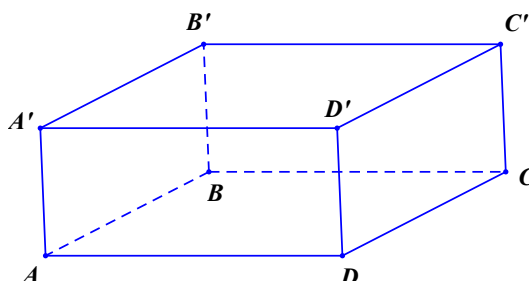
$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC)$
 $\Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow D$ đúng.

Vậy đáp án sai là **A**.

- Câu 7:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

- A.** AC' . **B.** AB' . **C.** AD' . **D.** AA' .

Lời giải

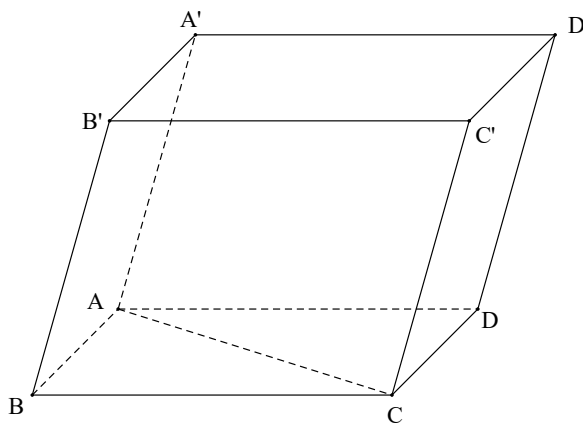


Ta có $d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA'$

- Câu 8:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** $BB' \perp BD$. **B.** $A'C' \perp BD$. **C.** $A'B \perp DC'$. **D.** $BC' \perp A'D$.

Lời giải



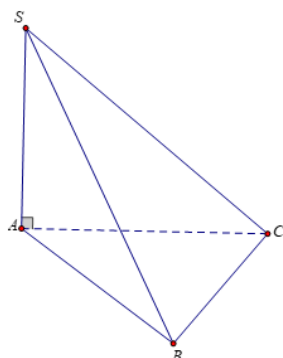
Vì các tứ giác $ABCD$, $A'B'BA$, $B'C'CB$ đều là hình thoi nên ta có

$AC \perp BD$ mà $AC \parallel A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD$. Vậy B đúng.

$A'B \perp AB'$ mà $AB' \parallel DC' \Rightarrow A'B \perp DC'$. Vậy C đúng.

$BC' \perp B'C$ mà $B'C \parallel A'D \Rightarrow BC' \perp A'D$. Vậy D đúng.

Câu 9: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Xác định hình chiếu của điểm S trên (ABC)



A. A .

B. B .

C. C .

D. D .

Lời giải

$SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của điểm S trên (ABC) là điểm A .

Câu 10: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, OBC . Đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

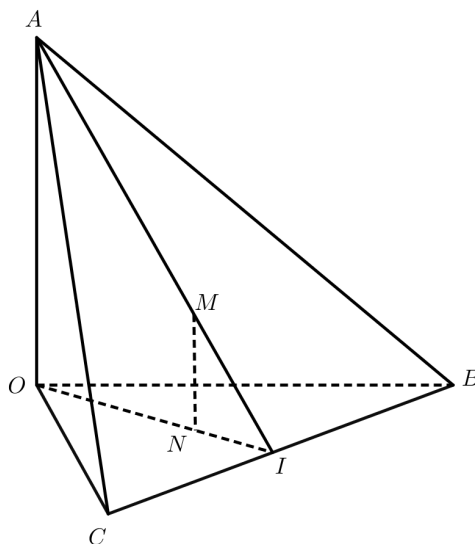
A. (OAB) .

B. (OCA) .

C. (OBC) .

D. (ABC) .

Lời giải



Vì OA vuông góc với các đường thẳng OB, OC nên $OA \perp (OBC)$

Gọi I là trung điểm BC , khi đó $\frac{MI}{IA} = \frac{NI}{IO} = \frac{1}{3}$ nên $MN \parallel OA$

Mặt khác $OA \perp (OBC)$ nên $MN \perp (OBC)$

Câu 11: Quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi N_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu và $N(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ thì ta có: $N(t) = N_0 \cdot e^{rt}$ trong đó r là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ. Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn lên đến 1 triệu con.

A. 14,7.

B. 14,5.

C. 14,6.

D. 14,8.

Lời giải

1 triệu con = 1 000 000 con.

Ta có sau 1 giờ tăng lên 800 con, suy ra $500 \cdot e^{r \cdot 1} = 800 \Rightarrow r = \ln 1,6$.

Ta có $N(t) = 500 \cdot e^{rt} = 1000000 \Leftrightarrow t = \frac{1}{r} \ln 2000 = \frac{\ln 2000}{\ln 1,6} \approx 14,7$ giờ.

Vậy sau 14,7 giờ.

Câu 12: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng, kì hạn 1 năm, thể thức lãi kép, với lãi suất 7,2% Hỏi nếu không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi thì tối thiểu sau bao nhiêu năm người gửi có được 165 triệu đồng? Biết rằng nếu rút trước kì hạn thì không được tính lãi trong kì hạn đó.

A. 9 năm.

B. 6 năm.

C. 8 năm.

D. 7 năm.

Lời giải

Công thức lãi kép: $T_n = T_0 (1 + r\%)^n$,

trong đó: T_0 là số tiền gửi ban đầu

T_n là số tiền cả gốc lẫn lãi sau n kì.

$r\%$ là lãi suất một kì.

Áp dụng công thức trên ta có:

$$100 \cdot 10^6 (1 + 7,2\%)^n \geq 165 \cdot 10^6 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,072} \left(\frac{165}{100} \right) \approx 7,2.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\log_2(x^2 - 3x) = \log_4(x - 3)^2 + 2$.

- a) Điều kiện xác định của phương trình là $x < 0$ hoặc $x > 3$.
- b) Phương trình tương đương với $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2(x - 3) + 2$.
- c) Phương trình có một nghiệm duy nhất.
- d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng 32.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng: Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ (x - 3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \vee x > 3 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$

b) Sai: Phương trình tương đương với $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2|x - 3| + 2$

c) Sai.

d) Đúng: Có $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2|x - 3| + \log_2 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4|x - 3|$

TH1: Với $x < 0$ ta có phương trình: $x^2 - 3x = -4(x - 3) \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4(\text{nhan}) \\ x = 3(\text{loai}) \end{cases}$

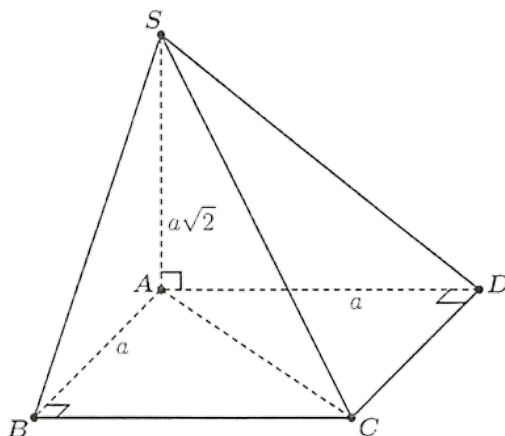
TH2: Với $x > 3$ ta có phương trình: $x^2 - 3x = 4(x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(\text{nhan}) \\ x = 3(\text{loai}) \end{cases}$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$		
b)	$(SB, (ABCD)) \approx 54,75^\circ$		
c)	$(SC, (ABCD)) = 45^\circ$		
d)	$(SC, (SAB)) = 60^\circ$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------



a) **Đúng**

AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

b) **Đúng**

$$(SB, (ABCD)) \approx 54,75^\circ$$

Vì vậy $(SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow \widehat{SBA} \approx 54,74^\circ$.

Vậy $(SB, (ABCD)) = \widehat{SBA} \approx 54,75^\circ$.

c) **Đúng**

$$(SC, (ABCD)) = 45^\circ$$

Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$

Nên $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 45^\circ$ (do ΔSAC vuông cân có $SA = AC = a\sqrt{2}$).

d) **Sai**

$$(SC, (SAB)) = 60^\circ.$$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (} SA \perp (SAB) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Suy ra SB là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAB) .

Do vậy $(SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{CSB}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SBC vuông tại B có: $\tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{CSB} = 30^\circ$.

Vậy $(\widehat{SC}, (\widehat{SAB})) = \widehat{CSB} = 30^\circ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Lời giải

Trả lời: 2

ĐK: $x > -1$.

Ta có: $\log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_2(x+7) > \log_2(x+1)^2$

$\Leftrightarrow x+7 > x^2+2x+1 \Leftrightarrow x^2+x-6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

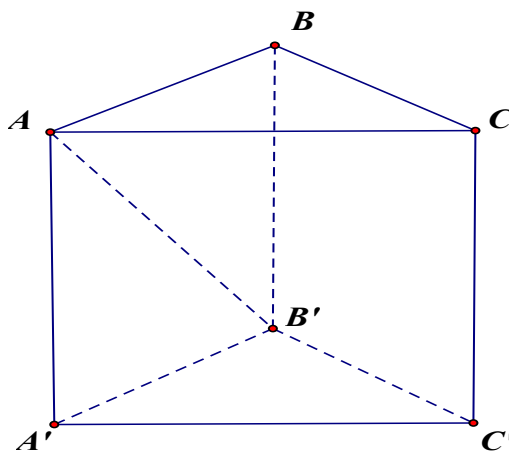
Kết hợp điều kiện $x > -1$, nghiệm của bất phương trình là $-1 < x < 2$.

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 0; x = 1$.

Câu 2: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Trả lời: 45



Từ giả thiết của bài toán suy ra: $A'B'$ là hình chiếu vuông góc của AB' trên $(A'B'C')$.

Do đó, $(\widehat{AB', (A'B'C')}) = (\widehat{AB', A'B'}) = \widehat{AB'A'}$.

Tam giác $AB'A'$ vuông tại A' có $AA' = A'B' = a \Rightarrow \Delta AA'B'$ vuông cân tại A' .

Suy ra $(\widehat{AB', (A'B'C')}) = (\widehat{AB', A'B'}) = \widehat{AB'A'} = 45^\circ$.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O với $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh AD và BC . Tính số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$. (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

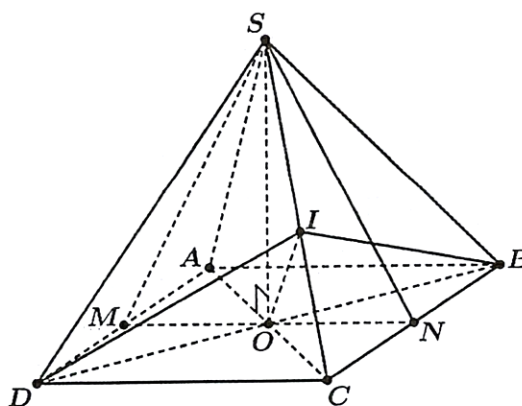
Lời giải

Trả lời: 104

Kẻ đường cao DI của tam giác SCD .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SC \perp DI \\ SC \perp BD \text{ (do } BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (IBD) \Rightarrow SC \perp BI.$$

Suy ra số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng góc \widehat{DIB}



Ta có $IO \perp BD$ và O là trung điểm BD

nên $\triangle IBD$ cân tại I và $\widehat{OIB} = \widehat{OID} = \frac{1}{2} \widehat{BID}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = OD$.

Tam giác SOC có đường cao

$$OI = \frac{SO \cdot OC}{\sqrt{SO^2 + OC^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}$$

Tam giác IOD vuông tại O có:

$$\tan \widehat{OID} = \frac{OD}{OI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{30}}{10}} = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow \tan \widehat{BID} = \frac{2 \tan \widehat{OID}}{1 - \tan^2 \widehat{OID}} = -\sqrt{15} \Rightarrow \widehat{BID} = 104^\circ 29'$$

Vậy số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng 104° .

Câu 4: Anh Trung gửi vào ngân hàng 180 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau mỗi tháng, anh Trung đến ngân hàng rút mỗi tháng 5 triệu đồng để chi tiêu đến khi hết tiền thì thôi. Biết trong suốt thời gian đó, ngoài số tiền rút mỗi tháng anh Trung không rút thêm một đồng nào kể cả gốc lẫn lãi và

lãi suất không đổi. Vậy tháng cuối cùng anh Trung sẽ rút được số tiền là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 3,38

Gọi $A = 180$ triệu đồng, $r = 0,6\%$ và $X = 5$ triệu đồng, S_n là số tiền còn lại sau n tháng, n là thời gian anh Trung rút tiền

Sau 1 tháng số tiền còn lại là: $180(1 + 0,006) - 5$.

Sau 2 tháng số tiền còn lại là: $180(1 + 0,006)^2 - 5(1 + 0,006) - 5$.

Sau 3 tháng số tiền còn lại là: $180(1 + 0,006)^3 - 5(1 + 0,006)^2 - 5(1 + 0,006) - 5$.

...

Sau n tháng số tiền còn lại là: $180(1 + 0,006)^n - 5[(1 + 0,006)^{n-1} + \dots + (1 + 0,006) + 1]$

$$= 180(1 + 0,006)^n - 5 \left[\frac{(1 + 0,006)^n - 1}{0,006} \right]$$

Để rút hết số tiền thì ta tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho

$$S_n \leq 0 \Leftrightarrow 180 \cdot 1,006^n - 5 \cdot \frac{1,006^n - 1}{0,006} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2500}{3} - \frac{1960}{3} \cdot 1,006^n \leq 0 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,006} \frac{2500}{1960} \Rightarrow n = 41$$

Khi đó số tiền tháng cuối cùng mà anh Trung lấy về là:

$$S_{40} = \left[180 \cdot 1,006^{40} - 5 \cdot \frac{1,006^{40} - 1}{0,006} \right] \approx 3,38 \text{ triệu đồng}$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{2^{x^2+2x+3}} = 8^x$.

Lời giải

Phương trình tương đương với $2^{\frac{1}{2}(x^2+2x+3)} = 2^{3x} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 3) = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Câu 2: Giải bất phương trình $2 \log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

Lời giải

Điều kiện: $1 < x < 5$.

Ta có $2 \log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \leq \log_2[2(5-x)] \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 10-2x$

$\Leftrightarrow x^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$. Vậy tập nghiệm của bpt là $S = (1; 3]$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(SAC); (SBC)$.

Lời giải

Ta có $(SAC) \cap (SBC) = SC$.

Gọi F là trung điểm AC thì $BF \perp (SAC)$.

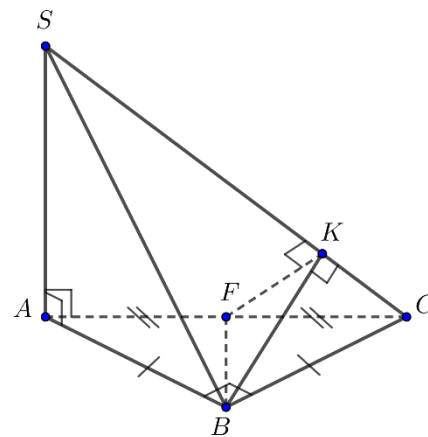
Dựng $BK \perp SC$ tại $K \Rightarrow SC \perp (BKF)$

$$\Rightarrow \widehat{((SAC), (SBC))} = \widehat{(KB, KF)} = \widehat{BKF}$$

$$\text{Để thấy } \triangle CFK \sim \triangle CSA \Rightarrow \frac{FK}{FC} = \frac{SA}{SC} \Rightarrow FK = \frac{FC \cdot SA}{SC} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

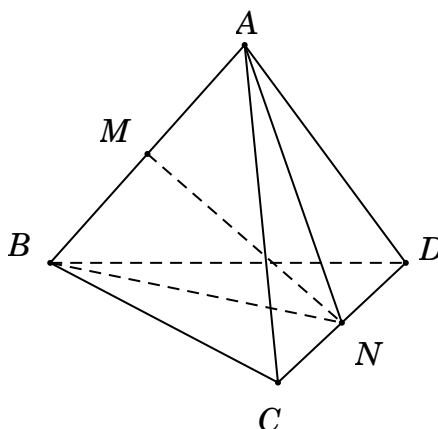
$$\triangle BFK \text{ vuông tại } F \text{ có } \tan \widehat{BKF} = \frac{FB}{FK} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BKF} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa $(SAC); (SBC)$ bằng 60° .



Câu 4: Tính khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh a .

