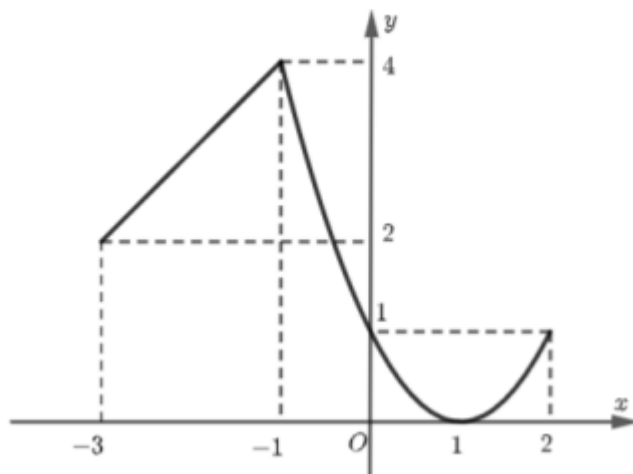


ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Giá trị nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 2 \leq 0$?
A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$.
A. (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. **B.** (C): $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$.
C. (C): $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 25$. **D.** (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$.
- Câu 3:** Trong mặt phẳng Oxy , góc giữa hai đường thẳng $d: 3x - 2y = 0$ và $d': 3x - 2y + 5 = 0$.
A. 90° . **B.** 0° . **C.** 180° . **D.** 45° .
- Câu 4:** Phương trình $\sqrt{x^2 + x + 11} = \sqrt{-2x^2 - 13x + 16}$ có tất cả các nghiệm là
A. $x = \frac{1}{3}$ hoặc $x = -5$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = -5$. **D.** $x = \frac{1}{3}$.
- Câu 5:** Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 5} = x + 1$. Giá trị nào sau đây là nghiệm của phương trình đã cho?
A. $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 4$.
- Câu 6:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-3; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

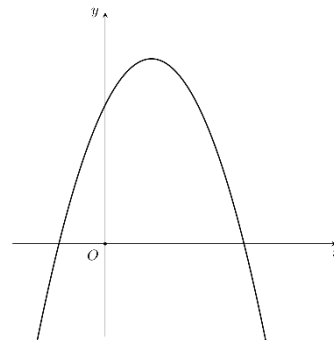
- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 7: Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào trong các phương án sau

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- A.** $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ **B.** $f(x) = -x^2 - 4x - 5$
C. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ **D.** $f(x) = x^2 - 4x - 5$

Câu 8: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $a < 0, b > 0$ B. $a > 0, c > 0$
 C. $a > 0, b > 0$ D. $a < 0, c < 0$

Câu 9: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ tại điểm $M(0;0)$

- A. $3x - 4y = 0$ B. $4x + 3y = 0$ C. $4x - 3y = 0$ D. $3x + 4y = 0$

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

- A. $2x + 3y - 2 = 0$ B. $3x - 2y + 1 = 0$ C. $2x + 3y + 8 = 0$ D. $2x + 3y - 8 = 0$

Câu 11: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+x-12}$.

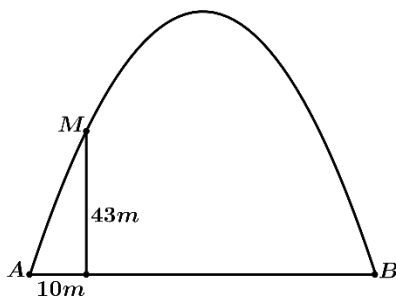
- A. $D = [-2; +\infty) \setminus \{-4\}$. B. $D = [-2; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$. D. $D = [-2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 6x - 8y + 3 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 4y - 6 = 0$ bằng

- A. $\frac{9}{10}$. B. 3 . C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (Điểm M) người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Cổng có hình dạng Parabol đi qua điểm có tọa độ $M(43;10)$.
 b) Đặt chân 1 cột của cổng trùng với gốc tọa độ. Trục đối xứng của của parabol là $x = 80(m)$.
 c) Phương trình Parabol của cổng Arch tại thành phố St Louis là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$
 d) Độ cao của cổng Arch là $185,6(m)$

Câu 2: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(3;5)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v} = (2;1)$.

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v} = (1;2)$.

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng có một đường thẳng có phương trình : $x - 2y - 7 = 0$

c) Tọa độ của vật thể M tại thời điểm $t(t > 0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

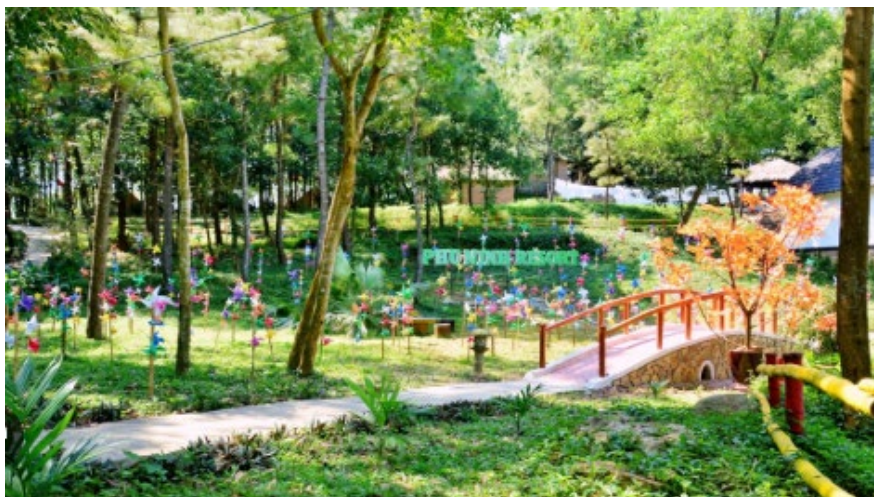
d) Khi $t = 1$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $2\sqrt{5}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

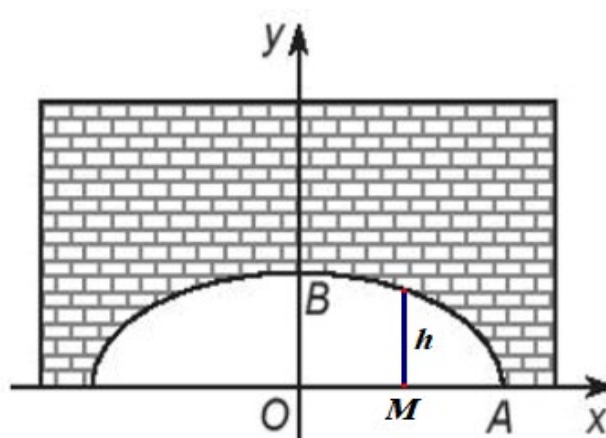
Câu 2: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$ là

Câu 3: Một nhóm bạn tham quan tại khu vực hồ Phú Ninh đang xác định nơi dừng chân cắm trại để ăn trưa. Nhà hàng Phú Ninh có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét) và có quy định vận chuyển thức ăn trong vòng bán kính 3 km tính từ nhà hàng.



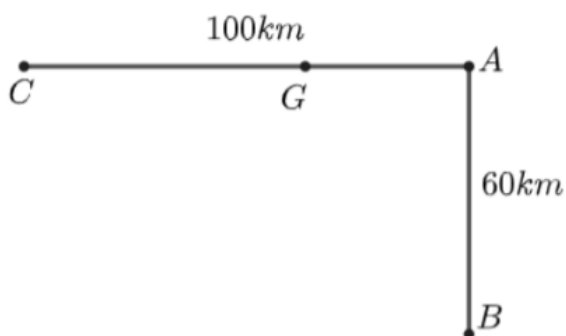
Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để nhóm bạn cắm trại tại vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới nơi để nhận được thức ăn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 4: Một người kỹ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip (E), chiều rộng của hầm là 12 m , khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m như hình vẽ bên dưới. Tính chiều cao h của đường hầm tại điểm M cách điểm A một khoảng 3 m . (làm tròn kết quả h đến hàng phần chục).



PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tỉnh X có thành phố A đã có bến xe trung tâm, hai huyện xa nhất của tỉnh là huyện B (cách thành phố A 60km về phía nam) và huyện C (cách thành phố A 100km về phía tây).



Để giao thông thuận tiện hơn, người ta dự định di dời bến xe về vị trí G nằm trên trục đường đi từ thành phố A đến huyện C và xây dựng thêm một đường đi trực tiếp từ G đến B . Hỏi bến xe G nằm cách thành phố A bao xa để khoảng cách từ bến xe G đến huyện B và C là như nhau.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d : 3x - 4y + 1 = 0$ và $A(3; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với d và cách A một khoảng bằng 2 .

Câu 3: Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa hình parabol có chiều rộng $d = 8\text{m}$ và chiều cao $h = 8\text{m}$



Hỏi phải đặt một chậu cây cảnh có chiều cao $1,5\text{ m}$ cách mép cửa một khoảng bao nhiêu mét để ngọn cây không chạm vào thành cửa?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 2 \leq 0$?

- A. 5. B. 4. C. 3. **D. 2.**

Lời giải

Ta thấy, giá trị $x = 2$ thỏa mãn bất phương trình $x^2 - 2x - 2 \leq 0$. Vậy 2 là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$.

- A. (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. B. (C): $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$.
C. (C): $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 25$. **D. (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$.**

Lời giải

Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$. Là $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , góc giữa hai đường thẳng $d: 3x - 2y = 0$ và $d': 3x - 2y + 5 = 0$.

- A. 90° . **B. 0° .** C. 180° . D. 45° .

Lời giải

Nhận thấy các đường thẳng d, d' song song với nhau nên góc giữa chúng bằng 0° .

Câu 4: Phương trình $\sqrt{x^2+x+11} = \sqrt{-2x^2-13x+16}$ có tất cả các nghiệm là

- A. $x = \frac{1}{3}$ hoặc $x = -5$.** B. $x = -1$. C. $x = -5$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Bình phương hai vế và rút gọn phương trình ta được $3x^2 + 14x - 5 = 0$.

Phương trình này có hai nghiệm là $x = -5$ và $x = \frac{1}{3}$. Thử lại thấy cả hai giá trị này đều thỏa

mãn phương trình đã cho, vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x = -5$ và $x = \frac{1}{3}$.

Câu 5: Cho phương trình $\sqrt{2x^2+3x-5} = x+1$. Giá trị nào sau đây là nghiệm của phương trình đã cho?

- A. $x = 2$.** B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Lời giải

$$\sqrt{2x^2+3x-5} = x+1.$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được

$$2x^2+3x-5 = (x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+3x-5 = x^2+2x+1$$

$$\Leftrightarrow x^2+x-6 = 0$$

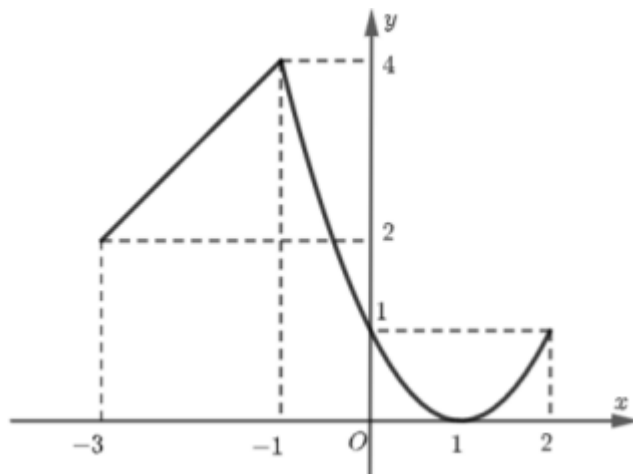
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Thay $x = 2$ vào phương trình ta thấy $VT = VP = 3$ nên $x = 2$ là một nghiệm của phương trình.

Thay $x = -3$ vào phương trình ta thấy $VP = -2 < 0$ nên $x = -3$ không phải là nghiệm của phương trình.

Vậy phương trình có một nghiệm là $x = 2$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-3; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.**
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

Câu 7: Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào trong các phương án sau

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- A. $f(x) = -x^2 + 4x - 5$
- C. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$**
- B. $f(x) = -x^2 - 4x - 5$
- D. $f(x) = x^2 - 4x - 5$

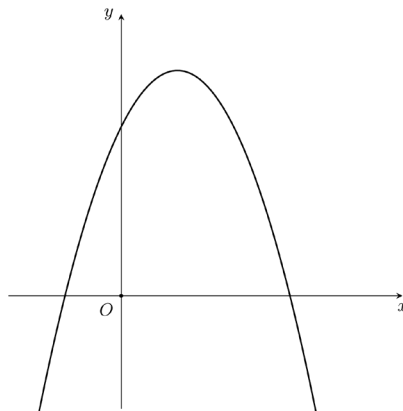
Lời giải

Xét biểu thức $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Ta có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Câu 8: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.** $a < 0, b > 0$ **B.** $a > 0, c > 0$ **C.** $a > 0, b > 0$ **D.** $a < 0, c < 0$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy parabol có bề lõm hướng xuống nên suy ra $a < 0$

Ta thấy parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $c > 0$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy parabol cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt $x_1 < 0, x_2 > 0$

Ta thấy $|x_2| > |x_1|$ nên suy ra $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0 \Leftrightarrow b > 0$ (vì $a < 0$)

Câu 9: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ tại điểm $M(0; 0)$

- A.** $3x - 4y = 0$ **B.** $4x + 3y = 0$ **C.** $4x - 3y = 0$ **D.** $3x + 4y = 0$

Lời giải

(C) có tâm $I(3; 4), R = 5$

Tiếp tuyến của đường tròn (C) là đường thẳng qua M và nhận $\overrightarrow{IM} = (-3; 4)$ làm VTPT

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $3x - 4y = 0$

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(3; 1), C(5; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

- A.** $2x + 3y - 2 = 0$ **B.** $3x - 2y + 1 = 0$ **C.** $2x + 3y + 8 = 0$ **D.** $2x + 3y - 8 = 0$

Lời giải

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC là đường thẳng đi qua $A(1; 2)$ và vuông góc với BC nên nhận $\overrightarrow{BC} = (2; 3)$ làm VTPT

Vậy phương trình đường cao kẻ từ A là: $2x + 3y - 8 = 0$

Câu 11: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2 + x - 12}$.

- A.** $D = [-2; +\infty) \setminus \{-4\}$. **B.** $D = [-2; +\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$. **D.** $D = [-2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Lời giải

Điều kiện hàm số có nghĩa: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2+x-12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -4 \text{ và } x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 6x-8y+3=0$ và $\Delta_2: 3x-4y-6=0$ bằng

- A. $\frac{9}{10}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{5}$.

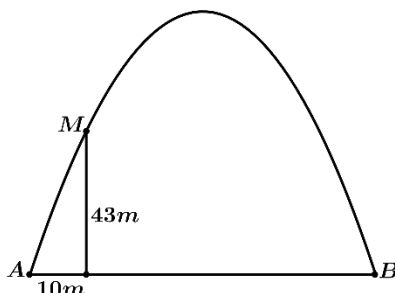
Lời giải

Ta có: $\frac{6}{3} = \frac{-8}{-4} = 2 \Rightarrow \Delta_1 // \Delta_2$ và $\Delta_2: 3x-4y+\frac{3}{2}=0$.

$$d_{(\Delta_1; \Delta_2)} = \frac{\left| \frac{3}{2} + 6 \right|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{2}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (Điểm M) người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Cổng có hình dạng Parabol đi qua điểm có tọa độ $M(43;10)$.
 b) Đặt chân 1 cột của cổng trùng với gốc tọa độ. Trục đối xứng của của parabol là $x = 80(m)$.
 c) Phương trình Parabol của cổng Arch tại thành phố St Louis là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$
 d) Độ cao của cổng Arch là 185,6(m)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng:

Cổng có hình dạng Parabol đi qua điểm có tọa độ $M(43;10)$.

b) Sai:

Đặt chân 1 cột của cổng trùng với gốc tọa độ. Khoảng cách 2 chân cột là 162(m)

Trục đối xứng của của parabol là $x = 81(m)$.

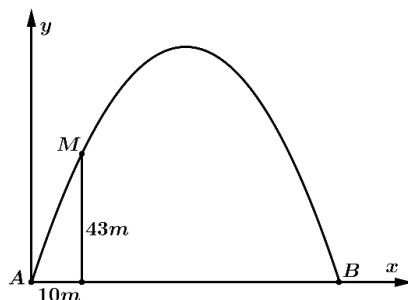
c) Đúng:

Phương trình Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx$ và đi qua các điểm $B(162;0)$ và $M(10;43)$ nên ta

$$\text{có hệ phương trình: } \begin{cases} 162^2 a + 162b = 0 \\ 100a + 10b = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

d) Đúng:

Đặt công (Parabol) vào hệ tọa độ như sau:



Phương trình Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx$ và đi qua các điểm $B(162;0)$ và $M(10;43)$ nên ta

$$\text{có hệ phương trình: } \begin{cases} 162^2 a + 162b = 0 \\ 100a + 10b = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}.$$

Khi đó ta có $(P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Chiều cao của công bằng tung độ đỉnh của (P) là: $y_{\max} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y\left(\frac{3483}{43}\right) \approx 185,6$.

Câu 2: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(3;5)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v} = (2;1)$.

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v} = (1;2)$.

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng có một đường thẳng có phương trình: $x - 2y - 7 = 0$

c) Tọa độ của vật thể M tại thời điểm $t(t > 0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

d) Khi $t = 1$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $2\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng:

Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v} = (2;1)$.

b) Đúng:

Vật thể chuyển động trên đường thẳng có vector chỉ phương là $\vec{v} = (2;1)$ và đi qua điểm $A(3;5)$ có dạng $\frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{1} \Leftrightarrow x-2y-7=0$.

c) Sai:

Vật thể khởi hành từ điểm $A(3;5)$ và chuyển động thẳng đều với vector vận tốc là $\vec{v} = (2;1)$ nên vị trí của vật thể tại thời điểm $t, (t > 0)$ có tọa độ là:
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t \end{cases}$$

d) Sai:

Gọi B là vị trí của vật thể tại thời điểm $t=1$. Tọa độ của điểm B là:
$$\begin{cases} x_B = 3 + 2 \cdot 1 = 5 \\ y_B = 5 + 1 = 6 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật thể đi được là $AB = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có $2x^2 - 14x + 20 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 5$

Vậy nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{3;4\}$.

Câu 2: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$

$$\Rightarrow x^2 + 3 = (3x - 1)^2 \Rightarrow x^2 + 3 = 9x^2 - 6x + 1 \Leftrightarrow 8x^2 - 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ x = 1 \end{cases}$$

Thử lại ta thấy $x=1$ thỏa PT.

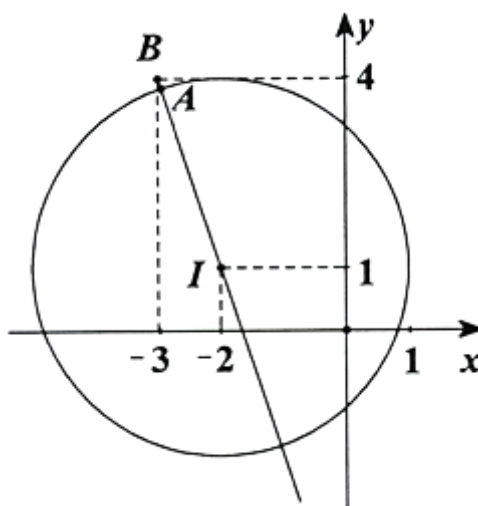
Câu 3: Một nhóm bạn tham quan tại khu vực hồ Phú Ninh đang xác định nơi dừng chân cắm trại để ăn trưa. Nhà hàng Phú Ninh có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét) và có quy định vận chuyển thức ăn trong vòng bán kính 3 km tính từ nhà hàng.



Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để nhóm bạn cắm trại tại vị trí có tọa độ $(-3; 4)$ di chuyển được tới nơi để nhận được thức ăn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,16



Đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của nhà hàng có tâm $I(-2; 1)$ và bán kính giao hàng 3 km nên phương trình đường tròn đó là: $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$

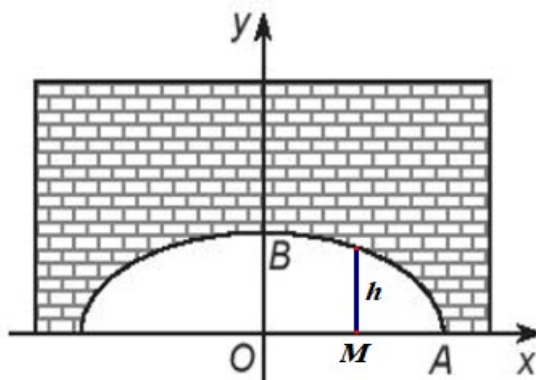
Vị trí của nhóm bạn cắm trại là $B(-3; 4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI

\Rightarrow Khoảng cách ngắn nhất để nhóm bạn đó từ vị trí $B(-3; 4)$ tới vùng giao thức ăn của nhà hàng là BA

Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$, suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 = 0,16$.

Câu 4: Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip (E), chiều rộng của hầm là 12 m , khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m như hình vẽ bên dưới. Tính chiều cao h của đường hầm tại điểm M cách điểm A một khoảng 3 m . (làm tròn kết quả h đến hàng phần chục).



Lời giải

Trả lời: 2,6

Phương trình chính tắc (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Theo giả thiết ta có (E) đi qua điểm $A(6;0)$ và $B(0;3) \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \end{cases}$

Vậy phương trình chính tắc (E): $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$

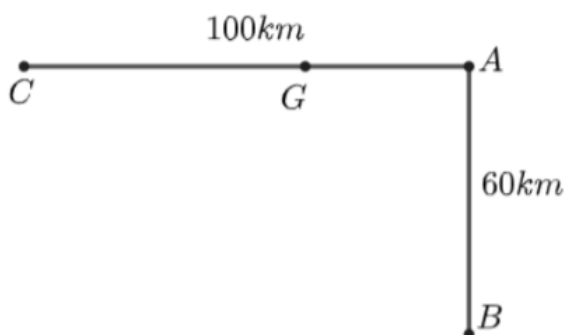
Ta có: $OM = OA - AM = 3$ nên điểm $M(3; y) \in (E)$

$$\Rightarrow \frac{3^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Vậy chiều cao $h = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,6$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tỉnh X có thành phố A đã có bến xe trung tâm, hai huyện xa nhất của tỉnh là huyện B (cách thành phố A 60km về phía nam) và huyện C (cách thành phố A 100km về phía tây).



Để giao thông thuận tiện hơn, người ta dự định di dời bến xe về vị trí G nằm trên trục đường đi từ thành phố A đến huyện C và xây dựng thêm một đường đi trực tiếp từ G đến B. Hỏi bến xe G nằm cách thành phố A bao xa để khoảng cách từ bến xe G đến huyện B và C là như nhau.

Lời giải

Đặt $AG = x (0 < x < 100)$, khi đó $BG = CG = 100 - x$.

Xét tam giác ABG vuông tại A, ta có

$$GB^2 = AG^2 + AB^2 \Leftrightarrow (100-x)^2 = x^2 + 60^2 \Leftrightarrow x = 32 \Rightarrow AG = 32.$$

Vậy bến xe G nằm cách thành phố A 32km để khoảng cách từ bến xe G đến huyện B và C là như nhau.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$ và $A(3; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với d và cách A một khoảng bằng 2 .

Lời giải

Do Δ song song với d nên $\Delta: 3x - 4y + c = 0$ với $c \neq 1$.

$$\text{Ta có } d(A, d) = 2 \Rightarrow \frac{|1+c|}{5} = 2 \Rightarrow \begin{cases} c = 9 \\ c = -11 \end{cases}.$$

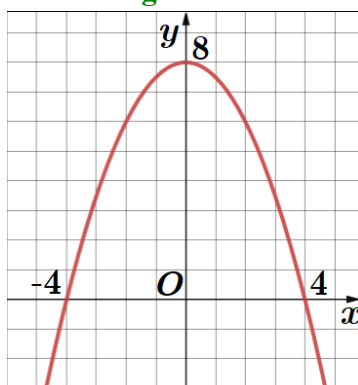
Vậy $\Delta: 3x - 4y + 9 = 0$ hay $\Delta: 3x - 4y - 11 = 0$.

Câu 3: Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa hình parabol có chiều rộng $d = 8\text{m}$ và chiều cao $h = 8\text{m}$.



Hỏi phải đặt một chậu cây cảnh có chiều cao $1,5\text{m}$ cách mép cửa một khoảng bao nhiêu mét để ngọn cây không chạm vào thành cửa?

Lời giải



Gọi parabol cần tìm là $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Từ đồ thị ta thấy được $y = a(x-4)(x+4) = a(x^2 - 16)$, mà $f(0) = 8 \Rightarrow y = \frac{-x^2}{2} + 8$.

Theo đề bài ta cần tìm $x_0 > 0$ sao cho $\frac{-x_0^2}{2} + 8 = 1,5 \Rightarrow -x_0^2 = -13 \Rightarrow x_0 = \sqrt{13} \approx 3,61$.

Vậy ta cần đặt cây cách mép cửa $3,7\text{m}$ để cây không đụng vào thành cửa.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{x^2 - 4}$ là

- A. Vô nghiệm. B. $x = 4$. C. $x = -4$. D. $x = \frac{3}{4}$.

Câu 2: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$.

- A. $-x + 2y - 5 = 0$. B. $x + 2y = 0$. C. $x - 2y + 5 = 0$. D. $x + 2y - 3 = 0$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 7x + 12 > 0$ là

- A. $(3; 4)$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như trên?

