MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II-TOÁN 11-KNTT* NĂM HỌC 2024-2025 (CẤU TRÚC: 3-3-2-2)

STT	Nội dung kiến thức	ĐƠN VỊ KIẾN THỨC	CẤP ĐỘ TƯ DUY												
			DẠNG 1 CÂU HỎI 4 LỰA CHỌN			DẠNG 2 CÂU HỎI ĐÚNG SAI			DẠNG 3 TRẢ LỜI NGẮN			DẠNG 4 TỰ LUẬN		
			NHẬN BIẾT	THÔNG HIỂU	VẬN DỤNG	NHẬN BIẾT	THÔNG HIỂU	VẬN DỤNG	NHẬN BIẾT	THÔNG HIỂU	VẬN DỤNG	NHẬN BIẾT	THÔNG HIỂU	VẬN DỤNG
1	**Hàm số mũ và hàm số logarit**	Lũy thừa với số mũ thực	Câu 1	Câu 2			**Câu 1** **Câu 2A**							
		Logarit	Câu 3	Câu 4						Câu 1			Câu 1A	
		Hàm số mũ và hàm số logarit		Câu 5									Câu 1B	
		Phương trình, bất phương trình mũ và logarit	Câu 6							Câu 2				Câu 2
2	**Quan hệ vuông góc trong không gian**	Hai đường thẳng vuông góc	Câu 7				**Câu 2B** **Câu 3**							
		Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng	Câu 8								Câu 3			
		Phép chiếu vuông góc	Câu 9											
		Hai mặt phẳng vuông góc	Câu 10											
		Khoảng cách		Câu 11							Câu 4			Câu 4
		Thể tích	Câu 12										Câu 3	
TỔNG			8	4			3			2	2		2	2
				12			3			4			4	

ĐỀ THỬ SỨC 01

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số dương $a \neq 1$ và các số thực α, β. Đẳng thức nào sau đây là **sai?**

A. $a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$. **B.** $a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha\beta}$. **C.** $\dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$. **D.** $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta} = a^{\alpha\beta}$.

Câu 2: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 3: Giá trị biểu thức $P = \log_5 3.\log_2 5 - \dfrac{\ln 9}{\ln 4}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 4: Cho hai số thực a,b với $a > 0, a \neq 1, b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_{a^2}|b| = \dfrac{1}{2}\log_a|b|$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_a a^2 = 1$.

C. $\dfrac{1}{2}\log_a b^2 = \log_a|b|$. **D.** $\dfrac{1}{2}\log_a b^2 = \log_a b$.

Câu 5: Tập hợp nghiệm của phương trình $3^{x^2-x-4} = \dfrac{1}{81}$ là

A. $\{0;4\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{2;1\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-2x)$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$ **D.** $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Vẽ $AH \perp (BCD)$. Biết H là trực tâm của tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB = CD$ **B.** $AC = BD$. **C.** $AB \perp CD$. **D.** $CD \perp BD$.

Câu 9: hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\alpha = 60^0$ **B.** $\alpha = 75^0$ **C.** $\tan\alpha = 1$ **D.** $\tan\alpha = \sqrt{2}$

Câu 10: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau. Bộ ba mặt phẳng vuông góc với nhau từng đôi một là

A. $(OAB),(ABC),(AOC)$ **B.** $(OAB),(OBC),(AOC)$

C. $(OAB),(OBC),(BAC)$ **C.** $(CAB),(OBC),(AOC)$

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả đều bằng a. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?

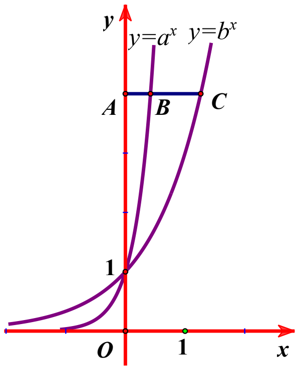
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 12: Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V=4V_1$ **B.** $V=6V_1$ **C.** $V=3V_1$ **D.** $V=2V_1$

PHẦN II. (3 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y=4$ cắt trục tung, đồ thị $y=a^x$, đồ thị $y=b^x$ lần lượt tại các điểm A,B,C thỏa mãn $AC=3AB$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) $0<b<1$.

c) $a<b$.

d) $a=b^3$.

Câu 2: Cho phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5}=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$. Biết phương trình có 1 nghiệm là $x=a$. Khi đó:

a) $a>0$;

b) số $a,2,3$ tạo thành cấp số cộng với công sai bằng $d=1$;

c) $\lim\limits_{x\to a}\left(x^2+2x+5\right)=7$;

d) Phương trình $\log_2\left(3x^2+ax+7\right)=3$ có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-2;\,0)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC}=60^0$, $SA=a\sqrt{3}$ và $SA\perp(ABCD)$. Khi đó:

a) $BD\perp(SAC)$.

b) Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 45°.

c) Tam giác SBD vuông tại S.

d) Góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) bằng 30°.

PHẦN III. (2 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Mức cường độ âm L đo bằng decibel (dB) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa $L(I)=10\log\dfrac{I}{I_0}$, trong đó $I_0=10^{-12}W/m^2$ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là *ngưỡng nghe*). Mức cường độ âm khi giao thông thành phố A có cường độ $I=10^{-4}W/m^2$ là bao nhiêu dB?

Câu 2: Cho phương trình: $8^{\frac{x}{x+2}}=4.3^{4-x}$. Hỏi tổng các nghiệm của phương trình là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2)

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều có đường cao SH vuông góc với $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa BD và (SAD), Khi đó $\sin\alpha$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn 2 chữ số thập phân)

Câu 4: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau $OA=OB=OC=\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến $mp(ABC)$?

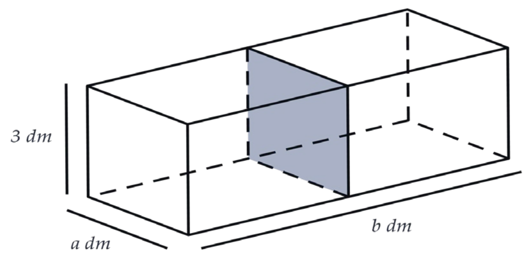
PHẦN 4. (2 điểm) TỰ LUẬN

Câu 1: Vẽ đồ thị của hàm số mũ $y=(\sqrt{2})^x$.

Câu 2: Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(m+6x)+\log_2\left(3-2x-x^2\right)=0$. Tìm tất cả các tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách từ đỉnh D' đến đường chéo AC'.

Câu 4: Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72\,\text{dm}^3$, chiều rộng là $a\,\text{dm}$, chiều dài là $b\,\text{dm}$, chiều cao là $3\,\text{dm}$. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn (như hình vẽ). Với giá trị a,b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu dm?



HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số dương $a \neq 1$ và các số thực α, β. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$. **B.** $a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha\beta}$. **C.** $\dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$. **D.** $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta} = a^{\alpha\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Thấy ngay $a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha\beta}$ sai.

Câu 2: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có, với $x > 0$: $P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}} = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.x^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x.x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

Câu 3: Giá trị biểu thức $P = \log_5 3.\log_2 5 - \dfrac{\ln 9}{\ln 4}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = \log_5 3.\log_2 5 - \dfrac{\ln 9}{\ln 4} = \log_2 5.\log_5 3 - \log_4 9 = \log_2 3 - \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3 - \log_2 3 = 0$

.

Câu 4: Cho hai số thực a, b với $a > 0, a \neq 1, b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_{a^2}|b| = \dfrac{1}{2}\log_a |b|$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_a a^2 = 1$.

C. $\dfrac{1}{2}\log_a b^2 = \log_a |b|$. **D.** $\dfrac{1}{2}\log_a b^2 = \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{1}{2}\log_a b^2 = \log_a |b|$ vì $b \neq 0$.

Câu 5: Tập hợp nghiệm của phương trình $3^{x^2-x-4} = \dfrac{1}{81}$ là

A. $\{0;4\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{2;1\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$3^{x^2-x-4} = \frac{1}{81} \Leftrightarrow 3^{x^2-x-4} = 3^{-4} \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = -4 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right..$$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-2x)$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

Giải điều kiện $3-2x>0 \Leftrightarrow x<\frac{3}{2}$

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Vẽ $AH\perp(BCD)$. Biết H là trực tâm của tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB=CD$ **B.** $AC=BD$. **C.** $AB\perp CD$. **D.** $CD\perp BD$.

Lời giải

Chọn C

* $AH\perp(BCD)\Rightarrow AH\perp CD$

* H là trực tâm của tam giác $BCD\Rightarrow BH\perp CD$

Cho nên $(ABH)\perp CD\Rightarrow AH\perp CD$

Câu 9: hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\alpha=60^0$ **B.** $\alpha=75^0$ **C.** $\tan\alpha=1$ **D.** $\tan\alpha=\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của SC mặt phẳng $ABCD$ là $AC=a\sqrt{2}$, $SA=2a$.

Trong tam giác SAC vuông tại A nên $SA=2a$

Câu 10: Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc nhau. Bộ ba mặt phẳng vuông góc với nhau từng đôi một là

A. $(OAB),(ABC),(AOC)$ **B.** $(OAB),(OBC),(AOC)$

C. $(OAB),(OBC),(BAC)$ **C.** $(CAB),(OBC),(AOC)$

Lời giải

Chọn B

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả đều bằng a. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SO. Tam giác SOB vuông tại O và $OB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SB=a$ nên theo định lý Pitago tìm được $SO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 12: Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V=4V_1$ **B.** $V=6V_1$ **C.** $V=3V_1$ **D.** $V=2V_1$

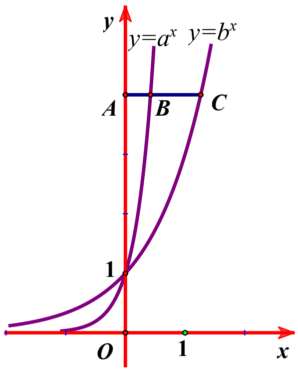
Lời giải

Chọn B

Hình lập phương chia thành 2 lăng trụ đứng có đáy là tam giác bằng nhau $ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$. Mỗi lăng trụ chia thành 3 hình tứ diện bằng nhau

PHẦN II. (3 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y=4$ cắt trục tung, đồ thị $y=a^x$, đồ thị $y=b^x$ lần lượt tại các điểm A,B,C thỏa mãn $AC=3AB$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) $0<b<1$.

c) $a<b$.

d) $a=b^3$.

Lời giải

a) Đúng. Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) Sai Từ đồ thị ta có hàm số $y=b^x$ đồng biến nên suy ra $b>1$

c) **Sai.** Hàm số $y=a^x$ có đồ thị (C_1)

Hàm số $y=b^x$ có đồ thị (C_2)

Lấy $M(1,y)\in(C_1)\Rightarrow M(1,a)$ và $N(1,y)\in(C_2)\Rightarrow N(1,b)$

Ta thấy điểm M nằm trên điểm N suy ra a>b

d) **Đúng** Theo đề bài ta có tọa độ các điểm là $A(0;4), B(\log_a 4;4)$ và $C(\log_b 4;4)$.

Theo giả thiết $AC=3AB \Leftrightarrow \log_b 4=3\log_a 4 \Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_4 b}=\dfrac{3}{\log_4 a}$

$\Leftrightarrow \log_4 a = 3\log_4 b \Leftrightarrow a = b^3$

Câu 2: Cho phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$. Biết phương trình có 1 nghiệm là $x = a$. Khi đó:

a) $a > 0$;
b) số $a, 2, 3$ tạo thành cấp số cộng với công sai bằng $d = 1$;
c) $\lim\limits_{x\to a}\left(x^2 + 2x + 5\right) = 7$;
d) Phương trình $\log_2\left(3x^2 + ax + 7\right) = 3$ có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải

a) **Đúng**. $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-3} \Leftrightarrow x - 5 = -x - 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$.

b) **Đúng**. Ba số $a, 2, 3$ tạo thành cấp số cộng với công sai bằng $d = 1$

c) **Sai.** $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2 + 2x + 5\right) = 8$

d) **Sai**. $\log_2\left(3x^2 + x + 7\right) = 3 \Leftrightarrow 3x^2 + x + 7 = 8 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^0$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Khi đó:

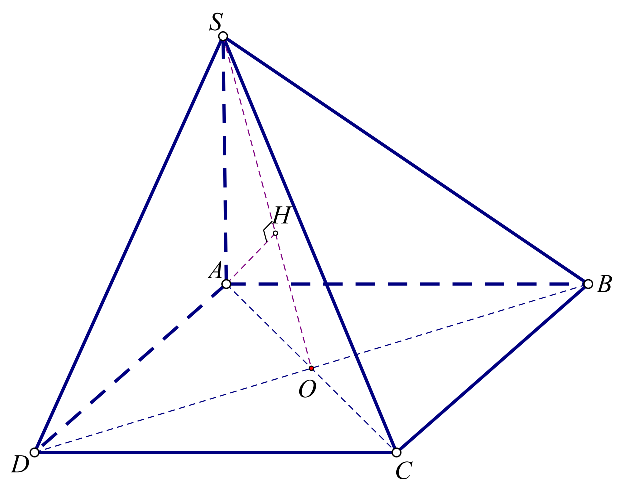
a) $BD \perp (SAC)$.

b) Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 45°.

c) Tam giác SBD vuông tại S.

d) Góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) bằng 30°.

Lời giải



a) **Đúng**. Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA\left(SA \perp (ABCD)\right) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Vì $\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$.

b) **Sai**. Ta có $\widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{SCA}$.

Do $AC = 2a; SA = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SCA} \neq 45^\circ$.

c) **Sai**. Ta có $SB = SD = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{7}; BD = 2a\sqrt{3}$.

Nhận xét: $SB^2 + SD^2 \neq BD^2$ nên tam giác SBD không vuông tại S.

d) Vì $\begin{cases} AH \perp SO \\ AH \perp BD\left(BD \perp (SAC)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp SB$

Suy ra $(AH, SB) = 90^\circ$

d) **Đúng**. Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD$, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SO, ta có:

$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AH$.

Từ $AH \perp SO, AH \perp BD$ suy ra $AH \perp (SBD)$, hay SH là hình chiếu vuông góc của SA lên (SBD),

Suy ra $\widehat{(SA,(SBD))} = \widehat{(SA,SO)} = \widehat{ASO}$.

Ta có ΔABC đều cạnh $2a$ nên $OA = a$.

ΔSAO vuông tại A nên $\tan\widehat{ASO} = \dfrac{OA}{SA} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{AOS} = 30^\circ$.

PHẦN III. (2 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Mức cường độ âm L đo bằng decibel (dB) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa $L(I) = 10\log\dfrac{I}{I_0}$, trong đó $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là *ngưỡng nghe*). Mức cường độ âm khi giao thông thành phố A có cường độ $I = 10^{-4} W/m^2$ là bao nhiêu dB?

Lời giải

Trả lời: 80

Mức cường độ âm của giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-4} W/m^2$ là

$$L(I) = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{10^{-4}}{10^{-12}} = 10\log 10^8 = 80(dB)$$

Câu 2: Cho phương trình: $8^{\frac{x}{x+2}} = 4.3^{4-x}$. Hỏi tổng các nghiệm của phương trình là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2)

Lời giải

Trả lời: 1,37

Điều kiện $x \neq -2$

Phương trình $\Leftrightarrow 2^{\frac{3x}{x+2}-2}=3^{4-x} \Leftrightarrow \frac{3x}{x+2}-2=(4-x)\log_2 3 \Leftrightarrow (x-4).\left(\frac{1}{x+2}+\log_2 3\right)=0$

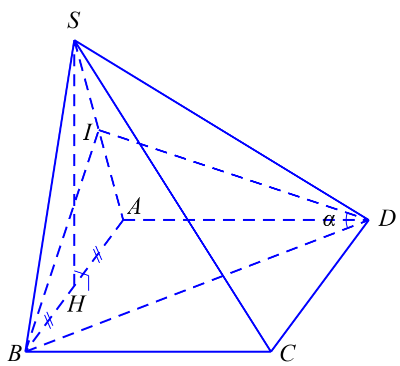
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-4=0 \\ \frac{1}{x+2}+\log_2 3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2-\log_3 2 \end{array}\right.$

Vậy tổng các nghiệm là: $x=4+\left(-2-\log_3 2\right)\approx 1,37$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều có đường cao SH vuông góc với $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa BD và (SAD), Khi đó $\sin\alpha$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn 2 chữ số thập phân)

Lời giải

Trả lời: 0,61



Gọi I là trung điểm SA. Ta có $BI\perp SA$ và $BI\perp AD$ (do $AD\perp AB$ và $AD\perp SH$).

Do đó $BI\perp(SAD)$. Khi đó: Hình chiếu của BD lên (SAD) là ID, góc giữa BD và (SAD) là $\alpha=\widehat{BDI}$.

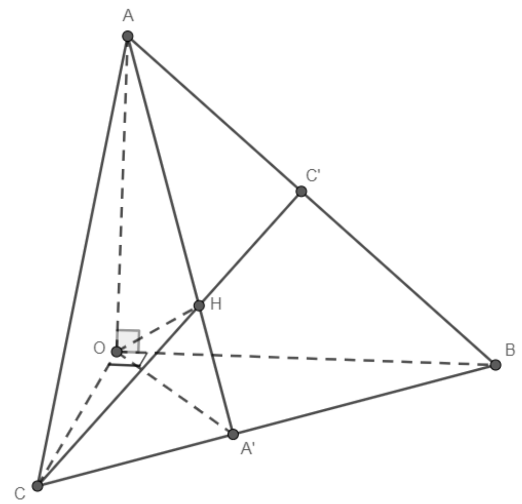
Đặt $AB=a$. Ta có $BI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$; $BD=a\sqrt{2}$.

Xét tam giác BID vuông tại I có $\sin\alpha=\frac{BI}{BD}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}\approx 0,61$.

Câu 4: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau $OA=OB=OC=\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến $mp(ABC)$?

Lời giải

Trả lời: 1



Gọi A' là chân đường cao kẻ từ A lên BC, C' là chân đường cao kẻ từ C lên AB.

Gọi H là giao của AA’ với CC’ suy ra H là trực tâm của tam giác ABC. Ta dễ dàng chứng minh được $OH \perp (ABC)$.

Do đó: $d(O;(ABC)) = OH$. Tính OH.

Ta có: Tam giác OAA' vuông tại O, có OH là đường cao. Suy ra : $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OA'^2}$ (1)

Lại có: Tam giác OBC vuông tại B, có OA' là đường cao. Suy ra: $\frac{1}{OA'^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$. Thay $OA = OB = OC = \sqrt{3}$ vào, ta được:

$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 \Leftrightarrow OH = 1.$

Vậy $d(O;(ABC)) = OH = 1$.

PHẦN 4. (2 điểm) TỰ LUẬN

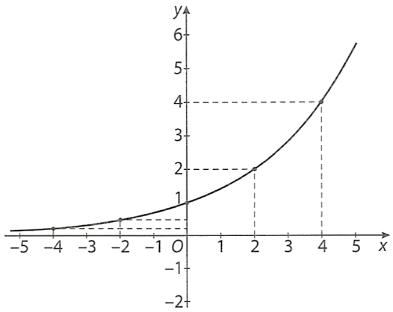
Câu 1: Vẽ đồ thị của hàm số mũ $y = (\sqrt{2})^x$.

Lời giải

Lập bảng giá trị của hàm số tại một số điểm như sau:

x	-4	-2	0	2	4
$y = (\sqrt{2})^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

Từ đó, ta vẽ được đồ thị của hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ như hình sau:



Câu 2: Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(m+6x)+\log_2\left(3-2x-x^2\right)=0$. Tìm tất cả các tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(m+6x)+\log_2\left(3-2x-x^2\right)=0 \Leftrightarrow \log_2\left(3-2x-x^2\right)=\log_2(m+6x)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x-x^2>0 \\ 3-2x-x^2=m+6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3<x<1 \\ m=-x^2-8x+3 \to f(x)=-x^2-8x+3 \end{cases}$.

Xét hàm số $f(x)=-x^2-8x+3$ trên $(-3;1)$, có bảng biến thiên

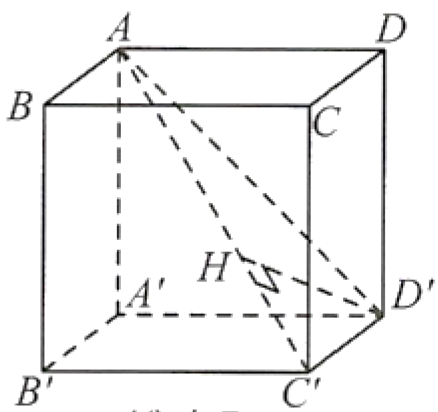
x	$-\infty$	-4	-3	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗		↘ 18	↘ -6	↘ $-\infty$

Dựa vào BBT, để $m=f(x)$ có nghiệm thuộc $(-3;1)$

$\Leftrightarrow f(-3)<m<f(1) \Leftrightarrow -6<m<18.$

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách từ đỉnh D' đến đường chéo AC'.

Lời giải



Hình 7

Gọi H là hình chiếu của D' trên AC'.

Ta có: $C'D' \perp A'D', C'D' \perp DD'$

$\Rightarrow C'D' \perp \left(ADD'A'\right) \Rightarrow C'D' \perp AD'$.

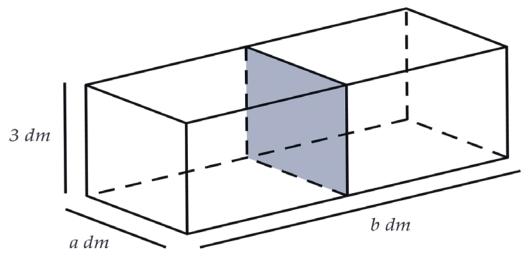
Do tam giác ADD' vuông cân tại D nên $AD' = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $D'AC'$ vuông tại D', ta có:

$$\frac{1}{D'H^2} = \frac{1}{D'A^2} + \frac{1}{D'C'^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow D'H = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy $d\left(D', AC'\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 4: Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72\,\text{dm}^3$, chiều rộng là $a\,\text{dm}$, chiều dài là $b\,\text{dm}$, chiều cao là $3\,\text{dm}$. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn (như hình vẽ). Với giá trị a,b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu dm?



Lời giải

Thể tích của bể cá: $V = 3ab = 72\,\text{dm}^3 \Leftrightarrow b = \dfrac{72}{3a} = \dfrac{24}{a}$, với $a,b > 0$.

Diện tích kính để làm bể cá như hình vẽ:

$$S = 3.3a + 2.3b + ab = 9a + 6.\frac{24}{a} + a.\frac{24}{a} = 9a + \frac{144}{a} + 24.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho hai số không âm $9a$ và $\dfrac{144}{a}$. Khi đó

$$9a + \frac{144}{a} \geq 2\sqrt{9a.\frac{144}{a}} \Leftrightarrow 9a + \frac{144}{a} \geq 36.$$

Từ đó $\Rightarrow S \geq 96$

Bể cá tốn ít nguyên liệu nhất khi $S = 96 \Leftrightarrow 9a = \dfrac{144}{a} \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow b = 6$.

Vậy $a + b = 4 + 6 = 10$ dm.

……………………….*HẾT*……………………….

ĐỀ THỬ SỨC 02

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

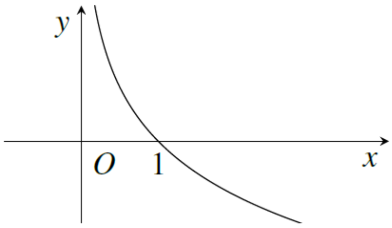
Câu 1: Cho $a>0,m,n\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left(a^m\right)^n=a^{n^m}$ **B.** $a^m+a^n=a^{m+n}$ **C.** $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{n-m}$ **D.** $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

Câu 2: Cho biểu thức $A=9^{\frac{2}{5}}\cdot 27^{\frac{2}{5}}$ và $B=144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $A+2B=25$ **B.** $A-B=-1$ **C.** $A.B=72$ **D.** $A+B=17$

Câu 3: Đồ thị hàm số như hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\log_{\frac{1}{3}}x$. **B.** $y=3^x$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$.

Câu 4: Trong các hàm số sau đây, hàm nào **không** là hàm số logarit?

A. $y=\log_7\dfrac{x}{2}$. **B.** $y=\log_{35}x$. **C.** $y=-\log_{\frac{7}{5}}x$. **D.** $y=x^2+\log_6 13$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 6: Số nghiệm của phương trình $\ln\left(x^2-6x+7\right)=\ln(x-3)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng:

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại B, SA vuông góc với đáy (ABC). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $SB\perp AC$. **B.** $SA\perp AB$. **C.** $SB\perp BC$. **D.** $SA\perp BC$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là:

A. AB. **B.** AD. **C.** CD. **D.** AC.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $BM\perp AC$. **B.** $(SBM)\perp(SAC)$. **C.** $(SAB)\perp(SBC)$. **D.** $(SAB)\perp(SAC)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\frac{a}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.

C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kính thước của nó.

D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=3Bh$.

PHẦN II. (3 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)=2^x$. Khi đó.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Phương trình $f(x)=4$ có nghiệm $x=2$.

d) Có đúng 3 số nguyên x thỏa mãn $\log_2(f(x))-x^2+2>0$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H,K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB,SD. Khi đó:

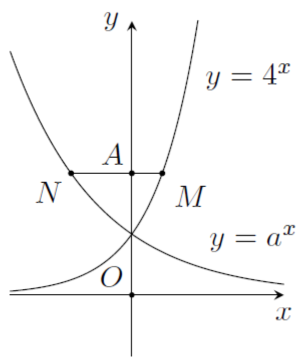
a) Tam giác SBC vuông.

b) Tam giác SCD vuông.

c) $SC\perp(AHK)$.

d) $HK\perp SC$.

Câu 3: Cho a là số thực dương và một đường thẳng song song với trục hoành cắt các đồ thị hàm số $y=4^x$, $y=a^x$ và trục tung theo thứ tự tại các điểm M,N,A thỏa mãn $AN=2AM$ (như hình vẽ bên).



a) Hàm số $y=4^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x=0$.

c) Hoành độ của điểm N gấp đôi hoành độ của điểm M.

d) $2a=1$.

PHẦN III. (2 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richer. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiên lần biên độ động đất ở Nhật Bản?

Câu 2: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức $P = P_0.e^{kx}$ (mmHg),trong đó x là độ cao (đo bằng mét), $P_0 = 760$ (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển $(x=0)$, k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là $672,71$ (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, $SA \perp AB$, $SC \perp BC$, $SB = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC. Gọi α là góc giữa MN với (ABC). Tính $\cos\alpha$. *(làm tròn đến hàng phần chục).*

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách tứ B đến (SCD) bằng $\frac{\sqrt{3n}}{n}a, n > 0$. Tính $T = 289n$.

PHẦN 4. (2 điểm) TỰ LUẬN

Câu 1: Cho x, y và z là các số thực lớn hơn 1 và gọi w là số thực dương sao cho $\log_x w = 24$, $\log_y w = 40$ và $\log_{xyz} w = 12$. Tính $\log_z w$.

Câu 2: Giải phương trình $\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-x+2} = \left(3-2\sqrt{2}\right)^{x^3-2}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) theo a, biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $12cm$. Gọi MN là đoạn vuông góc chung của các cạnh AB và CD với $M \in AB, N \in CD$. Biết rằng thể tích của khối tứ diện $MNBD$ có kết quả bằng $a\sqrt{b}\ cm^3$ $\left(a,b \in \mathbb{N}^*\right)$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $a>0, m, n\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left(a^m\right)^n = a^{n^m}$ **B.** $a^m + a^n = a^{m+n}$ **C.** $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$ **D.** $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Lời giải

Chọn D

Câu 2: Cho biểu thức $A=9^{\frac{2}{5}}\cdot 27^{\frac{2}{5}}$ và $B=144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $A+2B=25$ **B.** $A-B=-1$ **C.** $A.B=72$ **D.** $A+B=17$

Lời giải

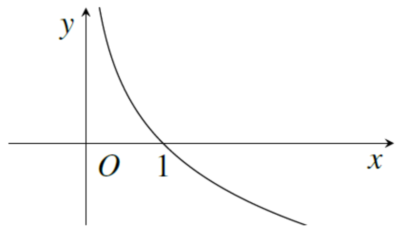
Chọn B

Ta có

$$A-B=9^{\frac{2}{5}}\cdot 27^{\frac{2}{5}}-144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}=\left(3^2\right)^{\frac{2}{5}}.\left(3^3\right)^{\frac{2}{5}}-\left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}}$$

$$=3^{\frac{4}{5}}.3^{\frac{6}{5}}-16^{\frac{3}{4}}=3^2-\left(2^4\right)^{\frac{3}{4}}=3^2-2^3=1$$

Câu 3: Đồ thị hàm số như hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\log_{\frac{1}{3}}x$. **B.** $y=3^x$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến, suy ra cơ số của hàm mũ (hoặc logarit) phải nhỏ hơn 1. Lại có đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên đây là đồ thị của hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}}x$.

Câu 4: Trong các hàm số sau đây, hàm nào **không** là hàm số logarit?

A. $y=\log_7\dfrac{x}{2}$. **B.** $y=\log_{35}x$. **C.** $y=-\log_{\frac{7}{5}}x$. **D.** $y=x^2+\log_6 13$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-4>0 \Leftrightarrow x>4$.