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} CD \perp BN \\ CD \perp AN \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp MN. \quad (1)$$

$$\text{Ta có } AN = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle ABN \text{ cân tại } N \Rightarrow MN \perp AB. \quad (2)$$

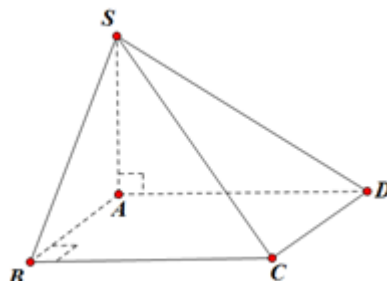
$$\text{Từ (1) và (2), suy ra } d[AB, CD] = MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$.



Đường thẳng nào vuông góc mặt phẳng (SAD) ?

- A. SC B. SB C. CD D. BC

Câu 2: Nghiệm của phương trình $6^x = 1296$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 9$. C. $x = -4$. D. $x = 10$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy là?

- A. \widehat{SCA} B. \widehat{SAC} C. \widehat{ASC} D. \widehat{SCB}

Câu 4: Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$ thỏa $\log_a b = 3$. Tính $P = \log_a b^3$.

- A. $P = 18$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{9}{2}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2} x > \log_{0,2} 7$ là

- A. $(7; +\infty)$. B. $(0; 7)$. C. $(-\infty; 7)$. D. $[0; 7)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $0,5^{3x-1} > 0,25$

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 7: Giá trị của biểu thức $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 10.

Câu 8: Xét tất cả các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a + \log_8 b = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $ab = 2$. B. $a^3 b = 1$. C. $ab^3 = 2$. D. $a^3 b = 8$.

Câu 9: Số nghiệm thực của phương trình $3^x \cdot 5^{x^2} = 1$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10: Thông tin về tình hình dân số, lao động việc làm quý IV và năm 2023 của Tổng cục Thống kê (Bộ Kế hoạch và Đầu tư) cho biết, dân số trung bình của Việt Nam năm 2023 đạt 100,3 triệu người với tỉ lệ tăng trưởng dân số $r = 0,8\%$ một năm. Giả sử nếu tỉ lệ tăng trưởng không thay đổi trong các năm tiếp theo, đến năm bao nhiêu thì dân số Việt Nam sẽ tăng gấp đôi?

- A. 2100. B. 2110. C. 2120. D. 2120.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $SA \perp BD$. **B.** $SC \perp BD$. **C.** $SO \perp BD$. **D.** $AD \perp SC$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng
A. $a\sqrt{6}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** a . **D.** $2a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Dân số nước ta năm 2023 ước tính là $A = 100,3$ triệu người. (Nguồn: Tổng Cục Thống Kê <https://gso.gov.vn>). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta là $r = 0,84\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2023) được tính theo công thức: $S = A.e^{rt}$ triệu người.
a) Sau 1 năm nữa dân số Việt Nam đạt 101,1 triệu người.

b) Đến năm 2030, dân số Việt Nam ước đạt 120 triệu người.

c) Người ta ước tính rằng, đến năm 2035. Mức sinh của Việt Nam có xu hướng giảm, tỉ lệ tăng dân số hằng năm chỉ còn khoảng $r = 0,4\%$. Dân số Việt Nam vào năm 2040 là hơn 120 triệu người.

d) Dân số nước ta vượt 110 triệu người trong vòng 10 năm nữa.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SM .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng AH .		
b)	Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .		
c)	Đường thẳng SH là hình chiếu của đường thẳng SA lên mặt phẳng (SBC) .		
d)	Độ dài đoạn thẳng AH bằng $\frac{6a}{11}$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}}4$ là

Câu 2: Mùa hè năm 2023, để chuẩn bị cho “học kì quân đội” dành cho các bạn nhỏ, một đơn vị bộ đội chuẩn bị thực phẩm cho các bạn nhỏ, dự kiến đủ dùng trong 45 ngày (năng suất ăn của mỗi ngày là như nhau). Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày (ngày sau tăng 10% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

Câu 3: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 15, cạnh bên bằng 10. Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng đáy là

PHẦN IV. Tự luận

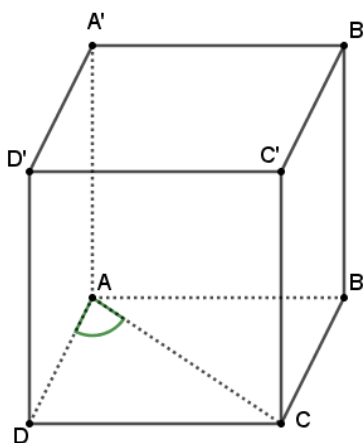
Câu 1: Giải bất phương trình $\log_3(4x-3) \leq \log_9(18x+27)$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.

b) Gọi AH là đường cao của ΔSAB . Chứng minh $AH \perp SC$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'D'D)$ bằng



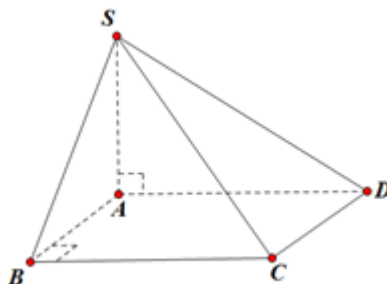
Câu 4: Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do quản lí kém, bị một số kẻ gian lấy trộm để bán lậu nên kể từ năm thứ 2 trở đi mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm so với năm liền trước. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$.



Đường thẳng nào vuông góc mặt phẳng (SAD) ?

- A. SC B. SB C. CD D. BC

Lời giải

Có $CD \perp AD$ (1) (do $ABCD$ là hình chữ nhật).

và $CD \perp SA$ (2) (do $SA \perp (ABCD)$).

Từ (1), (2) suy ra $CD \perp (SAD)$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $6^x = 1296$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 9$. C. $x = -4$. D. $x = 10$.

Lời giải

Ta có $6^x = 1296 \Leftrightarrow x = \log_6 1296 = 4$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy là?

- A. \widehat{SCA} B. \widehat{SAC} C. \widehat{ASC} D. \widehat{SCB}

Lời giải

Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng đáy nên góc tạo bởi giữa SC và mặt phẳng đáy là $\alpha = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$

Câu 4: Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$ thỏa $\log_a b = 3$. Tính $P = \log_{a^2} b^3$.

- A. $P = 18$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{9}{2}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Vì $a, b > 0$ nên ta có: $P = \frac{3}{2} \log_a b = \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2}$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2} x > \log_{0,2} 7$ là

- A. $(7; +\infty)$. B. $(0; 7)$. C. $(-\infty; 7)$. D. $[0; 7)$.

Lời giải

Ta có $\log_{0,2} x > \log_{0,2} 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 7 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 7$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $0,5^{3x-1} > 0,25$

- A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Ta có : $0,5^{3x-1} > 0,25 \Leftrightarrow 0,5^{3x-1} > 0,5^2 \Leftrightarrow 3x-1 < 2 \Leftrightarrow x < 1$.

Câu 7: Giá trị của biểu thức $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

- A.** 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Áp dụng tính chất $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ với $1 \neq a > 0, 1 \neq b > 0, c > 0$.

Ta có $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$.

Câu 8: Xét tất cả các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a + \log_8 b = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $ab = 2$. **B.** $a^3b = 1$. **C.** $ab^3 = 2$. **D.** $a^3b = 8$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 a + \log_8 b = 1 \Leftrightarrow \log_2 a + \log_{2^3} b = 1 \Leftrightarrow \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b = 1 \Leftrightarrow 3 \log_2 a + \log_2 b = 3$

$\Leftrightarrow \log_2 a^3 + \log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 \cdot b) = 3 \Leftrightarrow a^3 b = 2^3 \Leftrightarrow a^3 b = 8$.

Câu 9: Số nghiệm thực của phương trình $3^x \cdot 5^{x^2} = 1$

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $3^x \cdot 5^{x^2} = 1 \Leftrightarrow \log_5 (3^x \cdot 5^{x^2}) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + x \log_5 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\log_5 3 \end{cases}$

Câu 10: Thông tin về tình hình dân số, lao động việc làm quý IV và năm 2023 của Tổng cục Thống kê (Bộ Kế hoạch và Đầu tư) cho biết, dân số trung bình của Việt Nam năm 2023 đạt 100,3 triệu người với tỉ lệ tăng trưởng dân số $r = 0,8\%$ một năm. Giả sử nếu tỉ lệ tăng trưởng không thay đổi trong các năm tiếp theo, đến năm bao nhiêu thì dân số Việt Nam sẽ tăng gấp đôi?

- A.** 2100. **B.** 2110. **C.** 2120. **D.** 2120.

Lời giải

Đặt $d_0 = 100,3$ (triệu người) là dân số Việt Nam năm 2023.

Khi đó, công thức xác định dân số sau n năm là $d_n = d_0 (1 + 0,8\%)^n$ (triệu người).

Theo đề, ta có phương trình:

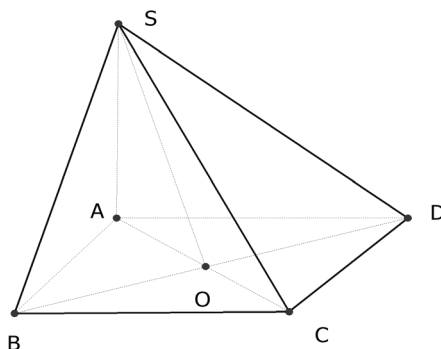
$2 \cdot 100,3 = 100,3 \cdot (1 + 0,8\%)^n \Leftrightarrow 2 = (1 + 0,8\%)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,008} 2 \Leftrightarrow n \approx 87$

Nên đến năm $2023 + 87 = 2110$ thì dân số Việt Nam sẽ tăng gấp đôi.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $SA \perp BD$. B. $SC \perp BD$. C. $SO \perp BD$. D. $AD \perp SC$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

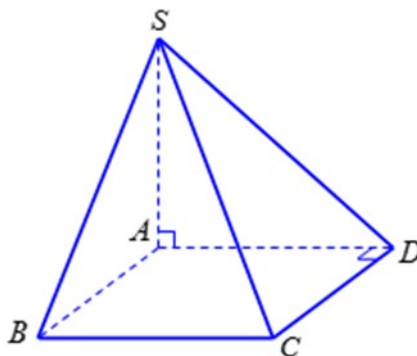
Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$, mà $SA \perp BD \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC, BD \perp SO$. Do đó đáp án A, B, C đều đúng.

AD không vuông góc SC . Chọn đáp án **D**

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

- A. $a\sqrt{6}$. B. $a\sqrt{5}$. C. a . D. $2a$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp CD \end{cases} \Rightarrow AD$ là đoạn vuông góc chung của SA và CD .

Do đó $d(SA, CD) = AD = 2a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Dân số nước ta năm 2023 ước tính là $A = 100,3$ triệu người. (Nguồn: Tổng Cục Thống Kê <https://gso.gov.vn>). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta là $r = 0,84\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2023) được tính theo công thức: $S = A.e^{rt}$ triệu người.
a) Sau 1 năm nữa dân số Việt Nam đạt 101,1 triệu người.

- b) Đến năm 2030, dân số Việt Nam ước đạt 120 triệu người.
- c) Người ta ước tính rằng, đến năm 2035. Mức sinh của Việt Nam có xu hướng giảm, tỉ lệ tăng dân số hằng năm chỉ còn khoảng $r = 0,4\%$. Dân số Việt Nam vào năm 2040 là hơn 120 triệu người.
- d) Dân số nước ta vượt 110 triệu người trong vòng 10 năm nữa.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) Đúng: Sau 1 năm nữa (tính từ 2023) dân số Việt Nam ước tính là: $100,3 \cdot e^{0,0084 \cdot 1} = 101,1$ triệu người.

b) Sai: Đến năm 2030, tức là sau 7 năm dân số Việt Nam ước tính là: $100,3 \cdot e^{0,0084 \cdot 7} = 106,4$ triệu người.

c) Sai: Với tỉ lệ tăng dân số hằng năm là $r = 0,84\%$, ước tính dân số Việt Nam vào năm 2035 là $100,3 \cdot e^{0,0084 \cdot 12} = 110,9$ triệu người.

Từ 2035, tỉ lệ tăng dân số hằng năm chỉ còn khoảng $r = 0,4\%$, nên tính đến 2040, dân số Việt Nam khoảng: $110,9 \cdot e^{0,004 \cdot 5} = 113,1$ triệu người.

d) Sai: Ta có: $100,3 \cdot e^{0,0084 \cdot t} > 110 \Leftrightarrow e^{0,0084 \cdot t} > \frac{110}{100,3} \Leftrightarrow 0,0084t > \ln \frac{110}{100,3} \Leftrightarrow t > 10,9$.

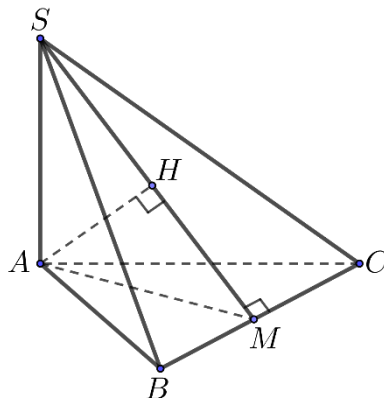
Vậy sau 11 năm nữa tính từ mốc 2023, tức là từ năm 2034 trở đi, dân số Việt Nam ước tính vượt quá 110 triệu người.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SM .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng AH .		
b)	Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .		
c)	Đường thẳng SH là hình chiếu của đường thẳng SA lên mặt phẳng (SBC) .		
d)	Độ dài đoạn thẳng AH bằng $\frac{6a}{11}$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------



a) Đúng

Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng AH .

Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SM nên $AH \perp SM$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \Rightarrow BC \perp (SAM). \\ AM, SA \subset (SAM) \end{cases}$$

Mà $AH \subset (SAM)$ nên $BC \perp AH$.

b) Đúng

Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp BC \\ SM, BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$$

c) Đúng

Đường thẳng SH là hình chiếu của đường thẳng SA lên mặt phẳng (SBC) .

$AH \perp (SBC)$ nên SH là hình chiếu của SA lên (SBC)

d) Sai

Độ dài đoạn thẳng AH bằng $\frac{6a}{11}$.

$$\text{Xét tam giác } SAM \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{11}{6a^2}.$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{6a^2}{11} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

Lời giải

Trả lời: 4

Điều kiện $x > 3$

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow x-3 \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 7$. Đối chiếu điều kiện ta có tập nghiệm bpt là

$S = (3;7]$ nên số nghiệm nguyên dương là 4

Câu 2: Mùa hè năm 2023, để chuẩn bị cho “học kì quân đội” dành cho các bạn nhỏ, một đơn vị bộ đội chuẩn bị thực phẩm cho các bạn nhỏ, dự kiến đủ dùng trong 45 ngày (lượng suất ăn của mỗi ngày là như nhau). Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày (ngày sau tăng 10% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

Lời giải

Trả lời: 25

Gọi x là số thực phẩm dự kiến dùng cho 1 ngày \Rightarrow Tổng số thực phẩm $45x$.

Số thực phẩm đã dùng trong 10 ngày đầu là $10x$.

Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày.

\Rightarrow Số thực phẩm dùng trong ngày thứ n là $x(1+0,1)^n$.

Tổng số thực phẩm đã dùng sau ngày thứ n là

$$10x + x + x(1+0,1)^1 + \dots + x(1+0,1)^n = 10x + x \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1}$$

Sau n ngày dùng hết sản phẩm nếu

$$10x + x \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1} = 45x \Leftrightarrow \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1} = 35$$

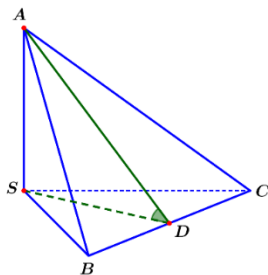
$$\Leftrightarrow (1,1)^{n+1} = 4,5 \Leftrightarrow n+1 = \log_{1,1} 4,5 \Leftrightarrow n \approx 15,78.$$

Suy ra, thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho $10+15=25$ ngày.

Câu 3: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S,BC,A]$. Tính $\cos \alpha$? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,58



Gọi D là trung điểm cạnh BC .

Suy ra $SD \perp BC$ (vì tam giác SBC cân tại S).

$$\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC.$$

Và $SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp SD$.