- A. $y = -x^2 + 4x$ B. $y = x^2 - 4x - 5$ C. $y = x^2 - 4x - 1$ D. $y = -x^2 + 4x - 9$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a < 0$ B. $b < 0$ C. $a > 0$ D. $b > 0$

Câu 6: Trục đối xứng của parabol $(P): y = -2x^2 + 5x + 3$ là

- A. $x = -\frac{5}{4}$ B. $x = -\frac{5}{2}$ C. $x = \frac{5}{4}$ D. $x = \frac{5}{2}$

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 10x - 5} = 2(x - 1)$ là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = 3 + \sqrt{6}$. C. $x = 3 + \sqrt{6}$ và $x = 2$. D. $x = 3 - \sqrt{6}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 4$ có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh của (P) là:

- A. $I(1; 1)$. B. $I(2; 0)$. C. $I(-1; 2)$. D. $I(-1; 1)$.

- Câu 9:** Đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2)$, nhận $\vec{n} = (1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:
A. $x - 2y + 5 = 0$. **B.** $x - 2y - 4 = 0$. **C.** $x + y + 4 = 0$. **D.** $-x + 2y - 4 = 0$.
- Câu 10:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $d_2 : 3x + 4y - 10 = 0$.
A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. **D.** Vuông góc với nhau.
- Câu 11:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $x^2 + 2mx - 4m - 3 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ là
A. $(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$. **B.** $(-3; -1)$. **C.** $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$. **D.** $[-3; -1]$.
- Câu 12:** Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào trong các phương án sau

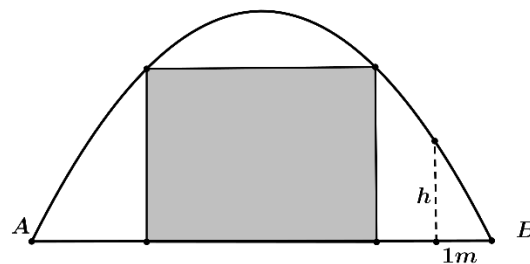
x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- A.** $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ **B.** $f(x) = -x^2 - 4x - 5$
C. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ **D.** $f(x) = x^2 - 4x - 5$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Một chiếc cổng hình parabol, người ta muốn thiết kế một cái cửa hình chữ nhật được tô màu như hình vẽ dưới đây:

Biết cổng cao 4 m, rộng 8 m, cửa rộng bằng một nửa chiều rộng của cổng và cách đều hai chân cổng. Một người đứng dưới cổng cách B một khoảng 1 m và đo được chiều cao của cổng tại chỗ đó là h .



- a) Cổng có hình parabol với phương trình $(P): y = ax^2 + bx + c (a < 0)$
b) Chiều rộng của cửa bằng 4 mét
c) $h = 1,5$ m.
d) Người thiết kế muốn sơn bề mặt cửa, biết giá sơn cửa là 150000 đồng trên một mét vuông. Giá tiền phải sơn toàn bộ cửa là 1850000 đồng.

- Câu 2:** Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x + 5y - 8 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0, x + y - 2 = 0$.

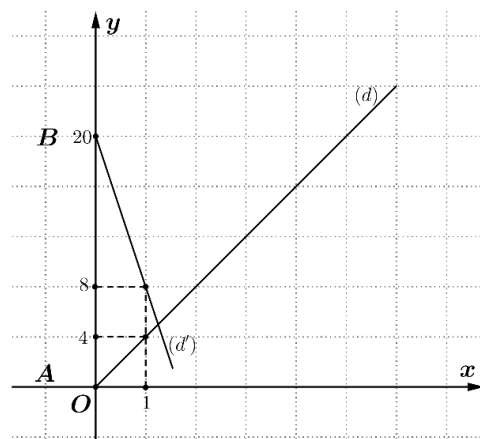
- a) Điểm B có tọa độ là $(\frac{2}{3}; \frac{2}{3})$.
d) Điểm C có tọa độ là $(-1; 3)$.
c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x - 7y - 6 = 0$
d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x - 13y + 4 = 0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + 1$ có đồ thị là parabol (P) đi qua điểm $A(2;0)$ và có trục đối xứng $x = -1$. Tính giá trị biểu thức $M = 2024(a + b)$

Câu 2: Một mảnh vườn có dạng hình tam giác vuông, biết tam giác vuông này có độ dài của hai cạnh góc vuông hơn kém nhau là $1m$, chu vi của tam giác này bằng với chu vi của một hình vuông cạnh $3m$. Người ta dự định trồng cỏ trên mảnh vườn đó, biết rằng chi phí trồng cỏ là 500.000 đồng/ m^2 . Hãy tính số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà người đó bỏ ra để trồng cỏ. (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 3: Hình vẽ là các đường thẳng biểu diễn chuyển động của hai người. Người thứ nhất đi bộ xuất phát từ A cách B khoảng 20 km, với vận tốc 4 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d). Người thứ 2 đi xe đạp xuất phát từ B với vận tốc 12 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d'). Hỏi hai người gặp nhau sau mấy giờ?

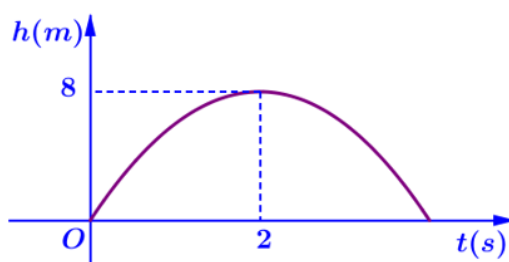


Câu 4: Một cửa hàng kinh doanh xăng dầu. Kế toán của cửa hàng đã tính toán lợi nhuận khi bán xăng A95 hàng ngày theo công thức sau $y = -86x^2 + 86000x - 18146000$, trong đó x là số lít xăng A95 được bán ra. y lợi nhuận thu được theo đơn vị đồng. Hỏi cửa hàng bán tối thiểu bao nhiêu lít xăng thì sẽ có lợi nhuận.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = (m - 3)x^2 - 2(m - 3)x + m + 3$ luôn không âm với mọi x thuộc \mathbb{R} .

Câu 2: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Hình 14 minh họa quỹ đạo của quả bóng là một phần của cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá từ mặt đất. Sau khoảng 2 (s), quả bóng đó lên đến vị trí cao nhất là 8 (m). Hỏi sau bao nhiêu giây thì quả bóng chạm đất kể từ khi đá lên?



Hình 14

Câu 3: Màn hình radar tại một đài quan sát hàng hải được thiết lập hệ tọa độ Oxy . Biết đài quan sát có tọa độ $O(0;0)$ và radar có bán kính hoạt động là 100 km. Lúc 12 giờ trưa, một con tàu ở vị trí có tọa độ $(200;120)$ và chuyển động thẳng đều với vector vận tốc $\vec{v} = (-40; -20)$. Hỏi vào lúc mấy giờ thì con tàu lần đầu tiên xuất hiện trên màn hình radar?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{x^2 - 4}$ là
- A. Vô nghiệm. **B. $x = 4$.** C. $x = -4$. D. $x = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Bình phương hai vế phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{x^2 - 4}$ ta được

$$x^2 - 2x + 4 = x^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow -2x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = 4.$$

Thử lại, ta thấy $x = 4$ thỏa mãn phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $x = 4$.

- Câu 2:** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$.
- A. $-x + 2y - 5 = 0$. B. $x + 2y = 0$. C. $x - 2y + 5 = 0$. **D. $x + 2y - 3 = 0$.**

Lời giải

Đường thẳng cần viết có phương trình dạng $x + 2y + c = 0$.

Mặt khác, đường thẳng này đi qua điểm $I(-1;2)$ nên $-1 + 2.2 + c = 0 \Rightarrow c = -3$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $x + 2y - 3 = 0$.

- Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 7x + 12 > 0$ là
- A. $(3;4)$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. **D. $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$.**

Lời giải

Tam thức $x^2 - 7x + 12$ có $a = 1 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3; x_2 = 4$.

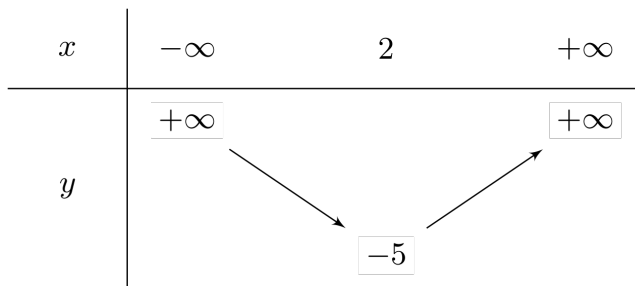
Bảng xét dấu

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$x^2 - 7x + 12$	$+$	0	$-$	0
	$+$	0	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$S = (-\infty; 3) \cup (4; +\infty).$$

- Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau



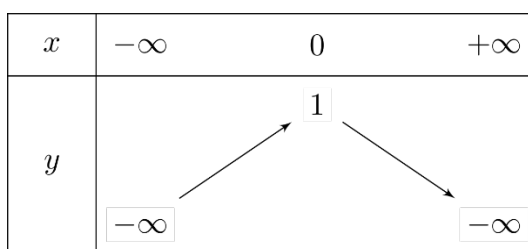
Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như trên?

- A.** $y = -x^2 + 4x$ **B.** $y = x^2 - 4x - 5$ **C.** $y = x^2 - 4x - 1$ **D.** $y = -x^2 + 4x - 9$

Lời giải

Xét hàm số $y = x^2 - 4x - 1$ có tọa độ đỉnh là $I(2; -5)$ và $a = 1 > 0$ nên parabol có bề lõm hướng lên do đó thỏa mãn bảng biến thiên trên.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a < 0$ **B.** $b < 0$ **C.** $a > 0$ **D.** $b > 0$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy parabol có bề lõm hướng xuống nên suy ra $a < 0$.

Câu 6: Trục đối xứng của parabol $(P): y = -2x^2 + 5x + 3$ là

- A.** $x = -\frac{5}{4}$ **B.** $x = -\frac{5}{2}$ **C.** $x = \frac{5}{4}$ **D.** $x = \frac{5}{2}$

Lời giải

Parabol (P) có trục đối xứng là $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{-2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 10x - 5} = 2(x - 1)$ là

- A.** $x = \frac{3}{4}$ **B.** $x = 3 + \sqrt{6}$ **C.** $x = 3 + \sqrt{6}$ và $x = 2$ **D.** $x = 3 - \sqrt{6}$

Lời giải

$$\sqrt{x^2 + 10x - 5} = 2(x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 + 10x - 5 = 4(x - 1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 + 10x - 5 = 4x^2 - 8x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 3x^2 - 18x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x = 3 + \sqrt{6}(tm) \\ x = 3 - \sqrt{6}(ktm) \end{cases} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3 + \sqrt{6}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 4$ có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh của (P) là:

- A. $I(1;1)$. B. $I(2;0)$. C. $I(-1;2)$. D. $I(-1;1)$.

Lời giải

Tọa độ đỉnh của đồ thị (P) là $I(2;0)$.

Câu 9: Đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2)$, nhận $\vec{n} = (1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

- A. $x - 2y + 5 = 0$. B. $x - 2y - 4 = 0$. C. $x + y + 4 = 0$. D. $-x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $d : x - 2y + c = 0$ và $A(-1;2) \in d \rightarrow c = 5$.

Câu 10: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $d_2 : 3x + 4y - 10 = 0$.

- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. D. Vuông góc với nhau.

Lời giải

$$d_1 : \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y - 12 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n}_1(4;-3).$$

$$d_2 : 3x + 4y - 10 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n}_2(3;4).$$

Ta có: $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên $d_1 \perp d_2$.

Câu 11: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $x^2 + 2mx - 4m - 3 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$. B. $(-3; -1)$. C. $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$. D. $[-3; -1]$.

Lời giải

$$\text{Ta có } x^2 + 2mx - 4m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < -1.$$

Câu 12: Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào trong các phương án sau

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- A. $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ B. $f(x) = -x^2 - 4x - 5$
C. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ D. $f(x) = x^2 - 4x - 5$

Lời giải

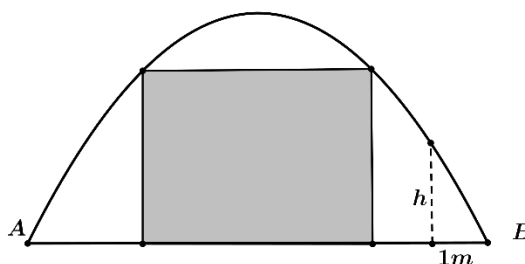
Xét biểu thức $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Ta có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$+$	$-$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một chiếc cổng hình parabol, người ta muốn thiết kế một cái cửa hình chữ nhật được tô màu như hình vẽ dưới đây:



Biết cổng cao 4 m, rộng 8m, cửa rộng bằng một nửa chiều rộng của cổng và cách đều hai chân cổng. Một người đứng dưới cổng cánh B một khoảng 1m và đo được chiều cao của cổng tại chỗ đó là h .

- Cổng có hình parabol với phương trình (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$)
- Chiều rộng của cửa bằng 4 mét
- $h = 1,5$ m.
- Người thiết kế muốn sơn bề mặt cửa, biết giá sơn cửa là 150000 đồng trên một mét vuông. Giá tiền phải sơn toàn bộ cửa là 1850000 đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng:

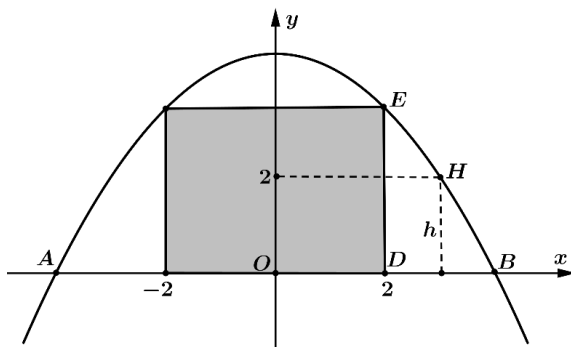
Cổng hình parabol có bề lõm hướng xuống nên có phương trình $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$)

b) Đúng:

Vì cổng rộng 8m mà cửa rộng bằng một nửa chiều rộng của cổng nên cửa có chiều rộng 4 m.

c) Sai:

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ :



Khi đó (P) có đỉnh $I(0;4)$, suy ra $\begin{cases} c = 4 \\ \frac{-b}{2a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ b = 0 \end{cases}$ suy ra $(P): y = ax^2 + 4$.

Theo đề công có chiều rộng là $8m$ nên (P) đi qua điểm $B(4;0)$ suy ra $16a = 4 \Rightarrow a = \frac{-1}{4}$

Do đó $(P): y = \frac{-1}{4}x^2 + 4$.

Vị trí người đứng cách B $1m$ nên (P) đi qua điểm $H(3;h) \Rightarrow h = \frac{-1}{4} \cdot 3^2 + 4 = 1,75$.

d) Sai:

Vì cửa rộng $4m$ nên $D(2;0)$ và (P) đi qua điểm $E(2; y_E) \Rightarrow y_E = \frac{-1}{4} \cdot 2^2 + 4 = 3$

Do đó cửa cao $3m$ suy ra cửa có hình chữ nhật có diện tích $3 \cdot 4 = 12m^2$

Suy ra giá tiền sơn toàn bộ bề mặt cửa là $12 \cdot 150000 = 1800000$ nghìn đồng.

Câu 2: Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x + 5y - 8 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0, x + y - 2 = 0$.

a) Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

d) Điểm C có tọa độ là $(-1; 3)$.

c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x - 7y - 6 = 0$

d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x - 13y + 4 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng:

Tọa độ của điểm B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x + 5y - 8 = 0 \\ 9x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Suy ra điểm B có tọa độ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

b) Đúng:

Toạ độ của điểm C là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x + 5y - 8 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3. \end{cases}$$

Suy ra điểm C có toạ độ là $(-1;3)$.

c) Sai:

Đường thẳng AB đi qua điểm $B\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và nhận vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1)$ của đường cao kẻ từ C làm vector pháp tuyến có phương trình là: $(x+1) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 8 = 0$

Toạ độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 3y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2. \end{cases}$$

Suy ra điểm A có toạ độ là $(2;2)$.

Phương trình đường cao kẻ từ $A(2;2)$ và nhận vector chỉ phương $\vec{u} = (5; -7)$ của đường thẳng BC làm vector pháp tuyến là: $5(x-2) - 7(y-2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 7y + 4 = 0$.

Gọi I là trung điểm của BC , ta có toạ độ của điểm I là $\left(\frac{-1}{6}; \frac{11}{6}\right)$. Do đó ta có $\overline{IA}\left(\frac{13}{6}; \frac{1}{6}\right)$.

d) Sai:

Đường trung tuyến kẻ từ A nhận $\vec{n} = (1; -13)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là:

$$(x-2) - 13(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 13y + 24 = 0.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + 1$ có đồ thị là parabol (P) đi qua điểm $A(2;0)$ và có trục đối xứng $x = -1$. Tính giá trị biểu thức $M = 2024(a+b)$

Lời giải

Trả lời: -759

$$(P) \text{ của hàm số } y = ax^2 + bx + 1 \text{ đi qua điểm } A(2;0) \text{ suy ra } 4a + 2b + 1 = 0 \quad (1)$$

$$(P) \text{ của hàm số } y = ax^2 + bx + 1 \text{ có trục đối xứng } x = -1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -1 \Leftrightarrow b = 2a \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{8} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M = 2024(a+b) = -759$$

Câu 2: Một mảnh vườn có dạng hình tam giác vuông, biết tam giác vuông này có độ dài của hai cạnh góc vuông hơn kém nhau là $1m$, chu vi của tam giác này bằng với chu vi của một hình vuông

cạnh $3m$. Người ta dự định trồng cỏ trên mảnh vườn đó, biết rằng chi phí trồng cỏ là 500.000 đồng/ m^2 . Hãy tính số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà người đó bỏ ra để trồng cỏ. (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 3

Gọi $x(m)$ và $x+1(m)$ lần lượt là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông. ĐK: $x > 0$.

Khi đó, cạnh huyền của tam giác vuông là: $\sqrt{x^2 + (x+1)^2} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

Chu vi của tam giác vuông là: $x + x + 1 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2x + 1 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}(m)$

Chu vi của hình vuông là: $3.4 = 12(m)$

Vì chu vi tam giác vuông bằng chu vi hình vuông nên ta có phương trình:

$$2x + 1 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 12 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 11 - 2x$$

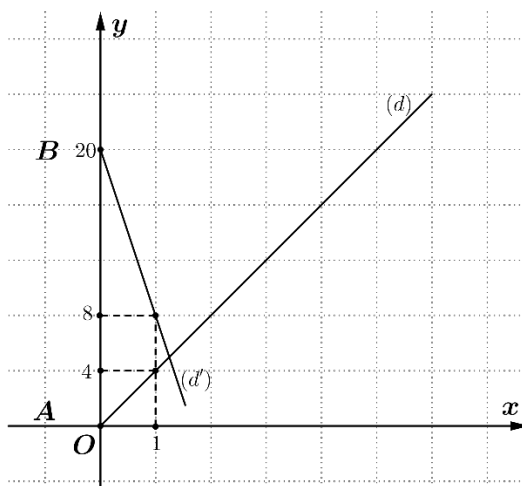
Giải phương trình trên ta được $x = 3$.

Suy ra độ dài 2 cạnh góc vuông của tam giác vuông là $3m$ và $4m$.

Diện tích của mảnh vườn trồng cỏ đó là: $S = \frac{1}{2}.3.4 = 6(m^2)$

Tổng số tiền người đó dùng để trồng cỏ là: $6 \times 500000 = 3.000.000$ (đồng) = 3(triệu đồng)

Câu 3: Hình vẽ là các đường thẳng biểu diễn chuyển động của hai người. Người thứ nhất đi bộ xuất phát từ A cách B khoảng 20 km, với vận tốc 4 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d) . Người thứ 2 đi xe đạp xuất phát từ B với vận tốc 12 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d') . Hỏi hai người gặp nhau sau mấy giờ?



Lời giải

Trả lời: 1,25

Đường thẳng (d) đi qua điểm $O(0;0), M(1;4)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng (d') đi qua điểm $B(0;20), P(1;8)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = 8 - 12k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$.

Khi 2 người gặp nhau ta có hệ $\begin{cases} t = 1 + k \\ 4t = 8 - 12k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{4} \\ t = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$.

Thời điểm hai người gặp nhau sau $\frac{5}{4} = 1,25$ giờ.

Câu 4: Một cửa hàng kinh doanh xăng dầu. Kế toán của cửa hàng đã tính toán lợi nhuận khi bán xăng A95 hàng ngày theo công thức sau $y = -86x^2 + 86000x - 18146000$, trong đó x là số lít xăng A95 được bán ra. y lợi nhuận thu được theo đơn vị đồng. Hỏi cửa hàng bán tối thiểu bao nhiêu lít xăng thì sẽ có lợi nhuận.

Lời giải

Trả lời: 303

Xét tam thức bậc hai $f(x) = -86x^2 + 86000x - 18146000$. Điều kiện $x > 0, x \in \mathbb{Z}$

Nhận thấy $f(x) = 0$ có hai nghiệm là $x_1 \approx 302,5; x_2 \approx 697,5$ và hệ số $a = -86 < 0$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	0	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Vì x là số nguyên dương nên:

Cửa hàng có lợi nhuận khi và chỉ khi $f(x) > 0$ tức là $303 \leq x \leq 697$.

Cửa hàng không có lợi nhuận khi và chỉ khi $f(x) < 0$ tức là $x \leq 302$ hoặc $x \geq 698$.

Vậy cửa hàng có lợi nhuận khi bán từ 303 đến 697 lít. Do đó cửa hàng bán tối thiểu 303 lít xăng thì sẽ có lợi nhuận.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = (m-3)x^2 - 2(m-3)x + m + 3$ luôn không âm với mọi x thuộc \mathbb{R} .

Lời giải

Yêu cầu bài toán tương đương với: $f(x) = (m-3)x^2 - 2(m-3)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

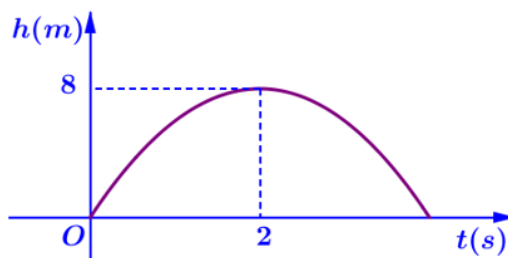
Trường hợp 1: $\begin{cases} m-3 = 0 \\ m+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} m-3 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ (m-3)^2 - (m-3)(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m-3-(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Vậy với $m \geq 3$ thì $f(x)$ không âm với mọi x thuộc \mathbb{R} .

Câu 2: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Hình 14 minh họa quỹ đạo của quả bóng là một phần của cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá từ mặt đất. Sau khoảng 2 (s), quả bóng đó lên đến vị trí cao nhất là 8 (m). Hỏi sau bao nhiêu giây thì quả bóng chạm đất kể từ khi đá lên?



Hình 14

Lời giải

Gọi hàm số bậc hai biểu thị độ cao h (m) theo thời gian t (s) là:

$$h = f(t) = at^2 + bt + c \quad (a < 0).$$

Theo giả thiết, quả bóng được đá lên từ mặt đất, nghĩa là $f(0) = c = 0$, do đó $f(t) = at^2 + bt$.

Sau 2 (s), quả bóng lên đến vị trí cao nhất là 8 (m) nên

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ f(2) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ -4a = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 8 \end{cases}.$$

Vậy $f(t) = -2t^2 + 8t$.

Quả bóng chạm đất (trở lại) khi độ cao $h = 0$, tức là: $\begin{cases} t > 0 \\ -2t^2 + 8t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 4$.

Vì thế sau 4 (s) quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên.

Câu 3: Màn hình radar tại một đài quan sát hàng hải được thiết lập hệ tọa độ Oxy . Biết đài quan sát có tọa độ $O(0;0)$ và radar có bán kính hoạt động là 100 km. Lúc 12 giờ trưa, một con tàu ở vị trí có tọa độ $(200;120)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc $\vec{v} = (-40; -20)$. Hỏi vào lúc mấy giờ thì con tàu lần đầu tiên xuất hiện trên màn hình radar?

Lời giải

Tại thời điểm $t = 0$ (12 giờ trưa) con tàu có tọa độ là $(200;120)$.

Sau t giờ, con tàu có tọa độ là $\begin{cases} x = 200 - 40t \\ y = 120 - 20t \end{cases}$.

Khoảng cách từ con tàu đến đài quan sát là: $d = \sqrt{(200 - 40t)^2 + (120 - 20t)^2}$

Con tàu lần đầu xuất hiện trên radar khi $d = 100$

$$\Rightarrow (200 - 40t)^2 + (120 - 20t)^2 = 100^2$$

$$\Leftrightarrow 2000t^2 - 20800t + 44400 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 - 52t + 111 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 7,4 \end{cases}$$

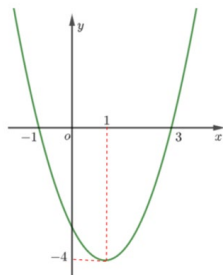
Vậy con tàu lần đầu tiên xuất hiện trên radar lúc $12 + 3 = 15$ giờ.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



- A.** $f(2) > f(3)$. **B.** $f(2) > f(1)$. **C.** $f(1) > f(0)$. **D.** $f(-1) < f(0)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5); B(4; 1)$. Gọi Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB . Viết phương trình tổng quát của Δ .

- A.** $\Delta: 6x - 2y - 11 = 0$. **B.** $\Delta: 2x + 6y + 3 = 0$. **C.** $\Delta: x + 3y + 3 = 0$. **D.** $\Delta: 3x - y - 11 = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

- A.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$. **C.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(1; 3)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $4x - 3y - 10 = 0$. Tính độ dài cạnh AB của hình vuông $ABCD$.

