



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho tam thức bậc hai $y = f(x)$ có bảng xét dấu như hình sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y			$+$	0	$-$	0	$+$

Nhận xét nào sau đây đúng về dấu của tam thức bậc hai trên.

A. $f(x) > 0, \forall x \in (-1; +\infty)$. **B.** $f(x) > 0, \forall x \in (3; +\infty)$.

C. $f(x) < 0, \forall x \in (-1; 4)$. **D.** $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1)$

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $7x^2 - 4x - 3 > 0$ là $S = \left(-\infty; \frac{a}{b}\right) \cup (c; +\infty)$ với $a < 0$ và $\frac{a}{b}$ là

phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $M = 3a + b + c$

A. $M = 0$. **B.** $M = -1$. **C.** $M = 2$. **D.** $M = 5$.

Câu 3. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$ trong khoảng $(-10; 10)$ là

A. 15. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 0.

Câu 4. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + 2x + 2} = x - 1$, với $x \geq 1$. Phương trình nào trong các phương án dưới đây được suy ra từ sự biến đổi của phương trình đã cho?

A. $2x^2 + 2x + 2 = x^2 - 1$. **B.** $2x^2 + 2x + 2 = x - 1$.

C. $x^2 + 4x + 1 = 0$. **D.** $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Câu 5. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự đại hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Câu 6. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 4 kiểu dây. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 7. Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 8. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5 . **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

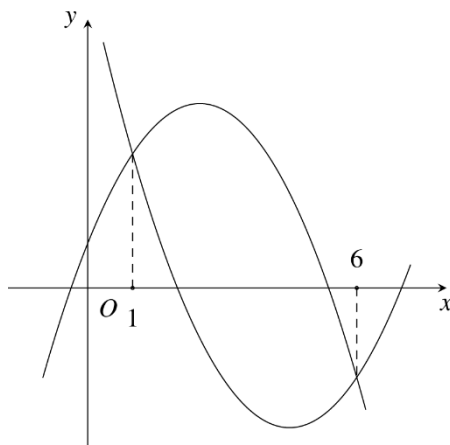
Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; -3), B(2; 2)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

A. $(1; 5)$. **B.** $(-1; -5)$. **C.** $(1; -1)$. **D.** $(3; -1)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x - y + 5 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}_2 = (1; 2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2; -1)$. **C.** $\vec{n}_4 = (-1; 5)$. **D.** $\vec{n}_3 = (2; 5)$.

Câu 11. Cho đồ thị của hai hàm số bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $g(x) = dx^2 + ex + f$ như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây đúng với phương trình $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$?

- A. Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x = 1$ và $x = 6$.
- B. Phương trình có 1 nghiệm là $x = 1$.
- C. Phương trình có 1 nghiệm là $x = 6$.
- D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(0;5)$ và đường thẳng $d: x - y + 5 = 0$. Viết phương trình tổng quát đường thẳng Δ biết Δ qua A và $\Delta \perp d$.

- A. $\Delta: x - y + 5 = 0$.
- B. $\Delta: x + y + 5 = 0$.
- C. $\Delta: x - y - 5 = 0$.
- D. $\Delta: x + y - 5 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho tam thức bậc hai: $f(x) = x^2 - 2mx + 5m - 8$, m là tham số.

- a) Với $m = 1$, thì $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
- b) $f\left(\frac{5}{2}\right) > 0$.
- c) $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \in (1; 5)$.
- d) Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phân tử của S là 5.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$, đường thẳng Δ là $x + y - 2 = 0$.

- a) Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $(-1; 3)$.
- b) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ có tọa độ là $M(-5; 10)$.
- c) Đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ là đường thẳng $x - y + 1 = 0$.
- d) Đường thẳng d đi qua B và tạo với Δ một góc 45° là đường thẳng $x + 3 = 0$ hoặc $y - 4 = 0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ của tham số m để bất phương trình $x^2 + 6x + m + 7 \leq 0$ vô nghiệm?