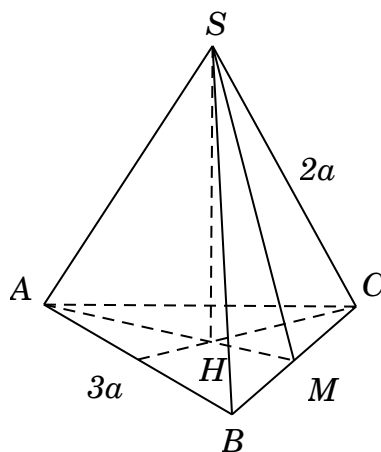
$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SD \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = \widehat{SDA} = \alpha.$$

Xét $\triangle SAD$ vuông tại S , ta có: $\cos \alpha = \cos \widehat{SDA} = \frac{SD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 4: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 15, cạnh bên bằng 10. Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng đáy là

Lời giải

Trả lời: 5



Gọi M là trung điểm BC và H là trọng tâm tam giác ABC .

Ta dễ dàng chứng minh được $SH \perp (ABC) \Rightarrow d(S, (ABC)) = SH$.

Ta có $AM = \frac{15\sqrt{3}}{2}$, $AH = \frac{2}{3}AM = 5\sqrt{3} \Rightarrow SH = \sqrt{10^2 - (5\sqrt{3})^2} = 5$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải bất phương trình $\log_3(4x-3) \leq \log_9(18x+27)$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 4x-3 > 0 \\ 18x+27 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{4} \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$$

$$\text{Ta có: } \log_3(4x-3) \leq \log_9(18x+27)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3(18x+27)$$

$$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq 18x+27$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm là: } S = \left(\frac{3}{4}; 3 \right]$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.

b) Gọi AH là đường cao của ΔSAB . Chứng minh $AH \perp SC$.

Lời giải

a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.

Ta có $SA \perp (ABC)$ mà $BC \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ (1).

ΔABC vuông tại B hay $AB \perp BC$ (2).

Trong $(SAB): SA \cap AB = A$, (3).

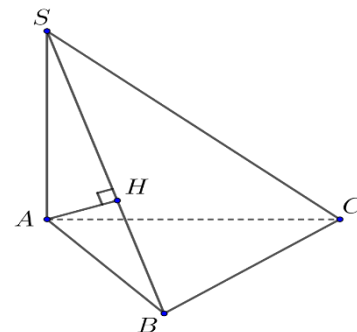
Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow BC \perp (SAB)$.

b) Chứng minh $AH \perp SC$.

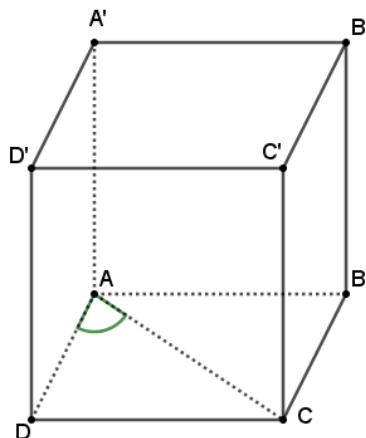
Theo câu a), $BC \perp (SAB)$ mà $AH \subset (SAB)$ nên $AH \perp BC$.

Lại có AH là đường cao của $\Delta SAB \Rightarrow AH \perp SB$.

Trong ΔSBC , $AH \perp BC$ và $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp SC$.



Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'D'D)$ bằng



Lời giải

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp DD' \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ADD'A')$.

Do đó $(AC; (ADD'A')) = (AC; AD) = \widehat{CAD} = 45^\circ$.

Câu 4: Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do quản lí kém, bị một số kẻ gian lấy trộm để bán lậu nên kể từ năm thứ 2 trở đi mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm so với năm liền trước. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết?

Lời giải

Gọi số dầu tiêu thụ mỗi năm theo dự tính là x . Suy ra tổng dự trữ dầu là $100x$

Gọi t là số năm thực tế tiêu thụ hết dầu, suy ra $x + x(1,04) + x(1,04)^2 + \dots + x(1,04)^t = 100x$

$$\Leftrightarrow x \frac{1 - (1,04)^{t+1}}{1 - 1,04} = 100x \Leftrightarrow \frac{1 - (1,04)^{t+1}}{1 - 1,04} = 100 \Rightarrow t \approx 42 \text{ năm}$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$.

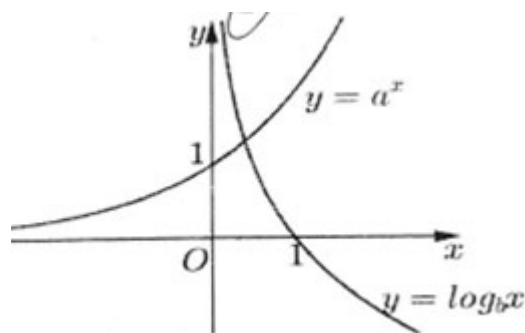
- A. $A = \frac{1}{25}$. B. $A = \frac{1}{5}$. C. $A = 25$. D. $A = 5$.

Câu 2: Cho ba số dương a, b, c với $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 4$ và $\log_a c = 5$. Tính $P = \log_a (b^3 c^4)$.

- A. $P = 189$. B. $P = 204$. C. $P = 16$. D. $P = 32$.

Câu 3: Cho đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

- A. $0 < b < 1 < a$. B. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.
C. $0 < a < 1 < b$. D. $a > 1, b > 1$.



Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

- A. $\{1; 2\}$. B. $\{-2; 1\}$.
C. $\{-1; 2\}$. D. $\{-2; -1\}$.

Câu 5: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 (2x-1) < 2$ là:

- A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $S = (5; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng:

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

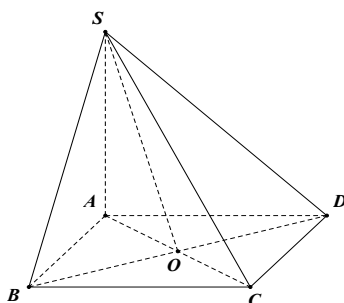
Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(A'BD)$. B. $(A'DC')$. C. $(A'D'C)$. D. $(A'B'BA)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $BC \perp (SAB)$. B. $AC \perp (SBD)$. C. $BD \perp (SAC)$. D. $CD \perp (SAD)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông tâm O . Hình chiếu của tam giác SBD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác



- A. OAB . B. ABD . C. CBD . D. OAD .

- Câu 10:** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 6a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
A. a^3 . **B.** $12.a^3$. **C.** $6.a^3$. **D.** $2.a^3$.
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABC$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) là
A. AC . **B.** BC . **C.** AB . **D.** SB .
- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = 3a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 5a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng
A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{13}$. **D.** $5a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cô Minh lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép.:

- a) Sau 6 tháng cô Minh có tổng số tiền là 104,04 triệu.
 b) Để số tiền nhận được là 150 triệu thì cô Minh phải gửi ngân hàng 18 quý.
 c) Sau đúng 6 tháng cô Minh gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền cô Minh nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất là 216 triệu
 d) Để nhận được số tiền 200 triệu trong 30 tháng với lãi suất như trên thì ban đầu cô Minh phải gửi ít nhất 164 triệu.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Biết rằng $AB = AC = a, AD = a\sqrt{3}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AC \perp (ABD)$		
b)	$(CD, (ABD)) = 30^\circ$		
c)	Góc phẳng nhị diện $[A, BC, D] \approx 87,79^\circ$		
d)	Góc phẳng nhị diện $[C, AB, D] = 90^\circ$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho các số nguyên a, b, c, d lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{3}{2}, \log_c d = \frac{5}{4}$ và $a - c = 9$. Tính $S = b - d$.

Câu 2: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) . (đơn vị độ)

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a\sqrt{2}$, $SO = a$. Tính $\tan \alpha$ với α là góc nhị diện $[B, SA, D]$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 4: Chị Lan chuẩn bị mua nhà trị giá 1 tỷ đồng. Chị Lan thực hiện việc tiết kiệm bằng cách mỗi tháng gửi đều đặn vào ngân hàng 20 triệu đồng/tháng. Biết rằng trong thời gian chị Lan gửi tiền thì ngân hàng áp dụng mức lãi suất 0,6% tháng và chị Lan không rút lãi lần nào. Hỏi chị Lan phải gửi tối thiểu bao nhiêu tháng để có được số tiền 1 tỷ đồng bao gồm cả tiền gốc và tiền lãi?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình sau: $\log_2(-x^2 + 4x - 3) - 1 = \log_2\left(\frac{5}{2} - x\right)$

Câu 2: Áp suất khí quyển p (tính bằng kilopascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$. Ở độ cao trên 20 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng $(A'BD)$

Câu 4: Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris. Toàn bộ kim tự tháp được xây bằng kính cùng các khớp nối kim loại, cao 20,6 m với đáy hình vuông mỗi cạnh 35 m. Trong một sự kiện nghệ thuật, ban tổ chức muốn căng một sợi dây từ tâm của sàn nhà đến bốn mặt bên. Hãy ước lượng độ dài tối thiểu của sợi dây.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$.

- A.** $A = \frac{1}{25}$. **B.** $A = \frac{1}{5}$. **C.** $A = 25$. **D.** $A = 5$.

Lời giải

Ta có: $A = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = 25$.

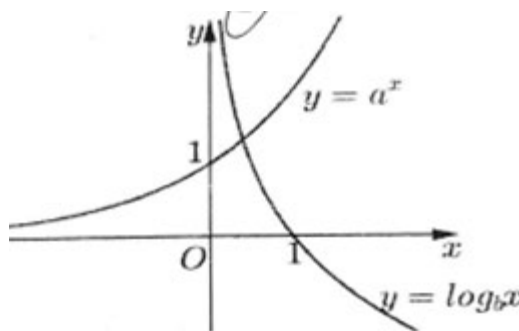
Câu 2: Cho ba số dương a, b, c với $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 4$ và $\log_a c = 5$. Tính $P = \log_a (b^3 c^4)$.

- A.** $P = 189$. **B.** $P = 204$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = 32$.

Lời giải

$P = \log_a (b^3 c^4) = \log_a (b^3) + \log_a (c^4) = 3 \log_a b + 4 \log_a c = 3.4 + 4.5 = 32$.

Câu 3: Cho đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng



- A.** $0 < b < 1 < a$. **B.** $0 < a < 1, 0 < b < 1$.
C. $0 < a < 1 < b$. **D.** $a > 1, b > 1$.

Lời giải

+ Vì hàm số $y = a^x$ là hàm số đồng biến nên ta có $a > 1$.
 + Vì hàm số $y = \log_b x$ là hàm số nghịch biến nên ta có $0 < b < 1$. Do đó $0 < b < 1 < a$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

- A.** $\{1; 2\}$. **B.** $\{-2; 1\}$. **C.** $\{-1; 2\}$. **D.** $\{-2; -1\}$.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $2^{x^2+x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Câu 5: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 (2x-1) < 2$ là:

- A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $S = (5; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

Lời giải

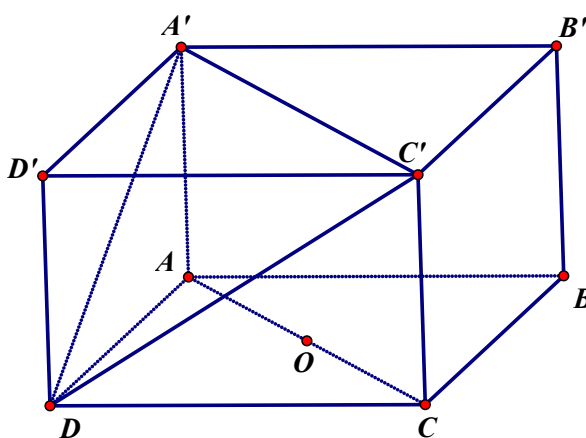
Bất phương trình đã cho tương đương với $0 < 2x - 1 < 9 \Leftrightarrow 1 < 2x < 10 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 5$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng:

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải



+ Có $AC \parallel A'C' \Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D)$.

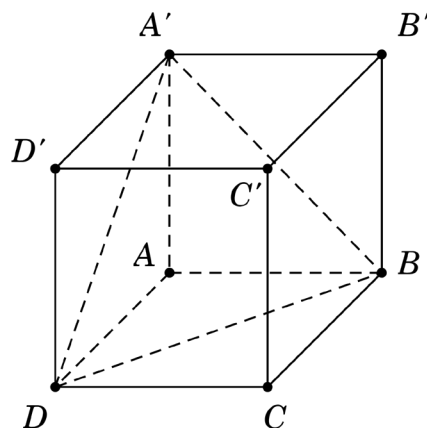
+ Xét tam giác $A'C'D$ có độ dài ba cạnh $A'C' = A'D = C'D = \sqrt{2}$ (đường chéo của các hình vuông cạnh bằng 1), do đó tam giác $A'C'D$ là tam giác đều. Vậy

$(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(A'BD)$. B. $(A'DC')$. C. $(A'D'C)$. D. $(A'B'BA)$.

Lời giải



Ta có $AA'D'D$ là hình vuông suy ra $AD' \perp A'D$. (1)

Và $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương suy ra $AB \perp A'D$. (2)

Từ (1),(2) suy ra $A'D \perp (ABC'D') \Rightarrow A'D \perp AC'$.

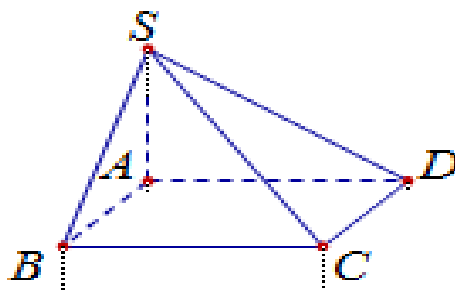
Lại có $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC \perp BD$ mà $AA' \perp BD$ ($AA' \perp (ABCD)$)

$\Rightarrow BD \perp (AA'C'C) \Rightarrow BD \perp AC'$. Kết hợp với $A'D \perp AC'$ suy ra $AC' \perp (A'BD)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $BC \perp (SAB)$. **B.** $AC \perp (SBD)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $CD \perp (SAD)$.

Lời giải



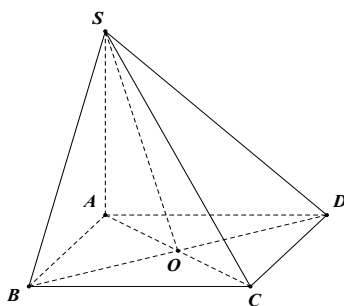
$$+ \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$+ \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$+ \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

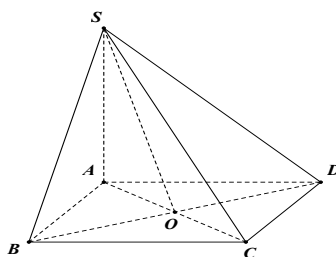
Suy ra: đáp án B sai.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông tâm O . Hình chiếu của tam giác SBD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác



- A. OAB . B. ABD . C. CBD . D. OAD .

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Mặt khác, B là hình chiếu của điểm B trên mặt phẳng $(ABCD)$.

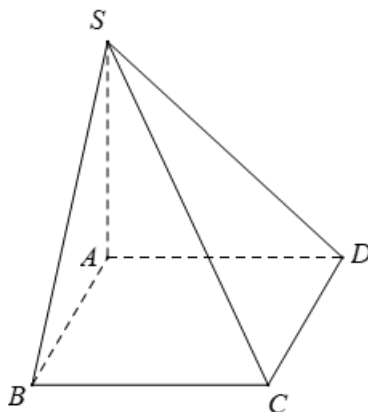
D là hình chiếu của điểm D trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Vậy tam giác ABD là hình chiếu của tam giác SBD trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 6a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. a^3 . B. $12.a^3$. C. $6.a^3$. D. $2.a^3$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD}$

Lại có tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD} = a^2$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 6a \cdot a^2 = 2a^3$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) là

- A. AC . B. BC . C. AB . D. SB .

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) .

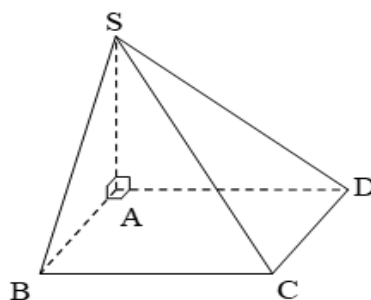
Do $B \in (ABC)$ nên B là hình chiếu vuông góc của chính nó trên (ABC) .