- A.** 5. **B.** 15. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(1; 3)$ **B.** $N(2; 3)$ **C.** $P(1; -3)$ **D.** $Q(-1; 2)$

Câu 6: Cho parabol $(P): y = -x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

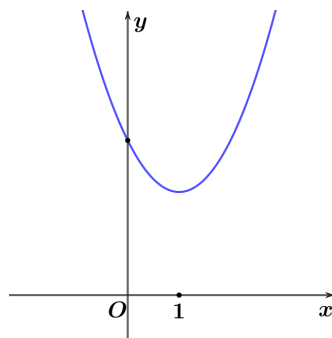
Câu 7: Bất phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

- A.** $-x^2 + 8x - 16 \geq 0$. **B.** $-x^2 + 5x + 6 \geq 0$. **C.** $x^2 - 3x + 11 \leq 0$. **D.** $x^2 + 5x - 2 < 0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol (P) có phương trình: $y^2 = 4x$. Tìm tiêu điểm F và đường chuẩn Δ của (P) .

- A.** (P) có tiêu điểm $F(0; 1)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -1$.
B. (P) có tiêu điểm $F(0; -1)$ và đường chuẩn $\Delta: x = 1$.
C. (P) có tiêu điểm $F(1; 0)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -1$.
D. (P) có tiêu điểm $F(1; 0)$ và đường chuẩn $\Delta: x = 1$.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol (P) như hình sau. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các góc ở đỉnh đều là góc nhọn. Phương trình các cạnh AB và AC lần lượt là $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $x + \sqrt{3}y = 0$. Đường phân giác trong xuất phát từ A của tam giác ABC cắt cạnh BC tại điểm D . Tính số đo góc \widehat{BAD} ?

A. $\widehat{BAD} = 30^\circ$. **B.** $\widehat{BAD} = 60^\circ$. **C.** $\widehat{BAD} = 15^\circ$. **D.** $\widehat{BAD} = 45^\circ$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -5)$, $B(4; 1)$, $C(2; 3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

A. $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 2 - t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 7t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 7t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = 2 - t \end{cases}$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm bán kính R của đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

A. $R = 3$. **B.** $R = \sqrt{21}$. **C.** $R = 9$. **D.** $R = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhân viên công ty thiết kế A ước tính lợi nhuận y (đồng) khi kinh doanh x mặt hàng bàn ghế được tính bởi công thức $f(x) = -x^2 + 375x - 33750$.

a) Tam thức $f(x) = -x^2 + 375x - 33750$ có biệt thức $\Delta > 0$.

b) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm $x = 150$ và $x = 225$.

c) Bảng xét dấu của $f(x)$ là

x	$-\infty$	150	225	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

d) Công ty có lãi khi bán từ 150 sản phẩm đến 225 sản phẩm.

- Câu 2:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$.
- a) Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$
- b) Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$
- c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$
- d) Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1:** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = 2x - 10$ có bao nhiêu phần tử?
- Câu 2:** Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, với $a \neq 0, b \neq 0$, đi qua điểm $M(-1;6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = 1000a + 6b$.
- Câu 3:** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2), B(5;2), C(1;-3)$ có phương trình dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Tính giá trị $6a + 4b + c$.
- Câu 4:** Công ty may mặc Uniform thông báo về bảng giá may áo lớp cho khách hàng như sau: 20 khách hàng đăng kí đầu tiên có giá áo là 130.000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 20 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá áo sẽ giảm 1.000 đồng/người cho toàn bộ khách hàng. Gọi x là số lượng khách hàng từ người thứ 21 trở lên. Hỏi số khách hàng đăng kí may áo nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự để sản xuất một cái áo là 75.000 đồng.

PHẦN IV. Tự luận

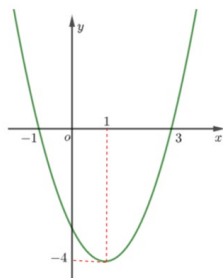
- Câu 1:** Bộ phận sản xuất của một công ty xác định tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $T(x) = x^2 + 20x + 4000$ (nghìn đồng). Nếu x sản phẩm đều được bán hết và giá bán mỗi sản phẩm là 150 nghìn đồng thì công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đảm bảo có lãi?
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$ và $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua điểm $P(3;1)$ cùng với d_1, d_2 tạo thành tam giác cân có đỉnh là giao điểm của d_1 và d_2 .
- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 4 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: x - 4y + 2022 = 0$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



- A. $f(2) > f(3)$. B. $f(2) > f(1)$. C. $f(1) > f(0)$. D. $f(-1) < f(0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Vì hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ mà $2 > 1$ nên $f(2) > f(1)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5); B(4; 1)$. Gọi Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB . Viết phương trình tổng quát của Δ .

- A. $\Delta: 6x - 2y - 11 = 0$. B. $\Delta: 2x + 6y + 3 = 0$. C. $\Delta: x + 3y + 3 = 0$. D. $\Delta: 3x - y - 11 = 0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó $M(3; -2)$.

Ta có $\overrightarrow{MB} = (1; 3)$.

Gọi Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB , khi đó Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với AB nên có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{MB} = (1; 3)$.

Phương trình tổng quát của $\Delta: 1(x - 3) + 3(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 3 = 0$.

Vậy $\Delta: x + 3y + 3 = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Vì $a^2 > b^2 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ là phương trình chính tắc của đường elip

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(1; 3)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $4x - 3y - 10 = 0$. Tính độ dài cạnh AB của hình vuông $ABCD$.

- A. 5. B. 15. C. 9. D. 3.

Lời giải

Ta có đường thẳng (d) qua $A(1;3)$ và vuông góc BC có vec tơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_d = \vec{u}_{BC} = (3;4) \text{ nên đường thẳng } (d) \text{ có phương trình } 3(x-1) + 4(y-3) = 0$$

Hay là $(d): 3x + 4y - 15 = 0$

Do $AB \perp BC \Rightarrow B \in (d)$ hay là tọa độ B là nghiệm hệ

$$\begin{cases} 4x - 3y - 10 = 0 \\ 3x + 4y - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{17}{5}; \frac{6}{5}\right)$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{17}{5}\right)^2 + \left(3 - \frac{6}{5}\right)^2} = 3$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(1;3)$ **B.** $N(2;3)$ **C.** $P(1;-3)$ **D.** $Q(-1;2)$

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và nhận $\vec{u} = (a; b)$ làm VTCP có phương trình tham số

$$d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$$

Vậy đường thẳng d đã cho đi qua điểm $M(1;3)$

Câu 6: Cho parabol $(P): y = -x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Lời giải

Trục đối xứng của (P) là: $x = \frac{-b}{2a} = -1$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 7: Bất phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

- A.** $-x^2 + 8x - 16 \geq 0$. **B.** $-x^2 + 5x + 6 \geq 0$. **C.** $x^2 - 3x + 11 \leq 0$. **D.** $x^2 + 5x - 2 < 0$.

Lời giải

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 3x + 11 \leq 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{35}{4} \leq 0 \\ \text{mà } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{35}{4} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{BPT vô nghiệm.}$$

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol (P) có phương trình: $y^2 = 4x$. Tìm tiêu điểm F và đường chuẩn Δ của (P) .

A. (P) có tiêu điểm $F(0;1)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -1$.

B. (P) có tiêu điểm $F(0;-1)$ và đường chuẩn $\Delta: x = 1$.

C. (P) có tiêu điểm $F(1;0)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -1$.

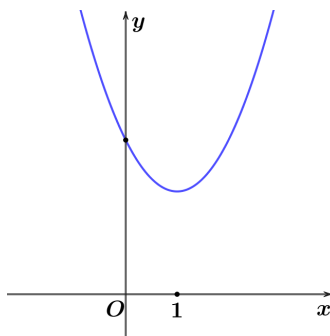
D. (P) có tiêu điểm $F(1;0)$ và đường chuẩn $\Delta: x = 1$.

Lời giải

Parabol (P) có phương trình: $y^2 = 4x \Rightarrow p = 2$.

Khi đó: (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right) \Rightarrow F(1;0)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2} \Rightarrow \Delta: x = -1$.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol (P) như hình sau. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Đồ thị có bề lõm quay lên và giao với trục Oy như hình $\Rightarrow a > 0, c > 0$.

Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các góc ở đỉnh đều là góc nhọn. Phương trình các cạnh AB và AC lần lượt là $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $x + \sqrt{3}y = 0$. Đường phân giác trong xuất phát từ A của tam giác ABC cắt cạnh BC tại điểm D . Tính số đo góc \widehat{BAD} ?

A. $\widehat{BAD} = 30^\circ$. **B.** $\widehat{BAD} = 60^\circ$. **C.** $\widehat{BAD} = 15^\circ$. **D.** $\widehat{BAD} = 45^\circ$.

Lời giải

Đường thẳng AB và AC lần lượt có VTPT $\vec{n}_1 = (1; -\sqrt{3})$ và $\vec{n}_2 = (1; \sqrt{3})$.

Ta có: $\cos A = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 30^\circ$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -5)$, $B(4; 1)$, $C(2; 3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

A. $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = 2 - t \end{cases}$

Lời giải

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow M(3; 2)$. Ta có trung tuyến AM kẻ từ đỉnh A của tam giác

ABC nhận $\vec{AM} = (1; 7)$ làm véc tơ chỉ phương, có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 7t \end{cases}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm bán kính R của đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

A. $R = 3$. B. $R = \sqrt{21}$. C. $R = 9$. D. $R = 1$.

Lời giải

Ta có $a = 1; b = -2; c = -4 \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhân viên công ty thiết kế A ước tính lợi nhuận y (đồng) khi kinh doanh x mặt hàng bàn ghế được tính bởi công thức $f(x) = -x^2 + 375x - 33750$.

a) Tam thức $f(x) = -x^2 + 375x - 33750$ có biệt thức $\Delta > 0$.

b) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm $x = 150$ và $x = 225$.

c) Bảng xét dấu của $f(x)$ là

x	$-\infty$	150	225	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

d) Công ty có lãi khi bán từ 150 sản phẩm đến 225 sản phẩm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng: $\Delta = 375^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-33750) = 5625 > 0$.

b) Đúng: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 375x - 33750 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ x = 225 \end{cases}$.

c) Sai: Bảng xét dấu của $f(x)$ là

x	$-\infty$		150		225		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	

d) Sai: Công ty có lãi khi $f(x) > 0 \Leftrightarrow 150 < x < 225$.

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 151 \leq x \leq 224$.

Vậy công ty có lãi khi bán từ 151 sản phẩm đến 224 sản phẩm.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4; -1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$.

a) Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$

b) Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$

c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1; 1)$

d) Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đúng: Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$; CK có vector pháp tuyến $\vec{n}_{CK} = (3; 2)$

Đường thẳng AB vuông góc CK nên nhận $\vec{n}_{CK} = (3; 2)$ làm vector chỉ phương, vì thế AB có vector pháp tuyến $\vec{n}_{AB} = (2; -3)$. Mặt khác AB đi qua $A(-4; -1)$ nên có phương trình:

$$2(x + 4) - 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 5 = 0.$$

b) Sai: Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$

Đường thẳng AC vuông góc BH nên nhận $\vec{n}_{BH} = (2; -1)$ làm vector chỉ phương, vì thế AC có vector pháp tuyến $\vec{n}_{AC} = (1; 2)$. Mặt khác AC đi qua $A(-4; -1)$ nên có phương trình:

$$1(x + 4) + 2(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 6 = 0.$$

c) Đúng: Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1; 1)$

Gọi B là giao điểm của AB và BH nên tọa độ B là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm B là $B(-1; 1)$.

d) Sai: Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$

Gọi C là giao điểm của AC và CK . Xét hệ:
$$\begin{cases} x + 2y + 6 = 0 \\ 3x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -6 \end{cases} \Rightarrow C(6; -6).$$

Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC} = (7; -7)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (7; 7)$.

Vậy BC có phương trình: $7(x+1) + 7(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = 2x - 10$ có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Trả lời: 1

Bình phương hai vế phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = 2x - 10$ ta được

$$\Leftrightarrow (2x - 10)^2 = x^2 - 3x - 4 \Leftrightarrow 4x^2 - 40x + 100 = x^2 - 3x - 4$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 37x + 104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{13}{3} \end{cases}$$

Thử lại ta thấy chỉ có $x = 8$ thỏa phương trình.

Vậy tập nghiệm $S = \{8\}$ hay là tập nghiệm có 1 phần tử

Câu 2: Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, với $a \neq 0, b \neq 0$, đi qua điểm $M(-1; 6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = 1000a + 6b$.

Lời giải

Trả lời: 2024

Ta có: $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ đi qua điểm $M(-1; 6) \Rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1(1). a > 0; b > 0$.

Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ tạo với các tia $Ox; Oy$ tam giác có diện tích bằng 4 $\Rightarrow ab = 8(2)$

$$\text{Từ (1); (2)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-b}{8} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = 2 \end{cases} \text{ (nhận) hoặc } \begin{cases} b = -12 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Khi đó: $1000a + 6b = 2024$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1; 2), B(5; 2), C(1; -3)$ có phương trình dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Tính giá trị $6a + 4b + c$.

Lời giải

Trả lời: 15

Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Đường tròn này qua A, B, C nên

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Câu 4: Công ty may mặc Uniform thông báo về bảng giá may áo lớp cho khách hàng như sau: 20 khách hàng đăng kí đầu tiên có giá áo là 130.000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 20 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá áo sẽ giảm 1.000 đồng/người cho toàn bộ khách hàng. Gọi x là số lượng khách hàng từ người thứ 21 trở lên. Hỏi số khách hàng đăng kí may áo nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự để sản xuất một cái áo là 75.000 đồng.

Lời giải

Trả lời: 45

Giá tiền áo với x khách hàng từ khách hàng thứ 21 là $130.000 - 1.000(x + 20)$ đồng.

Để công ty không bị lỗ thì chi phí bán không được thấp hơn chi phí sản xuất hay $130.000 - 1.000(x + 20) \geq 75.000 \Rightarrow x \leq 25$.

Vậy số khách hàng đăng kí may áo nhiều nhất là 45 cái.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Bộ phận sản xuất của một công ty xác định tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $T(x) = x^2 + 20x + 4000$ (nghìn đồng). Nếu x sản phẩm đều được bán hết và giá bán mỗi sản phẩm là 150 nghìn đồng thì công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đảm bảo có lãi?

Lời giải

Doanh thu khi bán x sản phẩm là $150x$.

Lợi nhuận khi bán x sản phẩm là $150x - (x^2 + 20x + 4000) = -x^2 + 130x - 4000$.

Để công ty có lãi thì $-x^2 + 130x - 4000 > 0 \Leftrightarrow 50 < x < 80$.

Vậy công ty cần sản xuất số sản phẩm nằm trong khoảng $(50; 80)$ thì sẽ có lãi.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$ và $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua điểm $P(3; 1)$ cùng với d_1, d_2 tạo thành tam giác cân có đỉnh là giao điểm của d_1 và d_2 .

Lời giải

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là VTPT của d .

$$\text{Ta có: } \cos(d; d_1) = \cos(d; d_2) \Leftrightarrow \frac{|2a - b|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2a + 4b|}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b = 0 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$$

+ $a - 3b = 0 \rightarrow$ chọn $a = 3$ và $b = 1 \Rightarrow d: 3x + y - 10 = 0$.

+ $3a + b = 0 \rightarrow$ chọn $a = 1$ và $b = -3 \Rightarrow d: x - 3y = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 4 = 0$.
Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: x - 4y + 2022 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(-3;2)$ và có bán kính $R = \sqrt{17}$.

Đường thẳng $d \perp \Delta \Rightarrow d: 4x + y + c = 0$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I,d) = R \Leftrightarrow \frac{|-12 + 2 + c|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 27 \\ c = -7 \end{cases}$.

Phương trình tiếp tuyến d là $4x + y + 27 = 0$; $4x + y - 7 = 0$.

----- HẾT -----

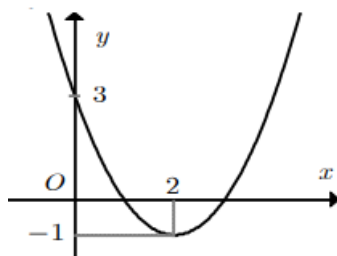
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết $(P): y = x^2 + bx + c$ có đỉnh $I(1;2)$. Tính tổng $b+c$.

- A. -5 . B. -1 . C. 5 . D. 1 .

Câu 2: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số bậc hai nào dưới đây?



- A. $y = x^2 - 4x + 3$. B. $y = -x^2 + 4x + 3$. C. $y = x^2 - 2x + 3$. D. $y = -x^2 + 2x + 3$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1;-3)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 1 = 0$. Phương trình của đường tròn tâm I tiếp xúc với Δ là

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Câu 4: Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$, đồng biến trên $(-1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$, đồng biến trên $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là:

- A. $2x - 3y + 5 = 0$. B. $5x + y - 13 = 0$. C. $2x + 3y - 5 = 0$. D. $5x - y + 13 = 0$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-6}$ là:

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(-\infty; -3]$. C. $[3; +\infty)$. D. $[-3; +\infty)$.

Câu 7: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 - 2x + 3 \leq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào không là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; -4]$. D. $[3; +\infty)$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(-5;1); B(2;-6); C(0;4)$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A là:

- A. $3x - y + 16 = 0$. B. $3x + y + 14 = 0$. C. $x - 3y + 20 = 0$. D. $x + 3y + 2 = 0$.

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 7x + 2} = \sqrt{3x^2 + 4x - 8}$ là:

- A. $S = \{5\}$. B. $S = \{-2; 5\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 10: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = 3x - 1$ là:

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$.

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $25x^2 + 16y^2 = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường hypebol (H) có phương trình $x^2 - 4y^2 = 4$. Tìm tiêu cự của hypebol đó.

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một công ty Du lịch sinh thái thông báo giá tiền khi tham gia chuyến tham quan của một nhóm khách du lịch được cho như sau:

Số khách	20 khách đầu tiên	từ khách thứ 21 trở đi
Giá tiền	30 USD/người	Giảm 1 USD/người cho toàn bộ khách trong nhóm

Gọi x là số lượng khách từ người thứ 21 trở đi của nhóm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số khách tham quan chuyến du lịch trên là $20 - x$.
 b) Giá vé của mỗi người là $30 - x$.
 c) Doanh thu của công ty được tính bởi công thức $-x^2 + 10x + 600$.
 d) Biết chi phí của chuyến tham quan mà công ty phải chịu là 400 USD. Khi đó, nếu số khách từ người thứ 21 trở lên của nhóm nhiều hơn 20 người thì công ty có lãi.

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 6 = 0$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4$.

- a) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ bằng 2.
 b) Bán kính đường tròn bằng $\sqrt{5}$.
 c) Phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.
 d) Điểm $M(3;1)$ nằm trong đường tròn (C) .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$ là

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 3x + 10$ nhận giá trị dương?

Câu 3: Phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $3a - 5b$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 4 = 0$ và điểm $M(1;0)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx - 3$, biết rằng (P) đi qua điểm $A(-1;4)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{5}{4}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-1;1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$.

a) Viết phương trình đường thẳng qua M và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -2)$

b) Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ

c) Viết phương trình tổng quát đường thẳng qua $K(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) song song với với đường thẳng $3x - 4y + 5 = 0$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

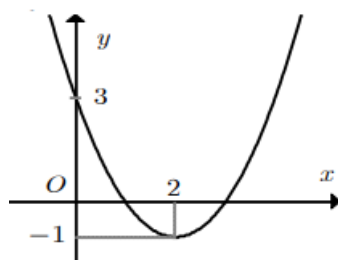
Câu 1: Biết $(P): y = x^2 + bx + c$ có đỉnh $I(1;2)$. Tính tổng $b+c$.

- A. -5. B. -1. C. 5. **D. 1.**

Lời giải

$(P): y = x^2 + bx + c$ có đỉnh $I(1;2) \Rightarrow 1+b+c=2 \Rightarrow b+c=1$.

Câu 2: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số bậc hai nào dưới đây?



- A.** $y = x^2 - 4x + 3$. B. $y = -x^2 + 4x + 3$. C. $y = x^2 - 2x + 3$. D. $y = -x^2 + 2x + 3$.

Lời giải

Đồ thị là Parabol có bề lõm quay lên nên hệ số $a > 0$.

Tọa độ đỉnh $(2; -1)$ nên ta chọn hàm số $y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; -3)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 1 = 0$. Phương trình của đường tròn tâm I tiếp xúc với Δ là

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Lời giải

Ta có $R = d(I, (\Delta)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-3) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$.

Phương trình đường tròn có tâm $I(1; -3)$, bán kính $R = 2$ là $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$.

Câu 4: Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$, đồng biến trên $(-1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$, đồng biến trên $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

Vì hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ có tọa độ đỉnh $I(1; 3)$ và hệ số $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là:
A. $2x - 3y + 5 = 0$. **B.** $5x + y - 13 = 0$. **C.** $2x + 3y - 5 = 0$. **D.** $5x - y + 13 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (-1; 5)$ do đó đường thẳng Δ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (5; 1)$

Đường thẳng Δ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (5; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 3)$ từ đó phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là

$$5(x - 2) + 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 13 = 0.$$

- Câu 6:** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x - 6}$ là:
A. $(-\infty; 3]$. **B.** $(-\infty; -3]$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $[-3; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \sqrt{2x - 6}$ xác định $\Leftrightarrow 2x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 3$

Do đó tập xác định $D = [3; +\infty)$

- Câu 7:** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 - 2x + 3 \leq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào không là tập con của S ?
A. $(-\infty; 0]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -4]$. **D.** $[3; +\infty)$.

Lời giải

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$-x^2 - 2x + 3$	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng xét dấu $\Rightarrow -x^2 - 2x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -3 \end{cases}$

Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 - 2x + 3 \leq 0$ là $S = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

Ta nhận thấy $(-\infty; 0] \not\subset S$.

- Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(-5; 1); B(2; -6); C(0; 4)$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A là:
A. $3x - y + 16 = 0$. **B.** $3x + y + 14 = 0$. **C.** $x - 3y + 20 = 0$. **D.** $x + 3y + 2 = 0$.

Lời giải

Gọi M trung điểm $BC \Rightarrow$ tọa độ $M(1; -1)$.

Đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A có VTCP $\overrightarrow{AM} = (6; -2) \rightarrow VTPT \vec{n} = 2(1; 3) \rightarrow$ **Chọn D**

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 7x + 2} = \sqrt{3x^2 + 4x - 8}$ là:

- A.** $S = \{5\}$. **B.** $S = \{-2; 5\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải

Sử dụng MTCT \rightarrow CALC .

Câu 10: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = 3x - 1$ là:

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Bình phương 2 vế, ta được: $x^2 - 7x + 10 = 9x^2 - 6x + 1 \Leftrightarrow 8x^2 + x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -\frac{9}{8} & (loại) \end{cases}$

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5; 0)$.

- A.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **C.** $25x^2 + 16y^2 = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Giả sử (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ta có $2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 9$

Vì $A(5; 0) \in (E) \Rightarrow \frac{25}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 25$. Suy ra $b^2 = 16$.

Vậy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường hypebol (H) có phương trình $x^2 - 4y^2 = 4$. Tìm tiêu cự của hypebol đó.

- A.** $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $x^2 - 4y^2 = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$.

Ta có $a^2 = 4; b^2 = 1 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một công ty Du lịch sinh thái thông báo giá tiền khi tham gia chuyến tham quan của một nhóm khách du lịch được cho như sau:

Số khách	20 khách đầu tiên	từ khách thứ 21 trở đi
Giá tiền	30 USD/người	Giảm 1 USD/người cho toàn bộ khách trong nhóm

Gọi x là số lượng khách từ người thứ 21 trở đi của nhóm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số khách tham quan chuyến du lịch trên là $20 - x$.
- b) Giá vé của mỗi người là $30 - x$.
- c) Doanh thu của công ty được tính bởi công thức $-x^2 + 10x + 600$.
- d) Biết chi phí của chuyến tham quan mà công ty phải chịu là 400 USD. Khi đó, nếu số khách từ người thứ 21 trở lên của nhóm nhiều hơn 20 người thì công ty có lãi.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

- a) Sai: Số khách tham quan chuyến du lịch trên là $20 + x$
- b) Đúng: Vì cứ có thêm 1 người thì giá vé sẽ giảm 1 USD/người cho toàn bộ khách trong nhóm nên giá vé của mỗi người là $30 - x$.
- c) Đúng: Doanh thu của công ty là $(20 + x)(30 - x) = -x^2 + 10x + 600$.
- d) Sai: Lợi nhuận của công ty là $y = -x^2 + 10x + 600 - 400 = -x^2 + 10x + 200$.

Công ty có lãi khi $y > 0 \Leftrightarrow -x^2 + 10x + 200 > 0 \Leftrightarrow -10 < x < 20$.

Vì $x \geq 0$ nên $0 \leq x < 20$.

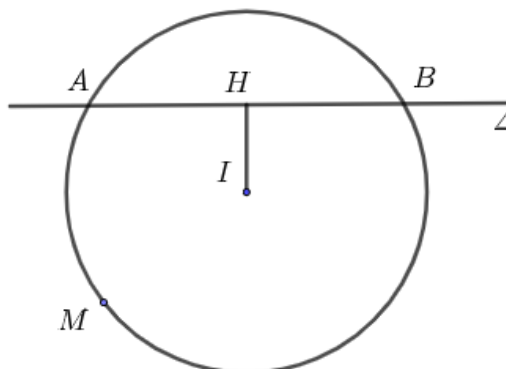
Do đó, nếu số khách từ người thứ 21 trở lên của nhóm ít hơn 20 người thì công ty mới có lãi.

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 6 = 0$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4$.