Tập xác định: $D=(4;+\infty)$.

Câu 6: Số nghiệm của phương trình $\ln\left(x^2-6x+7\right)=\ln(x-3)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $\ln\left(x^2-6x+7\right)=\ln(x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ x^2-6x+7=x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x^2-7x+10=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=5$

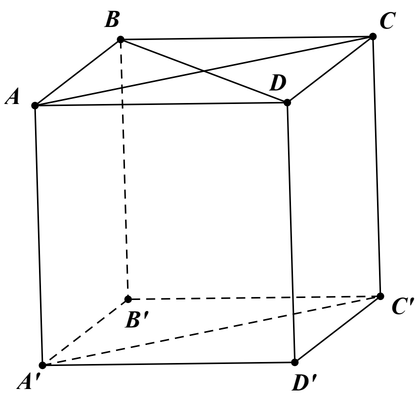
Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng:

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn B



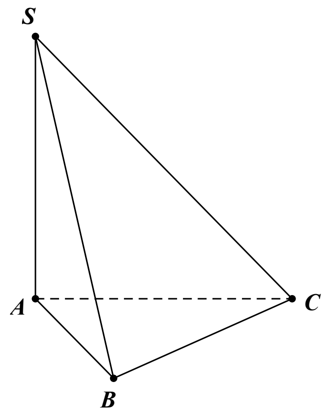
Vì $AC \parallel A'C'$ nên $\left(\widehat{A'C',BD}\right)=\left(\widehat{AC,BD}\right)=90°$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại B, SA vuông góc với đáy (ABC). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $SB \perp AC$. **B.** $SA \perp AB$. **C.** $SB \perp BC$. **D.** $SA \perp BC$.

Lời giải

Chọn A



Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB, SA \perp BC$

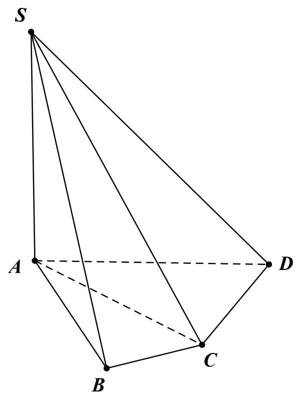
Vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Do đó $BC \perp SB$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là:

A. AB. **B.** AD. **C.** CD. **D.** AC.

Lời giải

Chọn D



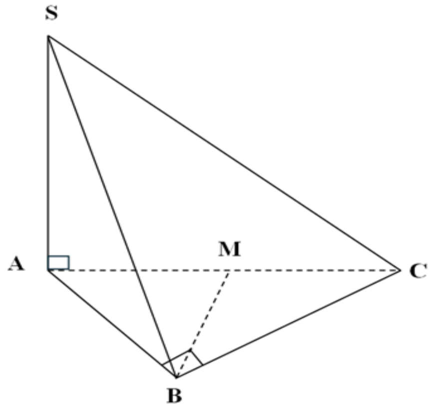
Hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $BM \perp AC$. **B.** $(SBM) \perp (SAC)$. **C.** $(SAB) \perp (SBC)$. **D.** $(SAB) \perp (SAC)$.

Lời giải

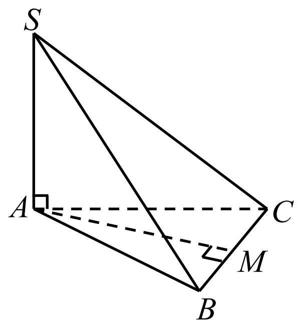
Chọn D



Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\frac{a}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Chọn D

Gọi M là trung điểm cạnh BC.

Ta có $\begin{cases} AM\perp BC \\ AM\perp SA \end{cases} \Rightarrow AM$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SA và BC.

Do đó $AM=d\left(SA,\,BC\right)=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.

C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kính thước của nó.

D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=3Bh$.

Lời giải

Chọn D

PHẦN II. (3 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=2^x$. Khi đó.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Phương trình $f\left(x\right)=4$ có nghiệm $x=2$.

d) Có đúng 3 số nguyên x thỏa mãn $\log_2\left(f\left(x\right)\right)-x^2+2>0$.

Lời giải

a) Đúng.

Theo định nghĩa hàm số mũ.

b) đúng.

Đúng vì tính chất hàm số mũ.

c) Đúng.

$$f\left(x\right)=4\Leftrightarrow 2^x=4\Leftrightarrow x=2.$$

d) Sai.

$$\log_2\left(f\left(x\right)\right)-x^2+2>0\Leftrightarrow \log_2\left(2^x\right)-x^2+2>0\Leftrightarrow x-x^2+2>0\Leftrightarrow -1<x<2.$$

Do vậy có 2 giá trị nguyên của x thỏa mãn là 0 và 1.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H,K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB,SD. Khi đó:

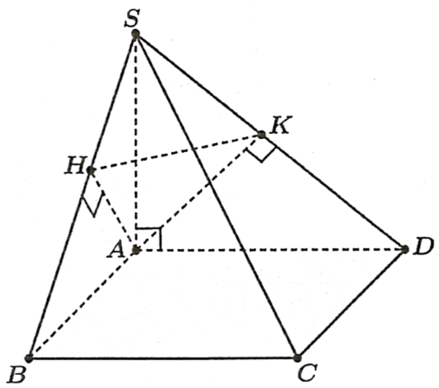
a) Tam giác SBC vuông.

b) Tam giác SCD vuông.

c) $SC\perp(AHK)$.

d) $HK\perp SC$.

Lời giải



a) Đúng.

Ta có: $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA(\text{ do } SA\perp(ABCD)) \end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)$.

Vì $\begin{cases} BC\perp(SAB) \\ SB\subset(SAB) \end{cases}\Rightarrow BC\perp SB$ hay ΔSBC vuông tại B.

b) Đúng.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA (\text{do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

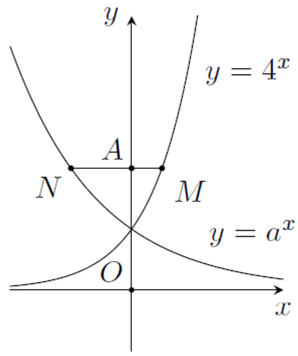
Vì $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ hay ΔSCD vuông tại D.

c) Đúng. Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC (\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$. (1)

Tương tự: $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD (\text{do } CD \perp (SAD)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$. (2)

d) Đúng. Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK)$, mà $HK \subset (AHK)$ nên $HK \perp SC$.

Câu 3: Cho a là số thực dương và một đường thẳng song song với trục hoành cắt các đồ thị hàm số $y = 4^x$, $y = a^x$ và trục tung theo thứ tự tại các điểm M, N, A thỏa mãn $AN = 2AM$ (như hình vẽ bên).



a) Hàm số $y = 4^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0$.

c) Hoành độ của điểm N gấp đôi hoành độ của điểm M.

d) $2a = 1$.

Lời giải

a) Đúng. Do $4 > 1$ nên hàm số $y = 4^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Sai. Theo đồ thị ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty$.

c) Sai. Theo hình vẽ ta có $\overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_A = -2(x_M - x_A) \quad (*) \\ y_N - y_A = -2(y_M - y_A) \end{cases}$

Mà $x_A = 0$ nên từ (*) ta có: $x_N = -2x_M$.

d) Đúng. Giả sử đường thẳng $y = m$ cắt các đồ thị hàm số $y = 4^x$, $y = a^x$ và trục tung theo thứ tự tại các điểm M, N, A thỏa mãn $AN = 2AM$. Khi đó, hoành độ của điểm M, N thỏa

$$\begin{cases} 4^{x_M} = m \\ a^{x_N} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \log_4 m \\ x_N = \log_a m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{1}{\log_m 4} \\ x_N = \dfrac{1}{\log_m a} \end{cases}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{\log_m a} = -\frac{2}{\log_m 4} \Leftrightarrow \log_m 4 = \log_m a^{-2} \Leftrightarrow a^{-2} = 4 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

PHẦN III. (2 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richer. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiên lần biên độ động đất ở Nhật Bản?

Lời giải

Trả lời: 100.

Phân tích: Ta có $M = \log\dfrac{A_1}{A_0} \Rightarrow \dfrac{A_1}{A_0} = 10^8$

Tương tự $\dfrac{A_2}{A_0} = 10^6 \Rightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{10^8}{10^6} = 100$

Câu 2: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức $P = P_0.e^{kx}$ (mmHg),trong đó x là độ cao (đo bằng mét), $P_0 = 760$ (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển $(x=0)$, k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là $672,71$ (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 527

Ở độ cao 1000 m áp suất không khí là $672,71$ (mmHg).

Nên ta có: $672,71 = 760e^{1000k}$

$\Leftrightarrow e^{1000k} = \dfrac{672,71}{760}$

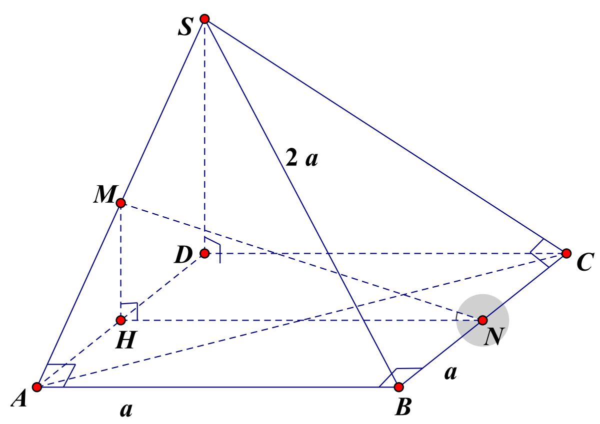
$\Leftrightarrow k = \dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{672,71}{760}$.

Áp suất ở độ cao 3000 m là $P = 760e^{3000k} = 760e^{3000.\frac{1}{1000}\ln\frac{672,71}{760}} \approx 527$ (mmHg)

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, $SA \perp AB$, $SC \perp BC$, $SB = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC. Gọi α là góc giữa MN với (ABC). Tính $\cos\alpha$. *(làm tròn đến hàng phần chục).*

Lời giải

Trả lời: 0,8



Gọi D là hình chiếu của S lên (ABC), ta có:

$\begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp CD$ và $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp AD$.

Mà ABC là tam giác vuông cân tại B nên $ABCD$ là hình vuông.

Gọi H là trung điểm của AD, ta có $MH // SD$ mà $\Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó HN là hình chiếu của MN lên (ABC).

$\Rightarrow \alpha = (MN,(ABC)) = (MN, NH) = \widehat{MNH}$.

$SC = \sqrt{SB^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

$SD = \sqrt{SC^2 - DC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

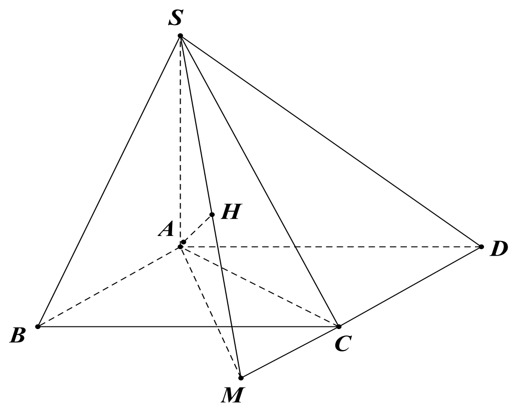
$\tan\alpha = \dfrac{MH}{NH} = \dfrac{\frac{1}{2}.SD}{AB} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{1+\tan^2\alpha}} = \sqrt{\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \approx 0,8$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^o$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng $\dfrac{\sqrt{3n}}{n}a, n > 0$. Tính $T = 289n$.

Lời giải

Trả lời: 2023



Ta có $AB//CD \Rightarrow d(B;(SCD)) = d(A;(SCD))$.

Kẽ $MA \perp CD (M \in CD)$,kẽ $AH \perp SM \Rightarrow SH \perp (SCD) \Rightarrow d(A,(SCD)) = SH$.

$SA = a$; $AM = \dfrac{2S_{ACD}}{CD} = \dfrac{S_{ABCD}}{CD} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ $\dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AM^2} \Rightarrow SM = \dfrac{\sqrt{21}}{7}a$

Vậy $T = 289n = 2023$.

PHẦN 4. (2 điểm) TỰ LUẬN

Câu 1: Cho x, y và z là các số thực lớn hơn 1 và gọi w là số thực dương sao cho $\log_x w = 24$, $\log_y w = 40$ và $\log_{xyz} w = 12$. Tính $\log_z w$.

Lời giải

$$\log_x w = 24 \Rightarrow \log_w x = \frac{1}{24}$$

$$\log_y w = 40 \Rightarrow \log_w y = \frac{1}{40}.$$

Lại do

$$\log_{xyz} w = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_w (xyz)} = 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_w x + \log_w y + \log_w z} = 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{40} + \log_w z} = 12 \Leftrightarrow \log_w z = \frac{1}{60} \Rightarrow \log_z w = 60.$$

Câu 2: Giải phương trình $\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-x+2} = \left(3-2\sqrt{2}\right)^{x^3-2}$

Lời giải

Nhận xét: $\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right) = 1$, $\Rightarrow 3-2\sqrt{2} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \left(3+2\sqrt{2}\right)^{-1}$ nên

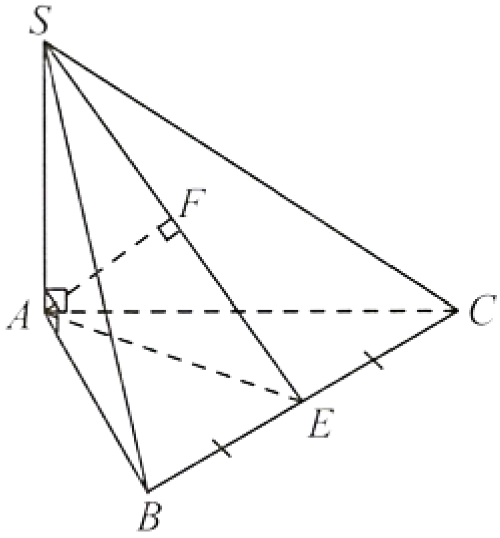
$$\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-x+2} = \left(3-2\sqrt{2}\right)^{x^3-2}$$

$$\Leftrightarrow \left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-x+2} = \left(3+2\sqrt{2}\right)^{2-x^3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 - x^3 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{array}\right..$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) theo a, biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Hình 1

Gọi E là trung điểm của BC thì $BC \perp AE$ (vì ΔABC đều). Ta có $BC \perp SA$ và $BC \perp AE \Rightarrow BC \perp (SAE)$ $\Rightarrow (SBC) \perp (SAE)$.

Trong mặt phẳng (SAE), vẽ $AF \perp SE (F \in SE)$.

Suy ra $AF \perp (SBC)$ hay $d(A,(SBC)) = AF$.

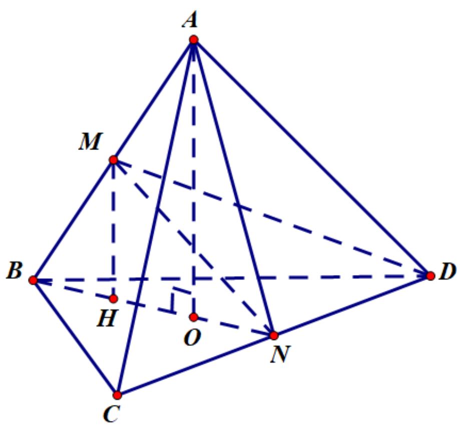
Xét ΔSAE vuông tại A:

$$\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow AF = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $d(A,(SBC)) = AF = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $12cm$. Gọi MN là đoạn vuông góc chung của các cạnh AB và CD với $M \in AB, N \in CD$. Biết rằng thể tích của khối tứ diện $MNBD$ có kết quả bằng $a\sqrt{b}\ cm^3 \left(a,b \in \mathbb{N}^*\right)$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Gọi O là trọng tâm tam giác BCD. Theo tính chất hình chóp đều ta có $AO \perp \left(BCD\right)$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD.

Ta có $\begin{cases} CD \perp BN \\ CD \perp AN \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp MN \ (1)$.

Mà tam giác NAB cân tại $N \Rightarrow MN \perp AB \ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra MN là doạn vuông góc chung của các cạnh AB, CD.

Gọi H là trung điểm BO, khi đó MH là đường trung bình tam giác ABO

$\Rightarrow MH = \frac{1}{2}AO,\ MH // AO$. Mà $AO \perp (BCD) \Rightarrow MH \perp (BCD)$.

Ta có $BO = \frac{2}{3}.\frac{12\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\ cm;\ AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = 4\sqrt{6}\ cm; MH = \frac{AO}{2} = 2\sqrt{6}\,cm.$

$S_{\Delta BDN} = \frac{1}{2}.\frac{12^2\sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3}\,cm^2.$

Vậy thể tích khối tứ diện $MNBD$ là:

$V = \frac{1}{3}S_{\Delta BDN}.MH = 36\sqrt{2}\ cm^3 \Rightarrow a = 36, b = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1300$.

ĐỀ THỬ SỨC 03

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số thực $a,b,m,n\left(a,b>0\right)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{a^m}{a^n}=\sqrt[n]{a^m}$. **B.** $\left(a^m\right)^n=a^{m+n}$. **C.** $\left(a+b\right)^m=a^m+b^m$. **D.** $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=\sqrt{x}$. **B.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $P=x^{\frac{2}{9}}$. **D.** $P=x^2$.

Câu 3: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b=16$. Giá trị của $4\log_2 a+\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 4: Cho $a,b,c>0$, $a\ne 1$ và số $\alpha\in\mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây ***sai***?

A. $\log_a a^c=c$. **B.** $\log_a a=1$.

C. $\log_a b^\alpha=\alpha\log_a b$. **D.** $\log_a\left|b-c\right|=\log_a b-\log_a c$.

Câu 5: Tập nghiệm S của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+1}$ là

A. $S=\left(1;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;1\right)$. **C.** $S=\left(0;1\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;+\infty\right)$.

Câu 6: Một người gửi 88 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất $1,68\%$ (mỗi quý). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó có được 100 triệu đồng cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu? (giả sử rằng lãi suất không đổi).

A. 2 năm. **B.** 1,5 năm. **C.** 8 năm. **D.** 3 năm.

Câu 7: Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm O. Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng d?

A. 3. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC'?

A. $A'D$. **B.** AC. **C.** BB'. **D.** AD'.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?

A. SB và AB. **B.** SB và SC. **C.** SA và SB. **D.** SB và BC.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có. Cạnh bên vuông góc với mặt đáy $\left(ABCD\right)$. Điểm I,K lần lượt là trung điểm của SA,SB. Khẳng định nào sau đây s**ai:**

A. $SO\perp BD$

B. $SA\perp BD$

C. $SC\perp BD$

D. $IK\perp BD$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách d từ D đến mặt phẳng (SBC).

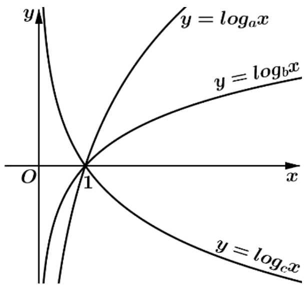
A. $d = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $d = a\sqrt{2}$. **C.** $d = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^0$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho các hàm số $y = \log_a x,\ y = \log_b x,\ y = \log_c x$ với a, b, c là ba số thực dương khác 1. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Đồ thị các hàm số trên đều đi qua điểm $A(1;0)$.

b) Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

c) Từ đồ thị ta có: $0 < c < 1 < a < b$.

d) Đường thẳng $x = k$ cắt hai đồ thị $y = \log_a x,\ y = \log_c x$ và trục Ox lần lượt tại các điểm M, N và A sao cho $AM = 2AN$. Khi đó $a.\sqrt{c} = 1$.

Câu 2: Cho bất phương trình: $\log_{\sqrt{2}-1}\left(2x^2 - 2\right) \geq \log_{\sqrt{2}-1}(5x+5)$.

a) Ta có: $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$.

b) Bất phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 2x^2 - 2 \leq 5x + 5 \\ 5x + 5 > 0 \end{cases}$

c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình là 0.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $BC \perp SA$

b) Tam giác SCD là tam giác có ba góc nhọn.

c) $SC \perp SB$

d) $SC \perp (AHK)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

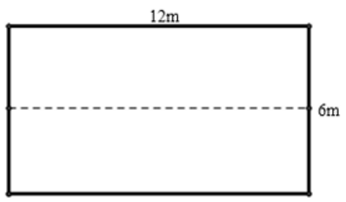
Câu 1: Nếu khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là M_0 (g) thì khối lượng carbon-14 còn lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t)=M_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ (g), trong đó $T=5730$ (năm) là chu kì bán rã của carbon-14. Nghiên cứu hóa thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon-14 hiện có trong hóa thạch là $5\cdot 10^{-13}$ (g). Nhờ biết tỉ lệ khối lượng carbon-14 so với carbon-12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là $M_0=1,2\cdot 10^{-2}$ (g). Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

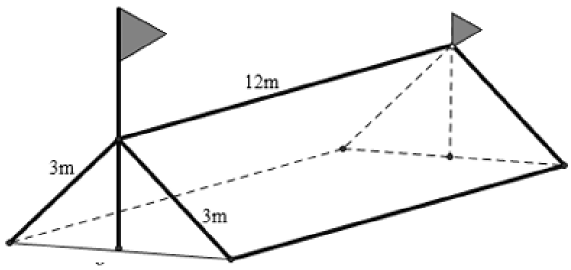
Câu 2: Cho $a,b,x>0$; $a>b$ và $b,\ x\neq 1$ thỏa mãn $\log_x\frac{a+2b}{3}=\log_x\sqrt{a}+\frac{1}{\log_b x^2}$. Khi đó biểu thức $P=\frac{2a^2+3ab+b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng $\frac{a}{b}$. Tính $a+b=?$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=8$, $AD=4$ và $CD=4$. Biết $SA\perp(ABCD)$, $SA=12$. Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB).

Câu 4: Một nhóm học sinh đi trải nghiệm. Họ dựng lều cắm trại trên nền đất bằng phẳng bằng cách gấp đôi tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài $12m$, rộng $6m$ theo đường nét đứt nối hai điểm là trung điểm hai cạnh của chiều rộng, sau đó dùng hai gậy có chiều dài bằng nhau làm cột chống theo phương thẳng đứng vuông góc với đường đã gấp (như trong 2 hình).

Tìm chiều cao của lều để không gian trong lều là lớn nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)





PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $4^{2x-3}=9$

Câu 2: Cho $a=\log_2 3, b=\log_5 2, c=\log_2 7$. Biểu diễn $\log_{42}15$ theo a,b,c ta thu được kết quả dạng $\frac{ab+m}{h.b\left(a+c+n\right)}$ với $h;m;n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $P=m.n+h$.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và số đo góc phẳng nhị diện mặt phẳng $[S,BC,D]$ bằng 60^o. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều, $(SAB)\perp(ABCD)$. Gọi I,F lần lượt là trung điểm của AB,AD. Tính $d(I,(SFC))$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số thực $a,b,m,n\left(a,b>0\right)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\frac{a^m}{a^n}=\sqrt[n]{a^m}$. **B.** $\left(a^m\right)^n=a^{m+n}$. **C.** $\left(a+b\right)^m=a^m+b^m$. **D.** $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2: Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=\sqrt{x}$. **B.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $P=x^{\frac{2}{9}}$. **D.** $P=x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

Câu 3: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b=16$. Giá trị của $4\log_2 a+\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

$4\log_2 a+\log_2 b=\log_2 a^4+\log_2 b=\log_2\left(a^4b\right)=\log_2 16=\log_2 2^4=4$.

Câu 4: Cho $a,b,c>0$, $a\ne 1$ và số $\alpha\in\mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây ***sai***?

A. $\log_a a^c=c$. **B.** $\log_a a=1$.

C. $\log_a b^\alpha=\alpha\log_a b$. **D.** $\log_a\left|b-c\right|=\log_a b-\log_a c$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Tập nghiệm S của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+1}$ là

A. $S=\left(1;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;1\right)$.

C. $S=\left(0;1\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{2x}<2^{x+1}\Leftrightarrow 2x<x+1\Leftrightarrow x<1$.

Câu 6: Một người gửi 88 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất $1,68\%$ (mỗi quý). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó có được 100 triệu đồng cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu? (giả sử rằng lãi suất không đổi).

A. 2 năm. **B.** 1,5 năm. **C.** 8 năm. **D.** 3 năm.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là vốn và lãi sau n kỳ hạn.

A là số vốn ban đầu.

r là lãi suất (theo quý).

Ta có: $M = A(1+r)^n$

$\Leftrightarrow 100000000 = 88000000(1+1,68\%)^n \Leftrightarrow (1+0,0168)^n = \dfrac{25}{22} \Leftrightarrow n \approx 8$

Vậy : Sau 8 quý (tức là sau 2 năm) người đó sẽ có được 100 triệu đồng cả vốn lẫn lãi.

Câu 7: Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm O. Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng d?

A. 3. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

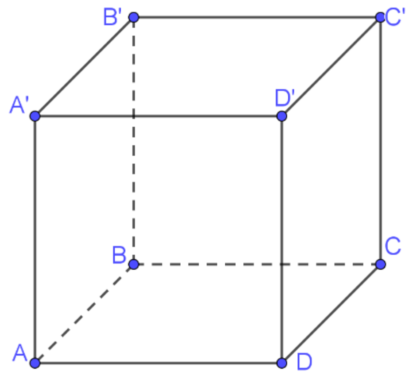
Chọn C

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC'?

A. $A'D$. **B.** AC. **C.** BB'. **D.** AD'.

Lời giải

Chọn A



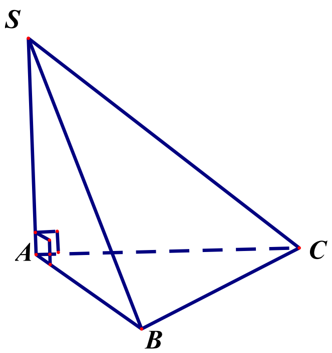
Ta có: $A'D // B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?

A. SB và AB. **B.** SB và SC. **C.** SA và SB. **D.** SB và BC.

Lời giải

Chọn A



Ta có: Hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) là AB nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng SB và AB.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có. Cạnh bên vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Điểm I,K lần lượt là trung điểm của SA,SB. Khẳng định nào sau đây **Sai:**

A. $SO \perp BD$

B. $SA \perp BD$

C. $SC \perp BD$

D. $IK \perp BD$

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách d từ D đến mặt phẳng (SBC).

A. $d = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $d = a\sqrt{2}$. **C.** $d = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Do $AD \parallel BC$ nên $d\left[D,(SBC)\right] = d\left[A,(SBC)\right]$.

Gọi K là hình chiếu của A trên SB, suy ra $AK \perp SB$.

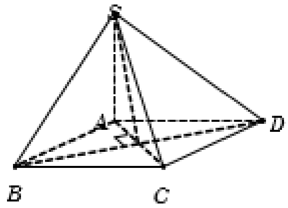
Khi $d\left[A,(SBC)\right] = AK = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^0$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\Delta SAB = \Delta SAD \longrightarrow SB = SD.$

Hơn nữa, theo giả thiết $\widehat{SBD} = 60^0$.

Do đó ΔSBD đều cạnh $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.

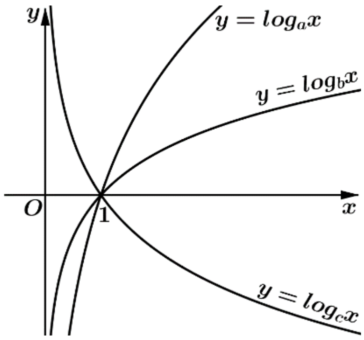
Tam giác vuông SAB, ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3}{3}$ (đvtt).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho các hàm số $y = \log_a x,\ y = \log_b x,\ y = \log_c x$ với a, b, c là ba số thực dương khác 1. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Đồ thị các hàm số trên đều đi qua điểm $A(1;0)$.

b) Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

c) Từ đồ thị ta có: $0 < c < 1 < a < b$.

d) Đường thẳng $x = k$ cắt hai đồ thị $y = \log_a x,\ y = \log_c x$ và trục Ox lần lượt tại các điểm M, N và A sao cho $AM = 2AN$. Khi đó $a.\sqrt{c} = 1$.

Lời giải

a) Đúng:

Vì với $x = 1$ thay vào các hàm số ta luôn có $y = \log_a 1 = \log_b 1 = \log_c 1 = 0$

b) Sai: Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

c) Đúng: Từ đồ thị suy ra $0 < c < 1 < a < b$

d) Đúng: Ta có $AM = 2AN$ nên

$$y_M = -2y_N \Leftrightarrow \log_a k = -2\log_c k \Leftrightarrow a = c^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{c}} \Leftrightarrow a.\sqrt{c} = 1$$

Câu 2: Cho bất phương trình: $\log_{\sqrt{2}-1}\left(2x^2-2\right) \geq \log_{\sqrt{2}-1}(5x+5)$.

a) Ta có: $0 < \sqrt{2}-1 < 1$.

b) Bất phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 2x^2-2 \leq 5x+5 \\ 5x+5 > 0 \end{cases}$

c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình là 0.

Lời giải

a) Đúng. Hiển nhiên $0 < \sqrt{2}-1 < 1$.

b) Sai. Bất phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 2x^2-2 \leq 5x+5 \\ 2x^2-2 > 0 \end{cases}$

c) Đúng, d) Sai.