Suy ra hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) là AB .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = 3a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 5a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $3a$. B. $2a$. C. $a\sqrt{13}$. D. $5a$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CB = AD = 3a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cô Minh lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép.:

- a) Sau 6 tháng cô Minh có tổng số tiền là 104,04 triệu.
 b) Để số tiền nhận được là 150 triệu thì cô Minh phải gửi ngân hàng 18 quý.
 c) Sau đúng 6 tháng cô Minh gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền cô Minh nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất là 216 triệu
 d) Để nhận được số tiền 200 triệu trong 30 tháng với lãi suất như trên thì ban đầu cô Minh phải gửi ít nhất 164 triệu.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng: 3 tháng = 1 quý, nên 6 tháng = 2 quý

Sau 6 tháng cô Minh có tổng số tiền là $100(1+2\%)^2 = 104,04$ triệu.

b) Sai: Ta có: $100(1+2\%)^n = 150 \Leftrightarrow n = \log_{(1+2\%)} 1,5 \approx 20,475$.

c) Sai: Cô Minh gửi thêm 100 triệu đồng nên tổng số tiền gửi là 204,04 triệu

Số tiền sau 1 năm nữa là $204,04(1+2\%)^4 \approx 220$ triệu.

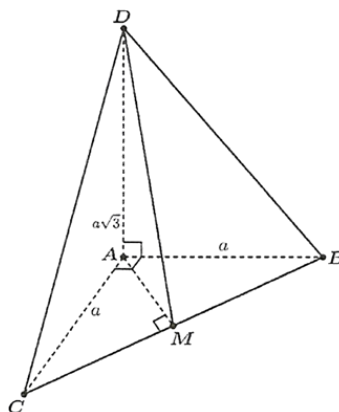
d) Sai: Để nhận được số tiền 200 triệu trong 30 tháng với lãi suất như trên thì ban đầu cô Minh phải gửi ít nhất số tiền $x(1+2\%)^{10} = 200 \Leftrightarrow x \approx 164,06966$ triệu.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Biết rằng $AB = AC = a, AD = a\sqrt{3}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AC \perp (ABD)$		
b)	$(CD, (ABD)) = 30^\circ$		
c)	Góc phẳng nhị diện $[A, BC, D] \approx 87,79^\circ$		
d)	Góc phẳng nhị diện $[C, AB, D] = 90^\circ$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng

$$AC \perp (ABD)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp AD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (ABD).$$

b) Đúng

$$(CD, (ABD)) = 30^\circ$$

Khi đó AD là hình chiếu của CD trên (ABD) .

$$\text{Ta có: } (CD, (ABD)) = (CD, AD) = \widehat{CDA}.$$

Tam giác ACD vuông tại A có: $\tan \widehat{CDA} = \frac{AC}{AD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CDA} = 30^\circ$.

Vậy $(\widehat{CD, (ABD)}) = \widehat{CDA} = 30^\circ$.

c) Sai

Góc phẳng nhị diện $[A, BC, D] \approx 87,79^\circ$

Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ (do $AB = AC$).

Vì $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{cases} \Rightarrow AD \perp (ABC) \Rightarrow AD \perp BC$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADM) \Rightarrow BC \perp DM$.

Khi đó: $(\widehat{AM, DM}) = \widehat{AMD}$ là góc phẳng nhị diện $[A, BC, D]$.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên đường cao $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác ADM vuông tại A có: $\tan \widehat{AMD} = \frac{AD}{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6} \Rightarrow \widehat{AMD} \approx 67,79^\circ$

d) Đúng

Góc phẳng nhị diện $[C, AB, D] = 90^\circ$

Vì $AB \perp AC, AB \perp AD$

Nên $(\widehat{AC, AD}) = \widehat{CAD}$ là góc phẳng nhị diện $[C, AB, D]$ và $\widehat{CAD} = 90^\circ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho các số nguyên a, b, c, d lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{3}{2}, \log_c d = \frac{5}{4}$ và $a - c = 9$. Tính $S = b - d$.

Lời giải

Trả lời: 93

Ta có: $\begin{cases} b = a^{\frac{3}{2}} = a\sqrt{a} \\ d = c^{\frac{5}{4}} = c^4\sqrt{c} \\ a - c = 9 \end{cases}$

Do b, d nguyên nên a, c là các số chính phương. Khi đó $a = m^2, c = n^4, m, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Do } a - c = 9 \Leftrightarrow m^2 - n^4 = 9 \Leftrightarrow (m + n^2)(m - n^2) = 9$$

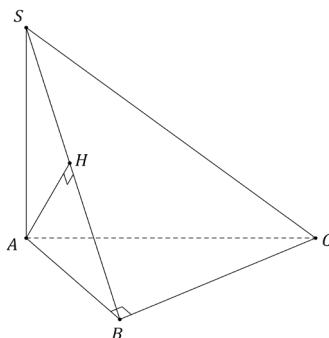
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + n^2 = 9 \\ m - n^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n^2 = 4 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 25 \\ c = 16 \end{cases} \Rightarrow b = 125, d = 32 \Rightarrow S = 93.$$

Câu 2: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) . (đơn vị độ)

Lời giải

Trả lời: 30



Trong (SAB) kẻ $AH \perp SB$ ($H \in SB$).

$$\text{Vì } \begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà $SB \perp AH$ do cách dựng nên $AH \perp (SBC)$, hay H là hình chiếu của A lên (SBC) suy ra góc giữa SA và (SBC) là góc \widehat{ASH} hay góc \widehat{ASB} .

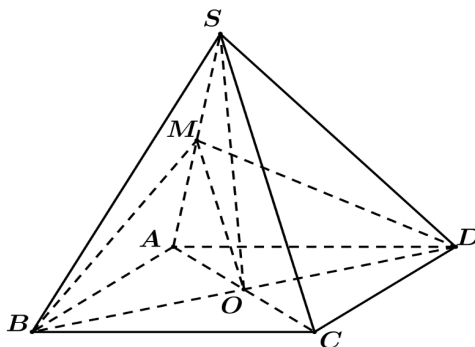
$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông ở } B \Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ vuông ở } A \Rightarrow \sin \widehat{ASB} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ASB} = 30^\circ$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a\sqrt{2}$, $SO = a$. Tính $\tan \alpha$ với α là góc nhị diện $[B, SA, D]$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: -2,8



Gọi M trung điểm SA . Ta có ΔSAB cân tại $B \Rightarrow BM \perp SA$ (1)

Vì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BD$, lại có O trung điểm $BD \Rightarrow \Delta SBD$ cân tại S

nên $SD = SB = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAD$ cân tại D nên $DM \perp SA$ (2)

Từ (1);(2) $\Rightarrow \alpha = \widehat{BMD}$

Xét ΔSOB vuông tại $O \Rightarrow OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a \Rightarrow BD = 2a$.

Xét ΔAOB vuông tại O có $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = a \Rightarrow OA = OC = a$.

Xét $\Delta SOC \Rightarrow SC = a\sqrt{2} \Rightarrow OM = \frac{1}{2}SC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp MO$. Mặt khác $OD = OB$ nên ΔBDM cân tại M .

Xét ΔBOM vuông tại $O \Rightarrow BM = \sqrt{OM^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow DM = BM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Xét $\Delta BDM \Rightarrow \cos \alpha = \frac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2BM \cdot DM} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \tan \alpha = -2\sqrt{2}$.

Câu 4: Chị Lan chuẩn bị mua nhà trị giá 1 tỷ đồng. Chị Lan thực hiện việc tiết kiệm bằng cách mỗi tháng gửi đều đặn vào ngân hàng 20 triệu đồng/tháng. Biết rằng trong thời gian chị Lan gửi tiền thì ngân hàng áp dụng mức lãi suất 0,6% tháng và chị Lan không rút lãi lần nào. Hỏi chị Lan phải gửi tối thiểu bao nhiêu tháng để có được số tiền 1 tỷ đồng bao gồm cả tiền gốc và tiền lãi?

Lời giải

Trả lời: 44

Chị Lan hàng tháng gửi vào ngân hàng một số tiền như nhau là A đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất $r\%$ một tháng.

Cuối tháng thứ 1, chị Lan có số tiền là: $P_1 = A + Ar = A(1+r)$

Đầu tháng thứ 2, chị Lan có số tiền là:

$$P_1 + A = A(1+r) + A = A + A(1+r) = A[1 + (1+r)]$$

Cuối tháng thứ 2, chị Lan có số tiền là:

$$P_2 = P_1 + P_1.r = A + A(1+r) + [A + A(1+r)].r = A[(1+r)^2 + (1+r)]$$

Đầu tháng thứ 3, chị Lan có số tiền là:

$$P_2 + A = A[(1+r) + (1+r)^2] + A = A[1 + (1+r) + (1+r)^2]$$

Cuối tháng thứ 3, chị Lan có số tiền là:

$$P_3 = P_2 + P_2.r = A[1 + (1+r) + (1+r)^2] + A[1 + (1+r) + (1+r)^2].r = A[(1+r)^3 + (1+r)^2 + (1+r)]$$

.....

Cuối tháng thứ n, chị Lan có số tiền là:

$$P_n = A \left[\underbrace{(1+r)^n + (1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r)^2 + (1+r)}_{S_n} \right]$$

$$\Leftrightarrow P_n = A(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

trong đó $A = 20$ (triệu đồng), $r = 0,6\%$ và n là số tháng gửi.

$$\text{Theo giả thiết } P_n = 10^9 \Leftrightarrow A(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 10^9 \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{10^9 r}{A(1+r)} + 1$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left(\frac{10^9 r}{A(1+r)} + 1 \right) = \log_{1+0,006} \left(\frac{10^9 \cdot 0,006}{20 \cdot 10^6 \cdot (1+0,006)} + 1 \right) \approx 43,63.$$

Vì n nguyên dương nên $n = 44$.

Vậy phải gửi tối thiểu 44 tháng thì chị Lan mới có được số tiền 1 tỷ đồng.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình sau: $\log_2(-x^2 + 4x - 3) - 1 = \log_2\left(\frac{5}{2} - x\right)$

Lời giải

$$\text{Đk: } \begin{cases} -x^2 + 4x - 3 > 0 \\ \frac{5}{2} - x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_2(-x^2 + 4x - 3) - 1 = \log_2\left(\frac{5}{2} - x\right) \Leftrightarrow \log_2(-x^2 + 4x - 3) = \log_2\left(\frac{5}{2} - x\right) + \log_2 2.$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 5 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Thay $x = 2$ và $x = 4$ vào (*) ta thấy $x = 2$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 2$.

Câu 2: Áp suất khí quyển p (tính bằng kilopascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$. Ở độ cao trên 20km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

Lời giải

Ta có $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$.

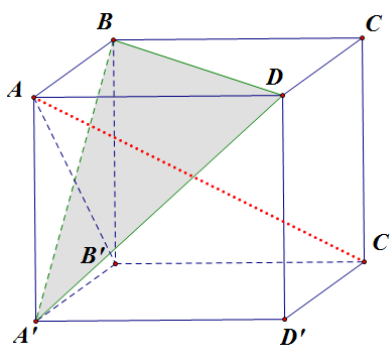
Khi ở độ cao trên 20km thì $h > 20$.

Khi đó $\ln\left(\frac{p}{100}\right) < -\frac{20}{7} \Leftrightarrow 0 < p < 100 \cdot e^{-\frac{20}{7}} \approx 5,74$ (kPa).

Vậy độ cao trên 20km thì áp suất khí quyển nhỏ hơn 5,74 (kPa).

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng $(A'BD)$

Lời giải



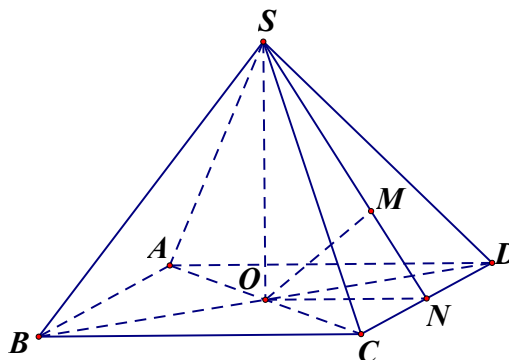
$$\left. \begin{array}{l} A'B \perp AB' \\ A'B \perp B'C' \quad (B'C' \perp (ABB'A')) \\ AB' \cap B'C' = B' \\ AB', B'C' \subset (AB'C') \end{array} \right\} \Rightarrow A'B \perp (AB'C') \Rightarrow A'B \perp AC'$$

Mặt khác $BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AC'$

$$\left. \begin{array}{l} AC' \perp A'B \text{ (cmt)} \\ AC' \perp BD \text{ (cmt)} \\ A'B \cap BD = B \\ A'B, BD \subset (A'BD) \end{array} \right\} \Rightarrow AC' \perp (A'BD).$$

Câu 4: Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris. Toàn bộ kim tự tháp được xây bằng kính cùng các khớp nối kim loại, cao 20,6 m với đáy hình vuông mỗi cạnh 35 m. Trong một sự kiện nghệ thuật, ban tổ chức muốn căng một sợi dây từ tâm của sàn nhà đến bốn mặt bên. Hãy ước lượng độ dài tối thiểu của sợi dây.

Lời giải



Giả sử hình chóp $S.ABCD$ có cùng kích thước với Kim tự tháp kính Louvre.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và N là trung điểm CD . Từ O hạ đường vuông góc xuống SN .

Ta có: $\left. \begin{array}{l} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OM$.

Mà: $OM \perp SN$.

Nên: $OM \perp (SCD)$.

Suy ra: $OM = d[O; (SCD)]$ là khoảng cách ngắn nhất để căng dây.

Xét $\triangle SON$ vuông tại O : $SO = 20,6m$ và $ON = \frac{35}{2}m$.

$$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2} \Rightarrow OM \approx 13,34m$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Kết quả của phép tính $4^{2-3\sqrt{7}} \cdot 8^{2\sqrt{7}}$ bằng
A. 64. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.
- Câu 2:** Khi rút gọn biểu thức $\log_3 8 - \log_3 2$ ta được
A. $\log_3 4$. **B.** $\log_3 6$. **C.** $\log_3 10$. **D.** $\log_3 16$.
- Câu 3:** Nghiệm của phương trình $\log_3 (2x-1) = 2$ là:
A. $x = 3$ **B.** $x = 5$ **C.** $x = \frac{9}{2}$ **D.** $x = \frac{7}{2}$
- Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là
A. $[-2; 4]$. **B.** $[-4; 2]$. **C.** $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.
- Câu 5:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x-1} \cdot 3^{x^2-2x} = 18$ bằng
A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.
- Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (4x^2 + 1) < \log_{\frac{1}{2}} (4x)$ là:
A. \emptyset . **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $(0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.
- Câu 7:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C . Tính góc $(AC, B'C')$.
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 90° .
- Câu 8:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng CD' và $A'C'$ bằng
A. 30° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 45° .
- Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
A. $BD \perp (SAC)$. **B.** $SA \perp (ABC)$. **C.** $CD \perp (SBC)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$, ta được kết quả là
A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$. **D.** $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.
- Câu 11:** Cho tứ diện $MNPQ$ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q . Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng
A. 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
A. 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

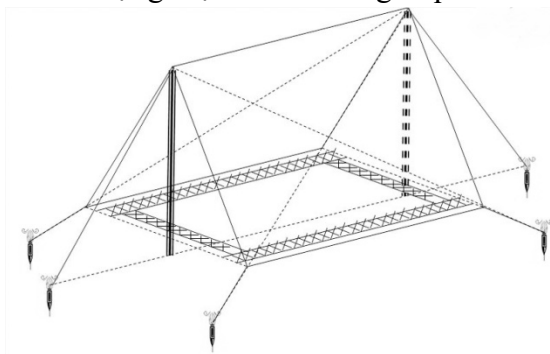
- Câu 1:** Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thẻ thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng.
- a) Sau 3 tháng số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được nhiều hơn 101 triệu đồng
 - b) Sau ít nhất 40 tháng, người đó nhận được tổng số tiền nhiều hơn 125 triệu.
 - c) Số tiền lãi thu được sau 3 tháng khi gửi lãi suất 0,5% một tháng *nhiều hơn* số tiền lãi thu được sau 4 tháng nếu gửi lãi suất 0,4% một tháng.
 - d) Tổng số tiền gốc và lãi gấp đôi số tiền ban đầu sau 10 năm.

Câu 2: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Gọi M là trung điểm $A'B'$, ta có $C'M = a\sqrt{2}$		
b)	Góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$ bằng 60°		
c)	Gọi K là trung điểm AB , M là trung điểm $A'B'$, khi đó: $A'B' \perp MK$		
d)	Góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ bằng 30°		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1:** Có bao nhiêu số nguyên $x > 0$ để hàm số $y = \log_{2023}(2024 - x)$ xác định.
- Câu 2:** Cho các số thực $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 0$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 8$ thì giá trị của ab bằng
- Câu 3:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ tâm O có cạnh đáy bằng $2a$ và $SO = a$. Tính góc nhị diện $[S, CD, O]$. (đơn vị độ)
- Câu 4:** Một nhóm thám hiểm muốn dựng một cái lều để nghỉ qua đêm như hình.