- a) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ bằng 2.
- b) Bán kính đường tròn bằng $\sqrt{5}$.
- c) Phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.
- d) Điểm $M(3;1)$ nằm trong đường tròn (C) .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------



a) Sai: Kẻ $IH \perp \Delta$ thì ta có $IH = d_{(I,\Delta)} = \frac{|3+8-6|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1$.

b) Đúng: $IH \perp AB \Rightarrow H$ là trung điểm AB và $AH = 2$

Khi đó ta có $R = IA = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

c) Đúng: Phương trình đường tròn (C) tâm $I(1;2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$ là

$(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ hay $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

d) Sai: Ta có $\overline{IM} = (2; -1) \Rightarrow IM = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5} = R$ suy ra $M \in (C)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3} = 3x-1$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $\sqrt{x^2+3} = 3x-1$

$$\Rightarrow x^2+3 = (3x-1)^2 \Rightarrow x^2+3 = 9x^2-6x+1 \Leftrightarrow 8x^2-6x-2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ x = 1 \end{cases}$$

Thử lại ta thấy $x=1$ thỏa pt.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 3x + 10$ nhận giá trị dương?

Lời giải

Trả lời: 6

$f(x) = -x^2 + 3x + 10$

Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 5 \end{cases}$.

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Do đó $f(x) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 5$.

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Câu 3: Phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: x+y=0$. Khi đó giá trị của biểu thức $3a-5b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 4

$A(3;0), B(0;2), d: x+y=0$.

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x; -x)$ vì $I \in d$.

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 + x^2 = x^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow -6x+9 = 4x+4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

$$IA = \sqrt{\left(3-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ là bán kính đường tròn.}$$

Phương trình đường tròn cần lập là: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 4 = 0$ và điểm $M(1;0)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 5,29

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (C): (x-2)^2 + (y+2)^2 = 12$ nên có tâm $I(2; -2)$, bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Vì $IM = \sqrt{5} < 2\sqrt{3} = R$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (C) tại các điểm A, B .

Gọi J là trung điểm của AB .

Ta có: $AB = 2AJ = 2\sqrt{R^2 - IJ^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{12 - 5} = 2\sqrt{7} \approx 5,29$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx - 3$, biết rằng (P) đi qua điểm $A(-1;4)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Parabol (P) có hoành độ đỉnh là $x = -\frac{b}{2a}$ suy ra $-\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow 10a + 4b = 0$. (1)

Parabol (P) đi qua điểm $A(-1;4)$ suy ra $a - b = 7$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases} 10a + 4b = 0 \\ a - b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5. \end{cases}$

Vậy $(P): y = 2x^2 - 5x - 3$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-1;1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$.

a) Viết phương trình đường thẳng qua M và có vector chỉ phương $\vec{u} = (4; -2)$

b) Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ

c) Viết phương trình tổng quát đường thẳng qua $K(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ

Lời giải

a) Đường thẳng (d_1) đi qua $M(-1;1)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (4;-2)$ có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$$

b) Ta có $M(-1;1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$.

$$\Rightarrow d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-1) - 4 \cdot 1 - 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

c) Đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (3;-4)$ do đó vec tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (4;3)$

Do đường thẳng (d_2) qua $K(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ nên (d_2) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{d_2} = \vec{u}_\Delta = (4;3)$

Từ đó đường thẳng (d_2) qua $K(-1;2)$ và có (d_2) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{d_2} = \vec{u}_\Delta = (4;3)$

Do đó phương trình tổng quát của $(d_2) \Leftrightarrow 4(x+1) + 3(y-2) = 0$

Hay phương trình tổng quát của (d_2) là $4x + 3y - 2 = 0$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng $3x - 4y + 5 = 0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ có tâm $I(2;-4)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 5} = 5$

Phương trình tiếp tuyến d song song với $3x - 4y + 5 = 0$ có dạng $3x - 4y + c = 0$ ($c \neq 5$).

Do (d) tiếp xúc với đường tròn nên: $d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-4) + c|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 5$

$$\Leftrightarrow |c + 22| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ c = -47 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng $d: 3x - 4y + 3 = 0$ và $3x - 4y - 47 = 0$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho phương trình chính tắc của đường hypebol $(H): \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$. Tiêu cự của (H) bằng:

- A. 20. B. 10. C. 12. D. 16.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 đường thẳng $\Delta_1: \sqrt{3}x - y + 3 = 0$; $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3}t \\ y = -5 + t \end{cases}$. Tính góc giữa hai đường thẳng trên.

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 3: Cho hàm số $y = -4x^2$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Tập giá trị của hàm số là $(-\infty; 0)$. B. Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$.
C. Tập giá trị của hàm số là $(-\infty; 0]$. D. Tập giá trị của hàm số là $[0; +\infty)$.

Câu 4: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

- A. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{100} = 1$. B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$. C. $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{64} = 1$. D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-5;1); B(3;7)$. Phương trình đường trung trực của đoạn AB là:

- A. $4x - 3y + 8 = 0$. B. $3x - 4y + 8 = 0$. C. $4x + 3y - 8 = 0$. D. $3x + 4y - 8 = 0$.

Câu 6: Trục đối xứng của parabol $(P): y = -2x^2 + 5x - 3$ là:

- A. $x = -\frac{5}{2}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $x = \frac{5}{2}$. D. $x = \frac{5}{4}$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 12x + 36 > 0$ là:

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \mathbb{R} \setminus \{6\}$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \{6\}$.

Câu 8: Cho tam thức $f(x) = -x^2 + 5x - 6$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$.
C. $f(x) > 0$ với mọi $x \in (2; 3)$. D. $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-3; -2)$.

Câu 9: Bảng xét dấu sau đây là của tam thức nào?

x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$
			0	$+$

- A. $f(x) = -x^2 - x + 12$. B. $f(x) = -x^2 + x + 12$.
C. $f(x) = x^2 + x - 12$. D. $f(x) = x^2 - x - 12$.

Câu 10: Cho phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 24x$. Tiêu điểm F và phương trình đường chuẩn Δ là

- A. $F(3;0), \Delta: x = -3$. B. $F(6;0), \Delta: x = 6$.
C. $F(6;0), \Delta: x = -6$. D. $F(12;0), \Delta: x = -12$.

Câu 11: Tam thức bậc hai nào sau đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $f(x) = 3x^2 + x + 5$.

B. $f(x) = -3x^2 + x + 5$.

C. $f(x) = 3x^2 + x - 5$.

D. $f(x) = -3x^2 + x - 5$.

Câu 12: Cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$). Biết rằng (H) đi qua điểm $M(3\sqrt{2}; -4)$ và nhận điểm $F_2(5; 0)$ làm tiêu điểm. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{9}{16}$.

D. $\frac{9}{25}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một trận bóng đá được tổ chức ở một sân vận động có sức chứa 15000 người. Với giá vé 14\$ thì trung bình các trận đấu gần đây có 9500 khán giả. Theo một khảo sát thị trường đã chỉ ra rằng cứ giảm 1\$ mỗi vé thì trung bình số khán giả tăng lên 1000 người. Gọi x (\$) là giá vé

a) Số tiền giá vé được giảm là $14 - x$ (\$)

b) Số khán giả tăng lên là $1000x$ (người)

c) Doanh thu là $x(9500 + 1000x)$

d) Giá vé từ 10\$ đến 13,5\$ thì đơn vị không bị lỗ.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -4), B(-2; 0)$ và đường thẳng $d: 2x - 4y + 1 = 0$

a) Điểm A, B cách đều đường thẳng d .

b) Tọa độ tâm của đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là $I\left(1; \frac{3}{4}\right)$.

c) Phương trình đường tròn (C) đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là

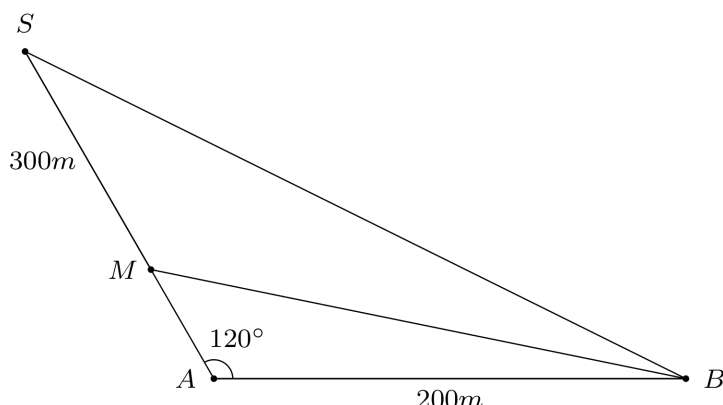
$$4x^2 + 4y^2 - 60x - 32y - 136 = 0$$

d) Giá trị nhỏ nhất của OM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $\frac{5\sqrt{17} - 17}{2}$.

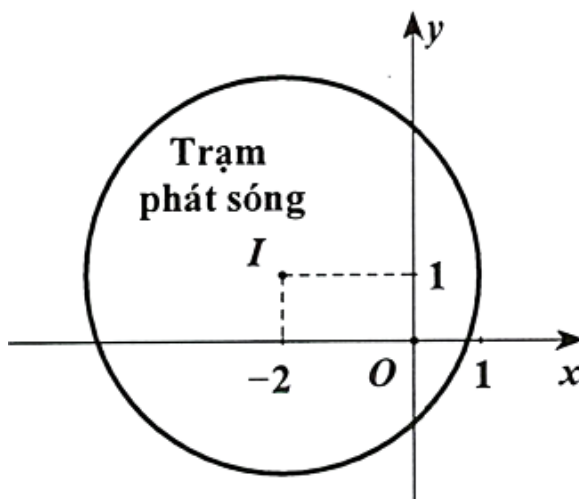
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Biết rằng phương trình $\sqrt{2023x^2 + x} = \sqrt{2022x^2 - 2021x + 2025}$ có hai nghiệm phân biệt là x_1 và x_2 . Tính $T = -(x_1 + x_2)$

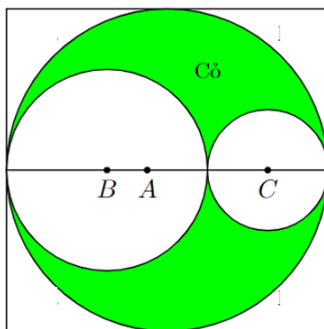
Câu 2: Khoảng cách từ nhà An ở vị trí A đến nhà Bình ở vị trí B là 200 m. Từ nhà, nếu An đi x mét theo phương tạo với A, B một góc 120° thì sẽ đến nhà bác Mai ở vị trí M và nếu đi thêm 300 m thì sẽ đến siêu thị ở vị trí S . Biết rằng quãng đường từ nhà Bình đến siêu thị dài gấp đôi quãng đường từ nhà Bình đến nhà bác Mai (tham khảo hình vẽ. Tính quãng đường từ nhà An đến nhà bác Mai



Câu 3: Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km.



Câu 4: Ông Bình có một khu vườn hình vuông diện tích $100m^2$. Ông muốn chia làm 3 phần, phần hai đường tròn tâm B và C dùng trồng hoa, phần tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch (như hình vẽ). Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông trồng hoa chi phí 1 triệu đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần trồng hoa là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến phần mười).



PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - (m + 3)x - 3m - 2$.

a. Xét dấu tam thức bậc hai khi $m = 1$.

b. Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;2), B(5;1)$ và đường thẳng $d : x - 2y + 8 = 0$. Điểm $C \in d$; C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tìm tọa độ của điểm C .

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d : x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1 : 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2 : 4x - 3y - 5 = 0$ (Biết tung độ của tâm là số không âm). Viết phương trình đường tròn (C) .

----- HẾT -----

- A. $4x - 3y + 8 = 0$. B. $3x - 4y + 8 = 0$. **C. $4x + 3y - 8 = 0$.** D. $3x + 4y - 8 = 0$.

Lời giải

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } AB \text{ khi đó } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 7}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 4)$$

Gọi (d) là đường trung trực của AB

Khi đó (d) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(d)} = \vec{AB} = (8; 6)$ và đi qua $M(-1; 4)$ nên đường thẳng (d) có phương trình tổng quát

$$8(x + 1) + 6(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 8x + 6y - 16 = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x + 3y - 8 = 0 \text{ (phương trình } (d)).$$

Câu 6: Trục đối xứng của parabol $(P): y = -2x^2 + 5x - 3$ là:

- A. $x = -\frac{5}{2}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $x = \frac{5}{2}$. **D. $x = \frac{5}{4}$.**

Lời giải

$$\text{Ta có trục đối xứng là } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$$

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 12x + 36 > 0$ là:

- A. $S = \emptyset$. **B. $S = \mathbb{R} \setminus \{6\}$.** C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \{6\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } x^2 - 12x + 36 > 0 \Leftrightarrow (x - 6)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 6. \text{ Do đó } S = \mathbb{R} \setminus \{6\}.$$

Câu 8: Cho tam thức $f(x) = -x^2 + 5x - 6$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$.
C. $f(x) > 0$ với mọi $x \in (2; 3)$. D. $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-3; -2)$.

Lời giải

$$\text{Hệ số } a = -1 < 0 \text{ và } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Câu 9: Bảng xét dấu sau đây là của tam thức nào?

x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$		
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

- A. $f(x) = -x^2 - x + 12$. B. $f(x) = -x^2 + x + 12$.
C. $f(x) = x^2 + x - 12$. D. $f(x) = x^2 - x - 12$.

Lời giải

Hệ số $a > 0$ và $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$.

Câu 10: Cho phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 24x$. Tiêu điểm F và phương trình đường chuẩn Δ là

- A.** $F(3;0), \Delta: x = -3$. **B.** $F(6;0), \Delta: x = 6$.
C. $F(6;0), \Delta: x = -6$. **D.** $F(12;0), \Delta: x = -12$.

Lời giải

Vì $2p = 24 \Rightarrow p = 12 \Rightarrow F(6;0)$.

Suy ra phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -6$.

Câu 11: Tam thức bậc hai nào sau đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A.** $f(x) = 3x^2 + x + 5$. **B.** $f(x) = -3x^2 + x + 5$.
C. $f(x) = 3x^2 + x - 5$. **D.** $f(x) = -3x^2 + x - 5$.

Lời giải

$$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} (*) \Rightarrow \text{loại B, D.}$$

Xét phương án A, có $a = 3 > 0; \Delta = -59 < 0$ nên **Chọn A**

Xét phương án C, có $a = 3 > 0; \Delta = 61 > 0 \Rightarrow$ tam thức bậc hai ở phương án C không thỏa (*) nên loại **C**.

Câu 12: Cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$. Biết rằng (H) đi

qua điểm $M(3\sqrt{2}; -4)$ và nhận điểm $F_2(5;0)$ làm tiêu điểm. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng

- A.** $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{9}{16}$. **D.** $\frac{9}{25}$.

Lời giải

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2$.

$$(H) \text{ đi qua điểm } M(3\sqrt{2}; -4) \Rightarrow \frac{(3\sqrt{2})^2}{a^2} - \frac{(-4)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{18}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \quad (1).$$

(H) nhận điểm $F_2(5;0)$ làm tiêu điểm $\Rightarrow c = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 25 \Rightarrow b^2 = 25 - a^2 (0 < a^2 < 25)$, thay vào

(1) ta được:

$$\frac{18}{a^2} - \frac{16}{25 - a^2} = 1 \Leftrightarrow a^4 - 59a^2 + 450 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9(tm) \\ a^2 = 50(loai) \end{cases} \Rightarrow b^2 = 25 - 9 = 16.$$

Suy ra: $a = 3; b = 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một trận bóng đá được tổ chức ở một sân vận động có sức chứa 15000 người. Với giá vé 14\$ thì trung bình các trận đấu gần đây có 9500 khán giả. Theo một khảo sát thị trường đã chỉ ra rằng cứ giảm 1\$ mỗi vé thì trung bình số khán giả tăng lên 1000 người. Gọi x (\$) là giá vé

- a) Số tiền giá vé được giảm là $14 - x$ (\$)
- b) Số khán giả tăng lên là $1000x$ (người)
- c) Doanh thu là $x(9500 + 1000x)$
- d) Giá vé từ 10\$ đến 13,5\$ thì đơn vị không bị lỗ.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Gọi x (\$) là giá vé ($x > 0$).

a) Đúng

Số tiền giá vé được giảm: $14 - x$.

b) Sai

Số khán giả tăng lên: $1000(14 - x)$.

c) Sai

Số khán giả: $9500 + 1000(14 - x)$ (ĐK: $9500 + 1000(14 - x) \leq 15000 \Leftrightarrow x \geq 8,5$).

Doanh thu bằng tổng số tiền thu được từ bán vé nên:

$$f(x) = x[9500 + 1000(14 - x)] = -1000x^2 + 23500x.$$

d) Đúng

Để đơn vị tổ chức không bị lỗ thì $f(x) \geq 135000$.

$$\Leftrightarrow -1000x^2 + 23500x \geq 135000 \Leftrightarrow 10 \leq x \leq 13,5 \text{ (thỏa đk)}.$$

Vậy giá vé từ 10\$ đến 13,5\$ thì đơn vị không bị lỗ.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -4), B(-2; 0)$ và đường thẳng $d : 2x - 4y + 1 = 0$

a) Điểm A, B cách đều đường thẳng d .

b) Tọa độ tâm của đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là $I\left(1; \frac{3}{4}\right)$.

c) Phương trình đường tròn (C) đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là

$$4x^2 + 4y^2 - 60x - 32y - 136 = 0$$

d) Giá trị nhỏ nhất của OM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $\frac{5\sqrt{17} - 17}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai:

$$\text{Khoảng cách từ điểm } A \text{ đến đường thẳng } d \text{ là } d(A, d) = \frac{|2 \cdot 1 - 4(-4) + 1|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{19\sqrt{5}}{10}$$

$$\text{Khoảng cách từ điểm } B \text{ đến đường thẳng } d \text{ là } d(B, d) = \frac{|2 \cdot (-2) - 4 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

Vậy hai điểm A, B không cách đều đường thẳng d .

b) Sai:

Đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $d: 2x - 4y + 1 = 0$ nên gọi I là tâm đường tròn thì

$$I\left(2a - \frac{1}{2}; a\right).$$

Mặt khác đường tròn đi qua A, B nên

$$IA = IB \Leftrightarrow |\overline{IA}| = |\overline{IB}| \Leftrightarrow \sqrt{\left(1 - 2a + \frac{1}{2}\right)^2 + (-4 - a)^2} = \sqrt{\left(-2 - 2a + \frac{1}{2}\right)^2 + (0 - a)^2} \Leftrightarrow a = 4$$

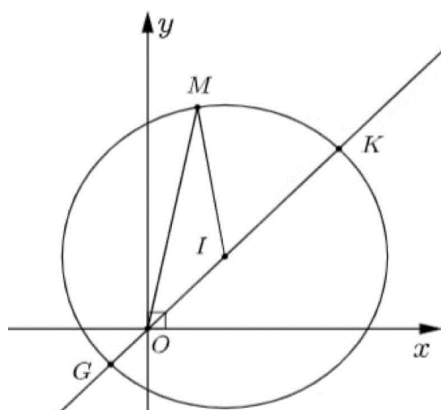
Vậy đường tròn đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d có tọa độ tâm là $I\left(\frac{15}{2}; 4\right)$

c) Đúng:

$$R = IB = |\overline{IB}| = \sqrt{\left(-2 - \frac{15}{2}\right)^2 + (0 - 4)^2} = \frac{5\sqrt{17}}{2}$$

Phương trình đường tròn đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là

$$\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + (y - 4)^2 = \left(\frac{5\sqrt{17}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 - 60x - 32y - 136 = 0$$



d) Đúng:

Gọi G, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng IO và đường tròn.

Với ba điểm I, O, M ta có

$$IM - IO \leq OM \leq IM + IO \Rightarrow IG - IO \leq OM \leq IK + IO \Rightarrow OG \leq OM \leq OK$$

Trong đó $OG = IG - IO = \frac{5\sqrt{17}}{2} - \frac{17}{2} = \frac{5\sqrt{17} - 17}{2}$

Vậy OM đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{5\sqrt{17} - 17}{2}$ khi M trùng G .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Biết rằng phương trình $\sqrt{2023x^2 + x} = \sqrt{2022x^2 - 2021x + 2025}$ có hai nghiệm phân biệt là x_1 và x_2 . Tính $T = -(x_1 + x_2)$

Lời giải

Trả lời: 2022

Ta có $\sqrt{2023x^2 + x} = \sqrt{2022x^2 - 2021x + 2025}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2022x^2 - 2021x + 2025 \geq 0 & (1) \\ 2023x^2 + x = 2022x^2 - 2021x + 2025 & (2) \end{cases}$$

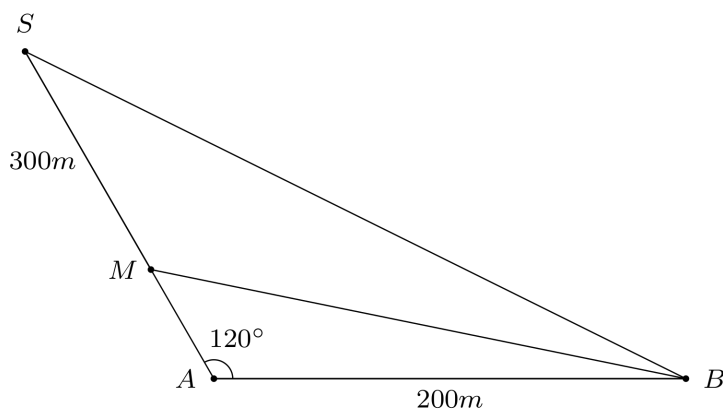
Bất phương trình (1) luôn đúng do $f(x) = 2022x^2 - 2021x + 2025$ có $a = 2022 > 0$ và $\Delta < 0$

Pt (2) $\Leftrightarrow x^2 + 2022x - 2025 = 0$

Nhận thấy pt $x^2 + 2022x - 2025 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 ($a.c < 0$)

Do đó theo định lý Viet ta có $T = -(x_1 + x_2) = -(-2022) = 2022$

Câu 2: Khoảng cách từ nhà An ở vị trí A đến nhà Bình ở vị trí B là 200 m. Từ nhà, nếu An đi x mét theo phương tạo với A, B một góc 120° thì sẽ đến nhà bác Mai ở vị trí M và nếu đi thêm 300 m thì sẽ đến siêu thị ở vị trí S . Biết rằng quãng đường từ nhà Bình đến siêu thị dài gấp đôi quãng đường từ nhà Bình đến nhà bác Mai (tham khảo hình vẽ). Tính quãng đường từ nhà An đến nhà bác Mai



Lời giải

Trả lời: 100

Đặt $AM = x$ ($x > 0$)

Theo đề ta có $AB = 200$ m, $MS = 300$ m và $SA = x + 300$

Áp dụng định lý cos trong ΔAMB ta có

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos \widehat{BAM} = 200^2 + x^2 - 2x \cdot 200 \cdot \cos 120^\circ = 40000 + x^2 + 200x$$

Suy ra $BM = \sqrt{40000 + x^2 + 200x}$

Áp dụng định lý cos trong $\triangle ABS$ ta có

$$\begin{aligned} BS^2 &= AB^2 + SA^2 - 2AB \cdot SA \cdot \cos \widehat{BAS} = 200^2 + (x+300)^2 - 2(x+300) \cdot 200 \cdot \cos 120^\circ \\ &= 40000 + (x+300)^2 + 200(x+300) \end{aligned}$$

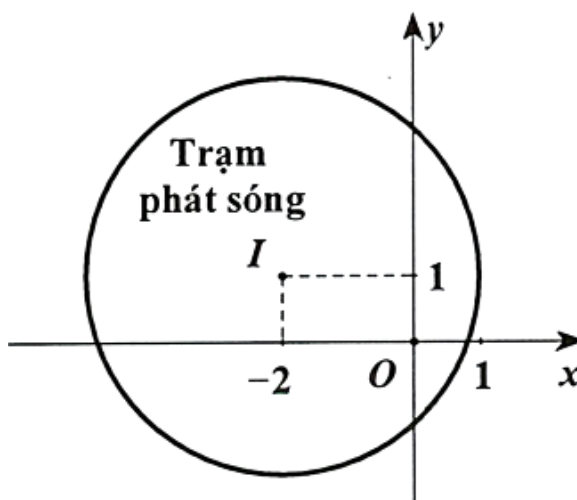
Suy ra $BS = \sqrt{40000 + (x+300)^2 + 200(x+300)}$

Theo đề ta có $BS = 2BM \Leftrightarrow \sqrt{40000 + (x+300)^2 + 200(x+300)} = 2\sqrt{40000 + x^2 + 200x}$

$$\Leftrightarrow 40000 + (x+300)^2 + 200(x+300) = 4(40000 + x^2 + 200x)$$

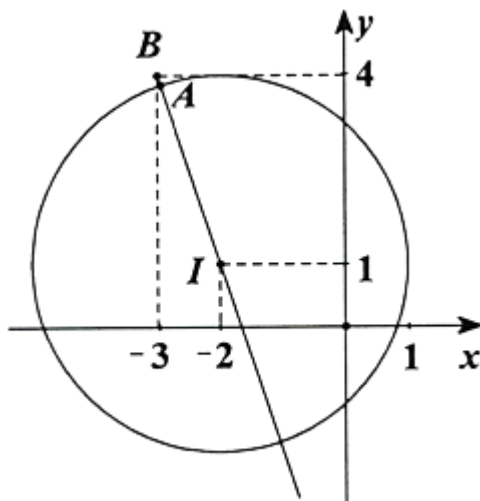
$$\Leftrightarrow x = 100$$

Câu 3: Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km .



Lời giải

Trả lời: 0,16



Đường tròn màu đỏ mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng 3 km nên phương trình đường tròn đó là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$

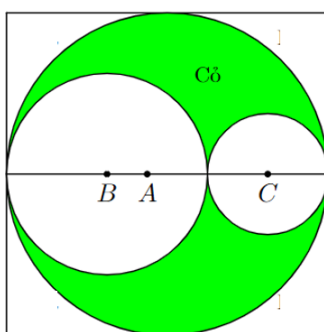
Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI

\Rightarrow Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA

Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$, suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 = 0,16$.