Ta có:

$$\log_{\sqrt{2}-1}\left(2x^2-2\right) \geq \log_{\sqrt{2}-1}(5x+5) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-2 \leq 5x+5 \\ 2x^2-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-5x-7 \leq 0 \\ 2x^2-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq \frac{7}{2}.$$

Vậy bất phương trình có hai nghiệm nguyên và nghiệm nguyên nhỏ nhất là 2.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

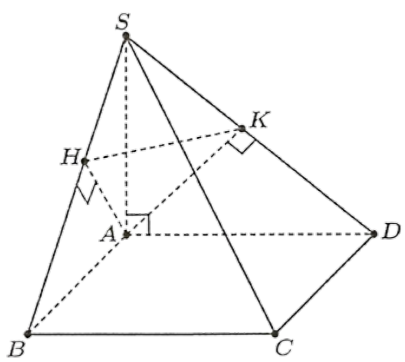
a) $BC \perp SA$

b) Tam giác SCD là tam giác có ba góc nhọn.

c) $SC \perp SB$

d) $SC \perp \left(AHK\right)$

Lời giải



a) Đúng.

Ta có: $SA \perp \left(ABCD\right)$ nên $BC \perp SA$.

b) Sai.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \ \left(SA \perp \left(ABCD\right)\right) \end{cases} \Rightarrow CD \perp \left(SAD\right)$.

Vì $\begin{cases} CD \perp \left(SAD\right) \\ SD \subset \left(SAD\right) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ hay ΔSCD vuông tại D.

c) Sai.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \ \left(SA \perp \left(ABCD\right)\right) \end{cases} \Rightarrow BC \perp \left(SAB\right)$.

Vì $\begin{cases} BC \perp \left(SAB\right) \\ SB \subset \left(SAB\right) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$.

Do đó SC không vuông góc với SB .

d) Đúng: Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \ \left(BC \perp \left(SAB\right)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp \left(SBC\right) \Rightarrow AH \perp SC$. (1)

Tương tự: $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \ \left(CD \perp \left(SAD\right)\right) \end{cases} \Rightarrow AK \perp \left(SCD\right) \Rightarrow AK \perp SC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp \left(AHK\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Nếu khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là M_0 (g) thì khối lượng carbon-14 còn lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t) = M_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{T}}$ (g), trong đó $T = 5730$ (năm) là chu kì bán rã của carbon-14. Nghiên cứu hóa thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon-14 hiện có trong hóa thạch là $5 \cdot 10^{-13}$ (g). Nhờ biết tỉ lệ khối lượng carbon-14 so với carbon-12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là $M_0 = 1,2 \cdot 10^{-2}$ (g). Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 7327.

Gọi t là thời gian từ lúc sinh vật chết đến nay. Ta có

$$5 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = \frac{5}{12}.$$

Suy ra $\frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} \Rightarrow t = T \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} = 5730 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} \approx 7237$.

Vậy sinh vậy này sống cách đây khoảng 7237 năm.

Câu 2: Cho $a,b,x > 0$; $a > b$ và $b,\ x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$. Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng $\frac{a}{b}$. Tính $a + b = ?$

Lời giải

Trả lời: 9.

$$\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \Leftrightarrow \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b}$$

$$\Leftrightarrow a+2b = 3\sqrt{ab} \Leftrightarrow a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a-4b) = 0 \Leftrightarrow a = 4b \text{ (do } a > b\text{)}.$$

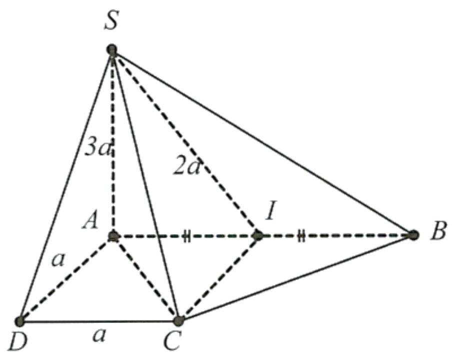
$$P = \frac{2a^2+3ab+b^2}{(a+2b)^2} = \frac{32b^2+12b^2+b^2}{36b^2} = \frac{5}{4} = \frac{a}{b}.$$

$\Rightarrow a+b=9$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=8$, $AD=4$ và $CD=4$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA=12$. Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB).

Lời giải

Trả lời: 24



Gọi I là trung điểm AB. Ta có $AICD$ là hình vuông

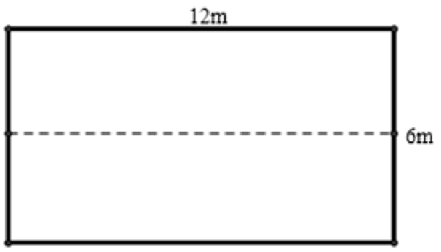
$\Rightarrow CI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C

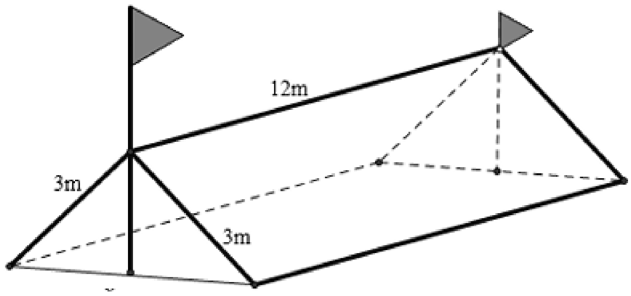
Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$

Hình chiếu của ΔSBC trên $mp(SAB)$ là ΔSIB.

$$S_{\Delta SIB} = \frac{1}{2}S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot SA\cdot AB = \frac{1}{4}\cdot 12\cdot 8 = 24$$

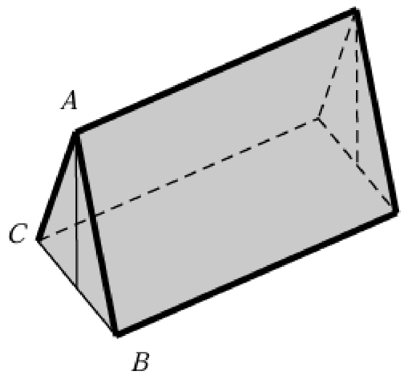
Câu 4: Một nhóm học sinh đi trải nghiệm. Họ dựng lều cắm trại trên nền đất bằng phẳng bằng cách gấp đôi tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài $12m$, rộng $6m$ theo đường nét đứt nối hai điểm là trung điểm hai cạnh của chiều rộng, sau đó dùng hai gậy có chiều dài bằng nhau làm cột chống theo phương thẳng đứng vuông góc với đường đã gấp (như trong 2 hình).
Tìm chiều cao của lều để không gian trong lều là lớn nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)





Lời giải

Trả lời: 2,12



Không gian trong lều là lớn nhất khi diện tích ΔABC là lớn nhất

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin A$ lớn nhất khi $\sin A = 1 \Rightarrow A = 90^0$

Khi đó độ dài cột chống $= \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{1}{2}\sqrt{3^2+3^2} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2{,}12$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải phương trình $4^{2x-3} = 9$

Lời giải

Ta có: $4^{2x-3} = 9 \Leftrightarrow 2x-3 = \log_4 9 \Leftrightarrow 2x = 3+\log_2 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\log_2 3$.

Vậy $S = \left\{\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\log_2 3\right\}$.

Câu 2: Cho $a = \log_2 3, b = \log_5 2, c = \log_2 7$. Biểu diễn $\log_{42} 15$ theo a,b,c ta thu được kết quả dạng $\dfrac{ab+m}{h.b(a+c+n)}$ với $h;m;n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $P = m.n+h$.

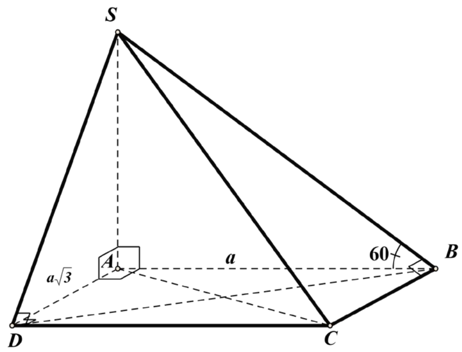
Lời giải

Ta có: $\log_{42} 15 = \dfrac{\log_2 15}{\log_2 42} = \dfrac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 3 + \log_2 7} = \dfrac{a + \frac{1}{b}}{1 + a + c} = \dfrac{ab+1}{b(a+c+1)}$.

Khi đó $\begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ h = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 2$.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và số đo góc phẳng nhị diện mặt phẳng $[S, BC, D]$ bằng 60^o. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

Xét tam giác SAB, có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SB, SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB, AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow$ Góc nhị diện $[S, BC, D]$ là góc $\widehat{SBA} = 60°$.

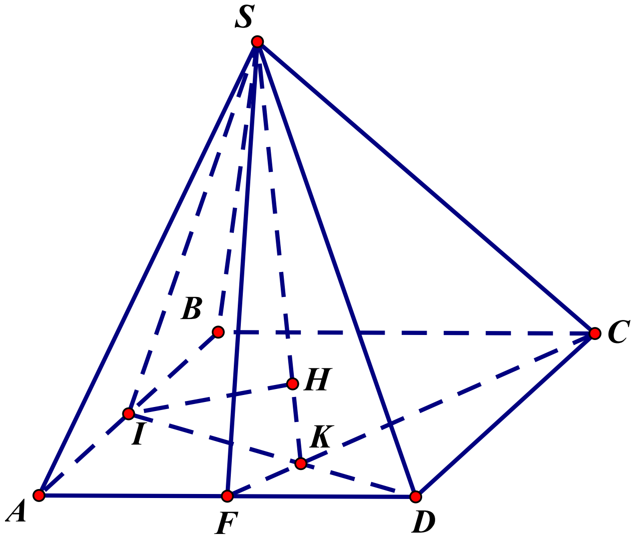
Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^o = \dfrac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB.\tan 60^o = a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3} a^2 \sqrt{3}.a\sqrt{3} = a^3$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều, $(SAB) \perp (ABCD)$. Gọi I, F lần lượt là trung điểm của AB, AD. Tính $d(I, (SFC))$

Lời giải

Gọi $K = FC \cap ID$



+ Kẻ $IH \perp SK$ (H ∈ K) (1)

+ Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\SI\subset(SAB)\\SI\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow SI\perp(ABCD)$$

$\Rightarrow SI \perp FC$ (*)

+ Mặt khác, Xét hai tam giác vuông AID và DFC có: $AI = DF$, $AD = DC$.

Suy ra, $\Delta AID = \Delta DFC$

$\Rightarrow \widehat{AID} = \widehat{DFC}, \widehat{ADI} = \widehat{DCF}$ mà $\widehat{AID} + \widehat{ADI} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DFC} + \widehat{ADI} = 90^0$ hay $FC \perp ID$ (**)

+ Từ (*) và (**) ta có: $FC \perp (SID) \Rightarrow IH \perp FC$ (2). Từ (1) và (2) suy ra: $IH \perp (SFC)$ hay $d(I,(SFC)) = IH$

+ Ta có:

$$SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, ID = \frac{a\sqrt{5}}{2}, \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DF^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow IK = ID - DK = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$$

Do đó, $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{32}{9a^2} \Rightarrow IH = \frac{3a\sqrt{2}}{8}$. Vậy, $d(I,(SFC)) = \frac{3a\sqrt{2}}{8}$

-------------- *Hết* --------------

ĐỀ THỬ SỨC 04

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KNTT

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho x, y là hai số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(xy)^{\alpha} = x^{\alpha}.y^{\alpha}$. **B.** $x^{\alpha} + y^{\alpha} = (x+y)^{\alpha}$.

C. $(x^{\alpha})^{\beta} = x^{\alpha\beta}$. **D.** $x^{\alpha}.x^{\beta} = x^{\alpha+\beta}$.

Câu 2: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **D.** $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

Câu 3: Cho a, b, c là các số thực dương $(a, b \neq 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

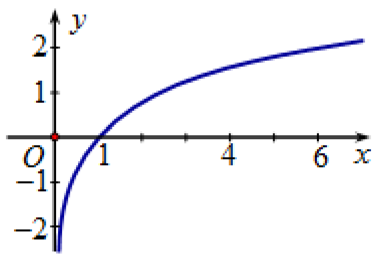
A. $\log_a\left(\frac{b}{a^3}\right) = \frac{1}{3}\log_a b$. **B.** $a^{\log_b a} = b$.

C. $\log_{a^{\alpha}} b = \alpha \log_a b (\alpha \neq 0)$. **D.** $\log_a c = \log_b c.\log_a b$.

Câu 4: Cho hai số dương a, b $(a \neq 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a a = 2a$. **B.** $\log_a a^{\alpha} = \alpha$. **C.** $\log_a 1 = 0$. **D.** $a^{\log_a b} = b$.

Câu 5: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

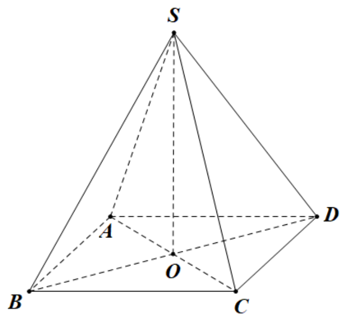


A. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$. **B.** $y = 5^x$. **C.** $y = \log_{\sqrt{5}} x$. **D.** $y = \log_{0,5} x$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2^{2x+1} = 16$ là

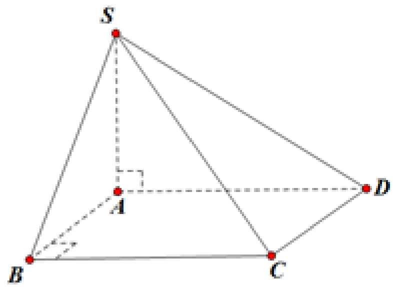
A. $x = 4$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$.



.

Đường thẳng nào vuông góc mặt phẳng (SAD)?

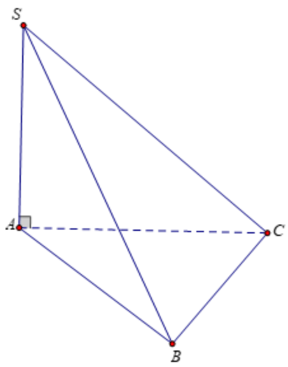
A. SC **B.** SB **C.** CD **D.** BC

Câu 9: Nếu A là một điểm không thuộc mặt phẳng (P) và A' là hình chiếu của A trên (P) thì đường thẳng AA' có quan hệ gì với mặt phẳng (P)?

A. Vuông góc. **B.** Song song.

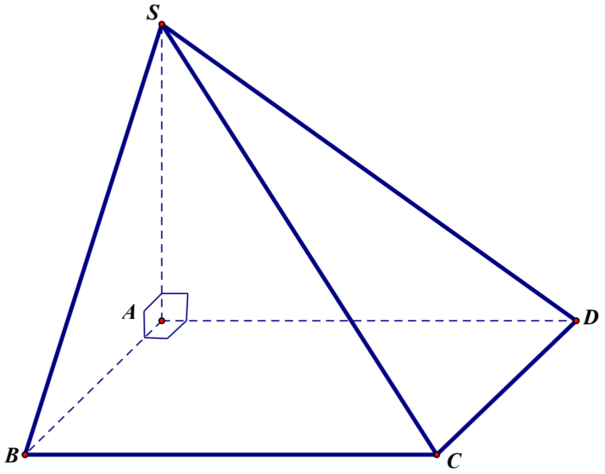
C. Không có quan hệ gì. **D.** AA' nằm trong mặt phẳng (P).

Câu 10: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Tìm khẳng định đúng?



A. $(SAC) \perp (SBC)$. **B.** $(SAB) \perp (ABC)$. **C.** $(SAB) \perp (SBC)$. **D.** $(SBC) \perp (ABC)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a$.

.

Câu 12: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 6, đáy ABC có diện tích bằng 20. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 120. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 30.

PHẦN 2. Trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=\log_a x\ \ (0<a\neq 1)$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$ và tập giá trị của hàm số là $T=\mathbb{R}$

b) Đồ thị (C) đi qua điểm $(1;0)$, nằm bên phải trục tung

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>1$.

d) Đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y=2-\log_a(4-x)$ đối xứng nhau qua điểm $I(2;1)$.

Câu 2: Cho phương trình $9^{2x}.27^{x^2}=\frac{1}{3}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $x=0$ là một nghiệm của phương trình.

b) $x=-1$ không phải là nghiệm của phương trình.

c) $S=\{1;-1\}$ là tập nghiệm của phương trình.

d) $(x_1)^2+(x_2)^2=\frac{10}{9}$, với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm AB, khi đó

a) $SI\perp(ABCD)$.

b) $(SBC)\perp(SAB)$.

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

d) Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho $\log_8|x|+\log_4 y^2=5$ và $\log_8|y|+\log_4 x^2=7$. Tìm giá trị của biểu thức $P=|x|-|y|$.

Câu 2: Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC=\sqrt{2}$, các cạnh còn lại bằng 1. Gọi $\alpha°$ là số đo góc giữa hai đường thẳng SB và AC. Khi đó giá trị của α là:

Câu 4: Một cái chụp đèn có hình dạng là một khối chóp cụt đều hai đáy là tam giác đều có cạnh đáy lớn là 4dm, cạnh đáy nhỏ là 2dm, cạnh bên là 3dm. Thể tích của chụp đèn bằng bao nhiêu dm^3? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

PHẦN 4. TỰ LUẬN

Câu 1: Cho $a,b>0$ và đều khác 1 thoả mãn $\ln a+\ln(8b)=2\ln(a+2b)$. Rút gọn biểu thức: $P=\log_b(2a)+\log_{\frac{a}{2}}(2b)-\dfrac{1}{\log_8 b}$ được kết quả bằng bao nhiêu?

Câu 2: Giải phương trình sau: $\log_2^2 x+\sqrt{\log_2 x+1}=1$.

Câu 3: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=a$. M là trung điểm của AB. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CM.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho x, y là hai số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(xy)^{\alpha} = x^{\alpha}.y^{\alpha}$. **B.** $x^{\alpha} + y^{\alpha} = (x+y)^{\alpha}$.

C. $(x^{\alpha})^{\beta} = x^{\alpha\beta}$. **D.** $x^{\alpha}.x^{\beta} = x^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề $x^{\alpha} + y^{\alpha} = (x+y)^{\alpha}$ là mệnh đề sai.

Câu 2: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **D.** $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $a > 1; -\sqrt{3} > -\sqrt{5} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}} \Leftrightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

Câu 3: Cho a, b, c là các số thực dương $(a, b \neq 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a\left(\frac{b}{a^3}\right) = \frac{1}{3}\log_a b$. **B.** $a^{\log_b a} = b$.

C. $\log_{a^{\alpha}} b = \alpha \log_a b \, (\alpha \neq 0)$. **D.** $\log_a c = \log_b c.\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_b c.\log_a b = \log_a b.\log_b c = \log_a c$.

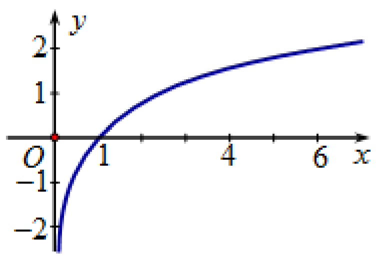
Câu 4: Cho hai số dương a, b $(a \neq 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a a = 2a$. **B.** $\log_a a^{\alpha} = \alpha$. **C.** $\log_a 1 = 0$. **D.** $a^{\log_a b} = b$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x}$. **B.** $y=5^{x}$. **C.** $y=\log_{\sqrt{5}} x$. **D.** $y=\log_{0,5} x$.

Lời giải

Chọn C

Đường cong là đồ thị của hàm số $y=\log_{\sqrt{5}} x$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=16$ là

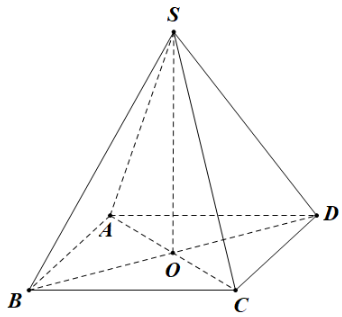
A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{2x+1}=16 \Leftrightarrow 2^{2x+1}=2^{4} \Leftrightarrow 2x+1=4 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}.$

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

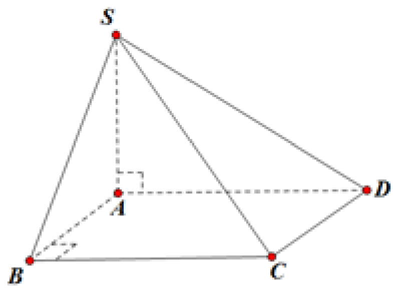
Chọn C

Vì $BC//AD \Rightarrow \left(\widehat{SD,BC}\right)=\left(\widehat{SD,AD}\right)$.

Vì tam giác SAD đều cạnh a nên $\widehat{SDA}=60^{\circ}$.

Vậy $\left(\widehat{SD,BC}\right)=\widehat{SDA}=60^{\circ}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA\perp(ABCD)$.



.

Đường thẳng nào vuông góc mặt phẳng (SAD)?

A. SC **B.** SB **C.** CD **D.** BC

Lời giải

Chọn C

Có $CD \perp AD$ (1) (do $ABCD$ là hình chữ nhật).

và $CD \perp SA$ (2) (do $SA \perp (ABCD)$.

Từ (1), (2) suy ra $CD \perp (SAD)$.

Câu 9: Nếu A là một điểm không thuộc mặt phẳng (P) và A' là hình chiếu của A trên (P) thì đường thẳng AA' có quan hệ gì với mặt phẳng (P)?

A. Vuông góc. **B.** Song song.

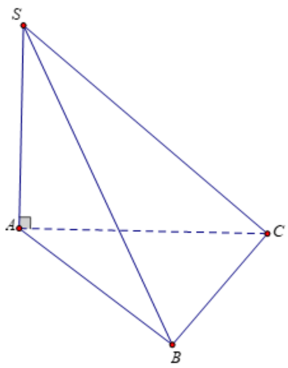
C. Không có quan hệ gì. **D.** AA' nằm trong mặt phẳng (P).

Lời giải

Chọn A

Nếu A là một điểm không thuộc mặt phẳng (P) và A' là hình chiếu của A trên (P) thì đường thẳng AA' vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 10: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Tìm khẳng định đúng?



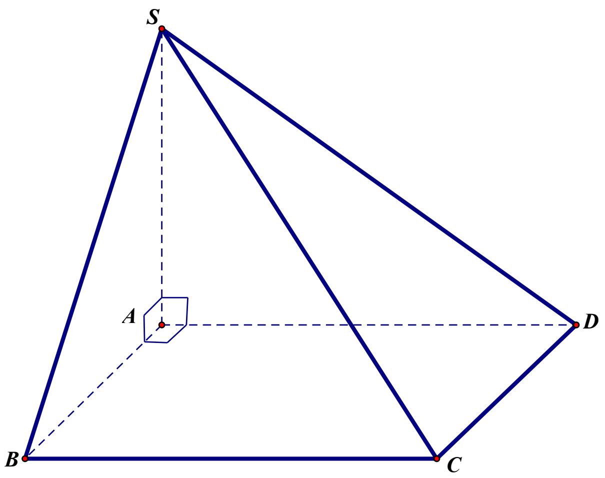
A. $(SAC) \perp (SBC)$. **B.** $(SAB) \perp (ABC)$. **C.** $(SAB) \perp (SBC)$. **D.** $(SBC) \perp (ABC)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow d\left(S,(ABCD)\right) = SA = 2a$.

Câu 12: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 6, đáy ABC có diện tích bằng 20. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 120. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.h = \frac{1}{3}.20.6 = 40$.

PHẦN 2. Trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \log_a x \ \ (0 < a \neq 1)$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$ và tập giá trị của hàm số là $T = \mathbb{R}$

b) Đồ thị (C) đi qua điểm $(1;0)$, nằm bên phải trục tung

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$.

d) Đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y = 2 - \log_a(4 - x)$ đối xứng nhau qua điểm $I(2;1)$.

Lời giải

a) Đúng: Tập xác định của hàm số là $D = (0; \infty)$ và tập giá trị của hàm số là $T = \mathbb{R}$

Hàm số $y = \log_a x \ \ (0 < a \neq 1)$ xác định khi: $x > 0 \Rightarrow D = (0; \infty)$.

Hàm số $y = \log_a x \ \ (0 < a \neq 1)$ nhận mọi giá trị nên tập giá trị của hàm số là $T = \mathbb{R}$

b) Đúng: Đồ thị (C) đi qua điểm $(1;0)$, nằm bên phải trục tung và nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Thay tọa độ điểm $(1;0)$ vào $y = \log_a x$ ta thấy thỏa mãn suy ra đồ thị (C) đi qua điểm $(1;0)$

.

Vì $x > 0$ nên đồ thị (C) nằm bên phải trục tung.

c) Sai: Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>1$.

Ta có: $y'=\dfrac{1}{x\ln a}>0,\forall x>0,a>1\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi $a>1$.

d) Đúng: Đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y=2-\log_a(4-x)$ đối xứng nhau qua điểm $I(2;1)$.

Lấy $M(x;y)\in(C)$. Gọi $I(2;1)$ là trung điểm $MN\Rightarrow N(4-x;2-y)$

Dễ thấy $N(4-x;2-y)$ thuộc đồ thị hàm số $y=2-\log_a(4-x)$

Vậy đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y=2-\log_a(4-x)$ đối xứng nhau qua điểm $I(2;1)$.

Câu 2: Cho phương trình $9^{2x}.27^{x^2}=\dfrac{1}{3}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $x=0$ là một nghiệm của phương trình.

b) $x=-1$ không phải là nghiệm của phương trình.

c) $S=\{1;-1\}$ là tập nghiệm của phương trình.

d) $(x_1)^2+(x_2)^2=\dfrac{10}{9}$, với x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

a) Sai: Thay $x=0$ vào phương trình ta được $9^0.27^0=\dfrac{1}{3}$ (sai).

b) Sai: Thay $x=-1$ vào phương trình ta được $9^{-2}.27^1=\dfrac{1}{3}$ (đúng)

c) Sai: Thay $x=1$ vào phương trình ta được $9^2.27^1=\dfrac{1}{3}$ (sai)

d) Đúng

$$9^{2x}.27^{x^2}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow 3^{4x}.3^{3x^2}=3^{-1}\Leftrightarrow 3^{4x+3x^2}=3^{-1}\Leftrightarrow 4x+3x^2=-1\Leftrightarrow 3x^2+4x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\dfrac{-1}{3}\end{array}\right..$$

Suy ra $(x_1)^2+(x_2)^2=\dfrac{10}{9}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm AB, khi đó

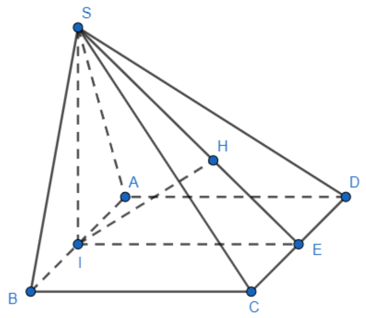
a) $SI\perp(ABCD)$.

b) $(SBC)\perp(SAB)$.

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

d) Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



a) Đúng

Ta có tam giác SAB đều, I là trung điểm AB nên $SI \perp AB$.

Lại có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$.

b) Đúng

Ta có $SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp BC$, lại có $AB \perp BC$ nên $BC \perp (SAB)$

mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

c) Sai

Ta có $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

Ta có tam giác SAB đều cạnh $2a$ $\Rightarrow SI = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.4a^2 = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

d) Đúng

Ta có $AB // (SCD) \Rightarrow d(A,(SCD)) = d(I,(SCD))$.

Gọi E là trung điểm CD, H là hình chiếu vuông góc của I lên SE. Khi đó

$$d(I,(SCD)) = IH = \frac{IE.IS}{\sqrt{IE^2 + IS^2}} = \frac{2a.a\sqrt{3}}{\sqrt{(2a)^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho $\log_8|x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8|y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

Lời giải

Trả lời: 56

Điều kiên: $x, y \neq 0$

Cộng vế với vế của hai phương trình, ta được:

$\log_8|xy| + \log_4 x^2y^2 = 12 \Leftrightarrow \log_2|xy| = 9 \Leftrightarrow |xy| = 512$ (1)

Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được:

$\log_8\left|\frac{x}{y}\right| + \log_4\frac{y^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow \log_2\left|\frac{x}{y}\right| = 3 \Leftrightarrow \left|\frac{x}{y}\right| = 8 \Leftrightarrow |x| = 8|y|$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $|y| = 8 \Rightarrow |x| = 64 \Leftrightarrow P = 56$.

Câu 2: Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện?

Lời giải

Trả lời: 12

Gọi K là lượng virus trong cơ thể ông A khi bắt đầu nhập viện.

Sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó, nên lượng virus trong cơ thể ông A ở ngày thứ n là : $T \le K.(1-10\%)^n$

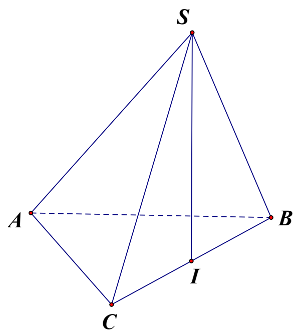
Ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện, nên ta có : $K.(1-10\%)^n \le K.30\% \Leftrightarrow (1-10\%)^n \le 30\% \Leftrightarrow n \le \log_{(1-10\%)} 30\% \Leftrightarrow n \ge 11.4$

Vậy, sau ít nhất 12 ngày thì ông A sẽ được xuất viện.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = \sqrt{2}$, các cạnh còn lại bằng 1. Gọi $\alpha°$ là số đo góc giữa hai đường thẳng SB và AC. Khi đó giá trị của α là:

Lời giải

Đáp số: 60



Ta có $SB = SC = 1$, $BC = \sqrt{2}$ nên tam giác SBC vuông cân tại S.

Vì $SA = SB = AB = 1$ nên tam giác SAB là tam giác đều.

Ta có $\cos(SB, AC) = \left|\cos\left(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AC}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}\right|}{SB.AC}$.

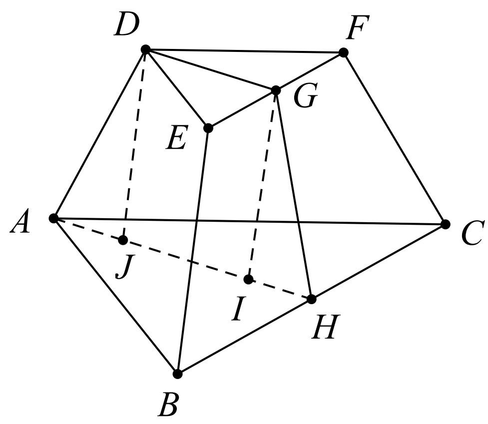
$\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SB}\left(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}\right) = \overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SA} = SB.SC.\cos 90° - SB.SA.\cos 60° = -\frac{1}{2}$.

$$\cos(AB,SC)=\frac{\left|\frac{-1}{2}\right|}{1}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{(AB,SC)}=60^\circ.$$

Câu 4: Một cái chụp đèn có hình dạng là một khối chóp cụt đều hai đáy là tam giác đều có cạnh đáy lớn là 4dm, cạnh đáy nhỏ là 2dm, cạnh bên là 3dm. Thể tích của chụp đèn bằng bao nhiêu dm^3? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải

Đáp số: 11,3



Gọi các đỉnh của khối chóp cụt đều là $ABC.DEF$; G,H lần lượt là trung điểm của EF,BC; J,I lần lượt là hình chiếu của D,G trên AH.

Dễ chứng minh được $DJ\perp(ABC)$.

Gọi chiều cao của khối chóp cụt đều là h.

Ta có $GH=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}$ dm; $IH=\sqrt{8-h^2}, AJ=\sqrt{9-h^2}$.

$$AH=\frac{4\sqrt{3}}{2}=\sqrt{9-h^2}+2+\sqrt{8-h^2}.$$

Giải phương trình ta được $h\approx 2,8$.

Khi đó, thể tích khối chóp cụt đều là $V=\frac{1}{3}.2,8.\left(\frac{16\sqrt{3}}{4}+\frac{4\sqrt{3}}{4}+\sqrt{\frac{16\sqrt{3}}{4}.\frac{4\sqrt{3}}{4}}\right)\approx 11,3\text{dm}^3$.

PHẦN 4. TỰ LUẬN

Câu 1: Cho $a,b>0$ và đều khác 1 thoả mãn $\ln a+\ln(8b)=2\ln(a+2b)$. Rút gọn biểu thức: $P=\log_b(2a)+\log_{\frac{a}{2}}(2b)-\frac{1}{\log_8 b}$ được kết quả bằng bao nhiêu?

Lời giải

Với a,b là các số thực dương khác 1, ta có:

$\ln a+\ln(8b)=2\ln(a+2b)$

$\Leftrightarrow \ln(8ab)=\ln(a+2b)^2 \Leftrightarrow 8ab=(a+2b)^2 \Leftrightarrow (a+2b)^2=0 \Leftrightarrow a=2b.$

Khi đó: $P=\log_b(2a)+\log_{\frac{a}{2}}(2b)-\dfrac{1}{\log_8 b}=\log_b(4b)+\log_b(2b)-\log_b 8$

$=\log_b\dfrac{8b^2}{8}=\log_b b^2=2.$

Câu 2: Giải phương trình sau: $\log_2^2 x+\sqrt{\log_2 x+1}=1$.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ \log_2 x+1\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\ge \dfrac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow x\ge \dfrac{1}{2}$.

Đặt $\sqrt{\log_2 x+1}=t$, $(t\ge 0)\Rightarrow \log_2 x=t^2-1$ ta có phương trình

$(t^2-1)^2+t=1 \Leftrightarrow t^4-2t^2+t=0 \Leftrightarrow t(t^3-2t+1)=0 \Leftrightarrow t(t-1)(t^2-2t+1)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\ (t/m) \\ t=1\ (t/m) \\ t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\ (t/m) \\ t=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\ (loai)\end{array}\right..$$

Với $t=0$ thì $\log_2 x=-1 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ (thoả mãn).

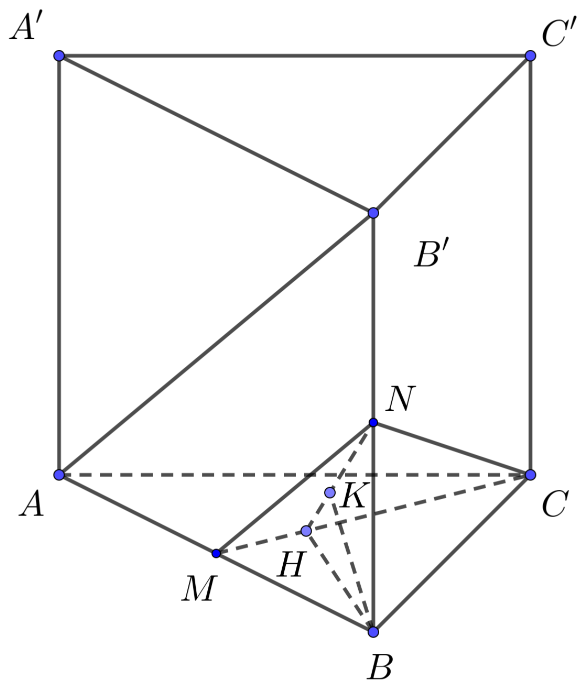
Với $t=1$ thì $\log_2 x=0 \Leftrightarrow x=1$(thoả mãn).

Với $t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ thì $\log_2 x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x=2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$ (thoả mãn).

Vậy nghiệm của phương trình là $x\in\left\{1;\dfrac{1}{2};2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}\right\}$.

Câu 3: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=a$. M là trung điểm của AB. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CM.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của BB'.

Xét $\Delta ABB'$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB và BB' $\Rightarrow$ MN là đường trung bình của $\Delta ABB'$ $\Rightarrow MN // AB' \Rightarrow AB' // (MNC)$

$\Rightarrow d(AB', MC) = d(AB', (MNC)) = d(A, (MNC))$ (1).

$\dfrac{d(A,(MNC))}{d(B,(MNC))} = \dfrac{AM}{BN} = 1 \Rightarrow d(A,(MNC)) = d(B,(MNC))$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow d(AB', MC) = d(B,(MNC))$.

Dựng BH vuông góc với MC tại H.

Dựng BK vuông góc với HN tại K.

Ta có $\left.\begin{matrix} BB' \perp (ABC) \\ MC \subset (ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow MC \perp BB'$ hay $MC \perp BN$.

$\left.\begin{matrix} MC \perp BN \\ MC \perp BH \end{matrix}\right\} \Rightarrow MC \perp (BHN)$ mà $MC \subset (MNC) \Rightarrow (MNC) \perp (BHN)$.

Ta có

$$\left.\begin{matrix} (MNC) \perp (BHN) \\ (MNC) \cap (BHN) = HN \\ BK \subset (BHN), BK \perp HN \end{matrix}\right\} \Rightarrow BK \perp (MNC) \Rightarrow d(B,(MNC)) = BK.$$

$$S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2} BM.BC.\sin\widehat{MBC} = \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.a.\sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}.$$

ΔABC đều cạnh a có MC là đường trung tuyến đồng thời là đường cao $\Rightarrow MC=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$S_{\Delta BMC}=\frac{1}{2}MC.BH\Rightarrow BH=\frac{2S_{\Delta BMC}}{MC}=\frac{2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{a}{2}.$$

$BB'\perp(ABC)\Rightarrow BB'\perp BH$.

ΔBNH vuông tại B có đường cao BK $\Rightarrow \dfrac{1}{BK^2}=\dfrac{1}{BH^2}+\dfrac{1}{BN^2}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{8}{a^2}$

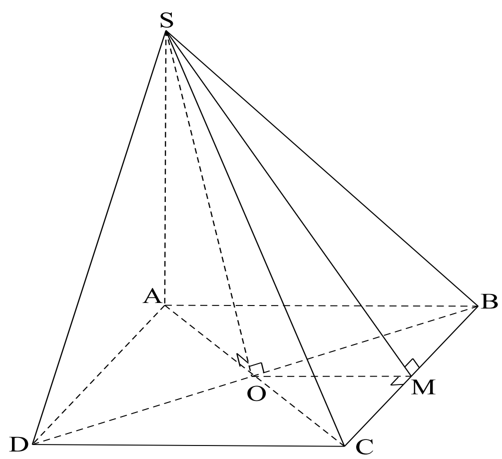
$$\Rightarrow BK^2=\frac{a^2}{8}\Rightarrow BK=\frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\Rightarrow d\left(B,(MNC)\right)=BK=\frac{a\sqrt{2}}{4}$$

Suy ra $d\left(AB',MC\right)=d\left(B,(MNC)\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

Lời giải



$ABCD$ là hình vuông có tâm O và cạnh bằng x.

Gọi M là trung điểm của BC. Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMO}$ bằng $60°$.

Ta có $SM^2=4a^2-\dfrac{x^2}{4}, SO^2=4a^2-\dfrac{x^2}{2}$.

Và $\cos\widehat{SMO}=\dfrac{OM}{SM}\Leftrightarrow \cos 60°=\dfrac{\dfrac{x}{2}}{\sqrt{4a^2-\dfrac{x^2}{4}}}\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}=\dfrac{\dfrac{x^2}{4}}{4a^2-\dfrac{x^2}{4}}\Leftrightarrow x=\dfrac{4a}{\sqrt{5}}$.

Suy ra $SO=\sqrt{4a^2-\frac{x^2}{2}}=\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{5}}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.AB^2=\frac{32\sqrt{3}\,a^3}{15\sqrt{5}}$.

m

ĐỀ THỬ SỨC 05

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KNTT

ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số thực $a,b,m,n\left(a,b>0\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\dfrac{a^m}{a^n}=\sqrt[n]{a^m}$. **B.** $\left(a^m\right)^n=a^{m+n}$. **C.** $\left(a+b\right)^m=a^m+b^m$. **D.** $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 3: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

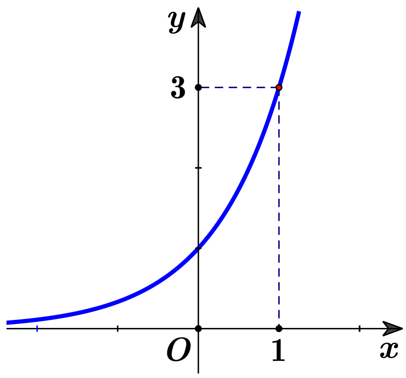
A. $\log_a\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$. **B.** $\log_a\left(xy\right)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$. **D.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Câu 4: Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(b^2c^3\right)$.

A. $P=13$ **B.** $P=31$ **C.** $P=30$ **D.** $P=108$

Câu 5: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=2^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y=3^x$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $6^x=1296$ là

A. $x=4$. **B.** $x=9$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=10$.

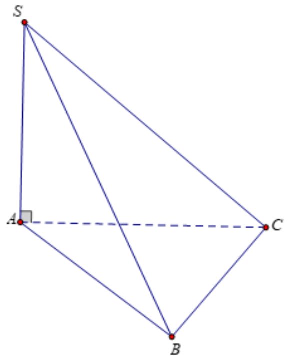
Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $BB'\perp BD$. **B.** $A'C'\perp BD$. **C.** $A'B\perp DC'$. **D.** $BC'\perp A'D$.

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $SA=SC$, $SB=SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SO\perp(ABCD)$. **B.** $SA\perp(ABCD)$. **C.** $SB\perp(ABCD)$. **D.** $SC\perp(ABCD)$.

Câu 9: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Xác định hình chiếu của điểm S trên (ABC)

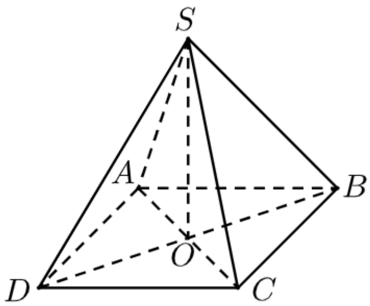


A. A. **B.** B. **C.** C. **D.** D.

Câu 10: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M,N tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC,OBC. Đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (OAB). **B.** (OCA). **C.** (OBC). **D.** (ABC).

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là tâm của đa giác đáy.



Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào sau đây?

A. SO. **B.** SA. **C.** SC. **D.** SB.

Câu 12: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $6a^2$ và chiều cao $4a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $12a^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho ba điểm $A(b;\log_a b)$, $B(c;2\log_a c)$ và $C(b;3\log_a b)$ với a,b,c dương và đều khác 1.

a) B là trung điểm của AC khi và chỉ khi $b=c>0$.

b) Ba điểm A,B,C tạo thành tam giác vuông tại A khi và chỉ khi $b=2c$.

c) Khi ba điểm A,B,C tạo thành tam giác thì có diện tích là $S=\left|(c-b).\log_a b^2\right|$.

d) Khi B là trọng tâm của tam giác OAC (với O là gốc tọa độ) thì giá trị của biểu thức $S=2b+c$ là bằng 9.

Câu 2: Cho phương trình $9^x-2(2m+1)3^x+3(4m-1)=0$ (1). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

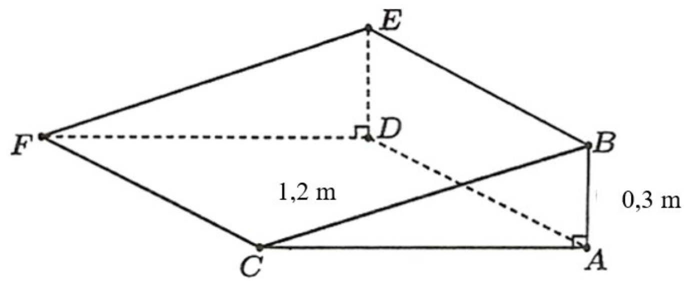
a) Với $m=-\frac{1}{2}$ phương trình (1) không phải phương trình mũ cơ bản

b) Phương trình có nghiệm $x=2$ khi $m=\frac{5}{2}$

c) Với $m=\frac{1}{4}$ phương trình (1) có một nghiệm

d) Phương trình (1) có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $\left(x_1+2\right)\left(x_2+2\right)=12$. Giá trị của m thuộc khoảng $\left(1;3\right)$

Câu 3. Một tấm cầu dốc kê bậc thềm được làm bằng cao su như hình vẽ sau. Biết $ABED$ là hình chữ nhật có cạnh $AB=0,3m$ và $BCFE$ là hình vuông có cạnh bằng $1,2m$. Khi đó:



a) $sin\widehat{BCA}=0,5$.

b) $ED\perp\left(ACFD\right)$.

c) $BF=\sqrt{2}\,m$.

d) Gọi α là góc giữa đường thẳng BF và mặt phẳng $\left(ACFD\right)$. Giá trị $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{20}$.

PHẦN 3. Trả lời ngắn

Câu 1: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x}+\frac{1}{\log_{3^2} x}+\frac{1}{\log_{3^3} x}+...+\frac{1}{\log_{3^n} x}=\frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi $x>0$. Tính giá trị của biểu thức $P=2n+3$.

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m\left(t\right)=m_0.e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m\left(t\right)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t, k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2a$, $AB=BC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $\left(SAC\right)$ (làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị độ).

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết $(SAB)\perp(ABCD)$, $(SAD)\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Côsin của góc góc nhị diện $[B,SC,D]$ có

dạng phân số tối giản $\frac{-a}{b}$, tính $a+b$?

PHẦN 4. TỰ LUẬN

Câu 1: Giải phương trình: $\log_2\left(x^2+3x\right)=2$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp\left(ABCD\right)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các cạnh SB,SD. Chứng minh rằng $\left(AHK\right)\perp\left(SAC\right)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên $\left(SAB\right)$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng đáy, mặt phẳng $\left(SAB\right)$ lần lượt là $45°$ và $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Câu 4: Một giá đỡ Tripod ba chân (như hình) đang được mở sao cho ba gốc chân cách đều nhau một khoảng 40 cm. Biết rằng chiều cao các chân giá đỡ là 1 m, tính chiều cao của giá đỡ so với mặt đất (theo đơn vị mét và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số thực $a,b,m,n\left(a,b>0\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\dfrac{a^m}{a^n}=\sqrt[n]{a^m}$. **B.** $\left(a^m\right)^n=a^{m+n}$. **C.** $\left(a+b\right)^m=a^m+b^m$. **D.** $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^m.a^n=a^{m+n}$ là mệnh đề đúng.

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Với $a>0$, ta có $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}=\sqrt{a.a^{\frac{1}{3}}}=\sqrt{a^{\frac{4}{3}}}=a^{\frac{4}{6}}=a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 3: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$. **B.** $\log_a\left(xy\right)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$. **D.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Lời giải

Chọn A

Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$. Ta có: $\log_a\dfrac{1}{x}=\log_a x^{-1}=-\log_a x\neq\dfrac{1}{\log_a x}$.

Vậy A sai.

Theo các tính chất lgarit thì các phương án B,C và D đều đúng.

Câu 4: Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(b^2c^3\right)$.

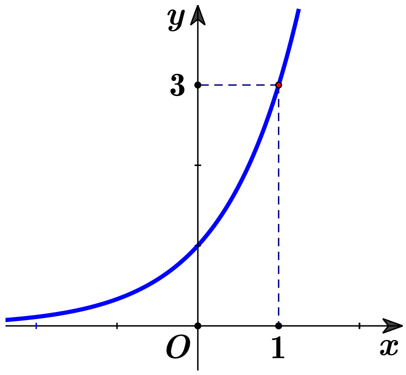
A. $P=13$ **B.** $P=31$ **C.** $P=30$ **D.** $P=108$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a\left(b^2c^3\right)=2\log_a b+3\log_a c=2.2+3.3=13$.

Câu 5: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=2^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y=3^x$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong là đồ thị của hàm số $y=3^x$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $6^x=1296$ là

A. $x=4$. **B.** $x=9$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn A

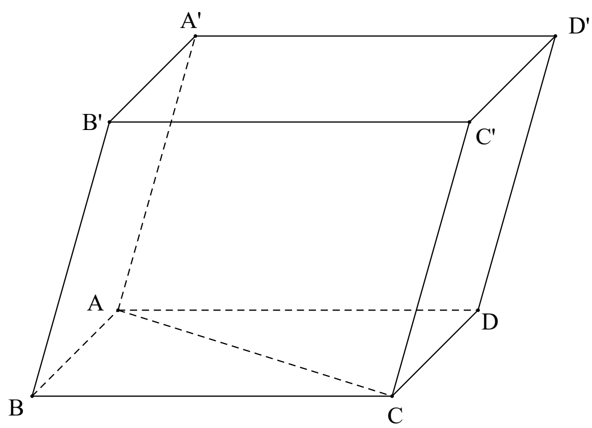
Ta có $6^x=1296 \Leftrightarrow x=\log_6 1296=4$

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $BB' \perp BD$. **B.** $A'C' \perp BD$. **C.** $A'B \perp DC'$. **D.** $BC' \perp A'D$.

Lời giải

Chọn A



Vì các tứ giác $ABCD$, $A'B'BA$, $B'C'CB$ đều là hình thoi nên ta có

$AC \perp BD$ mà $AC // A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD$. Vậy B đúng.

$A'B \perp AB'$ mà $AB' // DC' \Rightarrow A'B \perp DC'$. Vậy C đúng.

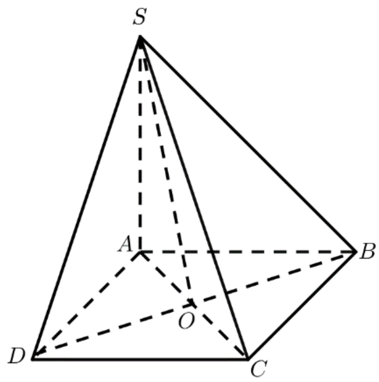
$BC' \perp B'C$ mà $B'C // A'D \Rightarrow BC' \perp A'D$. Vậy D đúng.

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SO \perp (ABCD)$. **B.** $SA \perp (ABCD)$. **C.** $SB \perp (ABCD)$. **D.** $SC \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn A

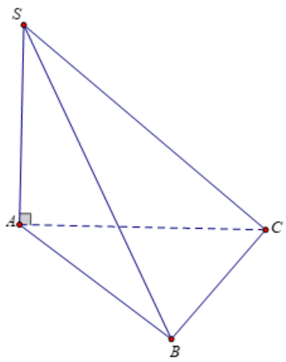


Vì $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại S có đường trung tuyến SO nên $SO \perp AC$ (1).

Vì $SB = SD$ nên tam giác SBD cân tại S có đường trung tuyến SO nên $SO \perp BD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Câu 9: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Xác định hình chiếu của điểm S trên (ABC)



A. A. **B.** B. **C.** C. **D.** D.

Lời giải

Chọn A

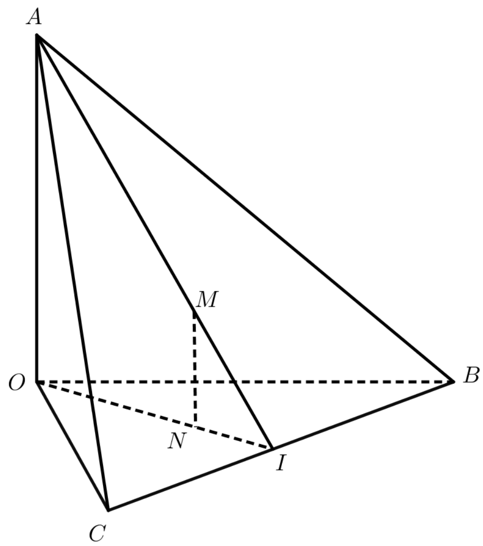
$SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của điểm S trên (ABC) là điểm A.

Câu 10: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, OBC. Đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (OAB). **B.** (OCA). **C.** (OBC). **D.** (ABC).

Lời giải

Chọn C

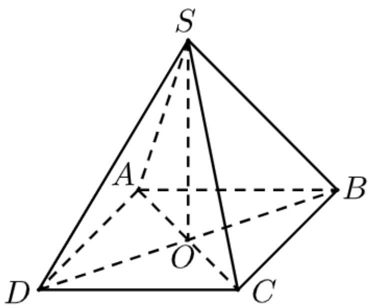


Vì OA vuông góc với các đường thẳng OB, OC nên $OA \perp (OBC)$

Gọi I là trung điểm BC, khi đó $\frac{MI}{IA} = \frac{NI}{IO} = \frac{1}{3}$ nên $MN // OA$

Mặt khác $OA \perp (OBC)$ nên $MN \perp (OBC)$

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là tâm của đa giác đáy.



Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào sau đây?

A. SO. **B.** SA. **C.** SC. **D.** SB.

Lời giải

Chọn A

Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên $d(S,(ABCD)) = SO$.

Câu 12: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $6a^2$ và chiều cao $4a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V = B.h = 6a^2.4a = 24a^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho ba điểm $A(b;\log_a b)$, $B(c;2\log_a c)$ và $C(b;3\log_a b)$ với a,b,c dương và đều khác 1.

a) B là trung điểm của AC khi và chỉ khi $b = c > 0$.

b) Ba điểm A,B,C tạo thành tam giác vuông tại A khi và chỉ khi $b = 2c$.

c) Khi ba điểm A,B,C tạo thành tam giác thì có diện tích là $S = \left|(c-b).\log_a b^2\right|$.

d) Khi B là trọng tâm của tam giác OAC (với O là gốc tọa độ) thì giá trị của biểu thức $S = 2b + c$ là bằng 9.

Lời giải

a) Đúng: B là trung điểm của $AC \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = 2x_B \\ y_A + y_C = 2y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + b = 2c \\ \log_a b + 3\log_a b = 2(2\log_a c) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 2c \\ 4\log_a b = 4\log_a c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ \log_a b = \log_a c \end{cases} \Leftrightarrow b = c > 0$.

b) Sai: Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (c-b;2\log_a c - \log_a b) \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{AC} = (0;2\log_a b) \neq \vec{0} \forall b > 0 \ va \ b \neq 1 \end{cases}$.

Tam giác ABC vuông ở $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2\log_a b(2\log_a c - \log_a b) = 0$

$\Leftrightarrow 2\log_a c - \log_a b = 0$ (do $b > 0 \,\&\, b \neq 1$) $\Leftrightarrow \log_a c^2 = \log_a b \Leftrightarrow b = c^2$.

c) Sai: Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (c-b;2\log_a c - \log_a b) \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{AC} = (0;2\log_a b) \neq \vec{0} \forall b > 0 \ va \ b \neq 1 \end{cases}$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}\left|(c-b).2\log_a b - 0.(2\log_a c - \log_a b)\right| = \left|(c-b).\log_a b\right|$

d) Đúng: Vì B là trọng tâm của tam giác OAC nên $\begin{cases} \dfrac{0+b+b}{3} = c \\ \dfrac{0+\log_a b + 3\log_a b}{3} = 2\log_a c \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b + b = 3c \\ 4\log_a b = 6\log_a c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 3c \\ 2\log_a b = 3\log_a c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 3c \\ \log_a b^2 = \log_a c^3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 3c \\ b^2 = c^3 \end{cases} \xrightarrow{c>0} b = \frac{27}{8},\ c = \frac{9}{4} \longrightarrow S = 2b + c = 9.$

Câu 2: Cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ (1). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Với $m=-\frac{1}{2}$ phương trình (1) không phải phương trình mũ cơ bản

b) Phương trình có nghiệm $x=2$ khi $m=\frac{5}{2}$

c) Với $m=\frac{1}{4}$ phương trình (1) có một nghiệm

d) Phương trình (1) có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2)=12$. Giá trị của m thuộc khoảng $(1;3)$

Lời giải

a) Sai: Với $m=-\frac{1}{2}$ phương trình (1) trở thành $9^x-9=0 \Leftrightarrow 9^x=9$ là phương trình mũ cơ bản

b) Sai: Phương trình có nghiệm $x=2$ nên

$$9^2-2(2m+1)3^2+3(4m-1)=0 \Leftrightarrow 81-36m-18+12m-3=0 \Leftrightarrow 24m=60 \Leftrightarrow m=\frac{5}{2}$$

c) Đúng: Với $m=\frac{1}{4}$ phương trình (1) trở thành $9^x-3.3^x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^x=0\\3^x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow x=1$ vậy phương trình có một nghiệm

d) Đúng: Đặt $t=3^x$, $t>0$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2-2(2m+1)t+3(4m-1)=0$ (1)

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4m^2-8m+4>0\\2(2m+1)>0\\3(4m-1)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 1\\m>-\frac{1}{2}\\m>\frac{1}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 1\\m>\frac{1}{4}\end{cases}.$$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm là $t=4m-1$ và $t=3$.

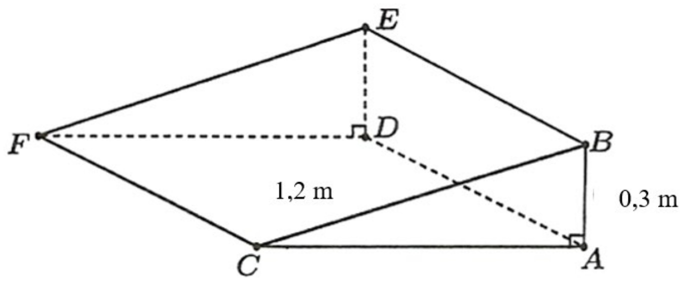
Với $t=4m-1$ thì $3^{x_1}=4m-1 \Leftrightarrow x_1=\log_3(4m-1)$.

Với $t=3$ thì $3^{x_2}=3 \Leftrightarrow x_2=1$.

Ta có $(x_1+2)(x_2+2)=12 \Leftrightarrow x_1=2 \Leftrightarrow \log_3(4m-1)=2 \Leftrightarrow m=\frac{5}{2}$ (thỏa điều kiện).

Vậy $m=\frac{5}{2}$ là giá trị cần tìm nên m thuộc khoảng $(1;3)$.

Câu 3: Một tấm cầu dốc kê bậc thềm được làm bằng cao su như hình vẽ sau. Biết $ABED$ là hình chữ nhật có cạnh $AB=0,3m$ và $BCFE$ là hình vuông có cạnh bằng $1,2m$. Khi đó:



a) $sin\,\widehat{BCA}=0,5$.

b) $ED\perp(ACFD)$.

c) $BF=\sqrt{2}\,m$.

d) Gọi α là góc giữa đường thẳng BF và mặt phẳng $(ACFD)$. Giá trị $\sin\alpha=\dfrac{3\sqrt{2}}{20}$.