Biết rằng tám bạt trải để che phía trên có kích thước dài 8m rộng 5m và được gấp đôi sao cho lều dài 8m. Biết rằng lều sẽ đứng vững nhất khi hai mặt bên của lều tạo với mặt đất một góc 45° . Tính thể tích của lều? (đơn vị m^3)

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Giải phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$
- Câu 2:** Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$.

- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = 2a$, $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi E là hình chiếu vuông góc của A lên SB và M là trung điểm của BC . Chứng minh $AE \perp SC$ và $MD \perp (SAM)$.
- Câu 4:** Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy ABC là tam giác vuông tại B với $SB = 2a$, $BC = a$ và thể tích khối chóp $S.ABC$ là a^3 . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Kết quả của phép tính $4^{2-3\sqrt{7}} \cdot 8^{2\sqrt{7}}$ bằng

- A. 64. B. 32. C. 16. D. 8.

Lời giải

$$\text{Ta có } 4^{2-3\sqrt{7}} \cdot 8^{2\sqrt{7}} = (2^2)^{2-3\sqrt{7}} \cdot (2^3)^{2\sqrt{7}} = 2^{4-6\sqrt{7}} \cdot 2^{6\sqrt{7}} = 2^4 = 16.$$

Câu 2: Khi rút gọn biểu thức $\log_3 8 - \log_3 2$ ta được

- A. $\log_3 4$. B. $\log_3 6$. C. $\log_3 10$. D. $\log_3 16$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_3 8 - \log_3 2 = \log_3 \frac{8}{2} = \log_3 4$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_3 (2x-1) = 2$ là:

- A. $x = 3$ B. $x = 5$ C. $x = \frac{9}{2}$ D. $x = \frac{7}{2}$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có } \log_3 (2x-1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x-1 = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $[-2; 4]$. B. $[-4; 2]$. C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

$$5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$$

Vậy Tập nghiệm của bất phương trình là $[-2; 4]$.

Câu 5: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x-1} \cdot 3^{x^2-2x} = 18$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2^{x^2-2x-1} \cdot 3^{x^2-2x} = 18 \Leftrightarrow 6^{x^2-2x} = 36 \Leftrightarrow x^2-2x = 2 \Leftrightarrow x^2-2x-2 = 0.$$

Phương trình $x^2-2x-2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí vi-et tích hai nghiệm của phương trình là: $x_1 \cdot x_2 = -2$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (4x^2+1) < \log_{\frac{1}{2}} (4x)$ là:

- A. \emptyset . B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Lời giải

Vì cơ số $\frac{1}{2} < 1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

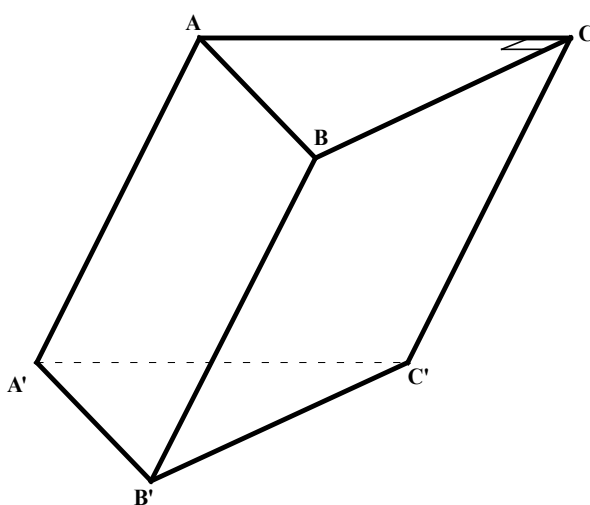
$$\begin{cases} 4x^2 + 1 > 4x \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 4x + 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases}$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C . Tính góc $(AC, B'C')$.

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . **D. 90° .**

Lời giải

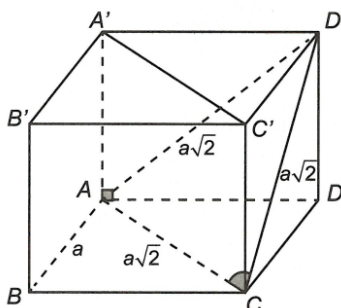


Vì $B'C' // BC$ nên $(AC, B'C') = (AC, BC) = 90^\circ$ (do ABC là tam giác vuông tại C).

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng CD' và $A'C'$ bằng

- A. 30° . B. 90° . **C. 60° .** D. 45° .

Lời giải



Ta thấy $A'C' // AC \Rightarrow (\widehat{CD', A'C'}) = (\widehat{CD', AC}) = \varphi$.

Do các mặt của hình lập phương bằng nhau nên các đường chéo bằng nhau.

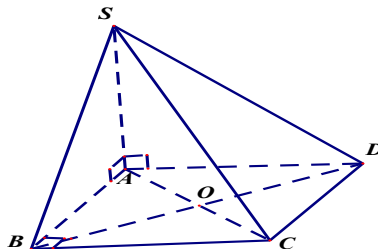
Ta có $AC = CD' = AD' = a\sqrt{2}$.

Suy ra $\Delta ACD'$ đều nên $(\widehat{CD', AC}) = \varphi = 60^\circ$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $BD \perp (SAC)$. **B.** $SA \perp (ABC)$. **C.** $CD \perp (SBC)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.

Lời giải



Từ giả thiết, ta có : $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ B đúng.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \text{D đúng.}$$

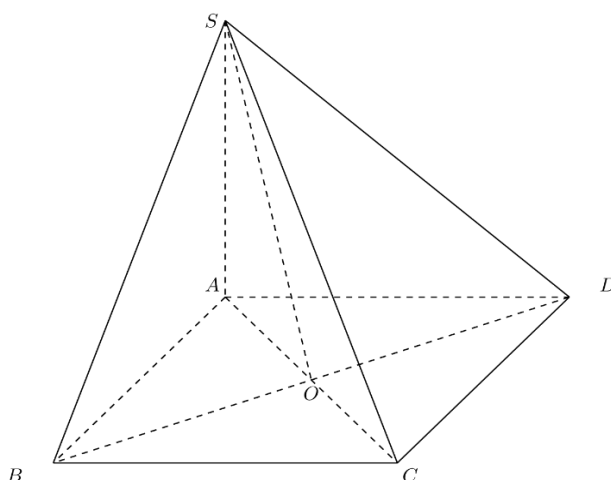
$$\text{Ta có : } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow \text{A đúng.}$$

Do đó: C sai.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$, ta được kết quả là

- A.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$. **D.** $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

Lời giải

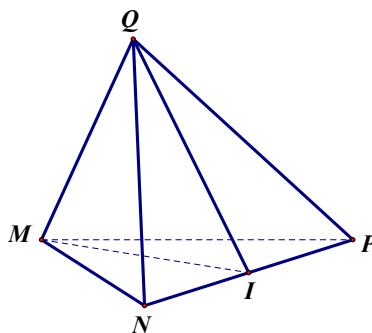


Để thấy $BO \perp (SAC) \Rightarrow (SB, (SAC)) = \widehat{BSO}$

$$\sin \widehat{BSO} = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{14}.$$

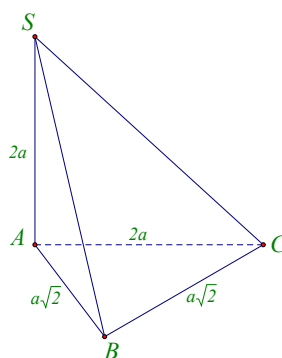
- Câu 11:** Cho tứ diện $MNPQ$ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q . Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . **D. 90° .**

Lời giải



Gọi I là trung điểm của NP , ta có: $\begin{cases} NP \perp MI \\ NP \perp QI \end{cases} \rightarrow NP \perp (QIM) \rightarrow NP \perp QM$.

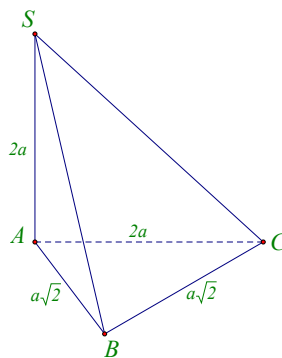
- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . **B. 45° .** C. 30° . D. 90° .

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABC)$ nên đường thẳng AC là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng (ABC) .

Do đó, $\alpha = (\widehat{SC}, (\widehat{ABC})) = (\widehat{SC}, \widehat{AC}) = \widehat{SCA}$ (tam giác SAC vuông tại A).

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = 2a$.

Suy ra $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = 1$ nên $\alpha = 45^\circ$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thể thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng.

- a) Sau 3 tháng số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được nhiều hơn 101 triệu đồng
- b) Sau ít nhất 40 tháng, người đó nhận được tổng số tiền nhiều hơn 125 triệu.
- c) Số tiền lãi thu được sau 3 tháng khi gửi lãi suất 0,5% một tháng *nhiều hơn* số tiền lãi thu được sau 4 tháng nếu gửi lãi suất 0,4% một tháng.
- d) Tổng số tiền gốc và lãi gấp đôi số tiền ban đầu sau 10 năm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) Đúng: Sau 3 tháng số tiền cả gốc và lãi là: $P_3 = 100(1 + 0,005)^3 \approx 101.507.513$

b) Sai: Sau n tháng, người đó nhận được: $P_n = 100(1 + 0,005)^n$ triệu đồng

Theo đề bài: $P_n = 100(1 + 0,005)^n > 125 \Leftrightarrow (1,005)^n > 1,25 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,25 = 44,7$ tháng

Vậy sau 45 tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng.

c) Sai: Sau 3 tháng số tiền cả gốc và lãi là: $P_3 = 100(1 + 0,005)^3 \approx 101.507.513$

Số tiền lãi là: 1. 507.513 đồng

Số tiền gốc và lãi thu được sau 4 tháng nếu gửi lãi suất 0,4% một tháng.

$$A_4 = 100(1 + 0,004)^4 \approx 101.609.625$$

Số tiền lãi là: 1.609.625

d) Sai: $200 = 100(1 + 0,005)^n \Leftrightarrow (1,005)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,005} 2 = 138,975$

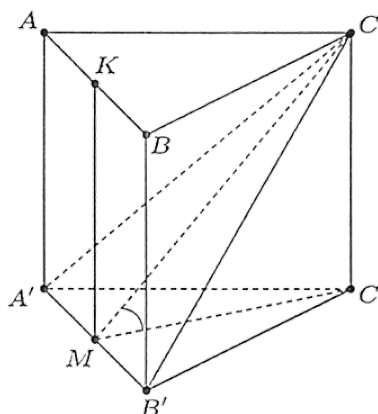
Sau số năm là: $138,975:12 = 11,58$ (năm) > 10 năm.

Câu 2: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Gọi M là trung điểm $A'B'$, ta có $C'M = a\sqrt{2}$		
b)	Góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$ bằng 60°		
c)	Gọi K là trung điểm AB , M là trung điểm $A'B'$, khi đó: $A'B' \perp MK$		
d)	Góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ bằng 30°		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) Sai

Gọi M là trung điểm $A'B'$, ta có $C'M = a\sqrt{2}$

Ta có: $C'M = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

b) Đúng

Góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$ bằng 60°

Gọi M là trung điểm $A'B'$, suy ra $C'M \perp A'B'$ (do tam giác $A'B'C'$ đều).

Mặt khác $CC' \perp A'B'$ (do $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng).

Suy ra $A'B' \perp (CMC')$ hay $A'B' \perp CM$.

Vậy $(CM, C'M) = \widehat{CMC'}$ là góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$.

Suy ra $\tan \widehat{CMC'} = \frac{CC'}{C'M} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{CMC'} = 60^\circ$.

c) Đúng

Gọi K là trung điểm AB , M là trung điểm $A'B'$, khi đó: $A'B' \perp MK$

Gọi K là trung điểm AB thì MK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABB'A'$

$\Rightarrow MK \parallel AA' \Rightarrow A'B' \perp MK$;

d) Đúng

Góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ bằng 30°

Ta lại có $A'B' \perp CM$ (câu a).

Vậy $(MK, CM) = \widehat{CMK}$ là góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ với $\widehat{CMK} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Có bao nhiêu số nguyên $x > 0$ để hàm số $y = \log_{2023}(2024 - x)$ xác định.

Lời giải

Trả lời: 2023

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2024 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2024$, mà x là số nguyên dương

nên $x \in \{1; 2; 3; \dots; 2022; 2023\}$.

Vậy có 2023 số nguyên thỏa đề.

Câu 2: Cho các số thực $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 0$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 8$ thì giá trị của ab bằng

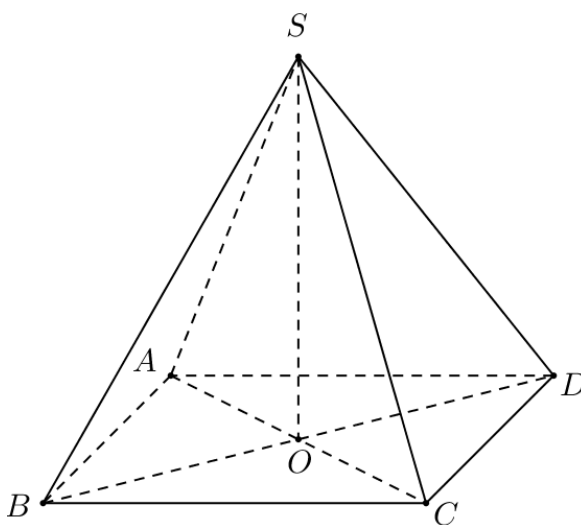
Lời giải

Trả lời: 64

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 0 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b = 0 \\ \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 9 \\ \log_2 b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^9 \\ b = 2^{-3} \end{cases}$$

Vậy $ab = 2^6 = 64$.

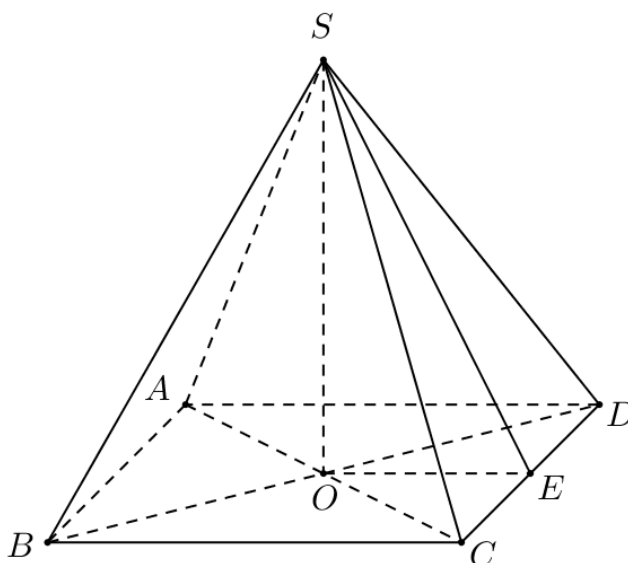
Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ tâm O có cạnh đáy bằng $2a$ và $SO = a$.



Tính góc nhị diện $[S, CD, O]$. (đơn vị độ)

Lời giải

Trả lời: 45



Ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi E là trung điểm CD .

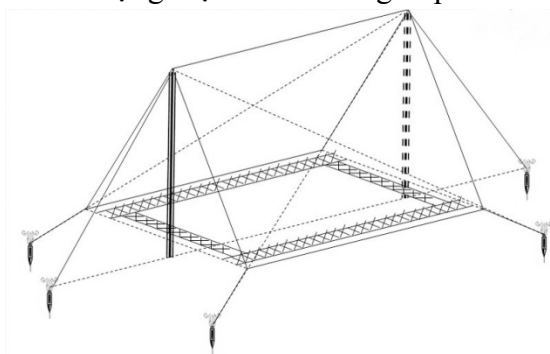
Ta có $\left. \begin{array}{l} CD \perp SO \\ CD \perp OE \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SOE) \Rightarrow SE \perp CD$.

Lại có $OE \perp CD$ nên \widehat{SEO} là một góc phẳng của nhị diện $[S, CD, O]$.

$$OE = a$$

Tam giác SOE vuông tại O , $\tan \widehat{SEO} = \frac{SO}{OE} = 1 \Rightarrow \widehat{SEO} = 45^\circ$.