Câu 4: Ông Bình có một khu vườn hình vuông diện tích 100 m^2 . Ông muốn chia làm 3 phần, phần hai đường tròn tâm B và C dùng trồng hoa, phần tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch (như hình vẽ). Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông trồng hoa chi phí 1 triệu đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần trồng hoa là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến phần mười).



Lời giải

Trả lời: 49,6

Gọi $x, y(m)$ lần lượt là bán kính của hai đường tròn tâm B và C , ta có $x + y = 5$.

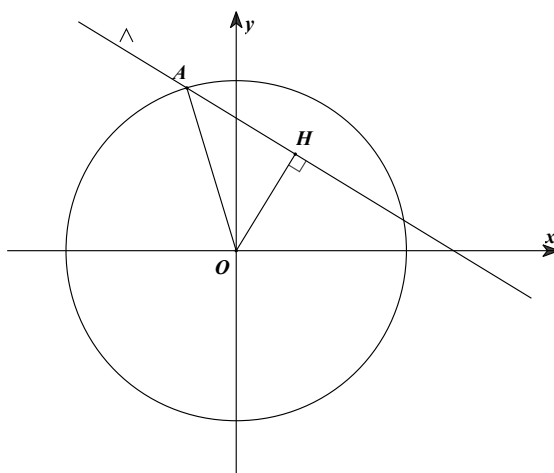
Gọi $S(m^2)$ là phần diện tích của phần trồng hoa, ta có

$$S = \pi x^2 + \pi y^2 = \pi(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{S}{\pi}.$$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét đường tròn $(C): x^2 + y^2 = \frac{S}{\pi}$ có tâm $O(0;0)$, bán kính

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \text{ và đường thẳng } \Delta: x + y - 5 = 0.$$

Khi đó bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương.



$$\text{Ta có } (C) \text{ và } \Delta \text{ có ít nhất một điểm chung} \Leftrightarrow R \geq d(O, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{S}{\pi}} \geq \frac{5}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow S \geq \frac{25\pi}{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích phần trồng hoa nhỏ nhất bằng } S_{\min} = \frac{25\pi}{2}.$$

Từ đó chi phí để thi công khu vườn là

$$100 \cdot \left(25\pi - \frac{25\pi}{2} \right) + 1000 \cdot \frac{25\pi}{2} + 300 \cdot (100 - 25\pi) \approx 49635 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vậy tổng chi phí để thi công khu vườn là: 49,6 (triệu đồng).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - (m+3)x - 3m - 2$.

a. Xét dấu tam thức bậc hai khi $m = 1$.

b. Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

a) $f(x) = x^2 - 4x - 5$ có $\Delta' = 9 > 0; a = 1 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1; x_2 = 5$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy $f(x) > 0 \forall x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$ và $f(x) < 0 \forall x \in (-1; 5)$.

$$b) f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 + 18m + 17 < 0 \end{cases}$$

$$\Delta = m^2 + 18m + 17 < 0 \Leftrightarrow -17 < m < -1.$$

Vậy với $m \in (-17; -1)$ thì tam thức bậc hai luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;2), B(5;1)$ và đường thẳng $d: x - 2y + 8 = 0$. Điểm $C \in d$; C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tìm tọa độ của điểm C .

Lời giải

Gọi $C\left(a; \frac{a+8}{2}\right)$ là điểm cần tìm (vì $C \in (d)$)

Vì đường thẳng AB đi qua hai điểm $A(2;2), B(5;1)$ nên AB có vec tơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{AB} = (3; -1) \text{ hay đường thẳng } AB \text{ có vec tơ pháp tuyến } \overrightarrow{n_{AB}} = (1; 3)$$

Đường thẳng AB đi qua hai điểm $A(2;2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{AB}} = (1; 3)$ do đó phương trình $AB: 1(x - 2) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 8 = 0$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) \text{ với } AB = \sqrt{(5-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{Và } d(C; AB) = \frac{\left| a + \frac{3}{2}(a+8) - 8 \right|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|5a + 8|}{2\sqrt{10}}$$

$$\text{Thay vào ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) \Leftrightarrow 17 = \frac{|5a + 8|}{4} \Leftrightarrow |5a + 8| = 68$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a + 8 = 68 \\ 5a + 8 = -68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ a = -\frac{76}{5} \end{cases}$$

Vì C có hoành độ dương $\Rightarrow a > 0 \Rightarrow a = 12$ (loại giá trị $a = -\frac{76}{5}$)

Vậy $C(12; 10)$ là điểm cần tìm.

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$ (Biết tung độ của tâm là số không âm). Viết phương trình đường tròn (C) .

Lời giải

Vì đường tròn (C) có tâm I nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ nên gọi $I(6a + 10; a)$, với $a \geq 0$.

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra

$$\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = \frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5} \Leftrightarrow |22a+35| = |21a+35| \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \text{ (loại)} \\ a = \frac{-70}{43} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Với $a=0$ thì $I(10;0)$ và $R = \frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = 7$.

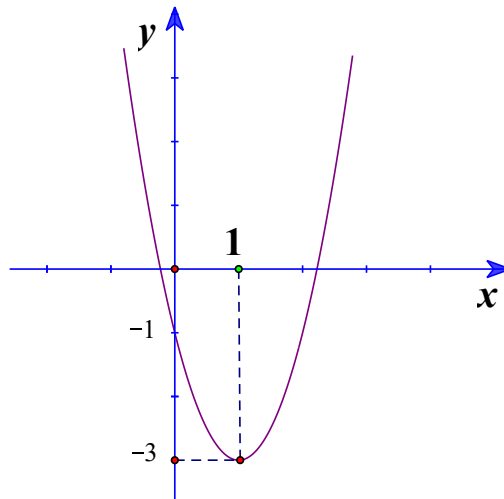
Vậy đường tròn (C) có phương trình là: $(x-10)^2 + y^2 = 49$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Phương trình của parabol này là

A. $y = 2x^2 + 4x - 1$. **B.** $y = 2x^2 - 4x - 1$. **C.** $y = x^2 - 2x - 1$. **D.** $y = -x^2 + x - 1$.

Câu 2: Cho Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ (m, n là tham số). Xác định m, n để (P) nhận đỉnh $I(2; -1)$

A. $m = -4, n = -3$. **B.** $m = 4, n = 3$. **C.** $m = 4, n = -3$. **D.** $m = -4, n = 3$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x-2}, & \text{khi } x \geq 2 \\ 1 - 3x, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Giá trị $f(1)$ bằng

A. Không xác định. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$ là

A. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$. **B.** $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$. **C.** $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$. **D.** $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$.

Câu 5: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0;1)$ và $B(-2;4)$ là

A. $3x + 2y - 2 = 0$. **B.** $x + y - 2 = 0$. **C.** $3x + 2y + 2 = 0$. **D.** $-2x + 3y - 3 = 0$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d): 3x + 4y - 2 = 0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{5}$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$.

Câu 8: Khoảng cách từ điểm $M(15;1)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$ là

- A. $\frac{16}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 9: Khoảng cách từ điểm $A(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ bằng

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. 2.

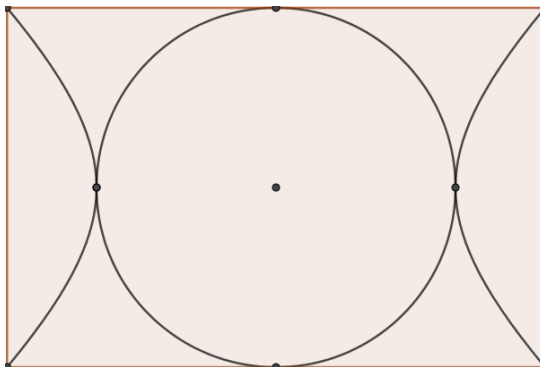
Câu 10: Phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $A(0; -4)$ và có một tiêu điểm $F_2(3;0)$ là

- A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 , trong đó F_1 có hoành độ âm. Một điểm M di động trên (E) . Gọi S là tổng khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm và P là giá trị lớn nhất của MF_1 . Giá trị của tích $S.P$ là

- A. $S.P = 16$. B. $S.P = 24$. C. $S.P = 8$. D. $S.P = 32$.

Câu 12: Hình dưới đây là một tấm giấy hình chữ nhật kích thước 12 dm x 8 dm trên đó có một đường tròn và hai nhánh của một hypebol. Tính tiêu cự của hypebol.



- A. $\frac{12}{\sqrt{5}}$ dm. B. $\frac{24}{\sqrt{5}}$ dm. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ dm. D. $\frac{4}{\sqrt{5}}$ dm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một tấm sắt hình chữ nhật có chu vi là 96 cm. Người ta cắt ở mỗi góc tấm sắt một hình vuông cạnh là 4 cm.



- a) Diện tích phần cắt đi là 4.4^2 (cm²)
- b) Gọi chiều dài của tấm sắt là x (cm) thì chiều rộng tấm sắt là $96 - x$ (cm)
- c) Diện tích phần còn lại của tấm sắt là $-x^2 + 48x - 64$ (cm²)
- d) Diện tích phần còn lại của tấm sắt ít nhất bằng 448 cm² khi và chỉ khi chiều dài của tấm sắt nằm trong đoạn [16;32]

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ và hai điểm $A(-4;3), B(2;-1)$.

a) Điểm A nằm trên đường tròn (C) .

b) Điểm B nằm ngoài đường tròn (C) .

c) Phương trình đường thẳng d đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng d là lớn nhất là $x - y - 1 = 0$

d) Giá trị lớn nhất của BM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $2\sqrt{5} + 3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$.

Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho: $-x^2 + 2(m+1)x - m^2 + m < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3;-3), B(5;-1)$ và đường thẳng $\Delta : 2x - y - 1 = 0$.

Tính tổng hoành độ và tung độ của điểm M biết M thuộc Δ sao cho tam giác MAB cân tại M .

Câu 4: Có bao nhiêu đường tròn (C) đi qua $A(1;1)$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để: $f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + m - 3$ không dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2: a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : 3x - 4y - 4 = 0$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh $A(0;2), B(1;2), C(3;6)$.
Tìm tọa độ điểm D nằm trên cạnh BC sao cho điểm D cách đều hai đường thẳng AB và AC .

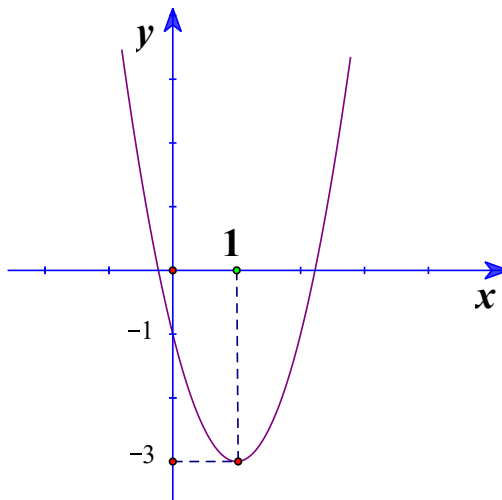
Câu 3: Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên trục hoành đồng thời đi qua hai điểm $A(2;-5)$ và $B(4;3)$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Phương trình của parabol này là

- A. $y = 2x^2 + 4x - 1$. **B. $y = 2x^2 - 4x - 1$.** C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = -x^2 + x - 1$.

Lời giải

Vì hoành độ đỉnh của parabol bằng 1 nên ta loại các đáp án **A, D**

Đồng thời parabol có đỉnh $(1; -3)$ nên ta loại **C**

Câu 2: Cho Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ (m, n là tham số). Xác định m, n để (P) nhận đỉnh $I(2; -1)$

- A. $m = -4, n = -3$. **B. $m = 4, n = 3$.** C. $m = 4, n = -3$. **D. $m = -4, n = 3$**

Lời giải

$$\text{Ta có } (P): y = x^2 + mx + n \text{ nhận đỉnh } I(2; -1) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} = 2 \\ 2^2 + m \cdot 2 + n = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 3 \end{cases}$$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x-2}, & \text{khi } x \geq 2 \\ 1 - 3x, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Giá trị $f(1)$ bằng

- A. Không xác định. B. 2. **C. -2** D. 0.

Lời giải

$$f(1) = 1 - 3 \cdot 1 = -2.$$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$ là

- A. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$.** B. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$. C. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$. D. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$.

Lời giải

Phương trình tổng quát của $\Delta: x - 3y - 2 = 0$

Khoảng cách từ điểm $M(15;1)$ đến đường thẳng $\Delta: d(M, \Delta) = \frac{|15 - 3 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \sqrt{10}$.

Câu 9: Khoảng cách từ điểm $A(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ bằng

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $d(A, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 + (-1) + 4|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$

Câu 10: Phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $A(0; -4)$ và có một tiêu điểm $F_2(3; 0)$ là

A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$.

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{16}{b^2} = 1 \\ c = 3 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 16 \\ c^2 = 9 \\ a^2 = 25 \end{cases}.$$

Vậy elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 , trong đó F_1 có hoành độ âm. Một điểm M di động trên (E) . Gọi S là tổng khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm và P là giá trị lớn nhất của MF_1 . Giá trị của tích $S \cdot P$ là

A. $S \cdot P = 16$.

B. $S \cdot P = 24$.

C. $S \cdot P = 8$.

D. $S \cdot P = 32$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} a^2 = 8 \\ b^2 = 6 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{2} \\ b = \sqrt{6} \\ c = \sqrt{2} \end{cases}.$$

Suy ra $S = MF_1 + MF_2 = 2a = 4\sqrt{2}$.

Gọi tọa độ hai tiêu điểm là $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ và điểm $M(x; y) \in (E)$. Ta có

$$\begin{cases} MF_1^2 = (-c-x)^2 + y^2 \\ MF_2^2 = (c-x)^2 + y^2 \end{cases}$$

Trừ vế theo vế ta có

$$MF_1^2 - MF_2^2 = 4cx \Leftrightarrow (MF_1 + MF_2)(MF_1 - MF_2) = 4cx \Leftrightarrow 2a(MF_1 - MF_2) = 4cx$$

$$\text{Suy ra } MF_1 - MF_2 = \frac{2c}{a}x.$$

Kết hợp với $MF_1 + MF_2 = 2a$ suy ra

$$\begin{cases} MF_1 = a + \frac{c}{a}x \\ MF_2 = a - \frac{c}{a}x \end{cases}$$

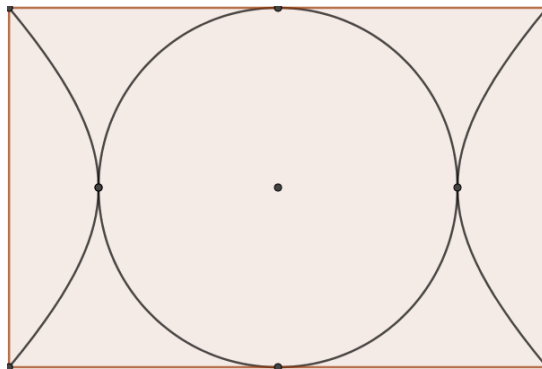
Mặt khác $M(x; y) \in (E)$ thì $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$$\text{Suy ra } \frac{x^2}{a^2} \leq 1 \Leftrightarrow x^2 \leq a^2 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a.$$

Do đó $MF_1 \leq a + \frac{c}{a} \cdot a = a + c$. Khi đó $P = a + c = 3\sqrt{2}$.

Vậy $S.P = 24$.

Câu 12: Hình dưới đây là một tấm giấy hình chữ nhật kích thước 12 dm x 8 dm trên đó có một đường tròn và hai nhánh của một hypebol. Tính tiêu cự của hypebol.



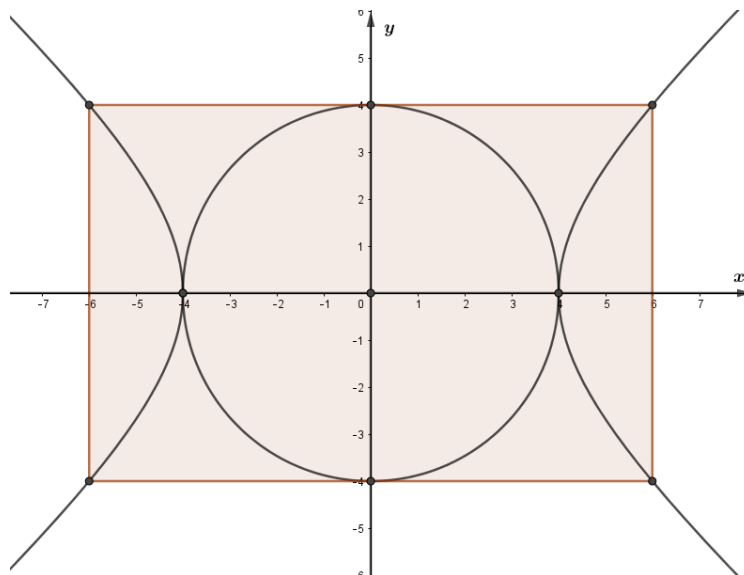
A. $\frac{12}{\sqrt{5}}$ dm.

B. $\frac{24}{\sqrt{5}}$ dm.

C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ dm.

D. $\frac{4}{\sqrt{5}}$ dm.

Lời giải



Xây dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình trên, trong đó 1dm ứng với 1 đơn vị.

Gọi hypebol đã cho là (H) .

Trước tiên thấy các đỉnh của (H) lần lượt là $A(-4;0)$, $A'(4;0)$ do đó phương trình của (H) có dạng $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Tiếp tục thấy $M(6;4)$ thuộc (H) , tức $\frac{36}{16} - \frac{16}{b^2} = 1$.

Tìm được $b^2 = \frac{16^2}{20}$, do đó $c = \frac{12}{\sqrt{5}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một tấm sắt hình chữ nhật có chu vi là 96 cm . Người ta cắt ở mỗi góc tấm sắt một hình vuông cạnh là 4 cm .



a) Diện tích phần cắt đi là $4.4^2 \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Gọi chiều dài của tấm sắt là $x \text{ (cm)}$ thì chiều rộng tấm sắt là $96 - x \text{ (cm)}$

c) Diện tích phần còn lại của tấm sắt là $-x^2 + 48x - 64 \text{ (cm}^2\text{)}$

d) Diện tích phần còn lại của tấm sắt ít nhất bằng 448 cm^2 khi và chỉ khi chiều dài của tấm sắt nằm trong đoạn $[16; 32]$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

Người ta cắt ở mỗi góc tấm sắt một hình vuông cạnh bằng 4cm nên diện tích phần cắt đi là: $4.4.4 = 64(\text{cm}^2)$.

b) Sai

Theo bài ta có nửa chu vi của tấm sắt là $96 : 2 = 48(\text{cm})$

Gọi chiều dài của tấm sắt là $x(\text{cm})$

Chiều rộng của tấm sắt sẽ là $48 - x(\text{cm})$.

c) Đúng

Do chiều dài lớn hơn chiều rộng nên ta có: $x > 48 - x \Leftrightarrow x > 24(\text{cm})$

Diện tích của tấm sắt ban đầu là $x(48 - x) (\text{cm}^2)$. Diện tích phần còn lại của tấm sắt là $x(48 - x) - 64 = -x^2 + 48x - 64 (\text{cm}^2)$.

d) Sai

Để diện tích còn lại của tấm sắt ít nhất bằng 448 cm^2 nên ta có phương trình :

$$x(48 - x) - 64 \geq 448$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 48x + 512 \leq 0$$

$$\text{Đặt } f(x) = x^2 - 48x + 512$$

$$\text{Cho } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x = 16 \end{cases}$$

Do hệ số $a = 1 > 0$ nên bảng xét dấu của $f(x)$ là:

x	$-\infty$	16	32	$+\infty$		
f(x)		+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu ta có: $x \in [16; 32]$. Kết hợp với điều kiện của x ta có $x \in (24; 32]$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ và hai điểm $A(-4; 3), B(2; -1)$.

a) Điểm A nằm trên đường tròn (C) .

b) Điểm B nằm ngoài đường tròn (C) .

c) Phương trình đường thẳng d đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng d là lớn nhất là $x - y - 1 = 0$

d) Giá trị lớn nhất của BM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $2\sqrt{5} + 3$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ có tâm $I(-2; 1)$ và bán kính $R = 3$

a) Sai:

Ta có $(-4+2)^2 + (3-1)^2 = 8 \neq 9$ nên điểm A không nằm trên đường tròn (C) .

b) Đúng:

Đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ có tâm $I(-2;1)$ và bán kính $R = 3$

Mà $IB = |\overline{IB}| = 2\sqrt{5} > 3$ nên điểm B nằm ngoài đường tròn (C) .

c) Sai:

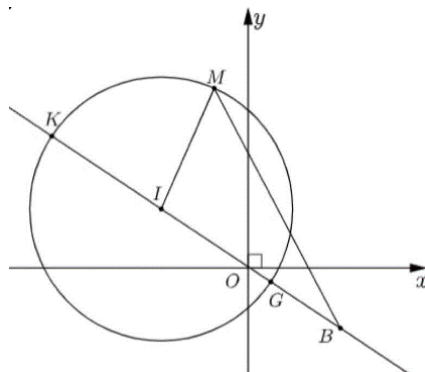
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d . Khi đó $IH \leq IA$

Do đó khoảng cách lớn nhất là IA , khi đó đường thẳng d đi qua A và vuông góc với IA .

Ta có $\overline{IA} = (-2;2)$ nên phương trình đường thẳng $d: -2(x+4) + 2(y-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 7 = 0$

d) Đúng:

Gọi G, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng IB và đường tròn (C) .



Với ba điểm I, B, M ta có

$$IB - IM \leq MB \leq IB + IM \Rightarrow IB - IG \leq MB \leq IB + IK \Rightarrow BG \leq BM \leq BK$$

Trong đó: $BG = IB - IG = 2\sqrt{5} - 3$; $BK = IB + IK = 2\sqrt{5} + 3$

Vậy BM đạt giá trị lớn nhất là $2\sqrt{5} + 3$ khi M trùng K .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$.

Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Lời giải

Trả lời: 1

Từ giả thiết $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ nên ta có

$$\frac{-b}{2a} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2a + 3b = 0$$

Parabol $y = ax^2 + bx + 4$ đi qua điểm đi qua $A(1;3) \Rightarrow 3 = a + b + 4 \Leftrightarrow a + b = -1$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} 2a + 3b = 0 \\ a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -3 \end{cases} \Rightarrow T = a + 2b = -3 + 4 = 1$$

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho: $-x^2 + 2(m+1)x - m^2 + m < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Trả lời: 0

Xét tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 2(m+1)x - m^2 + m$ có:

$$\Delta' = (m+1)^2 - (-1) \cdot (-m^2 + m) = 3m+1 \text{ và } a = -1 < 0.$$

Để $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $\Delta' = 3m+1 < 0$ suy ra $m < -\frac{1}{3}$

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3; -3), B(5; -1)$ và đường thẳng $\Delta : 2x - y - 1 = 0$. Tính tổng hoành độ và tung độ của điểm M biết M thuộc Δ sao cho tam giác MAB cân tại M .

Lời giải

Trả lời: 2

Đường thẳng Δ có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$$

Vì $M \in \Delta$ nên $M(t; -1 + 2t)$.

Tam giác MAB cân tại M nên $MA = MB$

$$\Leftrightarrow (3-t)^2 + (-2-2t)^2 = (5-t)^2 + (-2t)^2 \Leftrightarrow 13+2t = 25-10t \Leftrightarrow 12t = 12 \Leftrightarrow t = 1.$$

Vậy điểm M cần tìm là $M(1; 1) \Rightarrow 1+1 = 2$.

Câu 4: Có bao nhiêu đường tròn (C) đi qua $A(1; 1)$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ?

Lời giải

Trả lời: 2

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(a; b)$ bán kính R có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Do (C) tiếp xúc $Ox, Oy \Leftrightarrow R = |a| = |b|$.

+ **Trường hợp 1:** Nếu $a = b \Rightarrow (C): (x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$.

Do (C) qua $A(1; 1)$ suy ra $(1-a)^2 + (1-a)^2 = a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \sqrt{2} \\ a = 2 + \sqrt{2} \end{cases}$.

Vậy có 2 đường tròn:

$$(C_1): (x-2+\sqrt{2})^2 + (y-2+\sqrt{2})^2 = (2-\sqrt{2})^2$$

$$(C_2): (x-2-\sqrt{2})^2 + (y-2-\sqrt{2})^2 = (2+\sqrt{2})^2$$

+ **Trường hợp 2:** Nếu $a = -b \Rightarrow (C): (x-a)^2 + (y+a)^2 = a^2$.

Do (C) qua $A(1;1)$ suy ra $(1-a)^2 + (1+a)^2 = a^2$ (vô nghiệm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để: $f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + m-3$ không dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $a = m-1, b = 2(m-1), b' = m-1, c = m-3$.

Theo giả thiết: $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + m-3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (*).

Trường hợp 1: $a = m-1 = 0 \Rightarrow m = 1$. Thay vào (*): $1-3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (đúng).

Suy ra $m = 1$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a = m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$.

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ (m-1)^2 - (m-1)(m-3) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m^2 - 2m + 1 - (m^2 - 4m + 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 2m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1. \end{aligned}$$

Hợp hai kết quả trên, ta được $m \leq 1$ thỏa mãn đề bài.

Câu 2: a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh $A(0;2)$, $B(1;2)$, $C(3;6)$. Tìm tọa độ điểm D nằm trên cạnh BC sao cho điểm D cách đều hai đường thẳng AB và AC .

Lời giải

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$ suy ra

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3x_I - 4y_I - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3.$$

Vậy (C): $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

b) Ta có $AB = 1$ và $AC = 5$.