Lời giải

a) Sai.

Vì AC là hình chiếu của BC lên mặt phẳng $(ACFD)$

Nên góc giữa BC và mặt phẳng $(ACFD)$ là góc giữa BC và AC.

Vậy $(BC,AC)=\widehat{BCA}$

Tam giác ABC vuông tại A có: $\sin\widehat{BCA}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{0,3}{1,2}=0,25$.

b) Đúng.

Ta có $\left.\begin{matrix}ED\perp DF\\ ED\perp DA\end{matrix}\right\}\Rightarrow ED\perp(ACFD)$

c) Sai.

Do $BEFC$ là hình vuông và BF là đường chéo nên $BF=BE\sqrt{2}=\dfrac{6\sqrt{2}}{5}(m)$

d) Sai.

Vì AF là hình chiếu của BF lên mặt phẳng $(ACFD)$

Tam giác ABF vuông tại A có: $\sin\widehat{BFA}=\dfrac{AB}{BF}=\dfrac{\sqrt{2}}{8}$.

PHẦN 3. Trả lời ngắn

Câu 1: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\dfrac{1}{\log_3 x}+\dfrac{1}{\log_{3^2} x}+\dfrac{1}{\log_{3^3} x}+...+\dfrac{1}{\log_{3^n} x}=\dfrac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi $x>0$. Tính giá trị của biểu thức $P=2n+3$.

Lời giải

Đáp án: 43.

Ta có

$$\frac{1}{\log_3 x}+\frac{1}{\log_{3^2} x}+\frac{1}{\log_{3^3} x}+...+\frac{1}{\log_{3^n} x}=\frac{1}{\log_3 x}+\frac{2}{\log_3 x}+\frac{3}{\log_3 x}+...+\frac{n}{\log_3 x}=\frac{n(n+1)}{2\log_3 x}.$$

Do đó $\frac{n(n+1)}{2}=210 \Leftrightarrow n^2+n-420=0 \Leftrightarrow n=20$.

Vậy $P=2.20+3=43$.

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m(t)=m_0.e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t, k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 2378

Ta có $m(t)=m_0.e^{-kt} \Leftrightarrow e^{-kt}=\frac{m(t)}{m_0} \Leftrightarrow -kt=\ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right)$.

Do chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm nên $k=\frac{-1}{t}.\ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right)=\frac{\ln 2}{5730}$.

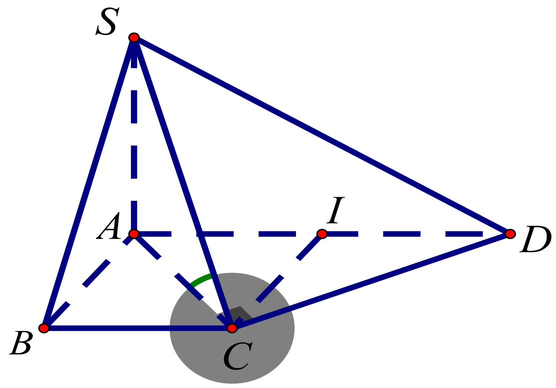
Mẫu đồ cổ có một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó nên $m(t)=\frac{3}{4}m_0 \Leftrightarrow \frac{m(t)}{m_0}=\frac{3}{4}$.

Mẫu đồ vật có tuổi là $t=\frac{-1}{k}.\ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right)=\frac{-5730}{\ln 2}.\ln\left(\frac{3}{4}\right)\approx 2378$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2a$, $AB=BC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) (làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị độ).

Lời giải

Đáp số: $26,6$



Ta có : $SC \cap (ABCD) = C$ và hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là A

$\Rightarrow$ hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là

$AC \Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,AC)} = \widehat{SCA} = 60°$.

Xét tam giác ABC vuông tại B có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC.\tan 60° = a\sqrt{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{6}$ và

$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a$.

Xét tam giác SAD vuông tại A có $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{6a^2 + 4a^2} = a\sqrt{10}$.

Gọi I là trung điểm của AD.Ta có $AI = \frac{1}{2}AD = a \Rightarrow AI = BC$. Lại có $AI // BC$ nên $ABCI$

là hình bình hành. Do đó $CI = AB = a = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $C \Rightarrow CD \perp AC$ mà

$CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAC)$.

Ta có $SD \cap (SAC) = S$ và hình chiếu của D trên mặt phẳng (SAC) là C

$\Rightarrow$ hình chiếu của SD trên mặt phẳng (SAC) là $SC \Rightarrow \widehat{(SD,(SAC))} = \widehat{(SD,SC)} = \widehat{DSC}$.

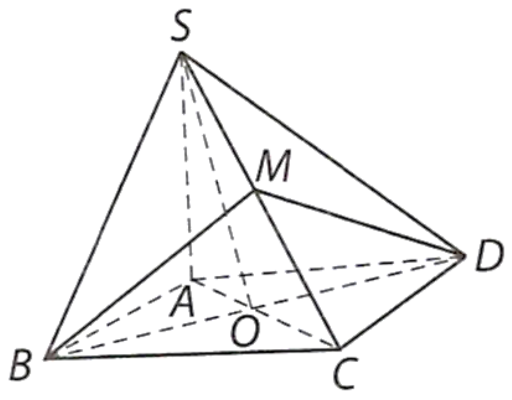
Xét tam giác SCD vuông tại C có $\cos\widehat{DSC} = \frac{SC}{SD} = \frac{2\sqrt{2}a}{a\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \widehat{DSC} \approx 26,6°$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAD) \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Côsin của góc góc nhị diện $[B,SC,D]$ có

dạng phân số tối giản $\frac{-a}{b}$, tính $a+b$?

Lời giải

Đáp án: 7



Hình 7.43

Kẻ $BM \perp SC$ tại M thì $DM \perp SC$ nên $[B, SC, D] = \widehat{BMD}$.

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên tam giác SBC vuông tại B, tính được $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$ và $DM = BM = \dfrac{SB \cdot BC}{SC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Áp dụng định lí côsin trong tam giác BDM, ta có:

$\cos \widehat{BMD} = \dfrac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2 \cdot BM \cdot DM} = -\dfrac{3}{4}$.

Vậy $a + b = 7$

PHẦN 4. TỰ LUẬN

Câu 1: Giải phương trình: $\log_2\left(x^2 + 3x\right) = 2$.

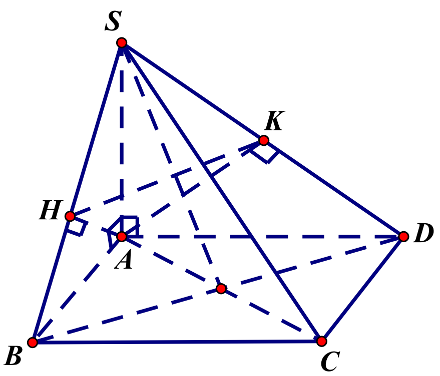
Lời giải

Ta có: $\log_2\left(x^2 + 3x\right) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -4 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1, x = -4$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các cạnh SB, SD. Chứng minh rằng $(AHK) \perp (SAC)$.

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ và $SA \perp CD$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$

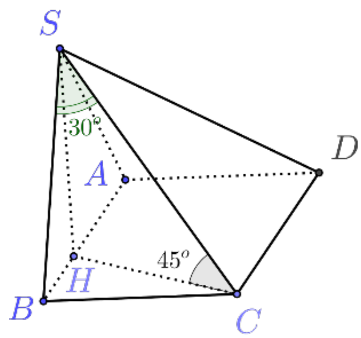
Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$ (1)

Ta có: $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (AHK)$ mà $SC \subset (SAC)$ nên $(AHK) \perp (SAC)$ (đpcm)

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng đáy, mặt phẳng (SAB) lần lượt là $45°$ và $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của S trên đường thẳng AB.

Ta có $\left.\begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH} = 45° \Rightarrow SH = SC.\sin 45°$.

Mặt khác $\left.\begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ CB \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow CB \perp (SAB)$

Góc giữa SC và (SAB) là góc $\widehat{CSB} = 30° \Rightarrow SC = \dfrac{BC}{\sin 30°} = 2a$.

Do đó $SH = SC.\sin 45° = a\sqrt{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{SH.S_{ABCD}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 4: Một giá đỡ Tripod ba chân (như hình) đang được mở sao cho ba gốc chân cách đều nhau một khoảng 40 cm. Biết rằng chiều cao các chân giá đỡ là 1 m, tính chiều cao của giá đỡ so với mặt đất (theo đơn vị mét và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

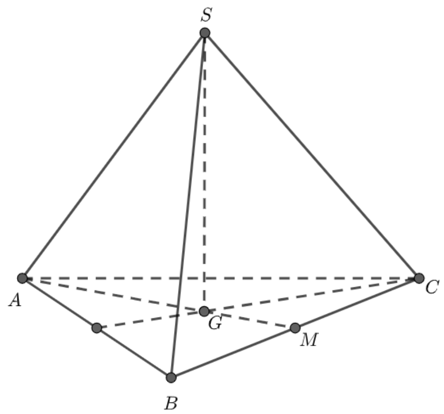
Lời giải

Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=0,4$ m và $SA=1$ m. Gọi M là trung đểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC. Ta có $SG\perp(ABC)$.

$AM=\dfrac{0,4.\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{5}\Rightarrow AG=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{2\sqrt{3}}{15}$

Khoảng cách từ giá đỡ so với mặt đất là:

$SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{1^2-\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{15}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{213}}{15}\approx 0,97$ m.



ĐỀ THỬ SỨC 06

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $a>0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. **B.** $a^m . a^n = a^{m-n}$. **C.** $(a^m)^n = (a^n)^m$. **D.** $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Câu 2: Với a là số thực dương, biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}}.\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{5}}$. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

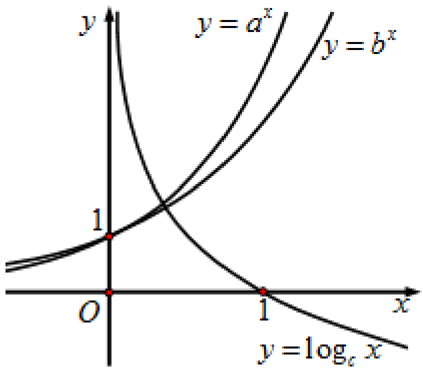
Câu 3: Giá trị của biểu thức $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9$ là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 4: Cho $a>0$. Giá trị của $\log_2\left(\dfrac{8}{a}\right)$ bằng

A. $3 - \log_2 a$. **B.** $4 - \log_2 a$. **C.** $\dfrac{3}{\log_2 a}$. **D.** $8 - \log_2 a$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a, b, c.



A. $c<b<a$. **B.** $b<a<c$. **C.** $a<b<c$. **D.** $c<a<b$.

Câu 6: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ là

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 7: Trong không gian cho điểm A và đường thẳng d. Có bao nhiêu đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d

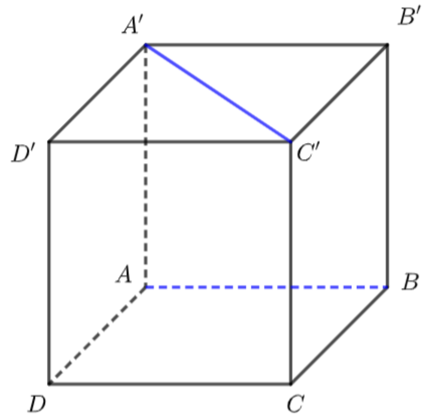
A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $AB < AD$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SD, SC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. AK vuông góc với (SCD). **B.** BC vuông góc với (SAC).

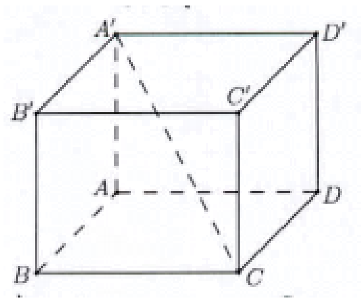
C. AH vuông góc với (SCD). **D.** BD vuông góc với (SAC).

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng



A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3}{4}a^3$.. **B.** $V = a^3$.. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$.. **D.** $V = \frac{1}{2}a^3$.

PHẦN II. (2 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Mỗi ý* ***a), b), c), d)*** *ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cho $\log_2 3 = a; \log_{25} 2 = b$. Khi đó:

a) $\log_2 25 = \frac{1}{b}$

b) $\log_2(3.9) = 9a$

c) $\log_2 75 = a + \frac{1}{b}$

d) Nếu $x; y$ là các số nguyên tố thỏa mã $\log_{48600} 25 = \dfrac{1}{xab + yb + z}$ thì $x + y + z = 10$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC. Khi đó:

a) Tam giác SBC cân tại B.

b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC).

c) $(SC, HK) = 90^\circ$

d) Giả sử HK cắt BC tại D. Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.

PHẦN III. (2 điểm) Trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

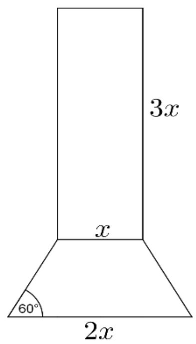
Câu 1: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a \left(b^2 c^3\right)$.

Câu 2: Giá trị còn lại của một chiếc xe ôtô mua mới theo thời gian t được xác định bởi công thức: $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$, trong đó $V(t)$ được tính bằng tỷ đồng và t tính bằng năm. Sau ít nhất bao nhiêu năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó còn lại dưới 500 triệu đồng?

Câu 3: Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8$ m; $OA = 2,8$ m; $OB = 3,2$ m. Tính số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà (làm tròn đến đơn vị độ).

Hình 7.72

Câu 4: Một ống khói có cấu trúc gồm một khối chóp cụt tứ giác đều có thể tích V_1 và một khối hộp chữ nhật có thể tích V_2 ghép lại với nhau như hình bên dưới. Cho biết bản vẽ hình chiếu của ống khói với phương chiếu trùng với phương của một cạnh đáy khối chóp cụt, hãy tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_2}$. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

PHẦN IV. (3 điểm) Tự Luận.

Câu 1: Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ độ Richter, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn. Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản?

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M; N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN)

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $6\sqrt{6}$, $SA = SB = SD = 12$ và tam giác ABD đều. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu?

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $a>0, m, n\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^m+a^n=a^{m+n}$. **B.** $a^m.a^n=a^{m-n}$. **C.** $(a^m)^n=(a^n)^m$. **D.** $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{n-m}$.

Lời giải

Chọn C

Tính chất lũy thừa

Câu 2: Với a là số thực dương, biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{5}}$. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

$P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt{a}=a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 3: Giá trị của biểu thức $P=\log_2 8+\log_{\sqrt{3}} 9$ là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\log_2 8+\log_{\sqrt{3}} 9=\log_2 2^3+\log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^2=3\log_2 2+4\log_3 3=3+4=7$.

Câu 4: Cho $a>0$. Giá trị của $\log_2\left(\dfrac{8}{a}\right)$ bằng

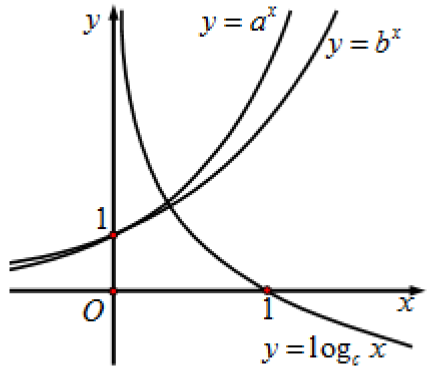
A. $3-\log_2 a$. **B.** $4-\log_2 a$. **C.** $\dfrac{3}{\log_2 a}$. **D.** $8-\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2\left(\dfrac{8}{a}\right)=\log_2 8-\log_2 a=3-\log_2 a.$

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$; $y=b^x$; $y=\log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a,b,c.



A. $c<b<a$. **B.** $b<a<c$. **C.** $a<b<c$. **D.** $c<a<b$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số $y=a^x$ là hàm số đồng biến nên $a>1$; $y=b^x$ là hàm số đồng biến nên $b>1$; $y=\log_c x$ là hàm số nghịch biến nên $0<c<1$ do vậy ta có $\begin{cases}0<c<a\\0<c<b\end{cases}$

Khi thay $x=1$ vào hai hàm số $y=a^x; y=b^x$ ta thu được $a>b$ vậy $c<b<a$.

Câu 6: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ là

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x^2-4x+5}=9$

$\Leftrightarrow x^2-4x+5=\log_3 9 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$,

$\Rightarrow$ Tổng bình phương các nghiệm của phương trình là $1^2+3^2=10$.

Câu 7: Trong không gian cho điểm A và đường thẳng d. Có bao nhiêu đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Có vô số đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d.

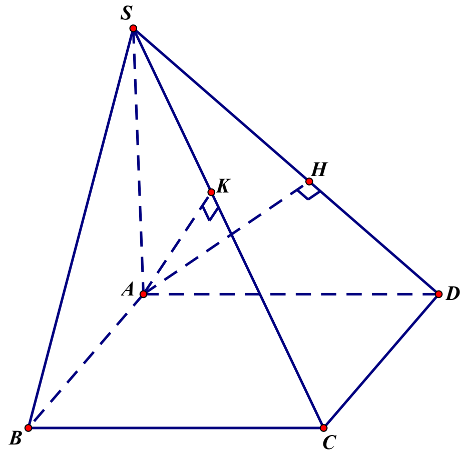
Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $AB<AD$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SD, SC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. AK vuông góc với (SCD). **B.** BC vuông góc với (SAC).

C. AH vuông góc với (SCD). **D.** BD vuông góc với (SAC).

Lời giải

Chọn C

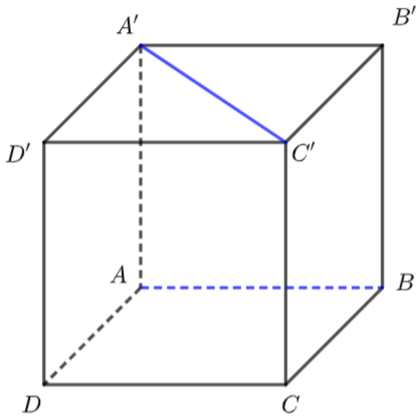


Từ SA vuông góc với đáy ta suy ra $CD \perp SA$.

Từ $CD \perp AD$ và $CD \perp SA$ suy ra $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$.

Từ $CD \perp AH$ và $AH \perp SD$ suy ra $AH \perp (SCD)$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng



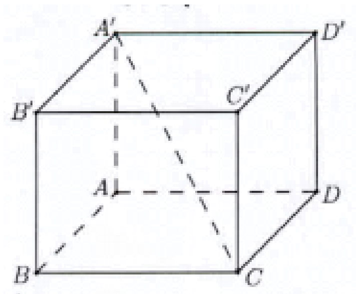
A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn B

Vì $AB // A'B'$ nên $\left(\widehat{AB, A'C'}\right) = \left(\widehat{A'B', A'C'}\right) = \widehat{B'A'C'}$.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B

Góc cần tìm là $A'CA = \alpha$. Vì đáy là hình vuông nên $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ và

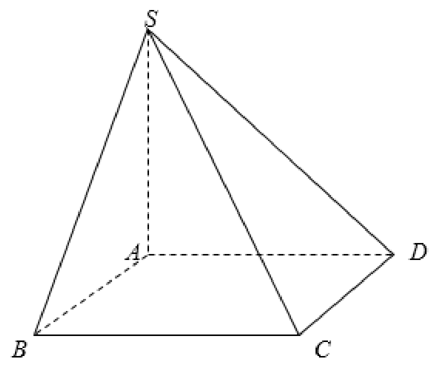
$\tan\alpha = \dfrac{AA'}{AC} = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $d(S,(ABCD)) = SA = a$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{3}{4}a^3$.. **B.** $V = a^3$.. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$.. **D.** $V = \dfrac{1}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn B

$V = \dfrac{1}{3}hS = \dfrac{1}{3}.\sqrt{3}.(2a)^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}. = a^3$.

PHẦN II. (2 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cho $\log_2 3 = a; \log_{25} 2 = b$. Khi đó:

a) $\log_2 25 = \dfrac{1}{b}$

b) $\log_2(3.9) = 9a$

c) $\log_2 75 = a + \dfrac{1}{b}$

d) Nếu $x; y$ là các số nguyên tố thỏa mã $\log_{48600} 25 = \dfrac{1}{xab + yb + z}$ thì $x + y + z = 10$.

Lời giải

$\log_{25} 2 = b \Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_2 25} = b \Leftrightarrow \log_2 25 = \dfrac{1}{b}$

b) Sai.

$\log_2 (3.9) = \log_2 3^3 = 3\log_2 3 = 3a$

c) Đúng.

$\log_2 75 = \log_2 (25.3) = \log_2 3 + \log_2 25 = a + \dfrac{1}{b}$

d) Sai.

Ta có: $\log_{25} 2 = b \Rightarrow \log_5 2 = 2b$; $\log_5 3 = \log_5 2.\log_2 3 = 2ab$

$\Rightarrow \log_{48600} 25 = 2\log_{48600} 5 = \dfrac{2}{\log_5 48600}$

$= \dfrac{2}{\log_5 \left(2^3.3^5.5^2\right)} = \dfrac{2}{3\log_5 2 + 5\log_5 3 + 2} = \dfrac{1}{5ab + 3b + 1}$.

Vậy $x = 5; y = 3; z = 1 \Rightarrow x + y + z = 9$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC. Khi đó:

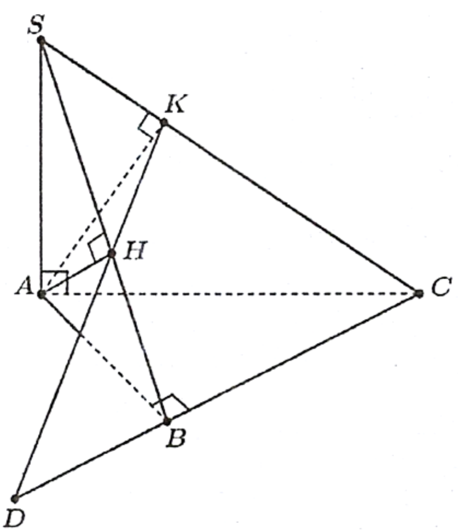
a) Tam giác SBC cân tại B.

b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC).

c) $(SC, HK) = 90^\circ$

d) Giả sử HK cắt BC tại D. Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.

Lời giải



a) Sai. Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (\text{do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$, mà $SB \subset (SAB)$ nên $BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B. Vậy a sai

b) Đúng. Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC (\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Vậy b đúng

c) Đúng. Ta có: $\begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH (\text{do } AH \perp (SBC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK)$.

mà $HK \subset (AHK)$ nên $SC \perp HK$ hay $(SC, HK) = 90^\circ$. Vậy c đúng

d) Đúng. Vì $(AHK) \equiv (ADK)$ mà $SC \perp (AHK)$ nên $SC \perp (ADK) \Rightarrow SC \perp AD$. (1)

Mặt khác $SA \perp AD$ (do $SA \perp (ABC), AD \subset (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AD \perp (SAC) \Rightarrow AD \perp AC$ hay $(AC, AD) = 90^\circ$. Vậy d đúng

PHẦN III. (2 điểm) TRẢ LỜI NGẮN. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Câu 1: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a \left(b^2 c^3\right)$.

Lời giải

Đáp án: 13

Ta có: $Q = \log_a \left(b^2 c^3\right) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2\log_a b + 3\log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$.

Câu 2: Giá trị còn lại của một chiếc xe ôtô mua mới theo thời gian t được xác định bởi công thức: $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$, trong đó $V(t)$ được tính bằng tỷ đồng và t tính bằng năm. Sau ít nhất bao nhiêu năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó còn lại dưới 500 triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 8

Ta có: $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$

Nên khi giá xe còn lại dưới 500 triệu đồng thì ta có:

$0.5 \geq 1,5e^{-0,15t} \Leftrightarrow t \geq 7,32$

Vậy sau ít nhất 8 năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó sẽ còn lại dưới 500 triệu đồng.

Câu 3: Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8$ m; $OA = 2,8$ m; $OB = 3,2$ m. Tính số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà (làm tròn đến đơn vị độ).

Hình 7.72

Lời giải

Đáp án: 106.

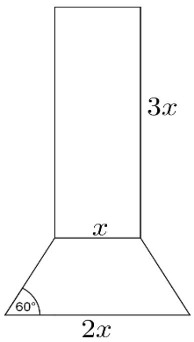
Vì hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật nên góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà là góc giữa hai đường thẳng OA và OB.

Xét tam giác OAB có

$$\cos\widehat{AOB}=\frac{OA^2+OB^2-AB^2}{2OA.OB}=\frac{2,8^2+3,2^2-4,8^2}{2.2,8.3,2}=-\frac{31}{112}\Rightarrow\widehat{AOB}\approx 106^o$$

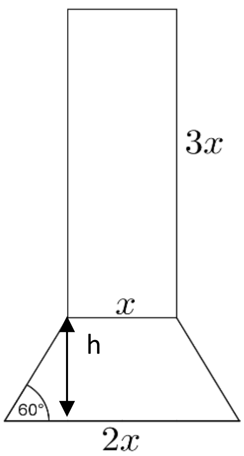
Tính số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà (làm tròn đến đơn vị độ) bằng 106°.

Câu 4: Một ống khói có cấu trúc gồm một khối chóp cụt tứ giác đều có thể tích V_1 và một khối hộp chữ nhật có thể tích V_2 ghép lại với nhau như hình bên dưới. Cho biết bản vẽ hình chiếu của ống khói với phương chiếu trùng với phương của một cạnh đáy khối chóp cụt, hãy tính tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



Lời giải

Trả lời: 0,67



Hình chiếu của ống khói gồm một hình chữ nhật có chiều dài là $3x$, chiều rộng là x và một hình thang cân có độ dài 2 đáy là x và $2x$.

Do khối chóp cụt tứ giác đều có 2 đáy đều là hình vuông nên ta thấy một mặt của khối hộp chữ nhật là hình vuông cạnh x (mặt tiếp xúc của 2 khối). Từ đây ta có 3 kích thước của khối hộp chữ nhật là x, x, và $3x$.

Đối với khối chóp cụt tứ giác đều, 2 đáy lần lượt có độ dài cạnh là x và $3x$. Nếu ta gọi h là chiều cao của hình thang cân trong hình thì h cũng đồng thời là chiều cao của khối chóp cụt.

Thể tích phần ống dạng khối hộp chữ nhật: $V_2 = x.x.3\text{x} = 3\text{x}^3$.

Dựa theo công thức tính được thể tích phần khối chóp cụt:

$$V_1 = \frac{1}{3}.h\left(x^2 + x.2x + (2x)^2\right) = \frac{1}{3}.\left(\frac{x}{2}.\tan 60^o\right).7x^2 = \frac{7\sqrt{3}}{6}x^3.$$

Vậy tỉ số thể tích: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7\sqrt{3}}{18}$.

PHẦN IV. CÂU TỰ LUẬN. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3*

Câu 1: Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ độ Richter, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn. Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản?

Lời giải

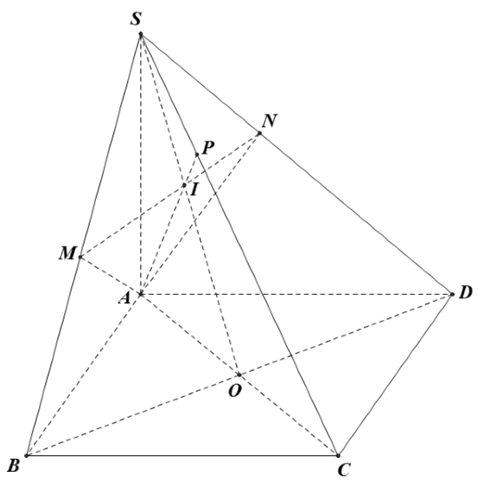
Nhận thấy ở San Francisco trận động đất có cường độ là: $M_1 = \log A_1 - \log A_0 = \log\frac{A_1}{A_0} = 8$

Ở Nhật Bản trận động đất có cường độ là: $M_2 = \log\frac{A_2}{A_0} = 6$

Khi đó: $8 - 6 = \log\frac{A_1}{A_0} - \log\frac{A_2}{A_0} = \log\frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow 2 = \log\frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 10^2 = 100.$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M; N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN)

Lời giải



Gọi $AC \cap BD = O, SO \cap MN = I, AI \cap SC = P$.

$AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SC$ và $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$, do đó: $SC \perp (AMN)$ hay $SC \perp (AMPN)$.

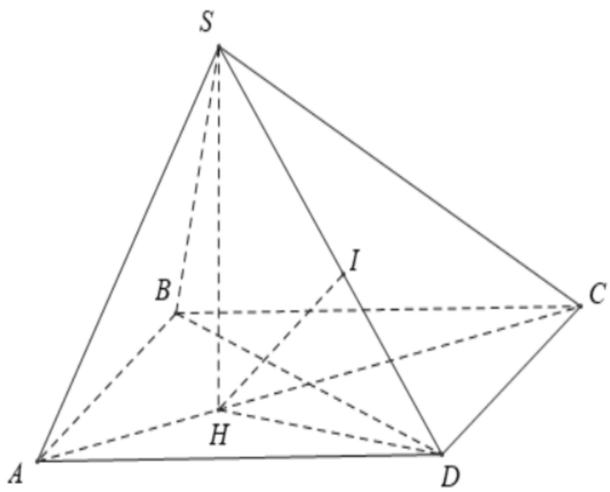
Suy ra: $\left(SB,(AMN)\right) = \left(SM,(AMPN)\right) = \widehat{SMP}$.