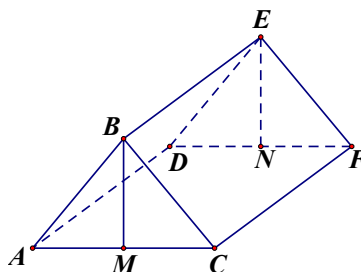
Câu 4: Một nhóm thám hiểm muốn dựng một cái lều để nghỉ qua đêm như hình.



Biết rằng tấm bạt trải để che phía trên có kích thước dài 8m rộng 5m và được gập đôi sao cho lều dài 8m. Biết rằng lều sẽ đứng vững nhất khi hai mặt bên của lều tạo với mặt đất một góc 45° . Tính thể tích của lều? (đơn vị m^3)

Lời giải

Trả lời: 25



Giả sử lăng trụ đứng $ABC.DEF$ có cùng kích thước với cái lều cần dựng. Khi đó,

$$AB = BC = \frac{5}{2}m, AD = CF = 8m.$$

Theo bài ra, ta có: $[(BCFE), (ACFD)] = (BC, AC) = \widehat{ACB} = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B .

$$\text{Vậy thể tích của lều là } V = S.h = \frac{1}{2}.AB.BC.AD = \frac{1}{2}.\frac{5}{2}.\frac{5}{2}.8 = 25m^3.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$

Lời giải

Điều kiện: $-x+2 > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

$$\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2 \Leftrightarrow -x+2 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \Leftrightarrow x = -14 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -14$.

Câu 2: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$.

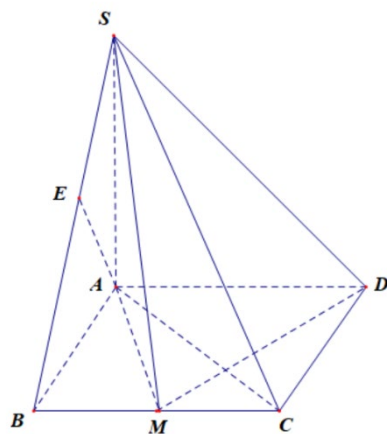
Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (2; 3).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(2; 3)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = 2a$, $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi E là hình chiếu vuông góc của A lên SB và M là trung điểm của BC . Chứng minh $AE \perp SC$ và $MD \perp (SAM)$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow BC \perp SA$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Do đó $BC \perp AE \Rightarrow AE \perp BC$ mà $AE \perp SB \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$.

Vậy $AE \perp SC$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp MD \Rightarrow MD \perp SA$ (1)

$$\text{Áp dụng định lí Pytago ta có } \begin{cases} AM^2 = AB^2 + MB^2 \\ MD^2 = CD^2 + MC^2 \end{cases}$$

Bài ra M là trung điểm của $BC \Rightarrow MB = MC = \frac{BC}{2} = a$

$$\Rightarrow \begin{cases} AM^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \\ MD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \end{cases} \Rightarrow AM^2 + MD^2 = 4a^2 = AD^2$$

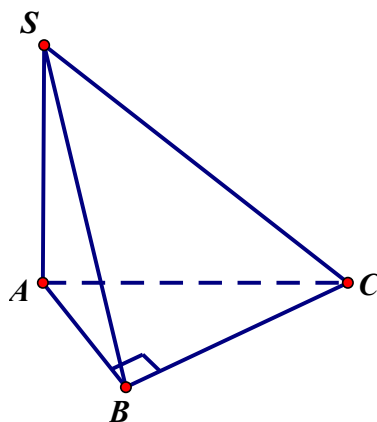
$\Rightarrow \Delta MAD$ vuông tại M (Định lý Pytago đảo) $\Rightarrow MD \perp AM$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MD \perp (SAM)$.

Vậy $MD \perp (SAM)$.

Câu 4: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy ABC là tam giác vuông tại B với $SB = 2a$, $BC = a$ và thể tích khối chóp $S.ABC$ là a^3 . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

Lời giải



$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SBC} \cdot d(A, (SBC)) \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}};$$

Ta có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ (1)

Mặt khác $AB \perp BC$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B .

$$S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot BC = \frac{1}{2} 2a \cdot a = a^2 \text{ (tam giác } SBC \text{ vuông tại } B \text{)}.$$

$$\text{Do đó: } d(A, (SBC)) = \frac{3 \cdot a^3}{a^2} = 3a.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

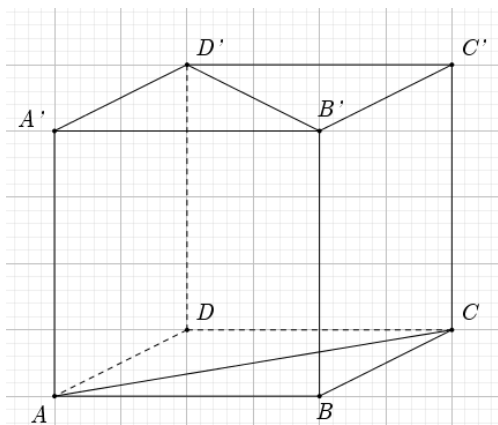
Câu 1: Biểu thức $B = \sqrt[4]{x^6}$ với $x > 0$ được viết dưới dạng lũy thừa hữu tỉ là

- A. $B = x^{\frac{2}{3}}$. B. $B = x^{\frac{3}{2}}$. C. $B = x^2$. D. $B = x^{-2}$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x-1) < 0$

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ).



Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$.

- A. 90^0 . B. 30^0 . C. 60^0 . D. 45^0 .

Câu 4: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $OB \perp AC$. B. $AB \perp (OBC)$. C. $BC \perp (OAB)$. D. $AC \perp BC$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. AB B. AC C. AD D. BD

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

- A. \widehat{CSA} . B. \widehat{SCA} . C. \widehat{SCB} . D. \widehat{SBA} .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. $(SAB) \perp (ABCD)$ B. $(SAC) \perp (ABCD)$. C. $(SAC) \perp (SBD)$. D. $(SAB) \perp (SAC)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O , SA vuông góc với đáy. Khi đó góc nào sau đây là góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$?

- A. \widehat{BAD} . B. \widehat{BDS} . C. \widehat{SOA} . D. \widehat{SBA} .

Câu 9: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 1$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là
- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ đường thẳng BC đến mặt phẳng (SAD) bằng
- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.
- Câu 12:** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ bằng
- A. a . B. $\frac{a}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian (tính bằng cent) giữa hai nốt nhạc có tần số a và b ($a > b$) là $n = 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{b}$

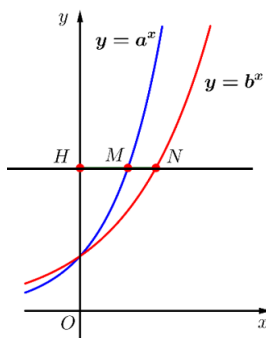
(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008) (Lưu ý: Làm tròn số đến hàng phần mười)

- a) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là 131 cent.
- b) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz nằm trong khoảng $(246; 250)$.
- c) Giả sử khoảng thời gian là 230 cent và tần số đầu là 328 Hz thì tần số cuối cùng là 287,2 Hz.
- d) Với tần số đầu không vượt quá 355 Hz và tần số cuối cùng là 384 Hz thì khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc không vượt quá 178 cent.
- Câu 2:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm AB , khi đó

- a) $SI \perp (ABCD)$.
- b) $(SBC) \perp (SAB)$.
- c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.
- d) Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

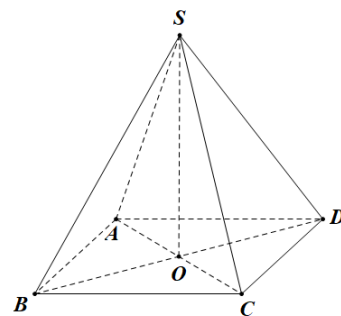
Câu 1: Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ với a, b là những số thực dương khác 1 có đồ thị như hình vẽ.



Đường thẳng $y = m$ cắt trục tung, đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại các điểm H, M, N biết rằng $HM = 2MN$ và $a = b\sqrt{2}$. Tính tổng $S = a^2 + b^2$.

Câu 2: Bạn Minh dự định làm một vật trang trí có dạng khối chóp cụt đều có hai đáy là hình vuông bằng keo Epoxy trong suốt. Biết rằng khối chóp cụt đều có cạnh đáy lớn gấp hai lần cạnh đáy nhỏ, chiều cao bằng cạnh đáy nhỏ. Một lít keo Epoxy có giá 100 000 đồng và để làm ra khối chóp cụt đều trên bạn Minh đã mua keo hết 300 000 đồng. Chiều cao của khối chóp cụt đều bằng bao nhiêu cm? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng bao nhiêu độ?



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Biết $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , α là góc giữa đường thẳng DM và $(ABCD)$. Tính $\cos \alpha$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\log_2[x(x-1)] = 1$

Câu 2: Giải bất phương trình $2 \log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 1$, $AC = \sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng đáy, mặt phẳng (SAB) lần lượt là 45° và 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biểu thức $B = \sqrt[4]{x^6}$ với $x > 0$ được viết dưới dạng lũy thừa hữu tỉ là

- A. $B = x^{\frac{2}{3}}$. B. $B = x^{\frac{3}{2}}$. C. $B = x^2$. D. $B = x^{-2}$.

Lời giải

Ta có: $B = \sqrt[4]{x^6} = x^{\frac{6}{4}} = x^{\frac{3}{2}}$.

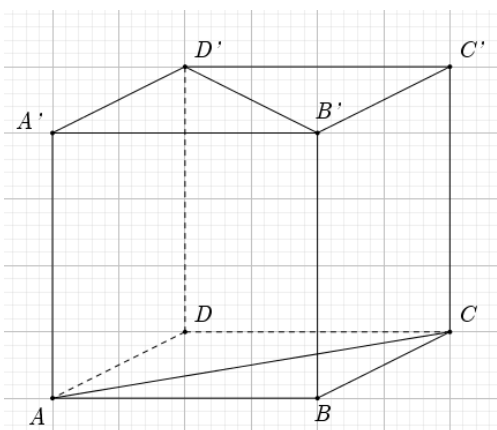
Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x-1) < 0$

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

$\log_{0,2}(x-1) < 0 \Leftrightarrow x-1 > (0,2)^0 \Leftrightarrow x > 2$

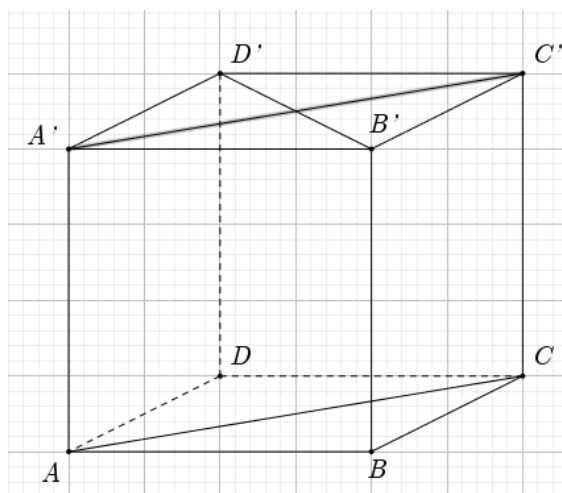
Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ).



Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$.

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

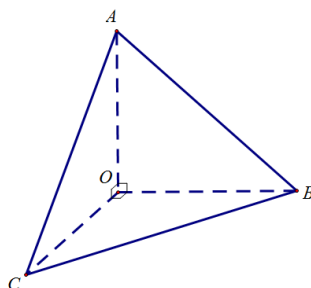


Do $AC \parallel A'C'$ nên $(AC, B'D') = (A'C', B'D') = 90^\circ$.

Câu 4: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $OB \perp AC$. **B.** $AB \perp (OBC)$. **C.** $BC \perp (OAB)$. **D.** $AC \perp BC$.

Lời giải

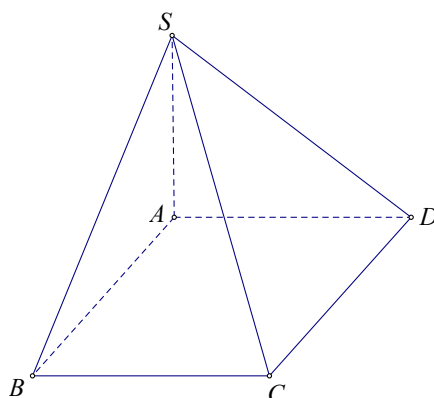


Ta có: $\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A.** AB **B.** AC **C.** AD **D.** BD

Lời giải



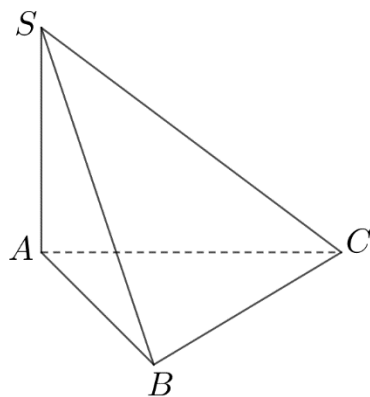
Vì $SB \cap (ABCD) = B$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại A

nên hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

- A.** \widehat{CSA} . **B.** \widehat{SCA} . **C.** \widehat{SCB} . **D.** \widehat{SBA} .

Lời giải



Ta có: $SC \cap (ABC) = C$; $SA \perp (ABC)$ tại A .

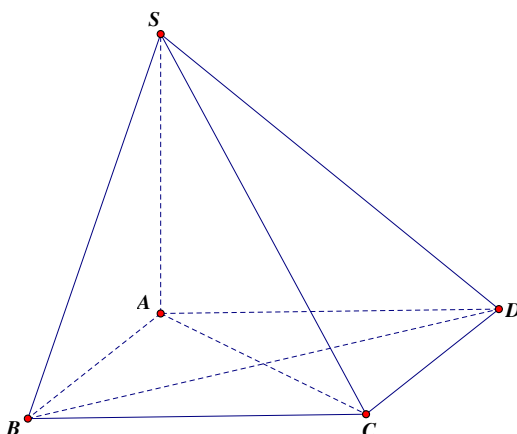
\Rightarrow Hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABC) là AC .

\Rightarrow Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là \widehat{SCA} .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $(SAB) \perp (ABCD)$ **B.** $(SAC) \perp (ABCD)$. **C.** $(SAC) \perp (SBD)$. **D.** $(SAB) \perp (SAC)$.

Lời giải



Ta có

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ SA \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAB) \perp (ABCD). \text{ Suy ra A đúng.}$$

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ SA \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD). \text{ Suy ra B đúng.}$$

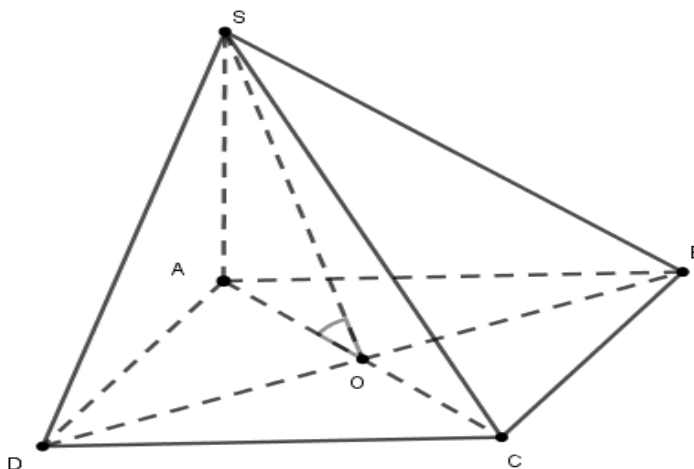
$$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \\ AC \cap SA = \{A\} \\ AC, SA \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAC) \perp (SBD). \text{ Suy ra C đúng.}$$

$$((SAB), (SAC)) = (AD, BD) = 45^\circ. \text{ Suy ra D sai.}$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O , SA vuông góc với đáy. Khi đó góc nào sau đây là góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$?

- A. \widehat{BAD} . B. \widehat{BDS} . C. \widehat{SOA} . D. \widehat{SBA} .

Lời giải



$$\text{Vì } \begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \text{ nên } BD \perp SO$$

Do đó \widehat{SOA} là góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$.