Điểm D cách đều hai đường thẳng AB và AC khi và chỉ khi D là chân đường phân giác trong kẻ từ A của tam giác ABC .

$$\text{Suy ra } \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5DB = DC \Leftrightarrow 5BC = 6DC \Rightarrow \overrightarrow{DC} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}.$$

Ta có $\overrightarrow{DC} = (3 - x_D; 6 - y_D)$; $\overrightarrow{BC} = (2; 4) \Rightarrow \frac{5}{6}\overrightarrow{BC} = \left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$ nên

$$\overrightarrow{DC} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x_D = \frac{5}{3} \\ 6 - y_D = \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{4}{3} \\ y_D = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Vậy $D\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Câu 3: Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên trục hoành đồng thời đi qua hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 3)$.

Lời giải

(C) có tâm I nằm trên trục hoành $\Rightarrow I(a; 0) \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 2ax + c = 0$

(C) đi qua $A(2; -5) \Leftrightarrow 4 + 25 - 4a + c = 0 \Leftrightarrow -4a + c = -29$.

(C) đi qua $B(4; 3) \Leftrightarrow 16 + 9 - 8a + c = 0 \Leftrightarrow -8a + c = -25$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -4a + c = -29 \\ -8a + c = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -33 \end{cases}$.

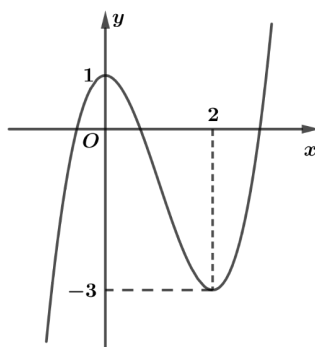
Vậy phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 33 = 0$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

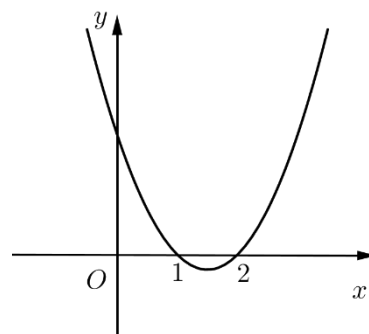
Câu 2: Một chiếc ăng - ten chảo parabol có chiều cao $h = 0,5m$ và đường kính miệng $d = 4m$. Mặt cắt qua trục là một parabol dạng $y = ax^2$. Biết $a = \frac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m - n$.

- A.** $m - n = 7$ **B.** $m - n = -7$ **C.** $m - n = 31$ **D.** $m - n = -31$

Câu 3: Hỏi bất phương trình $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương.

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < 1$. **B.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.
C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$. **D.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Câu 5: Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{4x - x^2}$.

- A.** $S = \{4\}$. **B.** $S = \{0\}$. **C.** $S = \{0; 4\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1)$ và song song với đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$ có phương trình là:

- A.** $x + 2y - 1 = 0$. **B.** $2x + y - 5 = 0$. **C.** $x - 2y - 5 = 0$. **D.** $x - 2y + 5 = 0$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + t' \end{cases}$ là:

- A.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 8: Cho điểm $M(1;2)$ và đường thẳng $(d): 2x + y - 5 = 0$. Tọa độ điểm đối xứng với điểm M qua đường thẳng (d) là:

- A. $(-2;6)$. B. $\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$. C. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. D. $(-3;5)$.

Câu 9: Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn $(x+2)^2 + y^2 = 8$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$.

Câu 10: Cho Parabol $(P): y^2 = 4x$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. (P) có tiêu điểm $F(1;0)$. B. (P) có tiêu điểm $F(-1;0)$.
C. (P) có tiêu điểm $F(0;1)$. D. (P) có tiêu điểm $F(0;-1)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $\Delta: x = -4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N . Tính độ dài đoạn thẳng MN ?

- A. $MN = \frac{9}{25}$. B. $MN = \frac{18}{5}$. C. $MN = \frac{9}{5}$. D. $MN = \frac{18}{25}$.

Câu 12: Cho đường hypebol có phương trình $(H): 9x^2 - y^2 = 9$. Tiêu cự của hypebol đó là

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $f(x) = \frac{x-3}{x^2+7x+6}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai																													
a)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$																															
b)	Bảng xét dấu của biểu thức là: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-6</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x-3$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>$$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>x^2+7x+6</td> <td></td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>\parallel</td> <td>$+$</td> <td>\parallel</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$	$x-3$		$-$	$ $	$-$	0	$+$	x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$		$-$	\parallel	$+$	\parallel	$-$	0	$+$		
x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$																											
$x-3$		$-$	$ $	$-$	0	$+$																										
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$																										
$f(x)$		$-$	\parallel	$+$	\parallel	$-$	0	$+$																								
c)	với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) < 0$.																															
d)	với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.																															

Câu 2: Cho đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 2y + 7 = 0$.

a) $d(I, \Delta) = \frac{3}{\sqrt{5}}$

b) Đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$

c) Phương trình đường tròn là $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là \mathbb{R} .

Câu 2: Cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Phương trình của đường thẳng AB có dạng $ax + by - 4 = 0$ ($a; b \in \mathbb{N}$). Tính $a + b$

Câu 3: Có bao nhiêu đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.

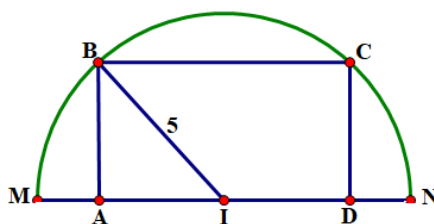
Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm M chuyển động trên đường elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của OM .

PHẦN IV. Tự luận

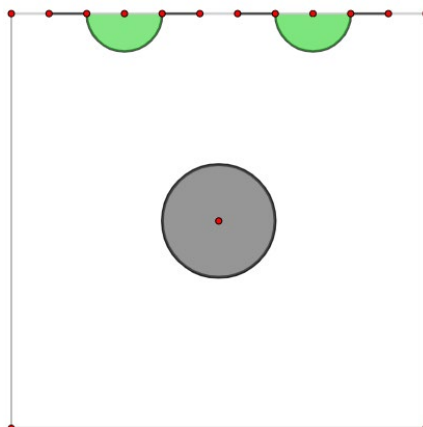
Câu 1: Một quả bóng được ném lên trên theo phương thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu là 15,6 m/s. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao của quả bóng so với mặt đất (tính bằng mét) có thể mô tả bởi phương trình: $h(t) = -5,2t^2 + 15,6t$.

- a) Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng.
- b) Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng rơi chạm đất?

Câu 2: Xét nửa đường tròn đường kính $MN = 10$. Xét điểm B (không trùng hai điểm M, N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A , vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22 và độ dài IA là một số nguyên.



Câu 3: Trong sân chơi hình vuông của công viên, người ta xây hai ghế ngồi giống nhau (mỗi ghế có hình dạng là nửa đường tròn nối liền với hai đoạn thẳng có độ dài bằng bán kính nửa đường tròn) và bờ thành của một “bể non bộ” hình tròn tại trung tâm của sân chơi như sơ đồ.



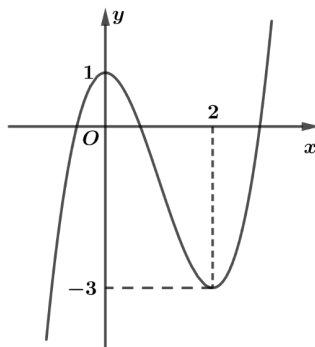
Hãy tính bán kính của nửa đường tròn, đường tròn để tổng diện tích chiếm sân là $28,26m^2$ (bỏ qua diện tích chiếm sân của bốn đoạn ghế thẳng) và tổng độ dài các đường xây lớn nhất. Trong tính toán, lấy $\pi = 3,14$, độ dài tính theo mét và làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

Lời giải

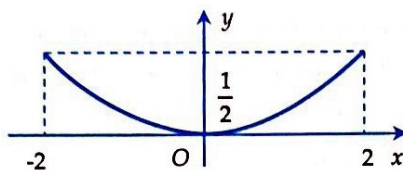
Trên khoảng $(0;2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Câu 2: Một chiếc ăng - ten chảo parabol có chiều cao $h = 0,5m$ và đường kính miệng $d = 4m$. Mặt cắt qua trục là một parabol dạng $y = ax^2$. Biết $a = \frac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m - n$.

- A. $m - n = 7$
- B. $m - n = -7$
- C. $m - n = 31$
- D. $m - n = -31$

Lời giải

Từ giả thiết suy ra parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$.



Từ đó ta có $\frac{1}{2} = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$.

Vậy $m - n = 1 - 8 = -7$.

Câu 3: Hỏi bất phương trình $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương.

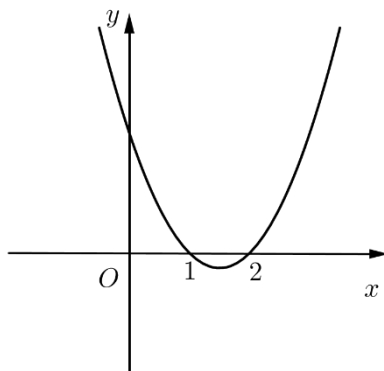
- A. 1.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 2.

Lời giải

Ta có $x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$ mà $x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Do đó có 4 nghiệm nguyên dương của bất phương trình đã cho.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < 1$. **B.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$. **D.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra $f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Câu 5: Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{4x - x^2}$.

A. $S = \{4\}$. **B.** $S = \{0\}$. **C.** $S = \{0; 4\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải

Điều kiện có nghĩa của phương trình là $\begin{cases} x^2 - 4x \geq 0 \\ 4x - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty) \\ x \in [0; 4] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của phương trình là $D = \{0; 4\}$

Thế hai giá trị $x = 0$ và $x = 4$ vào phương trình ta thấy thỏa nên phương trình có tập nghiệm $S = \{0; 4\}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1)$ và song song với đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$ có phương trình là:

A. $x + 2y - 1 = 0$. **B.** $2x + y - 5 = 0$. **C.** $x - 2y - 5 = 0$. **D.** $x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, do $\Delta // d$ nên $\Delta: x - 2y + m = 0, m \neq 2$.

Do $A \in \Delta$ nên $3 - 2(-1) + m = 0 \Leftrightarrow m = -5$, hay $\Delta: x - 2y - 5 = 0$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + t' \end{cases}$

là:

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

d_1 có VTCP là $\vec{a}_1 = (2; -1)$

d_2 có VTCP là $\vec{a}_2 = (1; 1)$

Ta có $\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{a}_1, \vec{a}_2) \right| = \frac{|\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2|}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Câu 8: Cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $(d): 2x + y - 5 = 0$. Tọa độ điểm đối xứng với điểm M qua đường thẳng (d) là:

- A.** $(-2; 6)$. **B.** $\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$. **C.** $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $(-3; 5)$.

Lời giải

Lập đường thẳng qua M và vuông góc với (d) là: $(a): 1(x-1) - 2(y-2) = 0$

$\Leftrightarrow (a): x - 2y + 3 = 0$.

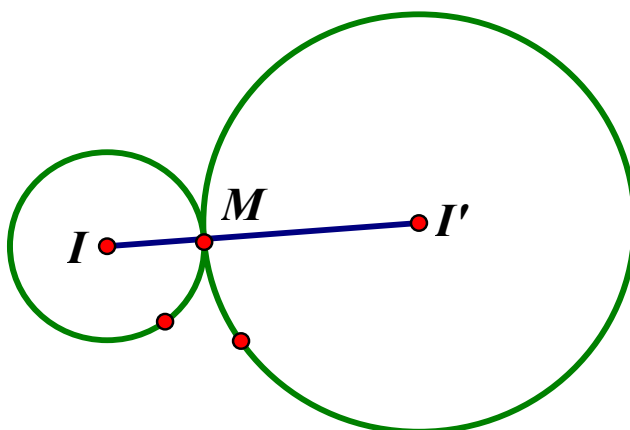
Gọi giao của hai đường là $H\left(\frac{7}{5}; \frac{11}{5}\right)$.

Điểm đối xứng với M qua (d) là $M'\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$.

Câu 9: Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn $(x+2)^2 + y^2 = 8$ là

- A.** $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$. **B.** $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$.

Lời giải



Tâm $I(1; 3)$, $I'(-2; 0)$, $R = 2\sqrt{2} = I'M$.

$II' = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$.

$\Rightarrow IM = \sqrt{2} = R$.

Vậy $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$.

Câu 10: Cho Parabol $(P): y^2 = 4x$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (P) có tiêu điểm $F(1;0)$.

B. (P) có tiêu điểm $F(-1;0)$.

C. (P) có tiêu điểm $F(0;1)$.

D. (P) có tiêu điểm $F(0;-1)$.

Lời giải

Từ phương trình của (P) : $y^2 = 4x$.

Ta có: $2p = 4 \Leftrightarrow p = 2$.

(P) có tiêu điểm $F(1;0)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình (E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $\Delta: x = -4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N . Tính độ dài đoạn thẳng MN ?

A. $MN = \frac{9}{25}$.

B. $MN = \frac{18}{5}$.

C. $MN = \frac{9}{5}$.

D. $MN = \frac{18}{25}$.

Lời giải

Thế $x = -4$ vào phương trình elip (E) ta được: $\frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{9}{5}$.

$\Rightarrow M\left(-4; -\frac{9}{5}\right), N\left(-4; \frac{9}{5}\right)$

Do đó: $MN = \frac{18}{5}$.

Câu 12: Cho đường hypebol có phương trình (H) : $9x^2 - y^2 = 9$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

$(H): 9x^2 - y^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$.

$a = 1, b = 3 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{10}$.

Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{10}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $f(x) = \frac{x-3}{x^2+7x+6}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$		
b)	Bảng xét dấu của biểu thức là:		

	x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$			
	$x-3$		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
	x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$+$
	$f(x)$		$-$	\parallel	$+$	\parallel	$-$	0	$+$
c)	với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) < 0$.								
d)	với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.								

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Sai

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$$

Ta có: $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3, x^2 + 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$.

b) Đúng

Bảng xét dấu của biểu thức là:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$			
$x-3$		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$f(x)$		$-$	\parallel	$+$	\parallel	$-$	0	$+$

c) Đúng

Từ bảng xét dấu:

với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) < 0$,

d) Đúng

với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.

Câu 2: Cho đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 2y + 7 = 0$.

a) $d(I, \Delta) = \frac{3}{\sqrt{5}}$

b) Đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$

c) Phương trình đường tròn là $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$

d) Điểm $O(0; 0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai: (C) có tâm I và tiếp xúc Δ nên có bán kính $R = d(I, \Delta) = \frac{|-1-4+7|}{\sqrt{1+4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

b) Đúng: Từ $R = d(I, \Delta) = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow$ đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

c) Đúng: Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$.

d) Sai: Xét $|\overline{OI}| = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5} > R = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Do đó điểm $O(0;0)$ nằm bên ngoài đường tròn (C)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là \mathbb{R} .

Lời giải

Trả lời: 2

Để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là \mathbb{R} thì $2x^2 - (2m-1)x + 1 > 0$ đúng

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

Ta có: $a = 2 > 0$ và $\Delta = (2m-1)^2 - 4.2.1 < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 7 < 0$.

Tam thức $4m^2 - 4m - 7$ có hai nghiệm $m = \frac{1-2\sqrt{2}}{2}$ và $m = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$ và hệ số của m^2 bằng 4

lớn hơn 0 nên $4m^2 - 4m - 7 < 0$ khi $\frac{1-2\sqrt{2}}{2} < m < \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là \mathbb{R} thì $m \in \left[\frac{1-2\sqrt{2}}{2}; \frac{1+2\sqrt{2}}{2} \right]$.

Khi đó $m \in \{0; 1\}$

Câu 2: Cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Phương trình của đường thẳng AB có dạng $ax + by - 4 = 0$ ($a; b \in \mathbb{N}$). Tính $a + b$

Lời giải

Trả lời: 3

Tọa độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Do đó, điểm A có tọa độ $(1; 2)$.

Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (1; -2)$ nên nhận $\vec{n} = (2; 1)$ là một vector pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng AB là: $2(x-1) + (y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$.

Khi đó $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$

Câu 3: Có bao nhiêu đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi tâm đường tròn là $I(6a+10; a) \in d$.

Đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R , ta có: $d(I, d_1) = d(I, d_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|3(6a+10) + 4a + 5|}{5} = \frac{|4(6a+10) - 3a - 5|}{5}$$

$$\Leftrightarrow |22a + 35| = |21a + 35| \Leftrightarrow \begin{cases} 22a + 35 = -21a - 35 \\ 22a + 35 = 21a + 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{70}{43} \end{cases}$$

» Với $a = 0$ thì $K(10; 0)$ và $R = 7$ suy ra $(C): (x-10)^2 + y^2 = 49$.

» Với $a = -\frac{70}{43}$ thì $K\left(\frac{10}{43}; -\frac{70}{43}\right)$ và $R = \frac{7}{43}$ suy ra $(C): \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2$.

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là:

$$(x-10)^2 + y^2 = 49 \text{ và } \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm M chuyển động trên đường elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của OM .

Lời giải

Trả lời: 9

Giả sử $M(x_0; y_0)$ thuộc đường elip.

Ta có: $\frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{16} = 1$.

Vì $x_0^2 \geq 0, y_0^2 \geq 0$ nên $\frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{25} \leq \frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{16} \leq \frac{x_0^2}{16} + \frac{y_0^2}{16} \Rightarrow \frac{x_0^2 + y_0^2}{25} \leq 1 \leq \frac{x_0^2 + y_0^2}{16}$

$\Rightarrow 16 \leq x_0^2 + y_0^2 \leq 25 \Rightarrow 4 \leq \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \leq 5 \Rightarrow 4 \leq OM \leq 5$

M thuộc (E) và $OM = 4$ khi M có tọa độ $(0; -4)$ hoặc $(0; 4)$.

M thuộc (E) và $OM = 5$ khi M có tọa độ $(-5; 0)$ hoặc $(5; 0)$.

Khi đó OM đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 và đạt giá trị lớn nhất bằng 5.

Vậy tổng giá trị nhỏ nhất giá trị lớn nhất bằng 9

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một quả bóng được ném lên trên theo phương thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu là 15,6 m/s. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao của quả bóng so với mặt đất (tính bằng mét) có thể mô tả bởi phương trình: $h(t) = -5,2t^2 + 15,6t$.

a) Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng.

b) Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng rơi chạm đất?

Lời giải

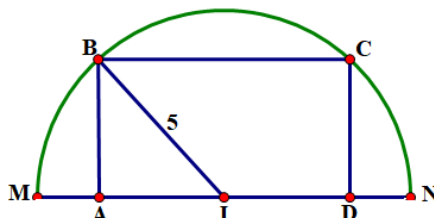
a) Ta có hoành độ đỉnh của parabol là $t_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-15,6}{2(-5,2)} = \frac{3}{2}(s)$.

Vậy độ cao lớn nhất của quả bóng là $h\left(\frac{3}{2}\right) = -5,2t^2 + 15,6 = 11,7(m)$

b) Quả bóng chạm đất khi $h(t) = 0 \Rightarrow -5,2t^2 + 15,6t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 & (l) \\ t = 3 & (n) \end{cases}$

Vậy sau khi ném 3 giây thì quả bóng chạm đất.

Câu 2: Xét nửa đường tròn đường kính $MN = 10$. Xét điểm B (không trùng hai điểm M, N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A , vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22 và độ dài IA là một số nguyên.



Lời giải

Đặt $IA = x \in (0; 5) \Rightarrow AD = 2x$.

Xét tam giác IAB vuông tại A , ta có: $AB = \sqrt{5^2 - x^2}$.

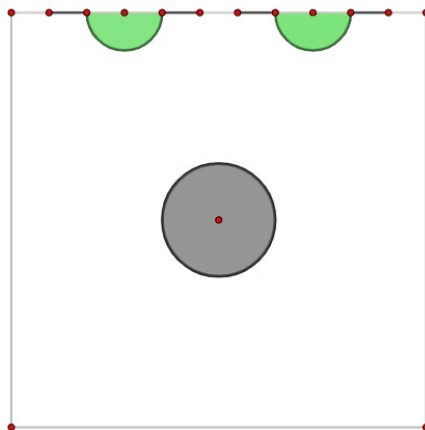
Chu vi hình chữ nhật $ABCD$ là:

$$2AB + 2AD = 4x + 2\sqrt{5^2 - x^2} = 22 \Leftrightarrow \sqrt{25 - x^2} = 11 - 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11 - 2x \geq 0 \\ 25 - x^2 = 121 - 44x + 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ 5x^2 - 44x + 96 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ x = 4 \vee x = \frac{24}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = \frac{24}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm I, A bằng 4 thỏa mãn đề bài.

Câu 3: Trong sân chơi hình vuông của công viên, người ta xây hai ghế ngồi giống nhau (mỗi ghế có hình dạng là nửa đường tròn nối liền với hai đoạn thẳng có độ dài bằng bán kính nửa đường tròn) và bờ thành của một “bể non bộ” hình tròn tại trung tâm của sân chơi như sơ đồ.



Hãy tính bán kính của nửa đường tròn, đường tròn để tổng diện tích chiếm sân là $28,26m^2$ (bỏ qua diện tích chiếm sân của bốn đoạn ghế thẳng) và tổng độ dài các đường xây lớn nhất. Trong tính toán, lấy $\pi = 3,14$, độ dài tính theo mét và làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai.

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là bán kính của các nửa đường tròn và bán kính của đường tròn.

Theo đề bài, ta có $\pi x^2 + \pi y^2 = 28,26 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9$.

Ta có tổng độ dài đường xây (đường in đậm) là $d = 2\pi x + 4x + 2\pi y = 10,28x + 6,28y$.

Cách 1:

Xét đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$, ta có (C) có tâm là $O(0;0)$ và $R = 3$.

Ta có $d = 10,28x + 6,28y \Leftrightarrow 10,28x + 6,28y - d = 0$ với $d > 0$.

Để tồn tại x, y thì đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: 10,28x + 6,28y - d = 0$

phải có giao điểm $\Leftrightarrow d(O; \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{|-d|}{\sqrt{10,28^2 + 6,28^2}} \leq 3 \Rightarrow d \leq 36,14$.

Để d đạt giá trị lớn nhất thì $\Delta: 10,28x + 6,28y - 36,14 = 0$ là tiếp tuyến của (C) . Gọi Δ' là đường thẳng đi qua tâm $O(0;0)$ và vuông góc với d nên $\Delta': 3,14x - 5,14y = 0$. Khi đó x, y là tọa độ của điểm A với là giao điểm của Δ và Δ' .

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 3,14x - 5,14y = 0 \\ 10,28x + 6,28y - 36,14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 2,56 \\ y \approx 1,56 \end{cases}.$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(-2; 2)$ D. $(0; 1)$

Câu 2: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[6; +\infty)$. C. $[8; +\infty)$. D. $(-\infty; -1]$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(4; 5]$. B. $[5; 6)$. C. $(5; 6)$. D. $[5; 6]$.

Câu 4: Tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$ bằng

- A. $S = 3$. B. $S = -3$. C. $S = -2$. D. $S = 1$.

Câu 5: Khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x - 3y + 4 = 0$ và $2x + 3y - 1 = 0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ bằng:

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. 2 .

Câu 6: Phương trình chính tắc của elip có tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ đến hai tiêu điểm bằng 10 và có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$ là

- A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{2\sqrt{5}} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{20} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{20} = 1$.

Câu 7: Cho đường hypebol có phương trình $(H): 100x^2 - 25y^2 = 100$. Tiêu cự của hypebol đó là

- A. $2\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{104}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{104}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{(x^2 - 5x + 6)\sqrt{4-x}}$ là

- A. $[-1; 4) \setminus \{2; 3\}$. B. $[-1; 4)$. C. $(-1; 4] \setminus \{2; 3\}$. D. $(-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Câu 9: Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$ đi qua điểm $A(2; 1)$ và có đỉnh $I(1; -1)$

. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.

- A. $T = 22$. B. $T = 9$. C. $T = 6$. D. $T = 1$.

Câu 10: Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

- A. $m = -3$. B. $m = -9$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 11: Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 8.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua điểm $M\left(-\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$. Phương trình chính tắc của elip (E) là

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$. C. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $f(x) = \frac{5x^2 + 3x - 8}{x^2 - 7x + 6}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 6 \\ x \neq 1 \end{cases}$		
b)	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$		
c)	$f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$		
d)	$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$		

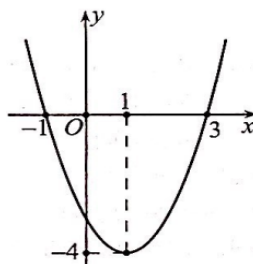
Câu 2: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta: 3x + y - 3 = 0$.

- a) $IB = d(I, \Delta)$
 b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng: $2\sqrt{10}$
 c) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn
 d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Gọi $a; b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà xí nghiệp cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$

Câu 2: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:

Câu 3: Có bao nhiêu đường thẳng đi qua $A(2;3)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x + y - 4 = 0$ một góc bằng 45° ?

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Biết rằng có hai đường tròn tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của hai đường tròn ấy đến điểm B bằng 5. Tính tổng đường kính của hai đường tròn đã cho.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

Câu 2: Một chiếc Phà chở khách qua sông từ điểm $A(3;4)$ đến điểm $B(3;50)$ bên kia sông. Nhưng vì có gió và nước chảy mạnh nên chiếc Phà qua bên kia sông tại điểm $C(38;50)$. Góc lệch của con thuyền với lúc dự tính ban đầu là bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(6;3)$; trực tâm $H(4;1)$ và trung điểm cạnh BC là $M(1;-1)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(-2; 2)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Ta thấy trong khoảng $(0; 1)$, mũi tên có chiều đi xuống. Do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $(0; 1)$.

Câu 2: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[6; +\infty)$. C. $[8; +\infty)$. D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Do đó $[6; +\infty) \not\subset S$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(4; 5]$. B. $[5; 6)$. C. $(5; 6)$. D. $[5; 6]$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 = (x - 4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 7x + 10 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$. Vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc tập $[5; 6]$.