Ta có: $SM = \dfrac{SA^2}{SB} = \dfrac{2a^2}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$; $SP = \dfrac{SA^2}{SC} = \dfrac{2a^2}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a$.

Nên $\sin \widehat{SMP} = \dfrac{SP}{SM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SMP} = 60^o$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $6\sqrt{6}$, $SA = SB = SD = 12$ và tam giác ABD đều. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu?

Lời giải



Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD \Rightarrow AB // (SCD)$

$\Rightarrow d\left(AB,(SCD)\right) = d\left(A,(SCD)\right)$.

Ta có: $SA = SB = SD$ suy ra hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Theo giả thiết tam giác ABD đều nên có H là trọng tâm của tam giác ABD.

Ta có $DH \perp AB \Rightarrow HD \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHD)$.

Kẻ $HI \perp SD, I \in SD$ suy ra $HI \perp (SCD)$. Khi đó, $d\left(H,(SCD)\right) = HI$.

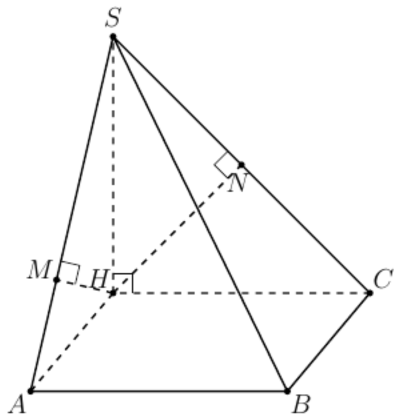
$AH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{3} = \dfrac{6\sqrt{6}.\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{2}$; $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{2}$

Tam giác SHD có $\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HD^2} = \dfrac{1}{(6\sqrt{2})^2} + \dfrac{1}{(6\sqrt{2})^2} = \dfrac{1}{36} \Rightarrow HI = 6$ hay

$d\left(H,(SCD)\right) = 6$.

Mà mặt khác ta thấy: $\dfrac{d\left(A,\left(SCD\right)\right)}{d\left(H,\left(SCD\right)\right)}=\dfrac{AC}{HC}=\dfrac{3}{2}$.

$\Rightarrow d\left(A,\left(SCD\right)\right)=\dfrac{3}{2}d\left(H,\left(SCD\right)\right)=\dfrac{3}{2}HI=\dfrac{3}{2}.6=9$.



a) Dễ thấy tứ giác $ABCH$ là hình vuông, suy ra:

$\begin{cases} BC\perp(SHC) \\ AB\perp(SHA) \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} SH\perp BC \\ SH\perp AB \end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

b) Gọi M là hình chiếu vuông góc của H lên $SA\Rightarrow HM\perp(SAB)$. Gọi N là hình chiếu vuông góc của H lên $SC\Rightarrow HN\perp(SCB)$.

$AC=2a\Rightarrow AB=BC=HA=HC=\sqrt{2}a$.

Do đó góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SCB) là góc giữa 2 đường thẳng HM,HN. Tam giác SHM vuông tại H: $\dfrac{1}{HM^2}=\dfrac{1}{HA^2}+\dfrac{1}{SH^2}=\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{3}{2a^2}\Rightarrow HM=HN=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hơn nữa $\Delta SMH\sim\Delta SHA\Rightarrow\dfrac{SM}{SH}=\dfrac{SH}{SA}\Rightarrow\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{(SH)^2}{(SA)^2}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow MN=\dfrac{1}{3}AC=\dfrac{2a}{3}$.

Suy ra $\cos\widehat{MHN}=\dfrac{2HM^2-MN^2}{2HM^2}=\dfrac{2}{3}$.

Vậy côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng $\dfrac{2}{3}$.

HẾT

ĐỀ THỬ SỨC 07

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. (3 Điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}}$ là

A. a^5. **B.** $a^{\frac{5}{9}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** a^2.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$. **B.** a^2. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{8}{3}}$

Câu 3: Cho $0 < a \neq 1,\ x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a a = 1$. **B.** $\log_a a^x = x$. **C.** $\log_a 1 = 0$. **D.** $x^{\log_a x} = x$.

Câu 4: Cho a, b là các số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. **B.** $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.

C. $\ln(ab) = \ln a.\ln b$. **D.** $\ln(a+b) = \ln a.\ln b$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2\left(x^2 - 3x + 2\right)$

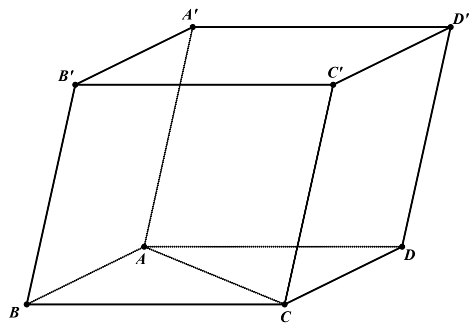
A. $D = (-\infty;1] \cup [2;+\infty)$. **B.** $D = [1;2]$.

C. $D = (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. **D.** $D = (1;2)$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

A. $x = \frac{1}{3}$. **B.** 0. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Câu 7: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?



A. $BB' \perp BD$. **B.** $A'C' \perp BD$. **C.** $A'B \perp DC'$. **D.** $BC' \perp A'D$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm AC, BD, BD, AD. Góc (IE, JF) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu của BD' lên mặt phẳng $(ADD'A')$ là.

A. AD'. **B.** $B'D'$. **C.** $A'D$. **D.** $A'D'$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại C. Cạnh bên SA vuông góc với đáy Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $CH \perp AK$. **B.** $CH \perp SB$. **C.** $CH \perp SA$. **D.** $AK \perp SB$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

A. a. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và chiều cao của tam giác SAB là $SH = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{3}$. **D.** a^3.

PHẦN II. (2 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(x^2 - 3x + 4\right) \geq 2$ (1). Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Bất phương trình (1) xác định trên $\mathbb{R}$.

b) Mũ hóa cơ số $\frac{1}{\sqrt{2}}$ hai vế của bất phương trình (1) ta được bất phương trình $x^2 - 3x + 4 \geq \sqrt{2}$

c) Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $\log_2\left(x^2 - 3x + 4\right) \geq -1$.

d) Bất phương trình (1) có hữu hạn nghiệm nguyên.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $BC \perp (SAB)$.

b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC).

c) $(SC, HK) = 90^\circ$.

d) Giả sử HK cắt BC tại D. Khi đó $(AC, AD) = 60^\circ$.

PHẦN III. (2 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x + 3y)}$.

Câu 2: Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn và lãi) sau n

năm là $A = 500.(1+0,075)^n$ (triệu đồng). Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm gửi tiết kiệm bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng cả vốn lẫn lãi.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Gọi α là số đo của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC). Khi đó $\tan\alpha$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cho $AB = SA = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng α^0.Tìm α.

PHẦN IV. (3 điểm) Tự luận. Thí sinh giải câu 1 và câu 3.

Câu 1: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1x_2 = 27$. Lúc đó, tìm các nghiệm x_1, x_2.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD.

Câu 3: Người ta cần xây dựng một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích là $125m^3$. Đáy bể bơi là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Tính chiều rộng của đáy bể bơi để khi thi công tiết kiệm nguyên vật liệu nhất (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

HẾT

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. (3 Điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}}$ là

A. a^5. **B.** $a^{\frac{5}{9}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** a^2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}}=a^2$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$. **B.** a^2. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{8}{3}}$

Lời giải

Chọn A

$a^3.\sqrt[3]{a^2}=a^3.a^{\frac{2}{3}}=a^{3+\frac{2}{3}}=a^{\frac{11}{3}}$.

Câu 3: Cho $0<a\neq 1$, $x>0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a a=1$. **B.** $\log_a a^x=x$. **C.** $\log_a 1=0$. **D.** $x^{\log_a x}=x$.

Lời giải

Chọn D

Với $0<a\neq 1, x>0$ ta có:

$\log_a a=1 \Rightarrow$ Phương án A đúng.

$\log_a a^x=x \Rightarrow$ Phương án B đúng.

$\log_a 1=0 \Rightarrow$ Phương án C đúng.

$a^{\log_a x}=x \Rightarrow x^{\log_a x}=x$ sai $\Rightarrow$ Phương án D sai.

Câu 4: Cho a, b là các số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **B.** $\ln(a+b)=\ln a+\ln b$.

C. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **D.** $\ln(a+b)=\ln a.\ln b$.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc logarit ta có: $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2(x^2-3x+2)$

A. $D=(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $D=[1;2]$.

C. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=(1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow x<1$ hoặc $x>2$

Vậy tập xác định: $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{2-x}$ là

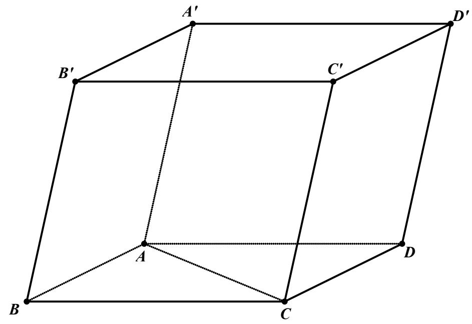
A. $x=\frac{1}{3}$. **B.** 0. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{2x+1}=3^{2-x}\Leftrightarrow 2x+1=2-x\Leftrightarrow 3x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

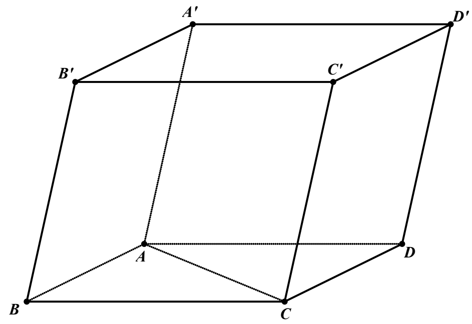
Câu 7: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?



A. $BB'\perp BD$. **B.** $A'C'\perp BD$. **C.** $A'B\perp DC'$. **D.** $BC'\perp A'D$.

Lời giải

Chọn A



Vì hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên các tứ giác $ABCD$, $A'B'BA$, $B'C'CB$ đều là hình thoi nên ta có

$AC\perp BD$ mà $AC\,//\,A'C'\Rightarrow A'C'\perp BD$ (B đúng).

$A'B\perp AB'$ mà $AB'\,//\,DC'\Rightarrow A'B\perp DC'$ (C đúng).

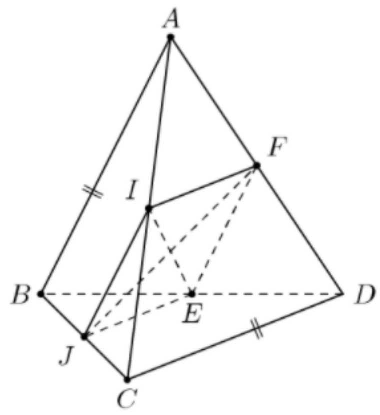
$BC'\perp B'C$ mà $B'C\,//\,A'D\Rightarrow BC'\perp A'D$ (D đúng).

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD$. Gọi I,J,E,F lần lượt là trung điểm AC,BD,BD,AD. Góc (IE,JF) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có IF là đường trung bình của $\Delta ACD \Rightarrow \begin{cases} IF // CD \\ IF = \frac{1}{2}CD \end{cases}$.

Lại có JE là đường trung bình của $\Delta BCD \Rightarrow \begin{cases} JE // CD \\ JE = \frac{1}{2}CD \end{cases}$.

$\Rightarrow \begin{cases} IF = JE \\ IF // JE \end{cases} \Rightarrow IJEF$ là hình bình hành.

Mặt khác $\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}AB \\ JE = \frac{1}{2}CD \Rightarrow IJ = JE \\ AB = CD \end{cases}$.

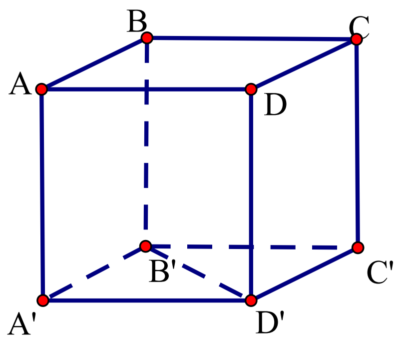
Vậy $IJEF$ là hình thoi. Suy ra $(IE, JF) = 90°$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu của BD' lên mặt phẳng $(ADD'A')$ là.

A. AD'. **B.** $B'D'$. **C.** $A'D$. **D.** $A'D'$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên cạnh $BA \perp (ADD'A')$ nên hình chiếu của B là

A, hình chiếu của D' là chính nó. Vậy hình chiếu của BD' lên mặt phẳng $(ADD'A')$ là AD'.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại C. Cạnh bên SA vuông góc với đáy Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $CH \perp AK$. **B.** $CH \perp SB$. **C.** $CH \perp SA$. **D.** $AK \perp SB$.

Lời giải

Chọn D

Vì H là trung điểm của AB, tam giác ABC cân suy ra $CH \perp AB$.

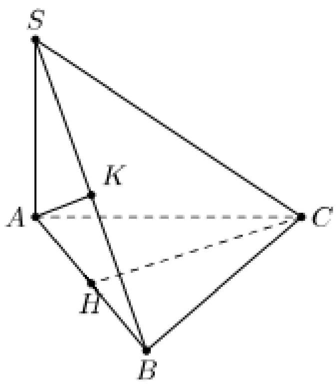
Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CH$.

Mà $CH \perp AB$ suy ra $CH \perp (SAB)$.

Mặt khác $AK \subset (SAB)$.

Nên CH vuông góc với các đường thẳng SA, SB, AK.

Và $AK \perp SB$ chỉ xảy ra khi và chỉ khi tam giác SAB cân tại S.

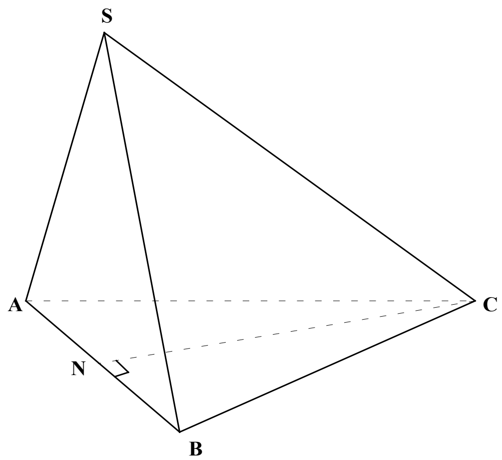


Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm của AB.

Ta có $\begin{cases}(ABC)\perp(SAB)\\(ABC)\cap(SAB)=AB\\CN\perp AB\end{cases}\Rightarrow CN\perp(SAB)\Rightarrow d\left(C;(SAB)\right)=CN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và chiều cao của tam giác SAB là $SH=a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}aa^2=\dfrac{1}{3}a^3$.

PHẦN II. (2 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(x^2-3x+4\right)\ge 2$ (1). Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Bất phương trình (1) xác định trên $\mathbb{R}$.

b) Mũ hóa cơ số $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ hai vế của bất phương trình (1) ta được bất phương trình $x^2-3x+4\ge\sqrt{2}$

c) Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $\log_2\left(x^2-3x+4\right)\ge -1$.

d) Bất phương trình (1) có hữu hạn nghiệm nguyên.

Lời giải

a) Đúng. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(x^2-3x+4\right)\ge 2$ xác định khi $x^2-3x+4>0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

b) Sai. Mũ hóa cơ số $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ hai vế của bất phương trình (1) ta được bất phương trình

$$x^2-3x+4\le\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\Leftrightarrow x^2-3x+4\le\frac{1}{2}.$$

c) Sai.

$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(x^2-3x+4\right)\ge 2\Leftrightarrow\log_{2^{-\frac{1}{2}}}\left(x^2-3x+4\right)\ge 2\Leftrightarrow -2\log_2\left(x^2-3x+4\right)\ge 2\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-3x+4\right)\le -1$

d) Sai.

Giải bất phương trình: $x^2-3x+4\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x^2-3x+\dfrac{7}{2}\le 0\Leftrightarrow x\in\varnothing$

Do đó bất phương trình (1) vô nghiệm.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

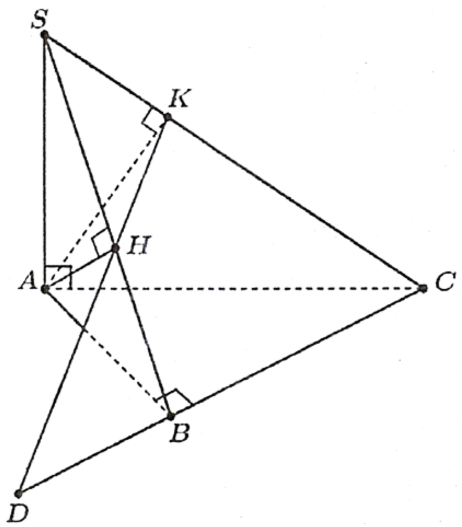
a) $BC \perp (SAB)$.

b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC).

c) $(SC, HK) = 90^\circ$.

d) Giả sử HK cắt BC tại D. Khi đó $(AC, AD) = 60°$.

Lời giải



a) Đúng. Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Đúng. Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \text{ (do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$ suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Đúng. Ta có: $\begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH \text{(do } AH \perp (SBC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK)$

mà $HK \subset (AHK)$ nên $SC \perp HK$ hay $(SC, HK) = 90^\circ$ suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Sai. Vì $(AHK) \equiv (ADK)$ mà $SC \perp (AHK)$ nên $SC \perp (ADK) \Rightarrow SC \perp AD$. (1)

Mặt khác $SA \perp AD$ (do $SA \perp (ABC), AD \subset (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AD \perp (SAC) \Rightarrow AD \perp AC$ hay $(AC, AD) = 90^\circ$ suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. (2 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính giá trị của biểu thức $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x + 3y)}$.

Lời giải

Đáp số: 1

Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$.

Khi đó $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x + 3y)} = \dfrac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(x + 3y)^2} = \dfrac{\log_{12}(36y^2)}{\log_{12}(36y^2)} = 1$.

Câu 2: Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn và lãi) sau n

năm là $A=500.(1+0,075)^n$ (triệu đồng). Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm gửi tiết kiệm bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng cả vốn lẫn lãi.

Lời giải

Đáp số: 7

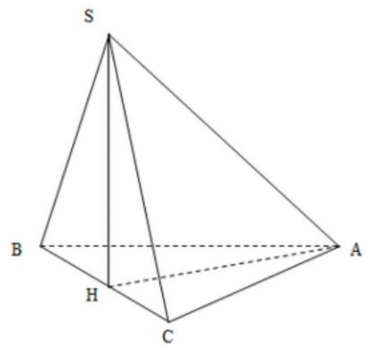
Ta có: $A=500.(1+0,075)^n \ge 800 \Leftrightarrow 1,075^n \ge \frac{8}{5} \Leftrightarrow n \ge \log_{1,075}\frac{8}{5} \approx 6,5$ (năm).

Vậy bác Minh cần gửi tiết kiệm tối thiểu 7 năm để thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Gọi α là số đo của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC). Khi đó $\tan\alpha$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 1



Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh $BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

$\Rightarrow AH$ là hình chiếu của SA lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow (SA,(ABC))=(SA,AH)=\widehat{SAH}=\alpha$

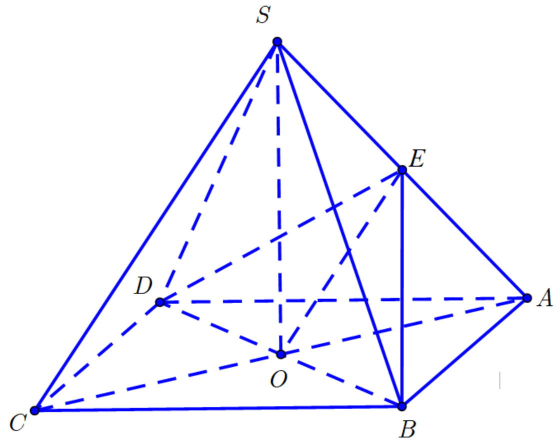
Ta có $\Delta SBC = \Delta ABC \Rightarrow SH = AH \Rightarrow \Delta SAH$ vuông cân tại H $\Rightarrow \widehat{SAH}=\alpha=45^0$.

Vậy $\tan\alpha=1$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cho $AB=SA=a$, $SO=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng α^0. Tìm α.

Lời giải

Đáp số: $\alpha=60$



Ta có: $\begin{cases}(SAC)\perp(ABCD)\\(SBD)\perp(ABCD)\\(SAC)\cap(SBD)=SO\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Trong tam giác SOA, kẻ $OE\perp SA$ tại E (1).

Ta có $\begin{cases}BD\perp AC\\BD\perp SO\\SO\cap AC=O\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp SA$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SA\perp(BDE)\Rightarrow SA\perp BE, SA\perp DE$.

Ta có: $\begin{cases}(SAB)\cap(SAD)=SA\\BE\subset(SAB), BE\perp SA\\DE\subset(SAD), DE\perp SA\end{cases}$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là góc giữa BE và DE.

Xét tam giác SOA vuông tại O, có

$OA=\sqrt{SA^2-SO^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{2a^2}{3}}=\sqrt{\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác AOB vuông tại O, có $OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác SOA vuông tại O, có $\dfrac{1}{OE^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{SO^2}=\dfrac{3}{a^2}+\dfrac{3}{2a^2}=\dfrac{9}{2a^2}\Rightarrow OE=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Xét tam giác BOE vuông tại O, có

$\tan\widehat{BEO}=\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{BEO}=60^0\Rightarrow\widehat{BED}=120^0$

Suy ra, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng 60^0.

Vậy $\alpha=60$.

PHẦN IV. (3 điểm) Tự luận. Thí sinh giải câu 1 và câu 3.

Câu 1: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1x_2=27$. Lúc đó, tìm các nghiệm x_1,x_2.

Lời giải

Xét phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ (1)

Đặt $t=\log_3 x$, phương trình (1) trở thành $t^2-(m+2)t+3m-1=0$ (2)

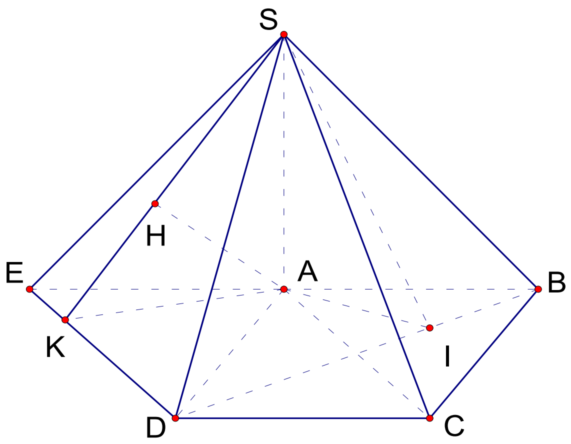
Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=27$ khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1+t_2=\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3(x_1x_2)=\log_3 27=3$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=(m+2)^2-4(3m-1)\geq 0\\ S=t_1+t_2=m+2=3\end{cases} \Leftrightarrow m=1$. Khi đó (2) trở thành $t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=2\end{array}\right.$.

Với $t_1=1 \Rightarrow \log_3 x_1=1 \Leftrightarrow x_1=3$ và với $t_2=2 \Rightarrow \log_3 x_2=2 \Leftrightarrow x_2=9$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=a\sqrt{3}$, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD.

Lời giải



Kẻ $AI\perp BD, I\in BD \Rightarrow BD\perp(SAI)$

Có

$$\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\ BD\perp(SAI)\\ (SAI)\cap(ABCD)=AI;(SAI)\cap(SBD)=SI\end{cases} \Rightarrow ((SBD),(ABCD))=(SI,AI)=\widehat{SIA}=60°.$$

Tam giác ABD vuông tại A đường cao AI nên

$$\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2} \Rightarrow AI=\frac{AB.AD}{\sqrt{AB^2+AD^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA=AI.\tan 60°=\frac{3a}{2}.$$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ đường thẳng qua D song song AC, cắt đường thẳng AB tại E.

Trong tam giác ADE, kẻ đường cao $AK\left(K\in DE\right)\Rightarrow\left(SAK\right)\perp\left(SDE\right)$.Dựng $AH\perp SK$ tại H, suy ra $AH\perp\left(SDE\right)$ tại H.

Do $AC//\left(SDE\right)\Rightarrow d\left(AC,SD\right)=d\left(A,\left(SDE\right)\right)=AH$

Ta có: $AK=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AH=\frac{3a}{4}\Rightarrow d\left(AC,SD\right)=\frac{3a}{4}$.

Câu 3: Người ta cần xây dựng một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích là $125m^3$. Đáy bể bơi là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Tính chiều rộng của đáy bể bơi để khi thi công tiết kiệm nguyên vật liệu nhất (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

Lời giải

Gọi chiều rộng hình hộp là a suy ra chiều dài là $3a$, chiều cao là h

$$V=a.3a.h=3a^2h\Rightarrow h=\frac{V}{3a^2}=\frac{125}{3a^2}$$

Diện tích thi công

$$S_{tc}=a.3a+2\left(a.h\right)+2\left(3a.h\right)=3a^2+2ah+6ah=3a^2+2a.\frac{125}{3a^2}+6a.\frac{125}{3a^2}=3a^2+\frac{1000}{3a}$$

Áp dụng BĐT Cosi ta có $3a^2+\frac{1000}{3a}=3a^2+\frac{500}{3a}+\frac{500}{3a}\geq 3\sqrt[3]{3a^2.\frac{500}{3a}.\frac{500}{3a}}=\sqrt[3]{\frac{750000}{9}}$

Diện tích thi công nhỏ nhất khi $3a^2=\frac{500}{3a}=\frac{500}{3a}\Leftrightarrow 9a^3=500\Leftrightarrow a=\sqrt[3]{\frac{500}{9}}\approx 3,82$

HẾT

ĐỀ THỬ SỨC 08

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho a là số thực dương. Hãy rút gọn biểu thức $A=\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$

A. $a^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$. **B.** $-a^{\sqrt{3}}$. **C.** $a^{\sqrt{3}}$. **D.** $a^{-\sqrt{3}}$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 3: Giá trị của biểu thức $2+\log_2 a.\log_a 8$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 4: Rút gọn biểu thức sau: $A=\log_a(bc)-\log_a\left(\frac{b}{a}\right)+\log_a\left(\frac{a}{c}\right)$ với $a,b,c>0, a\neq 1$.

A. $A=0$, **B.** $A=1$. **C.** $A=a$. **D.** $A=2$.

Câu 5: Tìm tập xác định của hàm số $y=\ln(1-x)$

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $R\setminus\{1\}$.

Câu 6: Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-5x-7}=1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông tại A, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 8: Chọn khẳng định **sai?**

A. Một đường thẳng gọi là vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng ấy.

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

C. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với nhau. Đường thẳng nào vuông góc với (P) thì cũng vuông góc với a.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng song song với nhau.

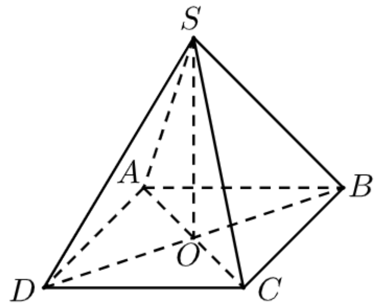
Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $BC\perp(SAC)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $AB\perp(SBC)$. **D.** $AC\perp(SBC)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại C.Kết luận nào sau đây **sai?**

A. $(SAC)\perp(SBC)$. **B.** $(SAB)\perp(ABC)$. **C.** $(SAC)\perp(ABC)$. **D.** $(SAB)\perp(SAC)$.

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là tâm của đa giác đáy.



Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào sau đây?

A. SO. **B.** SA. **C.** SC. **D.** SB.

Câu 12: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $6a^2$ và chiều cao $4a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $12a^3$.

PHẦN 2. (2 điểm) Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{1-x^2}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ ax-4 & khi\ x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$

a) Hàm số $y=a^x$ nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

b) $a^x=\dfrac{1}{16}$ khi $x=-4$.

c) Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ đi qua điểm $(2;1)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=a^{x-1}+a^{1-2x}$ bằng $\dfrac{3}{2}$.

Câu 2: Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông với cạnh dài 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài $219\,\text{m}$ (theo britannica.com).

a) $SO\perp(ABCD)$ với O là tâm của hình vuông $ABCD$.

b) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là α với $\cos\alpha=\dfrac{115}{219}$.

c) Chiều cao của Kim tự tháp khoảng $146\,\text{m}$ (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) khoảng 68° (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

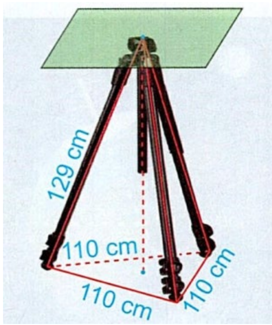
PHẦN III. (2 điểm) Trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 15 đến câu 16

Câu 1: Cho $a^{2b}=5$. Tính $2.a^{6b}$ $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m\left(t\right)=m_0.e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m\left(t\right)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t, k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ${}^{14}C$ là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ${}^{14}C$ sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết $(SAB)\perp(ABCD)$, $(SAD)\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Côsin của góc góc nhị diện $[B,SC,D]$ có dạng phân số tối giản $\frac{-a}{b}$, tính $a+b$?