Câu 9: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 1$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

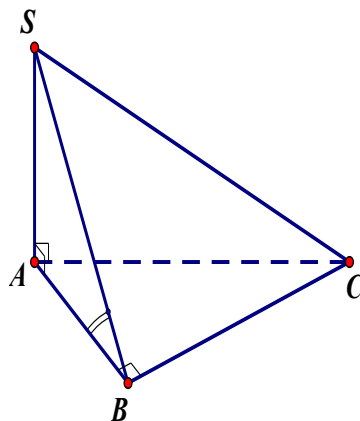
$$3^{x^2-2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = \log_3 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = 2$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

Do $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là (SB, AB)

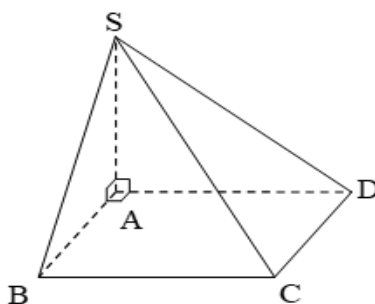
Ta có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $(SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ.$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ đường thẳng BC đến mặt phẳng (SAD) bằng

- A.** a . **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



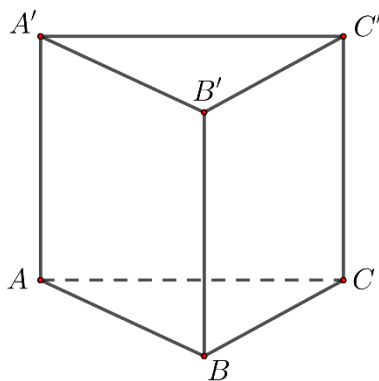
$\begin{cases} BA \perp AD \\ BA \perp SA \end{cases} \Rightarrow BA \perp (SAD) \Rightarrow d(B, (SAD)) = BA = a$

Ta có: $BC // (SAD) \Rightarrow d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = BA = a.$

Câu 12: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ bằng

- A.** a . **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Do $(A'B'C') \parallel (ABC)$ nên $d((A'B'C'); (ABC)) = d(A'; (ABC)) = A'A = a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian (tính bằng cent) giữa hai nốt nhạc có tần số a và b ($a > b$) là $n = 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{b}$

(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008) (Lưu ý: Làm tròn số đến hàng phần mười)

- a) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là 131 cent.
- b) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz nằm trong khoảng (246;250).
- c) Giả sử khoảng thời gian là 230 cent và tần số đầu là 328 Hz thì tần số cuối cùng là 287,2 Hz.
- d) Với tần số đầu không vượt quá 355 Hz và tần số cuối cùng là 384 Hz thì khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc không vượt quá 178 cent.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Sai: Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là

$$n = 1200 \cdot \log_2 \frac{443}{415} \approx 113 \text{ cent.}$$

b) Đúng: Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz là

$$n = 1200 \cdot \log_2 \frac{398}{345} \approx 247,4$$

c) Đúng: Ta có phương trình $230 = 1200 \cdot \log_2 \frac{328}{b} \Leftrightarrow \log_2 \frac{328}{b} = \frac{23}{120} \Leftrightarrow \frac{328}{b} = 2^{\frac{23}{120}} \Leftrightarrow b \approx 287,2$
Hz

d) Sai: Ta có phương trình $178 \geq 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{320} \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{320} \leq \frac{89}{600} \Leftrightarrow \frac{a}{320} \leq 2^{\frac{89}{600}} \Leftrightarrow a \leq 354,6$
Hz

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm AB , khi đó

a) $SI \perp (ABCD)$.

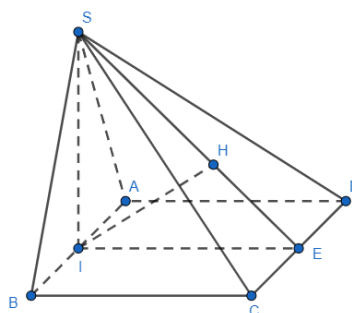
b) $(SBC) \perp (SAB)$.

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

d) Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng

Ta có tam giác SAB đều, I là trung điểm AB nên $SI \perp AB$.

Lại có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$.

b) Đúng

Ta có $SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp BC$, lại có $AB \perp BC$ nên $BC \perp (SAB)$

mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

c) Sai

Ta có $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

Ta có tam giác SAB đều cạnh $2a \Rightarrow SI = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

d) Đúng

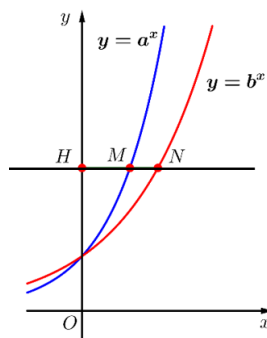
Ta có $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(I, (SCD))$.

Gọi E là trung điểm CD , H là hình chiếu vuông góc của I lên SE . Khi đó

$$d(I, (SCD)) = IH = \frac{IE \cdot IS}{\sqrt{IE^2 + IS^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

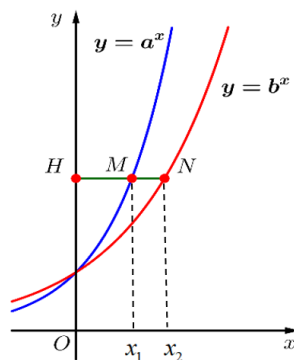
Câu 1: Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ với a, b là những số thực dương khác 1 có đồ thị như hình vẽ.



Đường thẳng $y = m$ cắt trục tung, đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại các điểm H, M, N biết rằng $HM = 2MN$ và $a = b\sqrt{2}$. Tính tổng $S = a^2 + b^2$.

Lời giải

Trả lời: 12



Gọi $M(x_1; m), N(x_2; m)$ với $x_1 > 0; x_2 > 0$.

Theo giả thiết $HM = 2MN \Leftrightarrow HN = \frac{3}{2}HM$. Suy ra $x_2 = \frac{3}{2}x_1$. (1)

Vì M, N lần lượt thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ nên $a^{x_1} = b^{x_2} = m$. (2)

Từ (1) và (2) ta có

$$a^{x_1} = b^{\frac{3}{2}x_1} \Leftrightarrow a^{2x_1} = b^{3x_1} \Leftrightarrow (a^2)^{x_1} = (b^3)^{x_1}.$$

Suy ra $a^2 = b^3$, kết hợp $a = b\sqrt{2}$ ta có $\begin{cases} 2b^2 = b^3 \\ a = \sqrt{2}b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 2\sqrt{2} \end{cases}$. Vậy $a = 2\sqrt{2}, b = 2$.

Vậy $S = a^2 + b^2 = 12$.

Câu 2: Bạn Minh dự định làm một vật trang trí có dạng khối chóp cụt đều có hai đáy là hình vuông bằng keo Epoxy trong suốt. Biết rằng khối chóp cụt đều có cạnh đáy lớn gấp hai lần cạnh đáy nhỏ, chiều cao bằng cạnh đáy nhỏ. Một lít keo Epoxy có giá 100 000 đồng và để làm ra khối chóp cụt đều trên bạn Minh đã mua keo hết 300 000 đồng. Chiều cao của khối chóp cụt đều bằng bao nhiêu cm? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải

Trả lời: 10,9

Thể tích khối chóp cụt đều là $300\,000 : 100\,000 = 3$ (lít) = 3000cm^3 .

Gọi chiều cao của khối chóp cụt đều là x (cm).

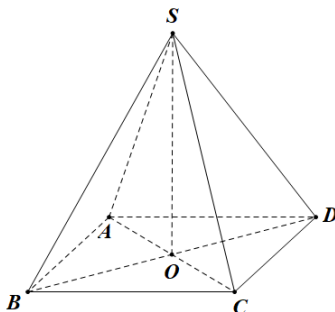
Khi đó độ dài cạnh đáy lớn là $2x$ (cm), độ dài cạnh đáy nhỏ là x (cm).

Diện tích đáy lớn là $4x^2$ (cm²), diện tích đáy nhỏ là x^2 (cm²).

Thể tích khối chóp cụt đều là $3000 = \frac{1}{3}x(4x^2 + x^2 + \sqrt{4x^2 \cdot x^2}) \Leftrightarrow \frac{7}{3}x^3 = 3000 \Leftrightarrow x \approx 10,9$.

Vậy khối chóp cụt đều có độ dài cạnh là 10,9cm.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng bao nhiêu độ?



Lời giải

Trả lời: 60

Vì $BC \parallel AD \Rightarrow \widehat{(SD, BC)} = \widehat{(SD, AD)}$.

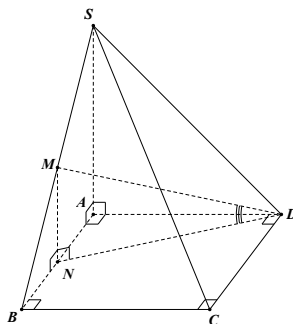
Vì tam giác SAD đều cạnh a nên $\widehat{SDA} = 60^\circ$.

Vậy $\widehat{(SD, BC)} = \widehat{SDA} = 60^\circ$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Biết $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , α là góc giữa đường thẳng DM và $(ABCD)$. Tính $\cos \alpha$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,83



Gọi N là trung điểm AB .

Ta có MN là đường trung bình của ΔSAB nên $MN \parallel SA$ và $MN = \frac{1}{2}SA = \frac{3a}{2}$.

Lại có $SA \perp (ABCD)$.

Do đó $MN \perp (ABCD)$

Suy ra ND là hình chiếu của MD trên $(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng DM và $(ABCD)$ bằng \widehat{MDN} .

Ta có $DN = \sqrt{AD^2 + AN^2} = a\sqrt{5}$, $DM = \sqrt{DN^2 + MN^2} = a\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Xét ΔMND vuông tại N , có $\cos \widehat{MDN} = \frac{DN}{DM} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{29}}{2}} = \frac{2\sqrt{145}}{29} \approx 0,83$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\log_2[x(x-1)] = 1$

Lời giải

Điều kiện: $x(x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$.

Ta có: $PT \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 2$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -1; x = 2$.

Câu 2: Giải bất phương trình $2 \log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} 4x-3 > 0 \\ 2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$ (*).

$$\text{Khi đó } 2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 - \log_3(2x+3) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3 3^2 + \log_3(2x+3) \Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3[3^2(2x+3)]$$

$$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq 9(2x+3) \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $\frac{3}{4} < x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB=1$, $AC=\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trong tam giác ABC gọi AH là đường cao.

Trong tam giác SAH , gọi AK là đường cao.

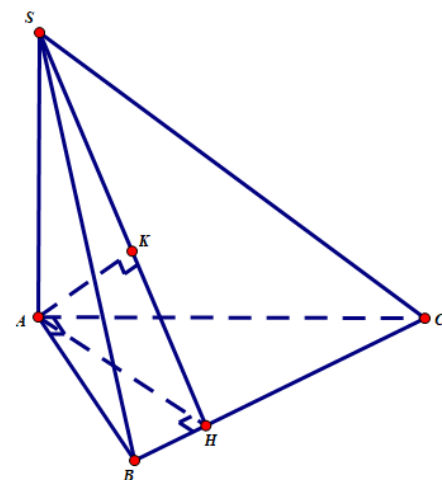
$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK.$$

$$\text{Mà } AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow AK = d(A, (SBC)).$$

Ta có

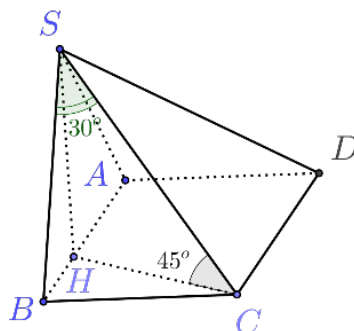
$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{19}{12}.$$

$$\text{Suy ra } AK = \frac{2\sqrt{57}}{19} \text{ hay } d(A, (SBC)) = \frac{2\sqrt{57}}{19} \approx 0,79.$$



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng đáy, mặt phẳng (SAB) lần lượt là 45° và 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của S trên đường thẳng AB .

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ \text{Ta có } (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH} = 45^\circ \Rightarrow SH = SC \cdot \sin 45^\circ$.

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ \text{Mặt khác } (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ CB \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow CB \perp (SAB)$$

Góc giữa SC và (SAB) là góc $\widehat{CSB} = 30^\circ \Rightarrow SC = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Do đó $SH = SC \cdot \sin 45^\circ = a\sqrt{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

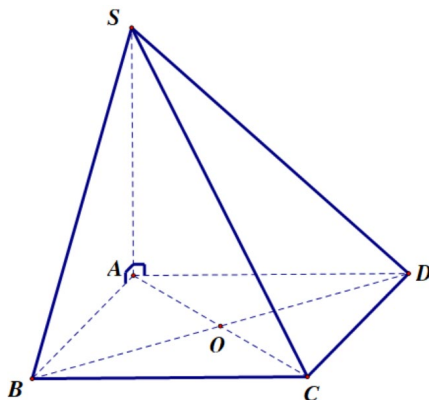
Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 10

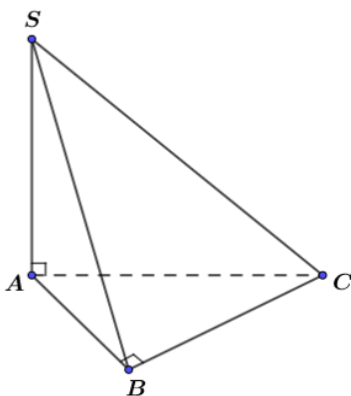
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là



- A. B. B. C. C. A. D. D.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (ABC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (ABC)$. D. $(SBC) \perp (SAC)$.

Câu 3: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $4^x = 6$ và $4^y = 5$. Giá trị của 4^{x+y} bằng

- A. 1. B. 4. C. 11. D. 30.

Câu 4: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \log_2 a$. B. $3\log_2 a$. C. $(\log_2 a)^2$. D. $3 + \log_2 a$.

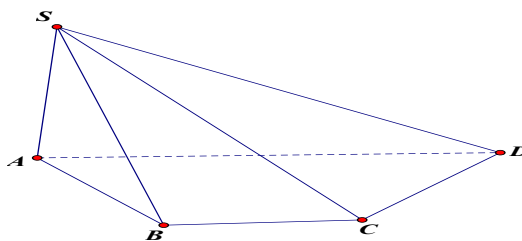
Câu 5: Bất phương trình $\log_{0,5}(2x-1) \geq 0$ có tập nghiệm là?

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 6: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $BB' \perp A'D$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình vẽ), biết $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là



- A. AB . B. SA . C. BC . D. BD .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 80° .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc nhị diện $[B, SA, C]$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 10: Chiếc gậy dài $3m$ đặt dựa vào tường, góc nghiêng giữa chiếc gậy và mặt đất là 65° .



Hình 40

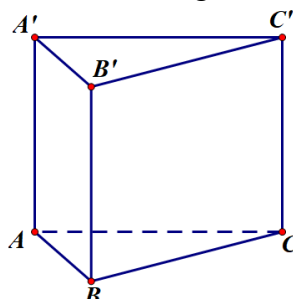
Đầu trên của chiếc gậy đặt vào vị trí M của tường. Khoảng cách từ vị trí M đến mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét) bằng:

- A. $2,7m$. B. $2,8m$. C. $2,9m$. D. $3,0m$.

Câu 11: Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước $4; 3; 7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 28 . B. 12 . C. 60 . D. 84 .

Câu 12: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng. Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P(1 - r\%)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 86.490.000 đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96.490.000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau ít nhất 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại không quá một nửa.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a$, $SA = \frac{a}{2}$.

a) $BD \perp (SAC)$.

b) Góc giữa SD và $(ABCD)$ nhỏ hơn 30° .

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

d) Số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 30° .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là một khoảng $(a; b)$. Giá trị của biểu thức $S = -10a + 13b$.

Câu 2: Anh An vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 0,7%/1 tháng theo phương thức trả góp, cứ mỗi tháng anh An sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh An trả được hết nợ ngân hàng? (Biết lãi suất ngân hàng không thay đổi).

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2AB = 4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = 2\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 4$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\log_{2025}(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{2025}}(2x + 3) = 0$

Câu 2: Giải bất phương trình: $\log_{0,5}(2x + 1) \geq \log_{0,5}(3x - 4)$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O , $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Gọi H là trung điểm của SC .

a) CMR: $BC \perp (SAB)$

b) CMR: $(BDH) \perp (ABCD)$

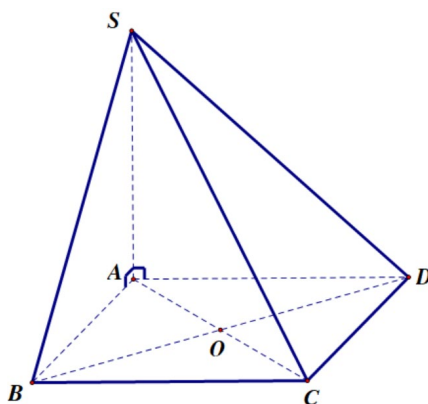
Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BDD'B')$. Giá trị góc α là

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là

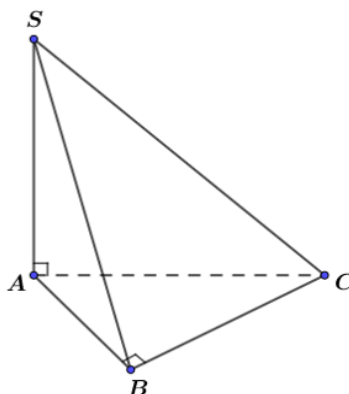


- A. B. B. C. **C. A.** D. D.