Câu 4: Tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$ bằng

- A. $S = 3$. B. $S = -3$. C. $S = -2$. D. $S = 1$.

Lời giải

$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x \geq 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 1 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy $S = 1$.

Câu 5: Khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x - 3y + 4 = 0$ và $2x + 3y - 1 = 0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ bằng:

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. 2.

Lời giải

$$\begin{cases} x-3y+4=0 \\ 2x+3y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow A(-1;1) \rightarrow d(A;\Delta) = \frac{|-3+1+4|}{\sqrt{9+1}} = \frac{2}{\sqrt{10}}.$$

Câu 6: Phương trình chính tắc của elip có tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ đến hai tiêu điểm bằng 10 và có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$ là

- A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{2\sqrt{5}} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{20} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{20} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2a = 10 \\ 2c = 2\sqrt{5} \\ b^2 = a^2 - c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ c = \sqrt{5} \\ b^2 = 20 \end{cases}.$$

Vậy elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{20} = 1$.

Câu 7: Cho đường hypebol có phương trình (H): $100x^2 - 25y^2 = 100$. Tiêu cự của hypebol đó là

- A. $2\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{104}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{104}$.

Lời giải

$$(H): 100x^2 - 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

$$a = 10, b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{104}.$$

Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{104}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{(x^2 - 5x + 6)\sqrt{4-x}}$ là

- A. $[-1; 4) \setminus \{2; 3\}$. B. $[-1; 4)$. C. $(-1; 4] \setminus \{2; 3\}$. D. $(-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - 5x + 6 \neq 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 4) \setminus \{2; 3\}.$$

Vậy TXĐ: $D = [-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Câu 9: Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) đi qua điểm $A(2; 1)$ và có đỉnh $I(1; -1)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.

- A. $T = 22$. B. $T = 9$. C. $T = 6$. D. $T = 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(2; 1)$ và có đỉnh $I(1; -1)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a+2b+c=1 \\ -\frac{b}{2a}=1 \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b+c=1 \\ b=-2a \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-2a \\ -a+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-4 \\ a=2 \end{cases}$$

Vậy $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$.

Câu 10: Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

- A.** $m = -3$. **B.** $m = -9$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Vì $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$. Như vậy trên đoạn $[2; 5]$ hàm số đồng biến. Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là $y(2) = 2m + 3$.

$$y(2) = -3 \Leftrightarrow 2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3.$$

Câu 11: Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

$$\text{Từ } \Delta: 3x - 4y - 19 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{19}{4} \quad (1).$$

Thế (1) vào (C) ta được

$$(x-1)^2 + \left(\frac{3}{4}x - \frac{23}{4}\right)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{16}x^2 - \frac{85}{8}x + \frac{145}{16} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{29}{5} \end{cases}$$

$$+) x_A = 1 \Rightarrow y_A = -4 \Rightarrow A(1; -4).$$

$$+) x_B = \frac{29}{5} \Rightarrow y_B = -\frac{2}{5} \Rightarrow B\left(\frac{29}{5}; -\frac{2}{5}\right).$$

$$\text{Độ dài đoạn thẳng } AB = \sqrt{\left(\frac{29}{5} - 1\right)^2 + \left(-\frac{2}{5} + 4\right)^2} = 6.$$

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua điểm $M\left(-\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$. Phương trình chính tắc của elip (E) là

- A.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. **D.** $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$.

Vì (E) có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua điểm $M\left(-\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = c^2 = (\sqrt{3})^2 = 3 \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = a^2 - 3 \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4(a^2 - 3)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = a^2 - 3 \\ 4a^4 - 25a^2 + 36 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = a^2 - 3 \\ a^2 = \frac{9}{4} \\ a^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

Vậy $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $f(x) = \frac{5x^2 + 3x - 8}{x^2 - 7x + 6}.$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 6 \\ x \neq 1 \end{cases}$		
b)	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$		
c)	$f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$		
d)	$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng

Điều kiện: $x \neq 6$

Điều kiện: $x^2 - 7x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 6 \end{cases}.$

b) Đúng

$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow 5x^2 + 3x - 8 = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}.$

c) Đúng

$f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{8}{5}$	1	6	$+\infty$
$5x^2+3x-8$	+	0	-	0	+
x^2-7x+6	+		+	0	-
f(x)	+	0	-	-	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$;

d) Đúng

$$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$$

$$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6).$$

Câu 2: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta : 3x + y - 3 = 0$.

a) $IB = d(I, \Delta)$

b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng: $2\sqrt{10}$

c) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn

d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Đúng: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4) \Rightarrow IA = IB = R$

Đường tròn (C) tiếp xúc $\Delta : 3x + y - 3 = 0 \Rightarrow d(I, \Delta) = R$

Vậy $IB = d(I, \Delta)$

b) Đúng: Gọi tâm đường tròn là $I(a;b)$, ta có: $d(I, \Delta) = \frac{|3a + b - 3|}{\sqrt{10}}$.

Theo giả thiết $\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = (d(I, \Delta))^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 = (a-3)^2 + (b-4)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 = \frac{(3a+b-3)^2}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 & (1) \\ a^2 - 2a + 9b^2 - 34b + 41 - 6ab = 0 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2): $(5-b)^2 - 2(5-b) + 9b^2 - 34b + 41 - 6(5-b)b = 0$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 18b + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \Rightarrow a=4 \Rightarrow R_1 = \sqrt{10} \\ b=\frac{7}{2} \Rightarrow a=\frac{3}{2} \Rightarrow R_2 = \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn: $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$ và $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$

c) Sai: Ta có
$$\begin{cases} R_1 = \sqrt{10} \\ R_2 = \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 2\sqrt{10} \\ d_2 = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow d_1 + d_2 = 3\sqrt{10}$$

d) Đúng: Thay điểm $N(1;0)$ vào đường tròn $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(0 - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{2} \neq \frac{5}{2}$$

Do đó $N(1;0)$ không nằm trên đường tròn $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$

Thay điểm $N(1;0)$ vào đường tròn $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10 \Rightarrow (1-4)^2 + (0-1)^2 = 10 = R^2$

Do đó $N(1;0)$ nằm trên đường tròn $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$

Vậy điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Gọi $a; b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà xí nghiệp cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$

Lời giải

Trả lời: 900

Lợi nhuận của xí nghiệp khi bán hết Q sản phẩm là:

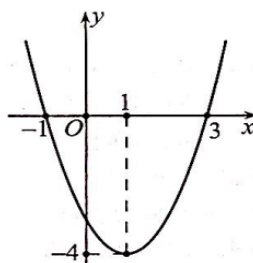
$$1200Q - (Q^2 + 300Q + 200000) = -Q^2 + 900Q - 200000.$$

Để xí nghiệp không bị lỗ thì $-Q^2 + 900Q - 200000 \geq 0 \Leftrightarrow 400 \leq Q \leq 500$.

Vậy để không bị lỗ, xí nghiệp cần sản xuất nhiều hơn hoặc bằng 400 sản phẩm và ít hơn hoặc bằng 500 sản phẩm.

Khi đó $\begin{cases} a = 400 \\ b = 500 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 900$

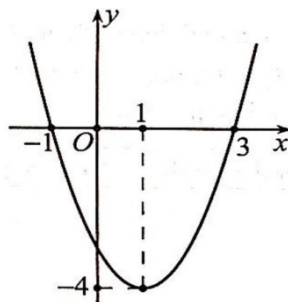
Câu 2: Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên dưới.



Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:

Lời giải

Trả lời: -6



Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0), B(1; -4), C(3; 0)$

$$\text{Do đó ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

Khi đó: $2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$.

Câu 3: Có bao nhiêu đường thẳng đi qua $A(2; 3)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x + y - 4 = 0$ một góc bằng 45° ?

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b) (a^2 + b^2 > 0)$.

Ta có: $(\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow |\cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d)| = \cos 45^\circ$

$$\Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2a + b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|2a + b| = \sqrt{10} \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 3a^2 + 8ab - 3b^2 = 0.$$

Nếu $b = 0$ thì $a = 0$ (loại).

Nếu $b \neq 0$ thì chia cả hai vế phương trình trên cho b^2 ta có: $3\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 8 \cdot \frac{a}{b} - 3 = 0$

Giải phương trình ta được $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ hoặc $\frac{a}{b} = -3$.

Với $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$, ta chọn $a = 1, b = 3$.

Suy ra phương trình đường thẳng d là: $1(x - 2) + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 11 = 0$

Với $\frac{a}{b} = -3$ ta chọn $a = -3, b = 1$.

Suy ra phương trình đường thẳng d là: $-3(x - 2) + 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow -3x + y + 3 = 0$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 0)$ và $B(6; 4)$. Biết rằng có hai đường tròn tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của hai đường tròn ấy đến điểm B bằng 5. Tính tổng đường kính của hai đường tròn đã cho.

Lời giải

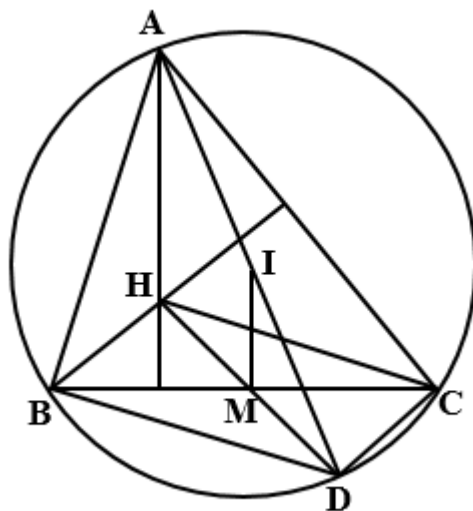
Trả lời: 16

Gọi (C) là đường tròn cần tìm.

Ta có: $\cos A = \cos(AB; AC) = \frac{|1.46 + 0.(-35)|}{\sqrt{1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{46^2 + (-35)^2}} = \frac{46}{\sqrt{3341}} \Rightarrow \widehat{A} \approx 37^\circ$

Câu 3: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(6;3)$; trực tâm $H(4;1)$ và trung điểm cạnh BC là $M(1;-1)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

Lời giải



Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Kẻ đường kính AD .

Xét tứ giác $BHCD$ ta có

$BH \parallel DC$ vì cùng vuông góc với AC .

$CH \parallel DB$ vì cùng vuông góc với AB .

\Rightarrow Tứ giác $BHCD$ là hình bình hành.

$\Rightarrow M$ là trung điểm của DH .

Khi đó IM là đường trung bình của tam giác AHD .

$$\Rightarrow \overline{AH} = 2\overline{IM}$$

$$\text{Mà } \overline{AH} = (-2; -2); \overline{IM} = (1-a; -1-b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 = 2(1-a) \\ -2 = 2(-1-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2;0).$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là $R = IA = 5$

Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-2)^2 + y^2 = 25$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$ là
A. $[-1; 3) \setminus \{2\}$. **B.** $[-1; 2]$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(2; 3)$.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{5-2x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?
A. $(4; -1)$. **B.** $(-2; -3)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $(2; 1)$.
- Câu 3:** Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?
A. $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{6}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$.
- Câu 4:** Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ (1) biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
A. $y = -x^2 + 3x + 2$. **B.** $y = -x^2 - 3x - 2$. **C.** $y = x^2 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^2 + 3x - 2$.
- Câu 5:** Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là
A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(-3; 1)$.
- Câu 6:** Tìm tất cả các giá trị của tham số để tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x .
A. $m < 3$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m \leq -3$. **D.** $m \leq 3$.
- Câu 7:** Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$ thuộc tập nào dưới đây?
A. $(4; 5]$. **B.** $[5; 6)$. **C.** $(5; 6)$. **D.** $[5; 6]$.
- Câu 8:** Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của d ?
A. $\vec{n}_1 = (-1; 2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (1; -2)$. **C.** $\vec{n}_3 = (-3; 6)$. **D.** $\vec{n}_4 = (3; 6)$.
- Câu 9:** Phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5; 0)$ là:
A. $y = 20x$. **B.** $y = 30x$. **C.** $y = 15x$. **D.** $y = 10x$.
- Câu 10:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$.
A. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$; $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$.
B. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.
C. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y + 5\sqrt{2} + 11 = 0$.
D. $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Câu 11: Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a+b+c$.

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Biết đường thẳng $(d): ax + y + c = 0$ qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A;B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất. Khi đó giá trị của $a - 2b$ bằng.

- A. -2. B. 3. C. -3. D. 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0$. (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế phương trình (1), ta được: $3x^2 + 2x - 8 = 0$		
b)	Phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$ có tập nghiệm là $\left\{-2; \frac{4}{3}\right\}$		
c)	$x = \frac{4}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1)		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng $-\frac{2}{3}$		

Câu 2: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 15 = 0$ tại $B(1;-3)$.

- a) Đường kính của đường tròn (C) bằng 10
 b) Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2
 c) Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4
 d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Gọi $a; b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà nhà sản xuất cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

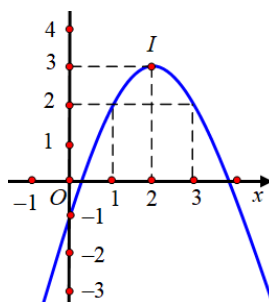
Câu 2: Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A , cách cửa hang của mình tại vị trí B là 370m để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A 120m để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15m/s$. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x - y - 2 = 0, y = 0$. Giả sử $B(1; 3)$. Xác định giá trị tung độ của điểm C .

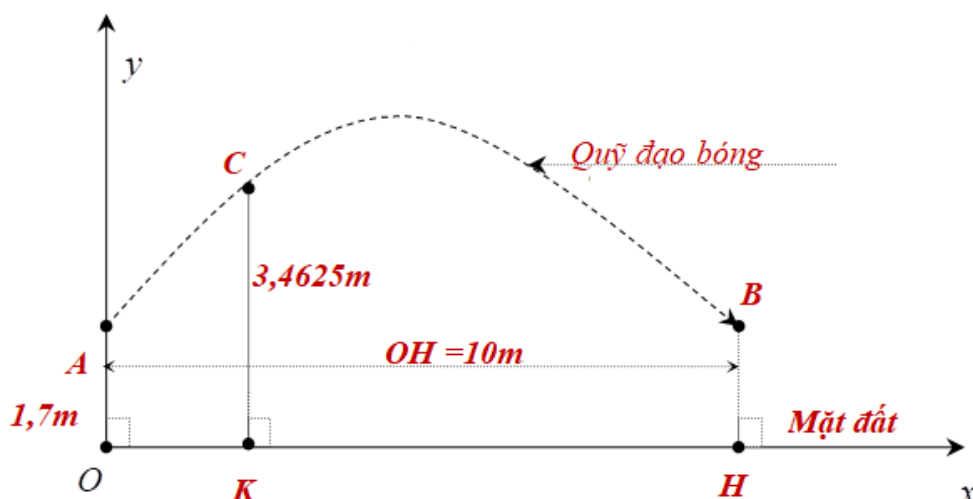
Câu 4: Cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1: x - y = 0, d_2: x - 7y = 0$. Tính bán kính đường tròn (C') có tâm I nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1, d_2 . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó, tính giá trị của biểu thức $4a + 2b + c$



Câu 2: Trong chuỗi hoạt động Văn hóa – Thể dục thể thao chào mừng ngày thành lập Đoàn Thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh của trường, có 2 học sinh An và Bình đã tham gia thi đấu bóng chuyền cùng các bạn. An đứng tại vị trí O thực hiện một đường chuyền bóng dài cho Bình đứng tại vị trí H , quả bóng di chuyển theo một đường parabol (hình vẽ bên dưới). Quả bóng rời tay An ở vị trí A và tay Bình bắt được quả bóng ở vị trí B , khi quả bóng di chuyển từ An đến Bình thì đi qua điểm C . Quy ước trục Ox là trục đi qua hai điểm O và H , trục Oy đi qua hai điểm O và A như hình vẽ. Biết rằng $OA = BH = 1,7\text{ m}$; $CK = 3,4625\text{ m}$; $OK = 2,5\text{ m}$; $OH = 10\text{ m}$. Hãy xác định khoảng cách lớn nhất của quả bóng so với mặt đất khi An chuyền bóng cho Bình.



Câu 3: Cho hai điểm $A(3; 0)$ và $B(0; 4)$. Tìm tung độ điểm M trên trục Oy sao cho B nằm giữa O và M đồng thời diện tích tam giác MAB bằng 1?

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. Đường thẳng $d : x + by + c = 0$ đi qua điểm $M(1; -3)$ cắt (C) tại hai điểm A, B . Biết diện tích tam giác IAB bằng 8. Tính giá trị $4b + 8c$.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$ là

- A.** $[-1; 3) \setminus \{2\}$. **B.** $[-1; 2]$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(2; 3)$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -1 \\ x \neq 3 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 3) \setminus \{2\}.$$

Vậy tập xác định $D = [-1; 3) \setminus \{2\}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{5-2x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

- A.** $(4; -1)$. **B.** $(-2; -3)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $(2; 1)$.

Lời giải

Ta thấy $\frac{5-2 \cdot (-2)}{-2-1} = -3$. Nên $(-2; -3)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3: Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{6}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

$$(P): y = f(x) = -3x^2 + x - 2, \text{TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

Có $a = -3$, đỉnh S có hoành độ $x = \frac{1}{6}$.

Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$.

Câu 4: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ (1) biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A.** $y = -x^2 + 3x + 2$. **B.** $y = -x^2 - 3x - 2$. **C.** $y = x^2 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^2 + 3x - 2$.

Lời giải

. Do đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 3x - 2$

Câu 5: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **B. $(-1; 3)$.** C. $[-1; 3]$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Ta có: $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số để tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x .

- A. $m < 3$. **B. $m \geq 3$.** C. $m \leq -3$. **D. $m \leq 3$.**

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 4) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vậy $m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(4; 5]$. **B. $[5; 6)$.** C. $(5; 6)$. **D. $[5; 6]$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 = (x - 4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 7x + 10 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6. \text{ Vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc tập } [5; 6].$$

Câu 8: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của d ?

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 2)$. **B. $\vec{n}_2 = (1; -2)$.** C. $\vec{n}_3 = (-3; 6)$. **D. $\vec{n}_4 = (3; 6)$.**

Lời giải

Đường thẳng d có VTCP: $\vec{u}(2; -1) \rightarrow$ VTPT $\vec{n}(1; 2)$ hoặc $3\vec{n} = (3; 6)$.

Câu 9: Phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5; 0)$ là:

- A. $y = 20x$.** B. $y = 30x$. C. $y = 15x$. D. $y = 10x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px$ ($p > 0$).

Vì (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\frac{p}{2} = 5$, tức là $p = 10$. Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y = 20x$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$.

A. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$; $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$.

B. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

C. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y + 5\sqrt{2} + 11 = 0$.

D. $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Lời giải

(C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$.

Do đó đường tròn có tâm $I = (1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Do d song song với đường thẳng Δ nên d có phương trình là $3x + 4y + k = 0$, ($k \neq 1$).

Ta có $d(I;d) = R \Leftrightarrow \frac{|11+k|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |11+k| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 11+k = 5\sqrt{2} \\ 11+k = -5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 5\sqrt{2} - 11 \\ k = -5\sqrt{2} - 11 \end{cases}$.

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Câu 11: Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a + b + c$.

A. 3.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có hệ: $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases}$ với $a \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ b = -2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Biết đường thẳng (d): $ax + y + c = 0$ qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A; B sao cho độ dài AB ngắn nhất. Khi đó giá trị của $a - 2b$ bằng.

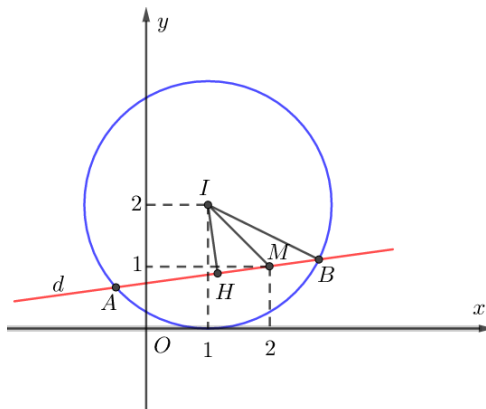
A. -2.

B. 3.

C. -3.

D. 2.

Lời giải



Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R = 2$.

$IM = \sqrt{2} < R = 2$ nên điểm M nằm trong đường tròn.

Giả sử gọi H là trung điểm của AB .

Ta có $AB = 2HB = 2\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{4 - IH^2}$

Vì $IH \leq IM = \sqrt{2}$ nên $AB = 2\sqrt{4 - IH^2} \geq 2\sqrt{4 - IM^2} = 2\sqrt{2}$ do đó AB ngắn nhất khi $IH = IM$

Lúc đó đường thẳng d qua $M(2;1)$ và nhận $\vec{IM} = (1;-1)$ làm vecto pháp tuyến

$(d): 1(x-2) - 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow (d): -x + y + 1 = 0 \Rightarrow a = -1; c = 1$

Vậy: $a - 2c = -3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0$. (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế phương trình (1), ta được: $3x^2 + 2x - 8 = 0$		
b)	Phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$ có tập nghiệm là $\left\{-2; \frac{4}{3}\right\}$		
c)	$x = \frac{4}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1)		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng $-\frac{2}{3}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng

Bình phương hai vế phương trình (1), ta được: $2x^2 + 2x - 3 = 0$

$\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$. (3)

Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0$ hoặc

b) Đúng

Phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$ có tập nghiệm là $\left\{-2; \frac{4}{3}\right\}$

$$3x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow S' = \left\{\frac{4}{3}; -2\right\}$$

c) Đúng

$x = \frac{4}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1)

Thay $x = \frac{4}{3}$ vào phương trình (1) ta thấy $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn.

d) Sai

Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng $-\frac{2}{3}$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình (1) ta thấy chỉ có $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn.

Suy ra, tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng $\frac{4}{3}$

Câu 2: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 15 = 0$ tại $B(1; -3)$.

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng 10

b) Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2

c) Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Gọi tâm đường tròn $I(a; b)$.

Ta có vector chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (4; 3)$ và $\vec{IB} = (1 - a; -3 - b)$.

Theo giả thiết: $\vec{IB} \perp \vec{u}_\Delta \Rightarrow \vec{IB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow 4a + 3b + 5 = 0$ (1).

Ta lại có $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$

$$\Leftrightarrow (-2 - a)^2 + (6 - b)^2 = (1 - a)^2 + (-3 - b)^2 \Leftrightarrow a - 3b + 5 = 0$$
 (2)

Giải hệ (1) và (2): $\begin{cases} 4a + 3b = -5 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$.

Suy ra $R = IA = \sqrt{(-2 + 2)^2 + (6 - 1)^2} = 5$.

a) Đúng: Từ $R = IA = 5 \Rightarrow$ Đường kính của đường tròn (C) bằng 10.

b) Sai: Ta có tâm $I(-2;1) \Rightarrow$ tung độ của tâm bằng 1.

c) Sai: $d(I; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-2) - 4 \cdot 1 - 15|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 5$

d) Đúng: Xét $|\overline{OI}| = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5} < R = 5$.

Do đó điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Gọi $a; b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà nhà sản xuất cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Lời giải

Trả lời: 140

Khi bán hết x sản phẩm thì số tiền thu được là: $170x$ (nghìn đồng).

Điều kiện để nhà sản xuất không bị lỗ là

$$170x \geq x^2 + 30x + 3300 \Leftrightarrow x^2 - 140x + 3300 \leq 0.$$

$$\text{Xét } x^2 - 140x + 3300 = 0 \Rightarrow x = 30 \vee x = 110.$$

Bảng xét dấu:

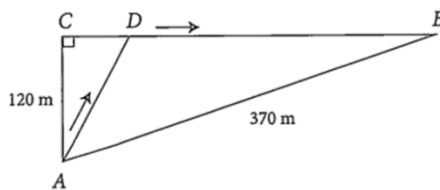
x	$-\infty$	30	110	$+\infty$	
$x^2 - 140x + 3300$	+	0	-	0	+

$$\text{Ta có: } x^2 - 140x + 3300 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [30; 110].$$

Vậy nếu nhà sản xuất làm ra từ 30 đến 110 sản phẩm thì họ sẽ không bị lỗ.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 30 \\ b = 110 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 140$$

Câu 2: Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A , cách cửa hang của mình tại vị trí B là $370m$ để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A $120m$ để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15m/s$. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?



Lời giải

Trả lời: 50

Gọi thời gian chú thỏ chạy trên đoạn AD là $x(0 < x < 30)$ (giây),

Khi đó thời gian chú thỏ chạy trên đoạn BD là $30 - x$ (giây).

Do đó, quãng đường AD và BD lần lượt là $13x(m)$ và $15(30 - x)(m)$.

Độ dài quãng đường BC là: $\sqrt{370^2 - 120^2} = 350(m)$.

Tam giác ACD vuông tại C nên $CD = \sqrt{(13x)^2 - 120^2} (m)$.

Mặt khác, $CD = BC - BD = 350 - 15(30 - x)(m)$.

Do đó, ta có: $\sqrt{(13x)^2 - 120^2} = 350 - 15(30 - x)$.

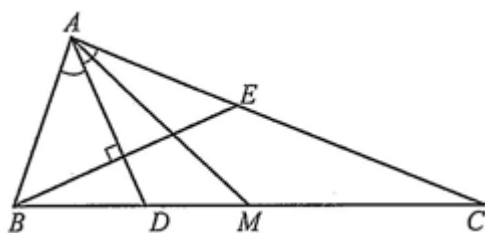
Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $0 < x < 30$, ta nhận $x = 10$ (giây).

Vậy khoảng cách giữa vị trí C và vị trí D là: $350 - 15 \cdot (30 - 10) = 50(m)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x - y - 2 = 0, y = 0$. Giả sử $B(1; 3)$. Xác định giá trị tung độ của điểm C .