Câu 4: Giá đỡ ba chân được mở sao cho ba gốc chân cách đều nhau một khoảng bằng 110 cm. Biết các chân của giá đỡ dài $129\,\text{cm}$. Hỏi chiều cao của giá đỡ bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2)?



PHẦN IV. (3 điểm) Tự luận

Câu 1: Giải bất phương trình $2^{x^2-4x+5}>\frac{1}{4}$

Câu 2: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=S_0.e^{r.t}$. Trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S\left(t\right)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng $\left(r>0\right)$, t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ lúc ban đầu có 500 con để số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm G của tam giác ABC và diện tích tam giác $A'AB$ bằng $\frac{a^2}{4}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và AB'.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho a là số thực dương. Hãy rút gọn biểu thức $A=\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$

A. $a^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$. **B.** $-a^{\sqrt{3}}$. **C.** $a^{\sqrt{3}}$. **D.** $a^{-\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A=\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-\frac{\sqrt{3}}{2}}=\left(a^{-2}\right)^{-\frac{\sqrt{3}}{2}}=a^{\sqrt{3}}$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 3: Giá trị của biểu thức $2+\log_2 a.\log_a 8$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2+\log_2 a.\log_a 8=2+\log_2 8=2+3=5$.

Câu 4: Rút gọn biểu thức sau: $A=\log_a(bc)-\log_a\left(\frac{b}{a}\right)+\log_a\left(\frac{a}{c}\right)$ với $a,b,c>0,a\neq 1$.

A. $A=0$, **B.** $A=1$. **C.** $A=a$. **D.** $A=2$.

Lời giải

Chọn D

$A=\log_a(bc)-\log_a\left(\frac{b}{a}\right)+\log_a\left(\frac{a}{c}\right)=\log_a\left(bc.\frac{a}{b}.\frac{a}{c}\right)=\log_a\left(a^2\right)=2$.

Câu 5: Tìm tập xác định của hàm số $y=\ln(1-x)$

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $R\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện để hàm số $y=\ln(1-x)$ xác định là $1-x>0 \Leftrightarrow x<1$.

Tập xác định là $D=(-\infty;1)$.

Câu 6: Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-5x-7}=1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{2x^2-5x-7}=1 \Leftrightarrow 2x^2-5x-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{7}{2} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông tại A, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C

Vì $AB \parallel CD$ nên $(SB,CD)=(SB,AB)=\widehat{SBA}$.

Ta có: $\tan\widehat{SBA}=\frac{SA}{AB}=\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA}=60°$.

Câu 8: Chọn khẳng định **sai?**

A. Một đường thẳng gọi là vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng ấy.

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

C. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với nhau. Đường thẳng nào vuông góc với (P) thì cũng vuông góc với a.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng song song với nhau.

Lời giải

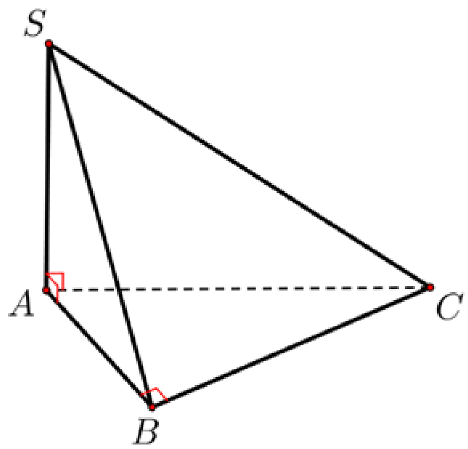
Chọn B

Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $BC\perp(SAC)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $AB\perp(SBC)$. **D.** $AC\perp(SBC)$.

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$. Lại có $AB \perp BC$. Do đó $BC \perp (SAB)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại C.Kết luận nào sau đây **sai?**

A. $(SAC) \perp (SBC)$. **B.** $(SAB) \perp (ABC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SAC)$.

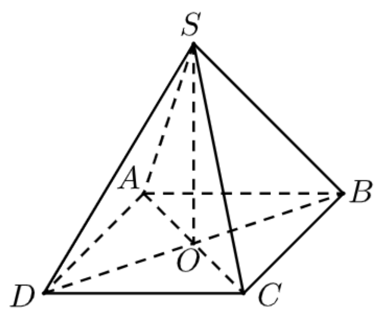
Lời giải

Chọn C

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC)$.

Mặt khác $BC \perp AC, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC)$.

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là tâm của đa giác đáy.



Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào sau đây?

A. SO. **B.** SA. **C.** SC. **D.** SB.

Lời giải

Chọn A

Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên $d(S,(ABCD)) = SO$.

Câu 12: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $6a^2$ và chiều cao $4a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V = B.h = 6a^2.4a = 24a^3$.

PHẦN 2. (2 điểm) Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho hàm số $y = \begin{cases} \dfrac{1-x^2}{x-1} & khi\ x \neq 1 \\ ax-4 & khi\ x=1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$

a) Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

b) $a^x = \dfrac{1}{16}$ khi $x=-4$.

c) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi qua điểm $(2;1)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = a^{x-1} + a^{1-2x}$ bằng $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Vì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ nên ta có

$$\lim_{x\to 1} f(x) = f(1) \Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{1-x^2}{x-1} = a.1-4 \Leftrightarrow \lim_{x\to 1}(-x-1) = a-4 \Leftrightarrow -2 = a-4 \Leftrightarrow a=2$$

a) Sai: Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

b) Đúng: $2^x = \dfrac{1}{16} \Leftrightarrow 2^x = 2^{-4} \Leftrightarrow x=-4$.

c) Đúng: $\log_2 2 = 1$ suy ra đồ thị đi qua điểm $(2;1)$

d) Đúng: $2^{x-1} + 2^{1-2x} = \dfrac{2^x}{2} + \dfrac{2}{2^{2x}} = \dfrac{2^x}{4} + \dfrac{2^x}{4} + \dfrac{2}{2^{2x}} \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{2^x}{4}.\dfrac{2^x}{4}.\dfrac{2}{2^{2x}}} = \dfrac{3}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{2^x}{4} = \dfrac{2}{2^{2x}} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x=1$

Vậy $y_{Min} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x=1$

Câu 2: Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông với cạnh dài 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài $219\,\text{m}$ (theo britannica.com).

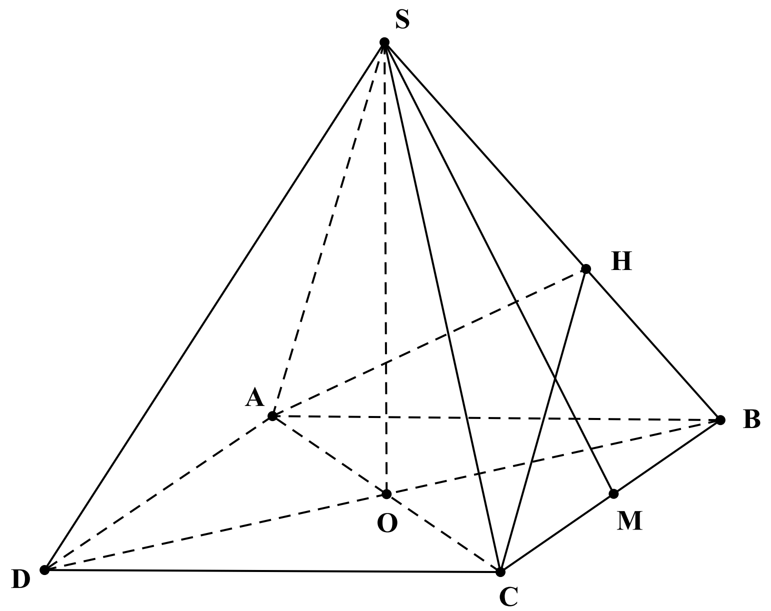
a) $SO \perp (ABCD)$ với O là tâm của hình vuông $ABCD$.

b) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là α với $\cos\alpha = \dfrac{115}{219}$.

c) Chiều cao của Kim tự tháp khoảng $146\,\text{m}$ (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) khoảng 68° (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải



a) Đúng

Tam giác SBD cân tại S có O là trung điểm của BD nên $SO \perp BD$.

Tam giác SAC cân tại S có O là trung điểm của AC nên $SO \perp AC$.

Do đó, $SO \perp (ABCD)$.

b) Sai

$(SB;(ABCD)) = (SB;OB) = \widehat{SBO}$.

$OB = \dfrac{BD}{2} = 115\sqrt{2}$

Xét tam giác vuông SOB vuông tại O có $\cos\widehat{SBO} = \cos\alpha = \dfrac{OB}{SB} = \dfrac{115\sqrt{2}}{219}$.

c) Sai

$SO \perp (ABCD)$ nên chiều cao của kim tự tháp bằng độ dài cạnh SO.

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác SBO vuông tại O

$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = 7\sqrt{439} \approx 147\,\text{m}$.

d) Đúng

Gọi M là trung điểm của BC, kẻ $AH \perp SB$.

Vì $AC \perp (SBD)$ nên $AC \perp SB$.

Ta có $SB \perp AC; SB \perp AH \Rightarrow SB \perp (ACH) \Rightarrow SB \perp CH$

Do đó $((SAB);(SBC)) = (AH;CH)$.

Dễ thấy ΔACH cân tại H (vì HO vừa là trung tuyến, vừa là đường cao) nên $CH = AH$

Ta có $CH.SB = SM.CB \Leftrightarrow CH = \dfrac{SM.CB}{SB} = \dfrac{\sqrt{SB^2 - BM^2}.CB}{SB} = \dfrac{\sqrt{34736}.230}{219}$

Xét tam giác AHC có $\cos\widehat{AHC} = \dfrac{AH^2 + HC^2 - AC^2}{2AH.HC}$

Suy ra $\widehat{AHC} \approx 112°$

Do đó $(AH;CH) \approx 68°$

PHẦN III. (2 điểm) Trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 15 đến câu 16

Câu 1: Cho $a^{2b} = 5$. Tính $2.a^{6b}$ $(a,b \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Đáp số: 250.

Ta có $2.a^{6b} = 2.\left(a^{2b}\right)^3 = 2.5^3 = 250$.

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m(t) = m_0.e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t, k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 2378

Ta có $m(t) = m_0.e^{-kt} \Leftrightarrow e^{-kt} = \dfrac{m(t)}{m_0} \Leftrightarrow -kt = \ln\left(\dfrac{m(t)}{m_0}\right)$.

Do chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm nên $k = \dfrac{-1}{t}.\ln\left(\dfrac{m(t)}{m_0}\right) = \dfrac{\ln 2}{5730}$.

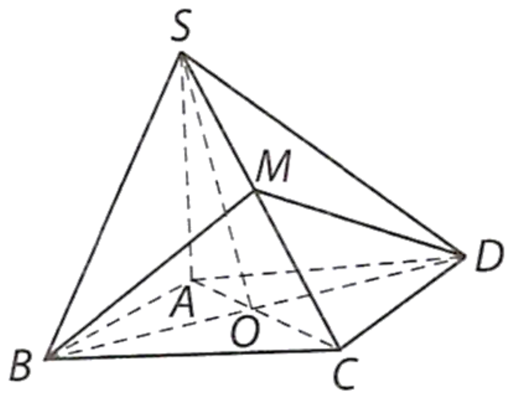
Mẫu đồ cổ có một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó nên $m(t) = \dfrac{3}{4}m_0 \Leftrightarrow \dfrac{m(t)}{m_0} = \dfrac{3}{4}$.

Mẫu đồ vật có tuổi là $t = \dfrac{-1}{k}.\ln\left(\dfrac{m(t)}{m_0}\right) = \dfrac{-5730}{\ln 2}.\ln\left(\dfrac{3}{4}\right) \approx 2378$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAD) \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Côsin của góc góc nhị diện $[B,SC,D]$ có dạng phân số tối giản $\dfrac{-a}{b}$, tính $a+b$?

Lời giải

Đáp án: 7



Hình 7.43

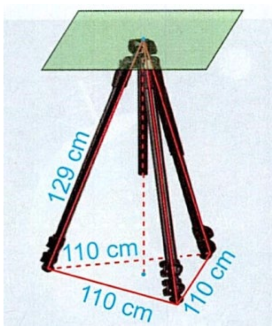
Kẻ $BM \perp SC$ tại M thì $DM \perp SC$ nên $[B,SC,D] = \widehat{BMD}$.

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên tam giác SBC vuông tại B, tính được $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$ và $DM = BM = \dfrac{SB \cdot BC}{SC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Áp dụng định lí côsin trong tam giác BDM, ta có:

$$\cos\widehat{BMD} = \frac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2 \cdot BM \cdot DM} = -\frac{3}{4}.$$

Vậy $a + b = 7$

Câu 4: Giá đỡ ba chân được mở sao cho ba gốc chân cách đều nhau một khoảng bằng 110 cm. Biết các chân của giá đỡ dài $129\,\text{cm}$. Hỏi chiều cao của giá đỡ bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2)?



Lời giải

Đáp án: 1,12

Chiều cao của giá đỡ là: $\sqrt{129^2 - \left(\dfrac{110 \cdot \sqrt{3}}{3}\right)^2} \approx 112\,(cm) = 1{,}12\,(m)$.

PHẦN IV. (3 điểm) Tự luận

Câu 1: Giải bất phương trình $2^{x^2-4x+5} > \dfrac{1}{4}$

Lời giải

$2^{x^2-4x+5} > \dfrac{1}{2^2} \Leftrightarrow 2^{x^2-4x+5} > 2^{-2} \Leftrightarrow x^2-4x+5>-2$ (do $2>1$). $\Leftrightarrow x^2-4x+7>0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x\in\mathbb{R}$.

Câu 2: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=S_0.e^{r.t}$. Trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ lúc ban đầu có 500 con để số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

Lời giải

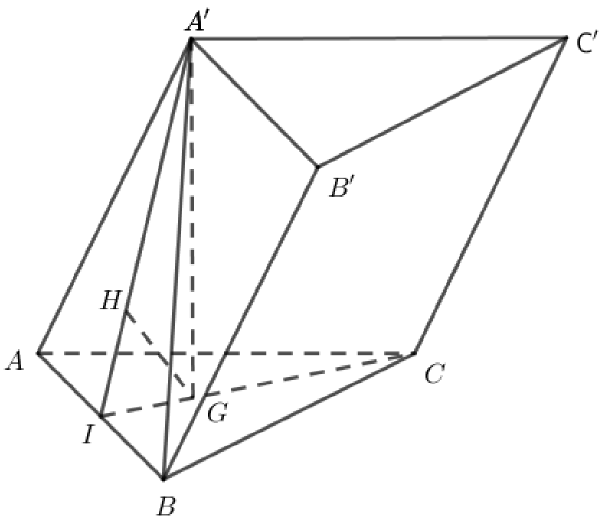
Ta có: $S_0=500$ (con); 5 giờ $=300$ phút.

Sau 5 giờ số vi khuẩn là: $S(300)=500.\,e^{300r} \Leftrightarrow 1500=500.\,e^{300r} \Leftrightarrow r=\dfrac{\ln 3}{300}$.

Vậy khoảng thời gian t kể từ lúc bắt đầu có 500 con vi khuẩn đến khi số lượng vi khuẩn đạt 121500 con thỏa mãn $121500=500.e^{r.t} \Leftrightarrow t=\dfrac{\ln 243}{r}=\dfrac{300\ln 243}{\ln 3}=1500$ (phút) $=25$ (giờ).

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm G của tam giác ABC và diện tích tam giác $A'AB$ bằng $\dfrac{a^2}{4}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và AB'.

Lời giải



Chọn mặt phẳng $(AA'B'A)$ chứa AB' và song song với CC'.

Khi đó $d(AB',CC')=d(CC',(AA'B'B))=d(C,(AA'B'B))$.

Gọi I là trung điểm của AB. Vì tam giác ABC đều nên $CI\perp AB \Rightarrow GI\perp AB$.

Vì $\begin{cases} A'G \perp AB \\ GI \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (A'GI) \Rightarrow AB \perp A'I$.

$GI = \dfrac{1}{3}CI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vì diện tích tam giác $A'AB$ bằng $\dfrac{a^2}{4}$ nên $\dfrac{1}{2}A'I.AB = \dfrac{a^2}{4} \Leftrightarrow A'I = \dfrac{a}{2}$.

Suy ra $A'G = \sqrt{A'I^2 - GI^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} - \dfrac{3a^2}{36}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Trong mặt phẳng $(A'GI)$ kẻ $GH \perp A'I \quad (H \in A'I)$.

Khi đó $\begin{cases} GH \perp A'I \\ GH \perp AB \quad (AB \perp (A'GI)) \end{cases}$ suy ra $GH \perp (AA'B'B) \Rightarrow d(G,(AA'B'B)) = GH$.

Xét tam giác $\Delta A'GI$ vuông tại G có

$$GH.A'I = A'G.GI \Rightarrow d(G,(AA'B'B)) = GH = \frac{A'G.GI}{A'I} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}.\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

Ta lại có $\dfrac{d(C,(AA'B'B))}{d(G,(AA'B'B))} = \dfrac{CI}{GI} = 3 \Rightarrow d(C,(AA'B'B)) = 3.d(G,(AA'B'B)) = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(AB',CC') = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

HẾT

ĐỀ THỬ SỨC 09

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a^{\frac{2}{5}}$. **B.** $P = a^{-\frac{1}{15}}$. **C.** $P = a^{\frac{1}{15}}$. **D.** $P = a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 2: Với α là một số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\sqrt{10^\alpha} = \left(\sqrt{10}\right)^\alpha$. **B.** $\left(10^\alpha\right)^2 = 10^{\alpha^2}$. **C.** $\left(10^\alpha\right)^2 = (100)^\alpha$. **D.** $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$.

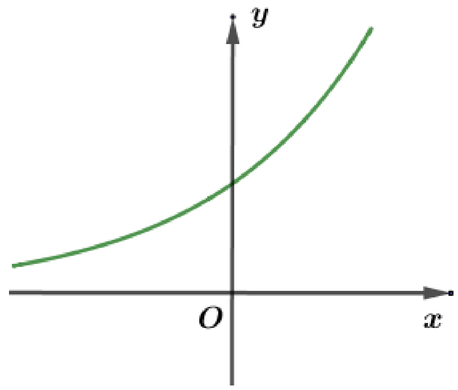
Câu 3: Giá trị của biểu thức $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9$ là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 4: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_a\left(a^4.a^{\frac{1}{3}}\right)$.

A. $P = \frac{3}{4}$. **B.** $P = 12$. **C.** $P = 1$. **D.** $P = \frac{13}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = a^x$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0;a)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 6: Nồng độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức $pH = -\log\left[H^+\right]$, trong đó $\left[H^+\right]$ là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng *mol/lít*. Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ $7,30$ đến $7,45$. Nồng độ ion hydrogen trong máu của một người bình thường bằng $a.10^{-8}$ *mol/lít.* Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<3$. **B.** $a>6$. **C.** $a>3$. **D.** $a<2$.

Câu 7: Phương trình $5^x=7$ có tập nghiệm là

A. $\{\log_7 5\}$. **B.** $\{\log_5 7\}$. **C.** 7^5. **D.** 5^7.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $SA\perp AB$. **B.** $SA\perp SB$. **C.** $SA\perp AC$. **D.** $SA\perp CD$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 0^0. **D.** 60^0.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, đáy ABC là tam giác vuông tại B. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $SA\perp BC$. **B.** $AB\perp BC$. **C.** $SB\perp BC$. **D.** $SC\perp BC$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

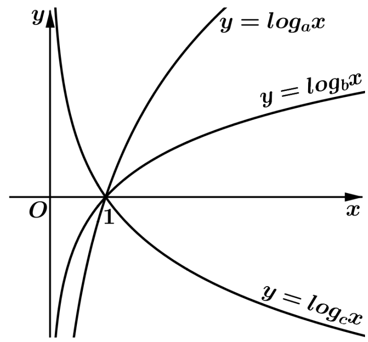
A. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh bằng a. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cho các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ với a,b,c là ba số thực dương khác 1. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Đồ thị các hàm số trên đều đi qua điểm $A(1;0)$.

b) Hàm số $y=\log_c x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

c) Từ đồ thị ta có: $0<c<1<a<b$.

d) Đường thẳng $y=3$ cắt hai đồ thị $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x_1;x_2$ sao cho $x_2=2x_1$. Khi đó $\dfrac{a}{b}=\sqrt[3]{2}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh $SA=2$ vuông góc với mp$\left(ABCD\right)$. Gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các đường thẳng SB,SC,SD.

a) Đường thẳng SA vuông góc với đường thẳng BC.

b) Tam giác SCD là tam giác vuông.

c) Hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) vuông góc với nhau.

d) Bốn điểm A,M,N,P lập thành một tứ giác có diện tích bằng 4.

PHẦN III. (2 điểm) CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Câu 1: Cho $a=\log_3 4, b=\log_5 4$. Biểu diễn $\log_{12}80$ theo a và b có dạng: $\log_{12}80=\dfrac{a\left(mb+n\right)}{b\left(a+q\right)}$.

Tổng $m+n+q$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-6x+1}=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x-3}$.

Câu 3: Trong hình 42, máy tính xách tay đang mở gợi nên hình ảnh của một góc nhị diện. Ta gọi số đo góc nhị diện đó là độ mở của màn hình máy tính. Tính độ mở của màn hình máy tính (làm tròn đến đơn vị độ) biết tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB=AC=30$ cm và $BC=50$cm.

Hình 42

Câu 4: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 30°. Khi đó thể tích khối lăng trụ là $\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. (3 điểm) Tự luận

Câu 1: Giải phương trình sau: $\log_2(2^x+1).\log_2(2^{x+1}+2)=6$.

Câu 2: Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M=\log\dfrac{k}{R^2}\ \left(Ben\right)$ với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A=3\ \left(Ben\right)$ và $L_B=5\ \left(Ben\right)$. Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có diện tích bằng 2, $AB = \sqrt{2}, BC = 2$. Gọi M là trung điểm của CD, hai mặt phẳng $\left(SBD\right)$ và $\left(SAM\right)$ cùng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(SAM\right)$.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P=a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P=a^{\frac{2}{5}}$. **B.** $P=a^{-\frac{1}{15}}$. **C.** $P=a^{\frac{1}{15}}$. **D.** $P=a^{\frac{19}{15}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P=a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{3}{5}}.a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{3}{5}+\frac{2}{3}}=a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 2: Với α là một số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\sqrt{10^{\alpha}}=\left(\sqrt{10}\right)^{\alpha}$. **B.** $\left(10^{\alpha}\right)^2=10^{\alpha^2}$. **C.** $\left(10^{\alpha}\right)^2=\left(100\right)^{\alpha}$. **D.** $\sqrt{10^{\alpha}}=10^{\frac{\alpha}{2}}$.

Lời giải

Chọn B

Công thức đúng: $\left(10^{\alpha}\right)^2=10^{2\alpha}$.

Câu 3: Giá trị của biểu thức $P=\log_2 8+\log_{\sqrt{3}} 9$ là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\log_2 8+\log_{\sqrt{3}} 9=\log_2 2^3+\log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^2=3\log_2 2+4\log_3 3=3+4=7$.

Câu 4: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $P=\log_a\left(a^4.a^{\frac{1}{3}}\right)$.

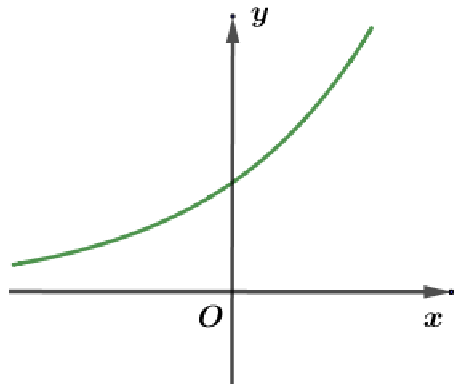
A. $P=\dfrac{3}{4}$. **B.** $P=12$. **C.** $P=1$. **D.** $P=\dfrac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P=\log_a\left(a^4.a^{\frac{1}{3}}\right)=\log_a\left(a^{\frac{13}{3}}\right)=\dfrac{13}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=a^x$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0;a)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, cơ số $a > 1$, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;1)$

Câu 6: Nồng độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức $pH = -\log\left[H^+\right]$, trong đó $\left[H^+\right]$ là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng *mol/lít*. Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ $7,30$ đến $7,45$. Nồng độ ion hydrogen trong máu của một người bình thường bằng $a.10^{-8}$ *mol/lít.* Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 3$. **B.** $a > 6$. **C.** $a > 3$. **D.** $a < 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $7,30 \le -\log\left[H^+\right] \le 7,45 \Leftrightarrow -7,45 \le \log\left[H^+\right] \le -7,30 \Leftrightarrow 10^{-7,45} \le \left[H^+\right] \le 10^{-7,30}$

Mà $10^{-7,45} \approx 3,55.10^{-8}$; $10^{-7,30} \approx 5,01.10^{-8} \Rightarrow 3,55 < a < 5,01$.

Câu 7: Phương trình $5^x = 7$ có tập nghiệm là

A. $\{\log_7 5\}$. **B.** $\{\log_5 7\}$. **C.** 7^5. **D.** 5^7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $5^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_5 7$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $\{\log_5 7\}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $SA \perp AB$. **B.** $SA \perp SB$. **C.** $SA \perp AC$. **D.** $SA \perp CD$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 0^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn B

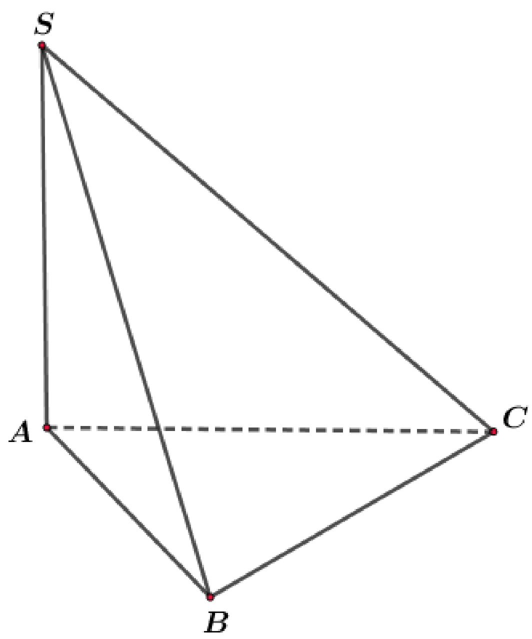
Ta có $A'C' \parallel AC \Rightarrow (A'C', BD) = (AC, BD) = 90^0$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, đáy ABC là tam giác vuông tại B. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $SA \perp BC$. **B.** $AB \perp BC$. **C.** $SB \perp BC$. **D.** $SC \perp BC$.

Lời giải

Chọn D



Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow$ phương án A đúng.

Vì ABC là tam giác vuông tại B nên $AB \perp BC \Rightarrow$ phương án B đúng.

Vì $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow$ phương án C đúng.

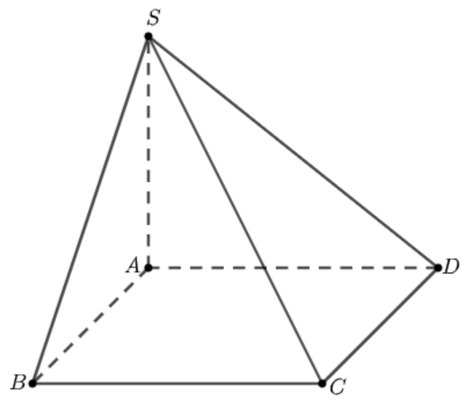
Theo trên $BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B, do đó $SC \perp BC$ là vô lý $\Rightarrow$ phương án D sai.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



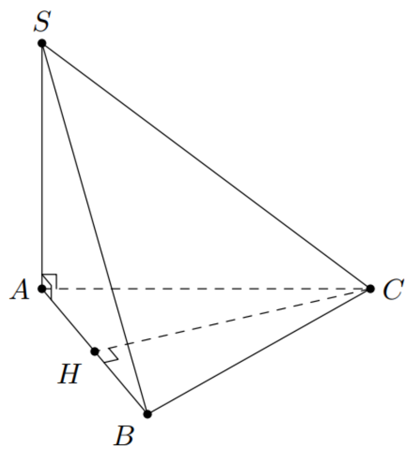
Thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.2a=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$..

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh bằng a. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

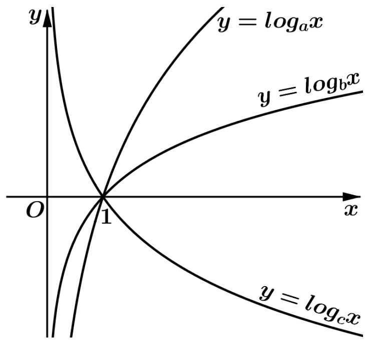
Chọn B



Gọi H là trung điểm AB. Ta có $CH\perp(SAB)$ nên $\mathrm{d}(C,(SAB))=CH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Mỗi ý* ***a), b), c), d)*** *ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cho các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ với a,b,c là ba số thực dương khác 1. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Đồ thị các hàm số trên đều đi qua điểm $A(1;0)$.

b) Hàm số $y=\log_c x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

c) Từ đồ thị ta có: $0<c<1<a<b$.

d) Đường thẳng $y=3$ cắt hai đồ thị $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x_1;x_2$ sao cho $x_2=2x_1$. Khi đó $\frac{a}{b}=\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Xét $\log_a x=1 \Leftrightarrow x=a$; $\log_b x=1 \Leftrightarrow x=b$; $\log_c =1 \Leftrightarrow x=c \Rightarrow c<1<a<b$.

a) Đúng.

b) Sai: Hàm số $y=\log_c x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

c) Đúng: Từ đồ thị suy ra $0<c<1<a<b$

d) Sai: Xét phương trình hoành độ giao điểm $\log_a x=3 \Leftrightarrow x_1=a^3$, và $\log_b x=3 \Leftrightarrow x_2=b^3$.