Lời giải

Theo giả thiết $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là A .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (ABC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. **C. $(SAC) \perp (ABC)$** D. $(SBC) \perp (SAC)$.

Lời giải

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $(SAC) \perp (ABC)$.

Câu 3: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $4^x = 6$ và $4^y = 5$. Giá trị của 4^{x+y} bằng

- A. 1. B. 4. C. 11. **D. 30.**

Lời giải

Ta có $4^{x+y} = 4^x \cdot 4^y = 6 \cdot 5 = 30$

Câu 4: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $(\log_2 a)^2$. D. $3 + \log_2 a$.

Lời giải

Ta có: $\log_2(8a) = \log_2 8 + \log_2 a = \log_2 2^3 + \log_2 a = 3 + \log_2 a$

Câu 5: Bất phương trình $\log_{0,5}(2x-1) \geq 0$ có tập nghiệm là?

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Lời giải

Điều kiện: $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

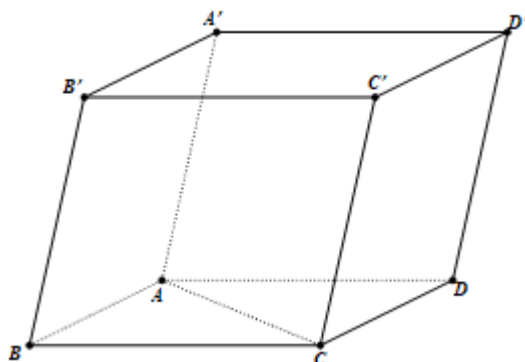
$\log_{0,5}(2x-1) \geq 0 \Rightarrow 2x-1 \leq 0,5^0 \Leftrightarrow 2x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 1$.

So sánh với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 6: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $BB' \perp A'D$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.

Lời giải



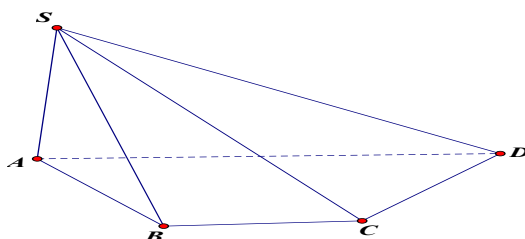
Vì hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên các tứ giác $ABCD$, $A'B'BA$, $B'C'CB$ đều là hình thoi nên ta có

$AC \perp BD$ mà $AC \parallel A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD$.

$A'B \perp AB'$ mà $AB' \parallel DC' \Rightarrow A'B \perp DC'$.

$BC' \perp B'C$ mà $B'C \parallel A'D \Rightarrow BC' \perp A'D$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình vẽ), biết $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. AB .

B. SA .

C. BC .

D. BD .

Lời giải

Do $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AB

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

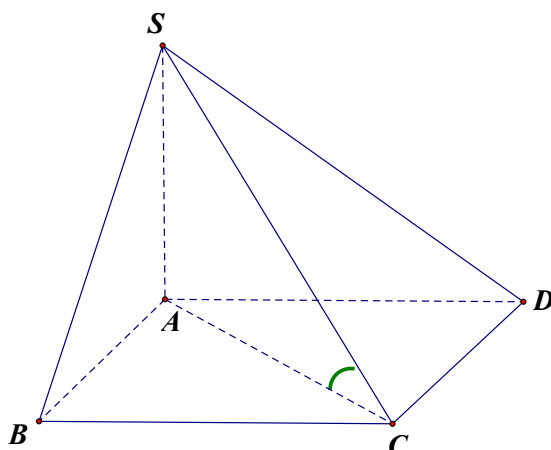
A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 80° .

Lời giải



Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$. Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a nên đường chéo $AC = a\sqrt{2}$.

Vậy $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{CA} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc nhị diện $[B, SA, C]$ bằng

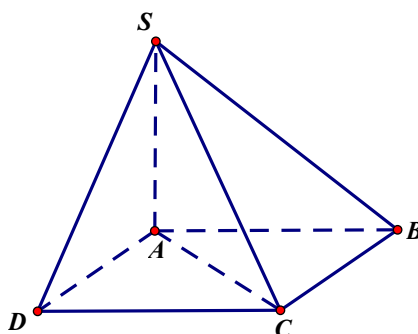
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AB và AC vuông góc với SA . Vậy \widehat{BAC} là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SA, C]$.

Vì đáy $ABCD$ là hình vuông nên $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

Vậy số đo của góc nhị diện $[B, SA, C]$ bằng 45° .

Câu 10: Chiếc gậy dài $3m$ đặt dựa vào tường, góc nghiêng giữa chiếc gậy và mặt đất là 65° .



Hình 40

Đầu trên của chiếc gậy đặt vào vị trí M của tường. Khoảng cách từ vị trí M đến mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét) bằng:

- A.** $2,7m$. **B.** $2,8m$. **C.** $2,9m$. **D.** $3,0m$.

Lời giải

Khoảng cách từ vị trí M đến mặt đất là: $MH = \sin 65^\circ \cdot MO = \sin 65^\circ \cdot 3 \approx 2,7m$

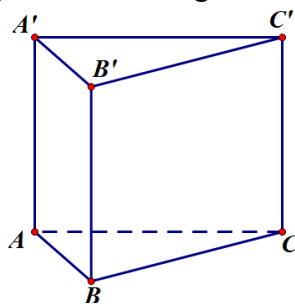
Câu 11: Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước $4; 3; 7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A.** 28 . **B.** 12 . **C.** 60 . **D.** 84 .

Lời giải

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $V = 4 \cdot 3 \cdot 7 = 84$ (đvtt)

Câu 12: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



- A.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng. Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P(1 - r\%)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 86.490.000 đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96.490.000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau ít nhất 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại không quá một nửa.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng: Sau 2 năm, sức mua còn lại của 100 triệu đồng là $A = 10^8 \cdot (1 - 7\%)^2 = 86.490.000$ đồng.

b) Sai:

c) Sai: Ta có $10^8 \cdot (1 - r\%)^3 = 8 \cdot 10^7 \Rightarrow r \approx 7,17$.

d) Sai: Gọi số tiền ban đầu là P , ta có $P \cdot (1 - 6\%)^n = \frac{P}{2} \Rightarrow n \approx 11,2$. Vậy sau ít nhất 12 năm thì sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại không quá một nửa.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a$, $SA = \frac{a}{2}$.

a) $BD \perp (SAC)$.

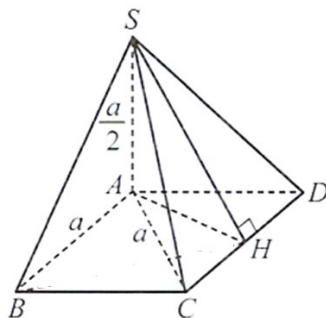
b) Góc giữa SD và $(ABCD)$ nhỏ hơn 30° .

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

d) Số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 30° .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Có $BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình thoi) và $BD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$) nên $BD \perp (SAC)$. Do đó a) đúng.

b) Hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD , do đó góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc giữa SD và AD , chính là góc \widehat{SDA} .

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SDA} \approx 26,5^\circ.$$

Vậy góc giữa SD và $(ABCD)$ nhỏ hơn 30° là đúng. Do đó b) đúng.

$$\text{c) Ta có } \Delta ABC \text{ đều cạnh } a \text{ nên } S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Vậy c) sai.

d) Gọi H là hình chiếu của A trên CD . Khi đó, $AH \perp CD$. Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$. Suy ra $CD \perp (SAH)$. Khi đó, $SH \perp CD$. Như vậy, số đo của $[S, CD, A]$ bằng \widehat{SHA} .

$$\text{Ta có: } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SA = \frac{a}{2} \text{ nên } \tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$ bằng $\widehat{SHA} = 30^\circ$. Do đó d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là một khoảng $(a; b)$. Giá trị của biểu thức $S = -10a + 13b$.

Lời giải

Trả lời: 49

$$\text{Bất phương trình tương đương với } 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Tập hợp nghiệm của bất phương trình là 1 khoảng $(-1; 3)$.

Như vậy $a = -1; b = 3$ nên $S = -10a + 13b = 49$.

Câu 2: Anh An vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 0,7%/1 tháng theo phương thức trả góp, cứ mỗi tháng anh An sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh An trả được hết nợ ngân hàng? (Biết lãi suất ngân hàng không thay đổi).

Lời giải

Trả lời: 22

Gọi N (triệu) là số tiền vay ngân hàng ban đầu, r là lãi suất mỗi tháng, A (triệu) là số tiền phải trả mỗi tháng để sau n tháng thì hết nợ.

Sau 1 tháng thì số tiền gốc và lãi là $N + Nr$, người đó trả A đồng nên số tiền còn nợ là:

$$N + Nr - A = N(1+r) - A.$$

Sau 2 tháng, số tiền còn nợ là:

$$[N(1+r) - A] + [N(1+r) - A]r - A = N(1+r)^2 - A[(1+r) + 1] = N(1+r)^2 - \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1]$$

Sau 3 tháng, số tiền còn nợ là $N(1+r)^3 - \frac{A}{r}[(1+r)^3 - 1]$.

Sau n tháng, số tiền còn nợ là $N(1+r)^n - \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1]$.

Để trả hết nợ sau n tháng thì số tiền này phải bằng 0.

$$\Rightarrow N(1+r)^n - \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1] = 0.$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n \left(N - \frac{A}{r} \right) = \frac{-A}{r} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{A}{A - Nr} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left(\frac{A}{A - Nr} \right).$$

Áp dụng với $N = 100$ (triệu đồng), $r = 0,7\% = 0,007$, $A = 5$ (triệu đồng).

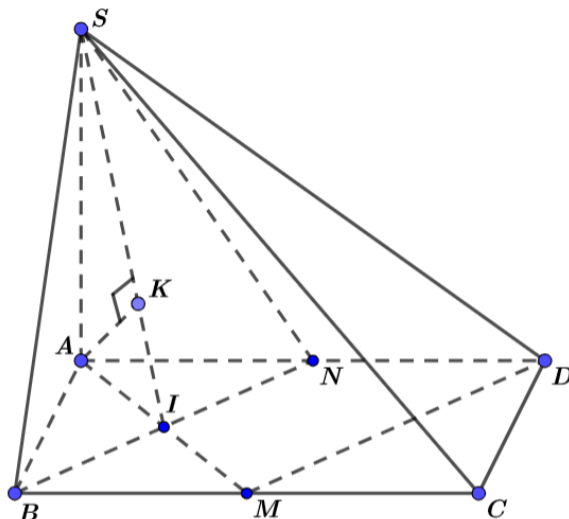
$$\Rightarrow n = \log_{1,007} \left(\frac{5}{5 - 100 \cdot 0,007} \right) \approx 21,62.$$

Vậy sau 22 tháng thì anh An trả hết nợ.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2AB = 4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$) và $SA = 2\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 1,3



Gọi N là trung điểm của cạnh AD .

Ta có $DM \parallel BN \Rightarrow DM \parallel (SBN)$. Do đó $d(DM, SB) = d(DM, (SBN)) = d(M, (SBN))$.

Gọi I là giao điểm của BN và AM . Khi đó I là trung điểm của AM .

$$\Rightarrow d(M, (SBN)) = d(A, (SBN)).$$

Tứ giác $ABMN$ là hình vuông nên $AI \perp BN$, kẻ $AK \perp SI$ tại K . Khi đó $d(A, (SBN)) = AK$.

$$\text{Ta có } AI = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} AB\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

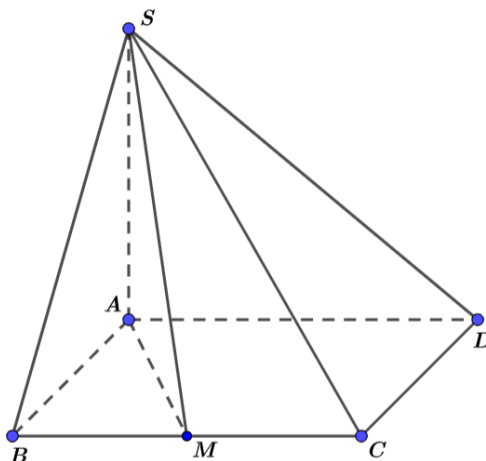
$$\Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \Rightarrow AK^2 = \frac{8}{5} \Rightarrow AK \approx 1,3.$$

Vậy $d(DM, SB) = 1,3$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 4$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 27,7



Ta có hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Suy ra $SA \perp (ABCD)$.

Lại có $AB = BC$, $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ đều. Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.

Suy ra $((SBC), (ABCD)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} = 60^\circ$.

$$\Delta ABC \text{ đều cạnh } 4 \Rightarrow AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

Ta có $SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot 2S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 \cdot \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \approx 27,7.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $\log_{2025}(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{2025}}(2x + 3) = 0$

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

$$\text{Phương trình đã cho } \Leftrightarrow \log_{2025}(x^2 + 4x) - \log_{2025}(2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{2025}(x^2 + 4x) = \log_{2025}(2x + 3)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được $x = 1$.

Câu 2: Giải bất phương trình: $\log_{0,5}(2x+1) \geq \log_{0,5}(3x-4)$

Lời giải

Do cơ số $0,5 \in (0;1)$ nên bất phương trình tương đương

$$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 \leq 3x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 5$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq 5$.

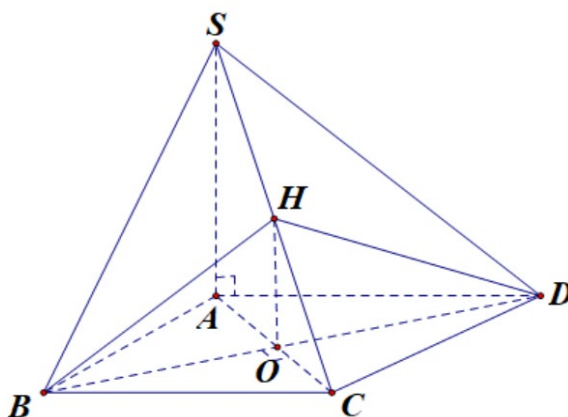
Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O , $SA \perp (ABCD)$,

$$SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \text{ Gọi } H \text{ là trung điểm của } SC.$$

a) CMR: $BC \perp (SAB)$

b) CMR: $(BDH) \perp (ABCD)$

Lời giải



a) CMR: $BC \perp (SAB)$. Ta có $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$) (1)

$BC \perp AB$ (do $ABCD$ là hình vuông) (2)

và $SA, AB \subset (SAB)$ (3) Từ (1), (2) và (3) suy ra $BC \perp (SAB)$

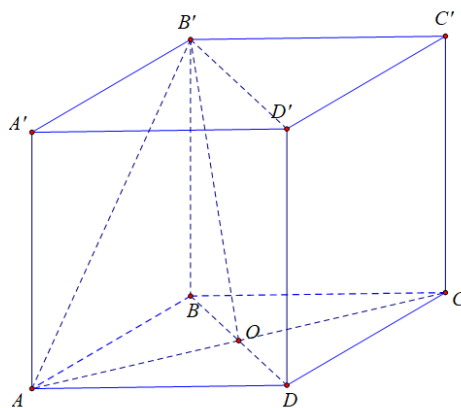
b) CMR: $(BDH) \perp (ABCD)$. Xét 2mp (BDH) và $(ABCD)$, ta có

$$\left. \begin{array}{l} HO \parallel SA \\ SA \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow HO \perp (ABCD) \text{ (1)}$$

Mà $HO \subset (BDH)$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $(BDH) \perp (ABCD)$

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BDD'B')$. Giá trị góc α là

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ khi đó ta có $AO \perp BD$ (1).

Mặt khác ta lại có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AO$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $AO \perp (BDD'B') \Rightarrow (AB', (BB'D'D)) = (AB', B'O) = \widehat{AB'O}$.

Xét tam giác vuông $AB'O$ có $\sin \widehat{AB'O} = \frac{AO}{AB'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AB'O} = 30^\circ$.

Do đó $\alpha = 30^\circ$.

----- HẾT -----