Lời giải

Trả lời: -6



Tọa độ A là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} y = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Suy ra $A(2; 0)$.

Gọi E là điểm đối xứng với B qua AD thì ta có $E \in AC$ và $E(1; -3)$

Đường thẳng AC đi qua hai điểm A và E nên $AC: \frac{x-2}{1-2} = \frac{y-0}{-3-0} \Leftrightarrow 3x - y - 6 = 0$

Điểm C thuộc đường thẳng AC , M là trung điểm BC

Nên giả sử $C(c; 3c-6)$ và $M\left(\frac{c+1}{2}; \frac{3c-3}{2}\right)$

Điểm M thuộc đường thẳng AM nên $\frac{c+1}{2} - \frac{3c-3}{2} - 2 = 0 \Leftrightarrow c = 0$.

Vậy $C(0; -6)$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1: x-y=0$, $d_2: x-7y=0$. Tính bán kính đường tròn (C') có tâm I nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1, d_2 . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,32

Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C') . Ta có: $I \in (C) \Leftrightarrow (a-2)^2 + b^2 = \frac{4}{5}$.

Đường tròn (C') tiếp xúc với hai đường thẳng d_1 và d_2

$$\Leftrightarrow d(I, d_1) = d(I, d_2) = R \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a-7b|}{\sqrt{50}} \Leftrightarrow 5|a-b| = |a-7b|$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-1}{2}b \text{ hoặc } a = 2b.$$

$$\gg a = \frac{-1}{2}b \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}b - 2\right)^2 + b^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{5}{4}b^2 + 2b + \frac{16}{5} = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

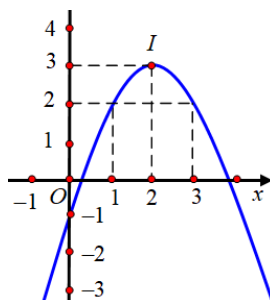
$$\gg a = 2b \Rightarrow (2b - 2)^2 + b^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 5b^2 - 8b + \frac{16}{5} = 0 \Leftrightarrow b = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{8}{5}, R = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Vậy đường tròn (C') có phương trình là: $\left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó, tính giá trị của biểu thức $4a + 2b + c$



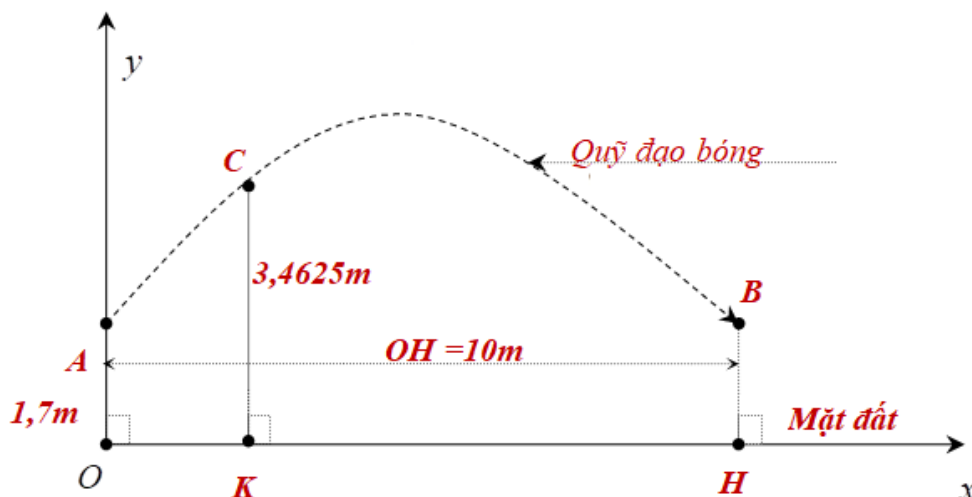
Lời giải

Vì đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; -1)$, $(1; 2)$, $(2; 3)$ nên thay vào phương trình Parabol ta có

$$\begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = -1 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow 4a + 2b + c = 3.$$

Vậy $4a + 2b + c = 3$.

Câu 2: Trong chuỗi hoạt động Văn hóa – Thể dục thể thao chào mừng ngày thành lập Đoàn Thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh của trường, có 2 học sinh An và Bình đã tham gia thi đấu bóng chuyền cùng các bạn. An đứng tại vị trí O thực hiện một đường chuyền bóng dài cho Bình đứng tại vị trí H , quả bóng di chuyển theo một đường parabol (hình vẽ bên dưới). Quả bóng rời tay An ở vị trí A và tay Bình bắt được quả bóng ở vị trí B , khi quả bóng di chuyển từ An đến Bình thì đi qua điểm C . Quy ước trục Ox là trục đi qua hai điểm O và H , trục Oy đi qua hai điểm O và A như hình vẽ. Biết rằng $OA = BH = 1,7$ m; $CK = 3,4625$ m; $OK = 2,5$ m; $OH = 10$ m. Hãy xác định khoảng cách lớn nhất của quả bóng so với mặt đất khi An chuyền bóng cho Bình.



Lời giải

Giả sử quỹ đạo của bóng là đồ thị hàm bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Ta có $A(0; 1,7)$; $C(2,5; 3,4625)$; $B(10; 1,7)$ thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Khi đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 1,7 \\ 2,5^2 a + 2,5b + c = 3,4625 \\ 100a + 10b + c = 1,7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-47}{500} = -0,094 \\ b = \frac{47}{50} = 0,94 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = -0,094x^2 + 0,94x + 1,7$$

Bảng biến thiên

x	0	5	$+\infty$
y		4,05	

Vậy khoảng cách lớn nhất của quả bóng so với mặt đất khi An chuyền bóng cho Bình là $4,05\text{ m}$.

Câu 3: Cho hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Tìm tung độ điểm M trên trục Oy sao cho B nằm giữa O và M đồng thời diện tích tam giác MAB bằng 1?

Lời giải

Ta có: $AB = 5$, đường thẳng AB có phương trình: $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0$

Gọi $M(0; m) \in Oy$, do B nằm giữa O và M nên $m > 4$.

Vì diện tích tam giác MAB bằng 1 nên $d(M, AB) = \frac{2}{5}$.

$$\text{Suy ra } \frac{|3m - 12|}{5} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{14}{3} > 4 \\ m = \frac{10}{3} < 4 \text{ (loại)} \end{cases}$$

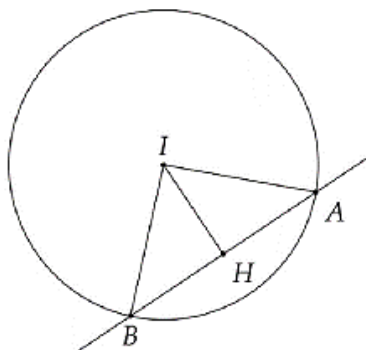
Vậy tung độ điểm M là $\frac{14}{3}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. Đường thẳng $d: x + by + c = 0$ đi qua điểm $M(1; -3)$ cắt (C) tại hai điểm A, B . Biết diện tích tam giác IAB bằng 8. Tính giá trị $4b + 8c$.

Lời giải

Vì $M(1; -3) \in d \Rightarrow 1 - 3b + c = 0 \Rightarrow c = 3b - 1$.

(C) có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{20}$.



Kẻ $IH \perp AB$ ($H \in AB$). Ta có $S_{LAB} = 8 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot IH \cdot AB = 8 \Rightarrow IH \cdot AB = 16$.

Xét tam giác vuông IAH , ta có:

$$IA^2 = IH^2 + AH^2 \Leftrightarrow IH^2 + \frac{AB^2}{4} = 20 \Leftrightarrow IH^2 + \frac{16^2}{4IH^2} = 20 \Leftrightarrow IH^4 - 20IH^2 + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IH^2 = 4 \\ IH^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IH = 2 \\ IH = 4 \end{cases}$$

- TH1: $IH = 4 \Leftrightarrow d(I, d) = 4 \Leftrightarrow \frac{|2-b+c|}{\sqrt{1+b^2}} = 4 \Leftrightarrow |1+2b| = 4\sqrt{1+b^2}$

$$\Leftrightarrow 1+4b+4b^2 = 16+16b^2 \Leftrightarrow 12b^2 - 4b + 15 = 0 \text{ (vn)}$$

- TH2: $IH = 2 \Leftrightarrow d(I, d) = 2 \Leftrightarrow \frac{|2-b+c|}{\sqrt{1+b^2}} = 2 \Leftrightarrow |1+2b| = 2\sqrt{1+b^2}$

$$\Leftrightarrow 1+4b+4b^2 = 4+4b^2 \Leftrightarrow b = \frac{3}{4}$$

Suy ra $c = \frac{5}{4} \Rightarrow 4b + 8c = 3 + 10 = 13$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 10 - ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho hàm số $y = 2x^2 + 4x - 2023$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

- Câu 2:** Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là
- A.** $M(0; -2), N(2; -4)$. **B.** $M(-1; -1), N(-2; 0)$.
C. $M(-3; 1), N(3; -5)$. **D.** $M(1; -3), N(2; -4)$.

Câu 3: Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

- A.** $f(x) = -x^2 + 5x - 6$. **B.** $f(x) = x^2 + 5x - 6$.
C. $f(x) = x^2 - 5x - 6$. **D.** $f(x) = -x^2 - 5x + 6$.
- Câu 4:** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$ là
- A.** \emptyset **B.** $\{-3\}$ **C.** $\{1; -3\}$ **D.** $\{1\}$.
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 3 = 0$ và $d_2: x + 2y + 1 = 0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là
- A.** $d_1 \equiv d_2$. **B.** $d_1 // d_2$.
C. $d_1 \perp d_2$. **D.** Cắt nhau và không vuông góc.
- Câu 6:** Cho Parabol $(P): y^2 = 2px (p > 0)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
- A.** (P) có tiêu điểm $F\left(0; \frac{p}{2}\right)$.
B. (P) có tiêu điểm $F\left(-\frac{p}{2}; 0\right)$.
C. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: y = \frac{p}{2}$.
D. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.
- Câu 7:** Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2; 1)$. Tính tổng $S = a + c$
- A.** $S = 5$. **B.** $S = -5$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 1$.

Câu 8: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 9: Phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = 5 - x$ có nghiệm là $x = \frac{a}{b}$. Khi đó $a + 2b$ bằng:

- A. 10. B. 33. C. 17. D. 13.

Câu 10: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(1; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$ là:

- A. $3x - 2y - 7 = 0$. B. $2x + 3y + 4 = 0$. C. $x + 3y + 5 = 0$. D. $2x + 3y - 3 = 0$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để góc giữa hai đường thẳng $d: mx + (m-1)y + 2 = 0$ và $\Delta: x - y + 2 = 0$ bằng 30° . Tích tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. 1. B. $-\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. -1.

Câu 12: Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ tới hai tiêu điểm bằng

- A. 4. B. 6. C. 12. D. $\sqrt{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ (*).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$		
b)	Phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có tập nghiệm là $\{-2; 11\}$		
c)	$x = 11$ là một nghiệm của phương trình (*)		
d)	Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$		

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $I(-2; 3)$ và điểm $M(2; 5)$ và hai đường thẳng

$$d: 12x - 5y + 13 = 0 \text{ và } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases}.$$

a) Đường tròn tâm I và đi qua M có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

b) Đường tròn tâm I và đi qua M có phương trình $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$.

c) Đường tròn tâm I và tiếp xúc đường thẳng d có phương trình $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

d) Phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases}$ và đi qua hai điểm I và M

là: $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 85$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao $8,5m$ và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao $6m$. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (đơn vị: giây, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -t \end{cases}$ và điểm $A(3;10)$. Điểm $M(a;b)$ thuộc đường thẳng Δ sao cho đoạn thẳng AM ngắn nhất. Tính $S = a + b$.

Câu 3: Phương trình đường tròn (C) có tâm $B(1;1)$ và cắt $d: 3x + 4y + 8 = 0$ tại M, N thỏa mãn $MN = 8$ có đường kính bằng bao nhiêu?

Câu 4: Cho của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một công ty bắt đầu sản xuất và bán một loại xe máy từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong hai năm liên tiếp 2018 và 2019 lần lượt là 4 nghìn và 4,5 nghìn chiếc. Theo nghiên cứu dự báo thị trường của công ty, trong khoảng 10 năm kể từ 2018, số lượng xe máy loại đó bán được mỗi năm có thể được xấp xỉ bởi một hàm số bậc hai. Giả sử t là thời gian (theo đơn vị năm) tính từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong năm 2018 và năm 2019 lần lượt được biểu diễn bởi các điểm $(0; 4)$ và $(1; 4,5)$. Giả sử điểm $(0; 4)$ là đỉnh đồ thị của hàm số bậc hai này. Hỏi đến năm bao nhiêu thì số lượng xe máy đó bán được trong năm sẽ vượt mức 40 nghìn chiếc?

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và cắt tia Ox , tia Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất. Hãy viết phương trình của d .

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn tâm $O(0;0)$ cắt đường thẳng $(\Delta): x + 2y - 5 = 0$ tại hai điểm $M; N$ sao cho $MN = 4$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = 2x^2 + 4x - 2023$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a > 0$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

Áp dụng: Ta có $-\frac{b}{2a} = -1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 2: Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

- A.** $M(0; -2), N(2; -4)$.
- B.** $M(-1; -1), N(-2; 0)$.
- C.** $M(-3; 1), N(3; -5)$.
- D.** $M(1; -3), N(2; -4)$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $M(1; -3), N(2; -4)$.

Câu 3: Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

- A.** $f(x) = -x^2 + 5x - 6$.
- B.** $f(x) = x^2 + 5x - 6$.
- C.** $f(x) = x^2 - 5x - 6$.
- D.** $f(x) = -x^2 - 5x + 6$.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta có $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x = 2, x = 3$ và $f(x) > 0$ khi $x \in (2; 3)$

Do đó $f(x) = -x^2 + 5x - 6$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$ là

- A. \emptyset B. $\{-3\}$ C. $\{1; -3\}$. D. $\{1\}$.

Lời giải

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 1+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - y + 3 = 0$ và $d_2 : x + 2y + 1 = 0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $d_1 \equiv d_2$. B. $d_1 // d_2$.
C. $d_1 \perp d_2$. D. Cắt nhau và không vuông góc.

Lời giải

Ta có: d_1 và d_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -1), \vec{n}_2 = (1; 2)$.

Mà $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Rightarrow d_1$ và d_2 vuông góc.

Câu 6: Cho Parabol $(P): y^2 = 2px (p > 0)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. (P) có tiêu điểm $F\left(0; \frac{p}{2}\right)$.
B. (P) có tiêu điểm $F\left(-\frac{p}{2}; 0\right)$.
C. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: y = \frac{p}{2}$.
D. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

Lời giải

Theo tính chất của Parabol $(P): y^2 = 2px (p > 0)$.

Ta có (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và có phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

Do đó mệnh đề đúng là đáp án **D**.

Câu 7: Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2; 1)$. Tính tổng $S = a + c$

- A. $S = 5$. B. $S = -5$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Lời giải

Vì (P) có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2; 1)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{4}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow S = a + c = -5$$

Câu 8: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Điều kiện $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Câu 9: Phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = 5 - x$ có nghiệm là $x = \frac{a}{b}$. Khi đó $a + 2b$ bằng:

- A. 10. B. 33. C. 17. D. 13.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = 5 - x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ 5 - x \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 = (5 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x \leq 5 \\ 12x = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x \leq 5 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}.$$

Vậy $a = 7; b = 3$. Suy ra $a + 2b = 13$.

Câu 10: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(1; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$ là:

- A. $3x - 2y - 7 = 0$. B. $2x + 3y + 4 = 0$. C. $x + 3y + 5 = 0$. D. $2x + 3y - 3 = 0$.

Lời giải

Ta có $d \perp \Delta$ nên d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3)$.

Mà đường thẳng d đi qua $A(1; -2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là:

$$2(x - 1) + 3(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 4 = 0.$$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để góc giữa hai đường thẳng $d: mx + (m - 1)y + 2 = 0$ và $\Delta: x - y + 2 = 0$ bằng 30° . Tích tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. 1. B. $-\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. -1.

Lời giải

Đường thẳng d nhận $\vec{n}_1 = (m; m - 1)$ là 1 vectơ pháp tuyến.

Đường thẳng Δ nhận $\vec{n}_2 = (1; -1)$ là 1 vectơ pháp tuyến.

$$\text{Ta có: } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|m-1 \cdot (m-1)|}{\sqrt{m^2 + (m-1)^2} \sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{2m^2 - 2m + 1}} \Leftrightarrow \sqrt{3(2m^2 - 2m + 1)} = \sqrt{2} \Leftrightarrow 6m^2 - 6m + 1 = 0.$$

Vì $\Delta' = 3 > 0 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt và $m_1 \cdot m_2 = \frac{1}{6}$.

Câu 12: Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ tới hai tiêu điểm bằng

- A. 4. B. 6. C. 12. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 3.$$

Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip tới hai tiêu điểm bằng $2a = 2 \cdot 3 = 6$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ (*).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$		
b)	Phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có tập nghiệm là $\{-2; 11\}$		
c)	$x = 11$ là một nghiệm của phương trình (*)		
d)	Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} + x + 5 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5.$$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được:

$$2x^2 + x + 3 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Rightarrow x = 11 \text{ hoặc } x = -2$$

Thay lần lượt $x = 11; x = -2$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều không thỏa mãn.

Do đó, phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$

b) Đúng

Phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có tập nghiệm là $\{-2; 11\}$

$$x^2 - 9x - 22 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow S' = \{11; -2\}$$

c) Sai

Ta thấy $x = 11$ không thoả phương trình (*)

d) Đúng

Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$

Ta thấy $x = 11, x = -2$ đều không thoả phương trình (*)

Vậy tập nghiệm của phương trình (*) đã cho là $S = \emptyset$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $I(-2;3)$ và điểm $M(2;5)$ và hai đường thẳng

$$d: 12x - 5y + 13 = 0 \text{ và } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases}.$$

a) Đường tròn tâm I và đi qua M có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

b) Đường tròn tâm I và đi qua M có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 10$.

c) Đường tròn tâm I và tiếp xúc đường thẳng d có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

d) Phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases}$ và đi qua hai điểm I và M

$$\text{là: } (x+4)^2 + (y-4)^2 = 85.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng: Đường tròn tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;5)$ có bán kính

$$R = IM = \sqrt{(2+2)^2 + (5-3)^2} = 2\sqrt{5}.$$

b) Sai: Đường tròn tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;5)$ có bán kính

$$R = IM = \sqrt{(2+2)^2 + (5-3)^2} = 2\sqrt{5}.$$

Suy ra phương trình đường tròn cần tìm: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 20$.

c) Đúng: Đường tròn tâm $I(-2;3)$ và tiếp xúc đường thẳng $d: 12x - 5y + 13 = 0$ có bán kính

$$R = d(I, d) = \frac{|12 \cdot (-2) - 5 \cdot 3 + 13|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = 2.$$

Phương trình đường tròn cần tìm: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$

d) Sai: Gọi K là tâm của đường tròn, ta có $K \in \Delta$ và $KI = KM = R$.

$$K \in \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases} \Rightarrow K(t; -t).$$

$$KI = KM \Leftrightarrow KI^2 = KM^2 \Leftrightarrow (-2-t)^2 + (3+t)^2 = (2-t)^2 + (5+t)^2 \Leftrightarrow -4t + 16 = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

Suy ra đường tròn có tâm $K(4; -4)$ và bán kính $R = KM = \sqrt{85}$ có phương trình là:

$$(x-4)^2 + (y+4)^2 = 85.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

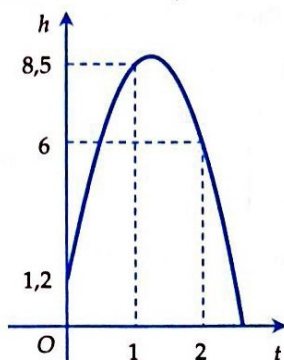
Câu 1: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao $8,5m$ và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao $6m$. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (đơn vị: giây, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 2,58

Gọi phương trình của parabol quỹ đạo là $h = at^2 + bt + c$.

Từ giả thiết suy ra parabol đi qua các điểm $(0;1,2)$, $(1;8,5)$ và $(2;6)$.



Từ đó ta có

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Vậy phương trình của parabol quỹ đạo là $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Giải phương trình

$$h = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 12,2t + 1,2 = 0 \text{ ta tìm được một nghiệm dương là } t \approx 2,58.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -t \end{cases}$ và điểm $A(3;10)$. Điểm $M(a;b)$ thuộc đường thẳng Δ sao cho đoạn thẳng AM ngắn nhất. Tính $S = a + b$.

Lời giải

Trả lời: 1

$$M \in \Delta \Rightarrow M(3 + 2t; -t) \Rightarrow \overline{AM} = (2t; -t - 10)$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(2t)^2 + (-t - 10)^2} = \sqrt{5t^2 + 20t + 100} = \sqrt{5(t + 2)^2 + 80} \geq \sqrt{80} = 4\sqrt{5}.$$

$$\Rightarrow AM \text{ ngắn nhất là } 4\sqrt{5} \text{ khi } t = -2 \Rightarrow M(-1; 2) \Rightarrow S = 1.$$

Câu 3: Phương trình đường tròn (C) có tâm $B(1;1)$ và cắt $d: 3x+4y+8=0$ tại M, N thỏa mãn $MN = 8$ có đường kính bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi H là hình chiếu của B lên $d: 3x+4y+8=0$.

Khi đó khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là $BH = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$.

H là trung điểm của MN nên $HM = 4$.

Suy ra bán kính đường tròn (C) là: $R = \sqrt{BH^2 + HM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Vậy đường kính đường tròn (C) là: 10.

Câu 4: Cho của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 8

Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$.

Điểm $M \in (H) \Leftrightarrow |MF_1 - MF_2| = 2a$.

Từ phương trình $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$ suy ra $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, (a > 0)$.

Vậy hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm M nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối là $|MF_1 - MF_2| = 2a = 8$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một công ty bắt đầu sản xuất và bán một loại xe máy từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong hai năm liên tiếp 2018 và 2019 lần lượt là 4 nghìn và 4,5 nghìn chiếc. Theo nghiên cứu dự báo thị trường của công ty, trong khoảng 10 năm kể từ 2018, số lượng xe máy loại đó bán được mỗi năm có thể được xấp xỉ bởi một hàm số bậc hai. Giả sử t là thời gian (theo đơn vị năm) tính từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong năm 2018 và năm 2019 lần lượt được biểu diễn bởi các điểm $(0; 4)$ và $(1; 4,5)$. Giả sử điểm $(0; 4)$ là đỉnh đồ thị của hàm số bậc hai này. Hỏi đến năm bao nhiêu thì số lượng xe máy đó bán được trong năm sẽ vượt mức 40 nghìn chiếc?

Lời giải

Vì số lượng xe máy loại đó bán được mỗi năm có thể được xấp xỉ bởi một hàm số bậc hai nên gọi hàm số này có dạng $y = at^2 + bt + c$ (trong đó t là thời gian (đơn vị năm), y là số lượng xe máy bán được qua từng năm (đơn vị nghìn chiếc)).

Điểm $(0; 4)$ là đỉnh đồ thị của hàm số bậc hai, ta có
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 4,5)$, ta có $a + 4 = 4,5 \Leftrightarrow a = 0,5$.

Hàm số cần tìm là $y = 0,5t^2 + 4$.

Để số lượng xe máy đó bán được vượt mức 40 nghìn chiếc thì

$$0,5t^2 + 4 > 40 \Leftrightarrow t^2 > 72 \Rightarrow t > \sqrt{72} \approx 8,5 \Rightarrow t \approx 9 \text{ (năm)}.$$

Vậy đến năm 2027 thì số lượng xe máy đó bán được vượt mức 40 nghìn chiếc.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2)$ và cắt tia Ox , tia Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất. Hãy viết phương trình của d .

Lời giải

Do A, B lần lượt thuộc tia Ox, Oy và tồn tại tam giác OAB nên ta có $A(a; 0), B(0; b)$ với $a > 0, b > 0$. Lúc này, ta có:

+ Phương trình đường thẳng d là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

$$M(1; 2) \in d \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1.$$

+ Diện tích tam giác OAB : $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}ab$ (do $OA = |a| = a, OB = |b| = b$).

+ Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có:

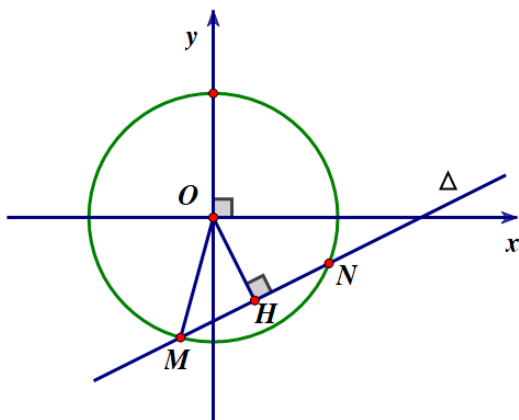
$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b}} \Rightarrow \frac{1}{2}ab \geq 4 \Rightarrow S_{OAB} \geq 4.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn tâm $O(0; 0)$ cắt đường thẳng $(\Delta): x + 2y - 5 = 0$ tại hai điểm $M; N$ sao cho $MN = 4$.

Lời giải



Gọi R là bán kính của đường tròn (C) thỏa đề bài.

Δ không qua $O(0;0)$ nên MN không phải là đường kính của (C) .

Gọi H là hình chiếu của O trên Δ thì H là trung điểm của MN

$$MH = \frac{1}{2}MN = 2.$$

$$OH = d(O; \Delta) = \frac{|-5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}.$$

$$R = MO = \sqrt{OH^2 + MH^2} = \sqrt{5 + 4} = 3.$$

Vậy $(C): x^2 + y^2 = 9$.

----- HẾT -----