Do $x_2=2x_1$ nên $b^3=2a^3$ suy ra $\frac{a}{b}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh $SA=2$ vuông góc với mp$(ABCD)$. Gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các đường thẳng SB,SC,SD.

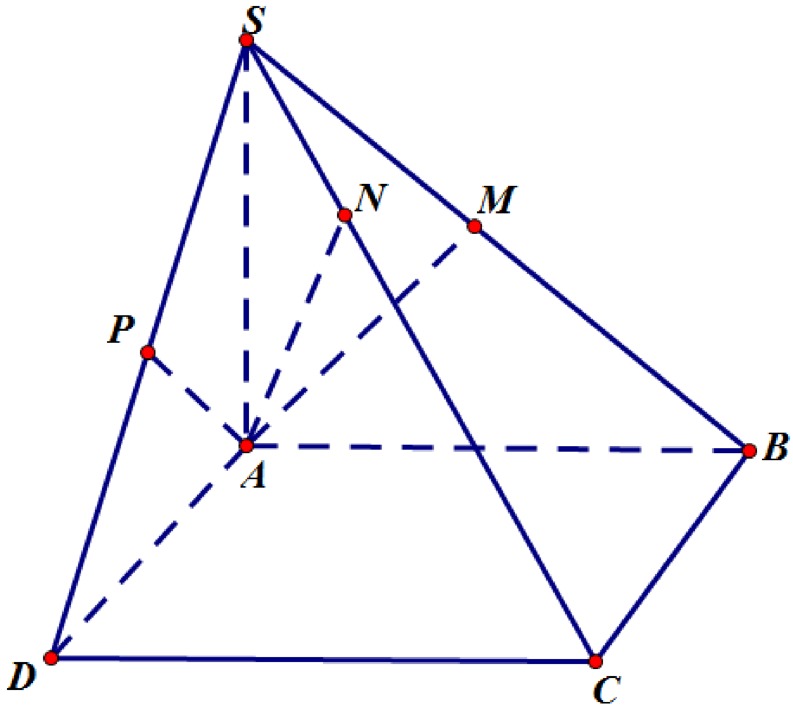
a) Đường thẳng SA vuông góc với đường thẳng BC.

b) Tam giác SCD là tam giác vuông.

c) Hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) vuông góc với nhau.

d) Bốn điểm A,M,N,P lập thành một tứ giác có diện tích bằng 4.

Lời giải



a) Đúng

Vì SA vuông góc với đáy nên SA vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp$\left(ABCD\right)$, do đó SA vuông góc với BC.

b) đúng.

Vì SA vuông góc với đáy nên SA vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp$\left(ABCD\right)$, do đó SA vuông góc với CD. Mặt khác, do $ABCD$ là hình vuông nên CD vuông góc với AB. Suy ra CD vuông góc với mp$\left(SAB\right)$. Do đó CD vuông góc với SD. Tức tam giác SCD vuông tại D.

c) Sai.

Ta có AP vuông góc với mp$\left(SCD\right)$(kết hợp chứng minh ở câu b). Để ý rằng hai mặt phẳng $\left(SAD\right)$ và $\left(SBC\right)$ cắt nhau theo giao tuyến qua điểm S và song song với BC. Tức là AP không song song và cũng không nằm trong mặt phẳng (SBC). Do đó hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) không vuông góc với nhau.

d) Sai.

Ta chứng minh được AM vuông góc với mp$\left(SBC\right)$, suy ra AM vuông góc với SC.

Do đó 4 điểm A, M, N, P đều thuộc mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC.

Mặt khác BD vuông góc với mp$\left(SAC\right)$ (Vì BD vuông góc với hai đường thẳng SA và AC), suy ra BD vuông góc với AN. Vì MP là đường trung bình của tam giác SBD nên MP song song với BD. Suy ra MP vuông góc với AN.

Ta có

$MP = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}.2\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

$AC = 2\sqrt{2}, SC = 2\sqrt{3} \Rightarrow AN = \frac{SA.AC}{SC} = \frac{2.2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tứ giác $AMNP$ bằng:

$S = \frac{1}{2}.AN.MP = \frac{1}{2}.\frac{2\sqrt{6}}{3}.\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

PHẦN III. (2 điểm) CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Câu 1: Cho $a = \log_3 4, b = \log_5 4$. Biểu diễn $\log_{12} 80$ theo a và b có dạng: $\log_{12} 80 = \frac{a(mb+n)}{b(a+q)}$.

Tổng $m+n+q$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 4

Ta có: $\log_{12} 80 = \frac{\log_4 80}{\log_4 12} = \frac{\log_4(4^2 \cdot 5)}{\log_4(4.3)} = \frac{2+\log_4 5}{1+\log_4 3} = \frac{2+\frac{1}{b}}{1+\frac{1}{a}} = \frac{\frac{2b+1}{b}}{\frac{a+1}{a}} = \frac{a(2b+1)}{(a+1)b}$.

Suy ra: $m = 2; n = 1; q = 1$. Vậy: $m+n+q = 4$.

Câu 2: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$.

Lời giải

Đáp án: 4.

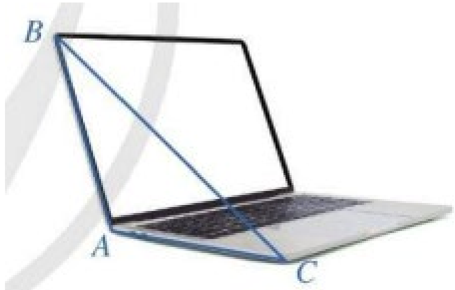
Ta có $2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} \Leftrightarrow 2^{x^2-6x+1} = (2)^{-2(x-3)} \Leftrightarrow x^2 - 6x + 1 = -2x + 6$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm là $-1+5 = 4$.

Câu 3: Trong hình 42, máy tính xách tay đang mở gợi nên hình ảnh của một góc nhị diện. Ta gọi số đo góc nhị diện đó là độ mở của màn hình máy tính. Tính độ mở của màn hình máy tính (làm tròn đến đơn vị độ) biết tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = AC = 30$ cm và $BC = 50$cm

.



Hình 42

Lời giải

Đáp án: 113°.

Gọi d là đường thẳng chứa bản lề của máy tính suy ra $d \perp AB, d \perp AC$

Vậy $\widehat{BAC}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện cần tính.

Xét ΔABC có:

$$\cos\widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2\text{AB} \cdot AC} = \frac{30^2 + 30^2 - 50^2}{2.30.30} = -\frac{7}{18} \Rightarrow \widehat{BAC} \approx 113^{\circ}$$

Vậy độ mở của màn hình máy tính sấp xỉ bằng 113°.

Câu 4: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 30°. Khi đó thể tích khối lăng trụ là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 31.

Diện tích đáy là: $S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao khối lăng trụ là: $h = 2\sqrt{3}.\sin 30^0 = 2\sqrt{3}.\frac{1}{2} = \sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = Sh = \frac{9\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3} = \frac{27}{4}$..

PHẦN IV. (3 điểm) Tự luận

Câu 1: Giải phương trình sau: $\log_2(2^x+1).\log_2(2^{x+1}+2) = 6$.

Lời giải

Ta có: $\log_2(2^x+1).\log_2(2^{x+1}+2) = 6 \Leftrightarrow \log_2(2^x+1).\log_2\left[2(2^x+1)\right] = 6$

$\Leftrightarrow \log_2(2^x+1).\left[1+\log_2(2^x+1)\right] = 6 \Leftrightarrow \log_2^2(2^x+1) + \log_2(2^x+1) - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2(2^x+1) = 2 \\ \log_2(2^x+1) = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x+1 = 4 \\ 2^x+1 = \frac{1}{8} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 3 \\ 2^x = -\frac{7}{8} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \log_2 3.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{\log_2 3\}$.

Câu 2: Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M=\log\frac{k}{R^2}\ (Ben)$ với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A=3\ (Ben)$ và $L_B=5\ (Ben)$. Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có $L_A<L_B\Rightarrow OA>OB$

$$L_A=\log\frac{k}{OA^2}=3\Rightarrow\frac{k}{OA^2}=10^3\Rightarrow OA=\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^3}}$$

$$L_B=\log\frac{k}{OB^2}=5\Rightarrow\frac{k}{OB^2}=10^5\Rightarrow OB=\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^5}}$$

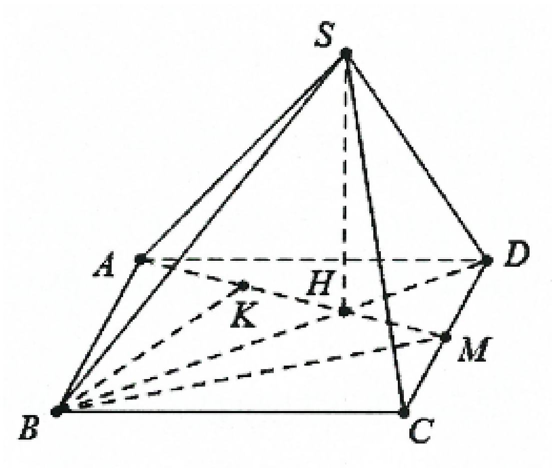
Gọi I là trung điểm AB. Ta có $L_I=\log\frac{k}{OI^2}\Rightarrow\frac{k}{OI^2}=10^{L_I}\Rightarrow OI=\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^{L_I}}}$

Mà $OI=\frac{1}{2}(OA-OB)\Rightarrow\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^{L_I}}}=\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^3}}-\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^5}})$

$\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt{10^{L_I}}}=\frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{10^3}}-\frac{1}{\sqrt{10^5}})\Leftrightarrow L_I\approx 3,69$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có diện tích bằng 2, $AB=\sqrt{2}, BC=2$. Gọi M là trung điểm của CD, hai mặt phẳng (SBD) và (SAM) cùng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAM).

Lời giải



Ta có: $S_{ABCD}=2S_{\Delta ABC}=2S_{\Delta MAB}=2\Rightarrow S_{\Delta ABC}=S_{\Delta MAB}=1$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AB.BC.\sin\widehat{ABC}=1\Rightarrow\sin\widehat{ABC}=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Do đó $\widehat{ABC}=45°\Rightarrow\widehat{ADM}=45°$

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác ADM, ta có:

$$AM=\sqrt{AD^2+DM^2-2.AD.DM.\cos\widehat{ADM}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

Gọi H là giao điểm của AM và $BD\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

Kẻ BK vuông góc với AM, $K\in AM\Rightarrow BK\perp AM\quad(1)$.

Ta có $(SAM)\cap(SBD)=SH\Rightarrow SH\perp ABCD\Rightarrow SH\perp BK\quad(2)$.

Từ $(1),(2)\Rightarrow BK\perp(SAM)\Rightarrow d\left(B;(SAM)\right)=BK$.

Mặt khác $S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}.BK.AM\Rightarrow BK=\frac{2.S_{\Delta MAB}}{AM}=\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

HẾT

ĐỀ THỬ SỨC 10

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 2
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN THI: TOÁN 11- KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. a. **B.** $a^{\frac{3}{8}}$. **C.** $a^{\frac{5}{4}}$. **D.** $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2: Với α là một số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\left(5^{\alpha}\right)^2=25^{\alpha}$. **B.** $\left(5^{\alpha}\right)^2=5^{\alpha^2}$. **C.** $\sqrt{5^{\alpha}}=\left(\sqrt{5}\right)^{\alpha}$. **D.** $\sqrt{5^{\alpha}}=5^{\frac{\alpha}{2}}$.

Câu 3: Với $a>0, a\neq 1$, $b>0, c>0$ thì $\log_a\left(b.c\right)$ bằng

A. $\log_a b.\log_a c$. **B.** $\log_a b+\log_a c$. **C.** $\log_a b-\log_a c$. **D.** $\dfrac{\log_a b}{\log_a c}$

Câu 4: Với mọi a,b dương thỏa mãn $\log_2\sqrt{a}-\log_2 b=3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a=64b^2$. **B.** $ab^2=64$. **C.** $\sqrt{a}-b=8$. **D.** $\dfrac{\sqrt{a}}{b}=3$.

Câu 5: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=10^{-x}$. **B.** $y=\pi^x$. **C.** $y=e^x$. **D.** $y=10^x$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 7: Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililít nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là $P=P_0\cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililít nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là 6000. Sau thời gian bao lâu (giờ) thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

A. $10,8$. **B.** 18. **C.** 24. **D.** $6,8$.

Câu 8: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.
B. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó chéo nhau.
C. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
D. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d\perp(\alpha)$.
B. Nếu đường thẳng $d\perp(\alpha)$ thì (d) vuông góc với mọi đường thẳng trong (α).

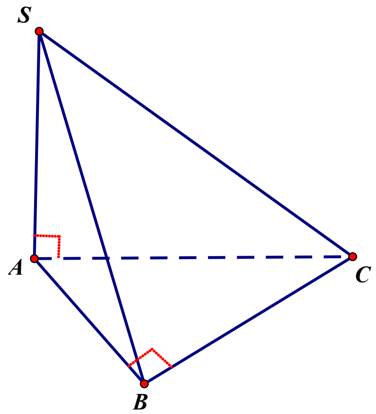
C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α).

D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng (SAB) là

A. SB. **B.** AD. **C.** SA. **D.** AB.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng đáy.



Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là

A. SC. **B.** AC.

C. BC. **D.** CH (với H là trung điểm AB).

Câu 12: Thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là

A. $V = \frac{1}{3}.h.S$. **B.** $V = h.S$. **C.** $V = 3.h.S$. **D.** $V = \frac{1}{2}.h.S$.

PHẦN II. (2 điểm) trắc nghiệm đúng sai. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga sử dụng công thức $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$ đồng biến trên tập xác định.

b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.

c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: "Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu".

d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: "Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu".

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC. Khi đó:

a) $BC \perp (AA'H)$.

b) $B'C' \perp AA'$.

c) Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng: $\frac{a^2}{3}$.

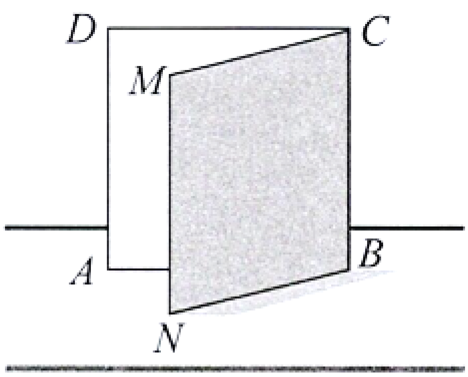
d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó, độ dài $A'H$ theo a bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN III. (2 điểm) TRẢ LỜI NGẮN. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Câu 1: Biết rằng $\log_4 2 + \log_8 32 = \frac{a}{b}\ (a, b \in \mathbb{N}, (a,b) = 1)$. Tính giá trị của biểu thức $S = a^2 + b^2$.

Câu 2: Phương trình $\log_2 x + \log_2 (x+2) = 3$ có số nghiệm là.

Câu 3: Hình 19 minh hoạ một cánh cửa và khung cửa. Cánh cửa có dạng hình chữ nhật $BCMN$ và khung cửa có dạng hình chữ nhật $ABCD$, ở đó $AB = BN$. Góc mở cửa là góc nhị diện $[A, BC, N]$. Biết chiều rộng BN của cửa là $1,2\,m$. Hỏi khi cánh cửa mở một góc phẳng nhị diện là bao nhiêu độ để khoảng cách giữa vị trí điểm A và N bằng $\frac{6\sqrt{2}}{5}\ (m)$.



Hình 19

Câu 4: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 2$, $BD = 2\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của B' xuống mặt đáy trùng với trung điểm H của OB. Đường thẳng

$B'C$ tạo với mặt đáy một góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

PHẦN IV: (3 điểm) TỰ LUẬN

Câu 1: Giải phương trình sau : $3^{x^2-3x-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}$.

Câu 2: Bác Việt gửi tiết kiệm 600 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi $6,8\%$ một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Thời gian tối thiểu để bác Việt thu được ít nhất 1 tỷ đồng (cả vốn lẫn lãi) là bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và $SA\perp(ABCD)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$.Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. a. **B.** $a^{\frac{3}{8}}$. **C.** $a^{\frac{5}{4}}$. **D.** $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a} = a^{\frac{3}{4}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{4}}$.

Câu 2: Với α là một số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\left(5^{\alpha}\right)^2 = 25^{\alpha}$. **B.** $\left(5^{\alpha}\right)^2 = 5^{\alpha^2}$. **C.** $\sqrt{5^{\alpha}} = \left(\sqrt{5}\right)^{\alpha}$. **D.** $\sqrt{5^{\alpha}} = 5^{\frac{\alpha}{2}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(5^{\alpha}\right)^2 = 25^{\alpha} = 5^{2\alpha}$ và $\sqrt{5^{\alpha}} = \left(\sqrt{5}\right)^{\alpha} = 5^{\frac{\alpha}{2}}$.

Câu 3: Với $a > 0, a \neq 1$, $b > 0, c > 0$ thì $\log_a\left(b.c\right)$ bằng

A. $\log_a b.\log_a c$. **B.** $\log_a b + \log_a c$. **C.** $\log_a b - \log_a c$. **D.** $\dfrac{\log_a b}{\log_a c}$

Lời giải

Chọn B

$\log_a\left(b.c\right) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 4: Với mọi a,b dương thỏa mãn $\log_2\sqrt{a} - \log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a = 64b^2$. **B.** $ab^2 = 64$. **C.** $\sqrt{a} - b = 8$. **D.** $\dfrac{\sqrt{a}}{b} = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2\sqrt{a} - \log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2\dfrac{\sqrt{a}}{b} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{a}}{b} = 2^3 \Leftrightarrow a = 64b^2$.

Câu 5: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = 10^{-x}$. **B.** $y = \pi^x$. **C.** $y = e^x$. **D.** $y = 10^x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = 10^{-x} = \left(\dfrac{1}{10}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x+2}=27 \Leftrightarrow 3^{x+2}=3^3 \Leftrightarrow x+2=3 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 7: Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililít nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là $P=P_0\cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililít nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là 6000. Sau thời gian bao lâu (giờ) thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

A. $10,8$. **B.** 18. **C.** 24. **D.** $6,8$.

Lời giải

Chọn A

$$6000=9000.10^{-2\alpha} \Rightarrow \alpha=-\frac{1}{2}\log\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\log\frac{3}{2}$$

$$9000.10^{-\alpha t}\le 1000 \Leftrightarrow 10^{-\alpha t}\le\frac{1}{9} \Leftrightarrow -\alpha t\le\log\frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow t\ge-\frac{2}{\alpha}\log\frac{1}{3}=-\frac{2}{\frac{1}{2}\log\frac{3}{2}}\cdot\log\frac{1}{3}=\frac{4\log 3}{\log\frac{3}{2}}\approx 10,8 \text{ (giờ).}$$

Câu 8: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.

B. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

C. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

D. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Lời giải

Chọn D

Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d\perp(\alpha)$.

B. Nếu đường thẳng $d\perp(\alpha)$ thì (d) vuông góc với mọi đường thẳng trong (α).

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α).

D. Nếu $d\perp(\alpha)$ và đường thẳng $a//(\alpha)$ thì $d\perp a$.

Lời giải

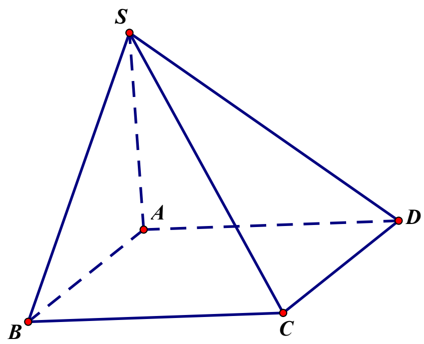
Chọn A

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng (SAB) là

A. SB . **B.** AD . **C.** SA . **D.** AB .

Lời giải

Chọn A

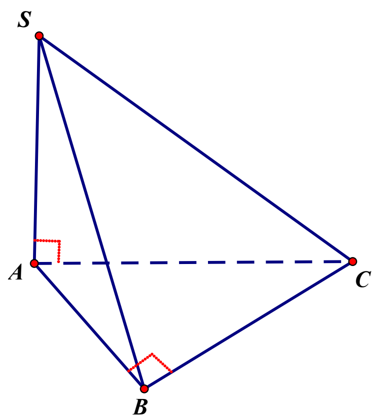


Do S là một điểm nằm trên mặt phẳng (SAB) nên hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (SAB) là chính S .

Ta có: $\left.\begin{matrix} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow CB \perp (SAB)$ nên B là nên hình chiếu vuông góc của C lên mặt phẳng (SAB) .

Vậy SB là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB) .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy.



Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là

A. SC . **B.** AC .

C. BC . **D.** CH (với H là trung điểm AB).

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} CB\perp AB\left(do\ \widehat{ABC}=90^0\right)\\ CB\perp SA\left(do\ SA\perp(ABC)\right)\end{array}\right\}\Rightarrow CB\perp(SAB).$$ Vậy $d\left(C,(SAB)\right)=CB$.

Câu 12: Thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{3}.h.S$. **B.** $V=h.S$. **C.** $V=3.h.S$. **D.** $V=\frac{1}{2}.h.S$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}.h.S$.

PHẦN II. (2 điểm) trắc nghiệm đúng sai. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga sử dụng công thức $y=\log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y=\log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$ đồng biến trên tập xác định.

b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.

c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: "Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu".

d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: "Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu".

Lời giải

a) Đúng.

b) Đúng: Với $x=200$ ta có $\log_{1.06}\left(\frac{200}{100}\right)=\log_{1.06}2\simeq 11,9\Rightarrow y\geq 12$ (năm).

c) Đúng: Với $x=150$ ta có $\log_{1.06}\left(\frac{150}{100}\right)=\log_{1.06}1,5\simeq 6,96\Rightarrow y\geq 7$ (năm). Nên nếu gửi ngân hàng thì cần ít nhất 7 năm thì mới thu về được số tiền 150 triệu, mà để đầu tư dự án thì chỉ mất 5 năm.

d) Đúng: Sau một năm gửi ngân hàng, số tiền thu được là $x=100.1,06$ (triệu đồng).

Rút 20 triệu để đóng bảo hiểm nên số tiền còn lại để gửi ngân hàng là $x_1 = 100.1,06 - 20$.

Sau năm thứ hai, tiền thu được trừ đi 20 triệu đóng bảo hiểm thì còn lại tiền gửi ngân hàng là $x_2 = x_1.1,06 - 20 = (100.1,06 - 20).1,06 - 20 = 100.1,06^2 - 20.1,06 - 20$.

Tiếp tục như vậy ta có : $x_n = 100.1,06^n - 20.\left(1,06^{n-1} + 1,06^{n-2} + ... + 1,06 + 1\right)$

$= 100.1,06^n - 20.\dfrac{1-1,06^n}{1-1,06}$.

Khi $x_n = 0$ ta có $100.1,06^n = 20.\dfrac{1-1,06^n}{1-1,06} \Leftrightarrow 1,06^n = \dfrac{20}{20-100.0,06}$

$\Leftrightarrow n = \log_{1,06}\left(\dfrac{20}{20-100.0,06}\right)(\simeq 6,12)$.

Với $n = 6$, có $x_6 = 100.1,06^6 - 20.\dfrac{1-1,06^6}{1-1,06} \simeq 2,3$. Tức là sau 6 năm thực hiện kế hoạch thì số tiền còn lại là 2,3 triệu đồng.

Vậy số tiền vốn đã có đủ để thực hiện kế hoạch trong 6 năm.

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC. Khi đó:

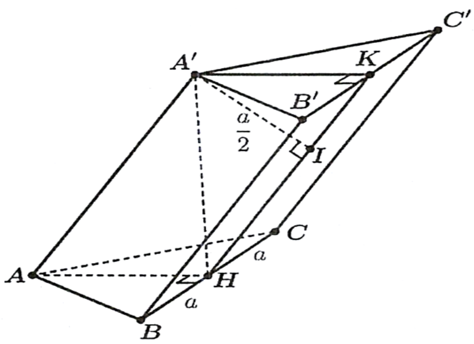
a) $BC \perp (AA'H)$.

b) $B'C' \perp AA'$.

c) Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng: $\dfrac{a^2}{3}$.

d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \dfrac{a}{2}$. Khi đó, độ dài $A'H$ theo a bằng: $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



a) Đúng. Ta có: $\begin{cases} BC \perp A'H \\ BC \perp AH \end{cases}$

$\Rightarrow BC\perp\left(AA'H\right)$.

b) Đúng. Vì $B'C'//BC$ nên $B'C'\perp\left(AA'H\right)\Rightarrow B'C'\perp AA'$.

c) Sai. Vì $A'H\perp(ABC)$ nên hình chiếu của AA' trên (ABC) là AH, hình chiếu của $A'B$ trên (ABC) là BH.

Vậy hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) chính là tam giác ABH.

Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC=2a\Rightarrow AB=AC=a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABH là:

$$S_{\Delta ABH}=\frac{1}{2}S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{4}(a\sqrt{2})^2=\frac{a^2}{2}.$$

d) Sai. Gọi K là trung điểm $B'C'$. Dễ thấy $\left(A'AH\right)\equiv\left(AHKA'\right)$.

Mà $B'C'\perp\left(AA'H\right)$ nên $B'C'\perp\left(AHKA'\right)$.

Trong mặt phẳng $\left(AHKA'\right)$, kẻ $A'I\perp HK$ tại I. (1)

Vì $B'C'\perp\left(AHKA'\right), A'I\subset\left(AHKA'\right)$ nên $A'I\perp B'C'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'I\perp\left(BCC'B'\right)$ hay I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại A' nên $A'K=\frac{B'C'}{2}=a$.

Tam giác $A'HK$ vuông tại A' có đường cao $A'I$ nên ta có:

$$\frac{1}{A'I^2}=\frac{1}{A'H^2}+\frac{1}{A'K^2}\Rightarrow\frac{1}{A'H^2}=\frac{1}{\frac{a^2}{4}}-\frac{1}{a^2}=\frac{3}{a^2}\Rightarrow A'H=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

PHẦN III. (2 điểm) TRẢ LỜI NGẮN. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Câu 1: Biết rằng $\log_4 2+\log_8 32=\frac{a}{b}\left(a,b\in\mathbb{N},(a,b)=1\right)$. Tính giá trị của biểu thức $S=a^2+b^2$.

Lời giải

Đáp số: 205

Ta có $\log_4 2+\log_8 32=\frac{1}{2}\log_2 2+\frac{5}{3}\log_2 2=\frac{13}{6}$. Khi đó $a=13;b=6$.

Suy ra $S=13^2+6^2=205$

Câu 2: Phương trình $\log_2 x+\log_2\left(x+2\right)=3$ có số nghiệm là.

Lời giải

Đáp án: 1.

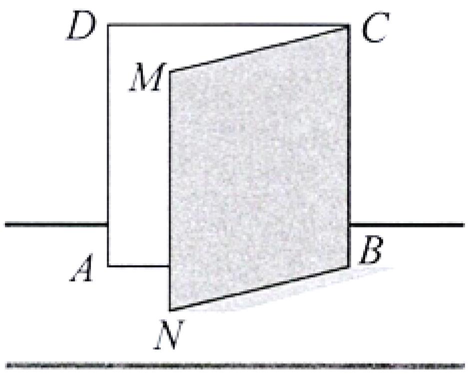
Điều kiện: $x > 0$

Khi đó phương trình

$$\log_2 x + \log_2(x+2) = 3 \Leftrightarrow \log_2 x(x+2) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -4 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện, phương trình có một nghiệm $x = 2$.

Câu 3: Hình 19 minh hoạ một cánh cửa và khung cửa. Cánh cửa có dạng hình chữ nhật $BCMN$ và khung cửa có dạng hình chữ nhật $ABCD$, ở đó $AB = BN$. Góc mở cửa là góc nhị diện $[A, BC, N]$. Biết chiều rộng BN của cửa là $1,2m$. Hỏi khi cánh cửa mở một góc phẳng nhị diện là bao nhiêu độ để khoảng cách giữa vị trí điểm A và N bằng $\frac{6\sqrt{2}}{5}$ (m).



Hình 19

Câu 4: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 2$, $BD = 2\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của B' xuống mặt đáy trùng với trung điểm H của OB. Đường thẳng $B'C$ tạo với mặt đáy một góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

PHẦN IV: (3 điểm) TỰ LUẬN

Câu 1: Giải phương trình sau : $3^{x^2-3x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}$.

Câu 2: Bác Việt gửi tiết kiệm 600 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi $6,8\%$ một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Thời gian tối thiểu để bác Việt thu được ít nhất 1 tỷ đồng (cả vốn lẫn lãi) là bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$.Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC.

HẾT