Câu 2. Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -20x^2 + 2200x - 19980$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{20}{x} + 100$. Nếu muốn lợi nhuận đạt trên 20 triệu đồng một tháng thì doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm?

Câu 3. Ở một phường, từ A đến B có 10 con đường khác nhau, trong đó có 2 đường một chiều từ A đến B và 8 đường hai chiều từ A đến B . Một người muốn đi từ A đến B rồi trở về A mà không đi lại đường cũ. Hỏi người đó có bao nhiêu cách đi và về.

Câu 4. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển, tại thời điểm t , vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 32t \\ y = -4 + 24t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 25t; 3 - 35t)$. Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1.

a) Giải bất phương trình: $(x + 1)(x^2 + 5) < x^3 - 1$

b) Tính tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 5x + 2 \leq 0$.

Câu 2. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ có thể lập được bao nhiêu số có 9 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5?

Câu 3. a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm không thẳng hàng $A(-3; 4); B(1; 1); C(2; -5)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(4; 2)$ và cách điểm $A(1; 0)$ một khoảng bằng $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng Δ có dạng: $x + by + c = 0$ với b, c là hai số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = b^2 + c^2$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho tam thức bậc hai $y = f(x)$ có bảng xét dấu như hình sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y		+	0	-
			0	+

Nhận xét nào sau đây đúng về dấu của tam thức bậc hai trên.

- A. $f(x) > 0, \forall x \in (-1; +\infty)$.
 B. $f(x) > 0, \forall x \in (3; +\infty)$.
 C. $f(x) < 0, \forall x \in (-1; 4)$.
 D. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1)$.

Lời giải

Ta có: $f(x) > 0, \forall x \in (3; +\infty)$

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $7x^2 - 4x - 3 > 0$ là $S = \left(-\infty; \frac{a}{b}\right) \cup (c; +\infty)$ với $a < 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $M = 3a + b + c$

- A. $M = 0$.
 B. $M = -1$.
 C. $M = 2$.
 D. $M = 5$.

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $7x^2 - 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{7} \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{7}$	1	$+\infty$
$y = 7x^2 - 4x - 3$		+	0	-
			0	+

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left(-\infty; -\frac{3}{7}\right) \cup (1; +\infty)$

Vậy $a = -3; b = 7; c = 1$ suy ra $M = 3a + b + c = 3 \cdot (-3) + 7 + 1 = -1$.

Cách 2:

Ta có: $7x^2 - 4x - 3 > 0$

Sử dụng máy tính cầm tay, tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left(-\infty; -\frac{3}{7}\right) \cup (1; +\infty)$

Vậy $a = -3; b = 7; c = 1$ suy ra $M = 3a + b + c = 3 \cdot (-3) + 7 + 1 = -1$.

Câu 3. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$ trong khoảng $(-10; 10)$ là

- A. 15.
 B. 16.
 C. 17.
 D. 0.

Lời giải

Ta có: $-x^2 + 7x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$
$-x^2 + 7x - 10$		-	0	+
			0	-

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$ trong khoảng $(-10; 10)$ là 17.

Câu 4. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + 2x + 2} = x - 1$, với $x \geq 1$. Phương trình nào trong các phương án dưới đây được suy ra từ sự biến đổi của phương trình đã cho?

A. $x^2 + 2x + 2 = x^2 - 1$.

B. $x^2 + 2x + 2 = x - 1$.

C. $x^2 + 4x + 1 = 0$.

D. $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{2x^2 + 2x + 2} = x - 1$ với $x \geq 1$.

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 + 2x + 2 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$.

Câu 5. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự đại hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45.

B. 280.

C. 325.

D. 605.

Lời giải

- Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn.

Câu 6. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 4 kiểu dây. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4.

B. 7.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta cần chọn 1 mặt và 1 dây:

- Có 3 cách chọn mặt.
- Ứng với mỗi cách chọn mặt thì có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $3 \times 4 = 12$ cách.

Câu 7. Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 8. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5 .

B. $5!$.

C. $4!$.

D. 5.

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;-3), B(2;2)$. Tọa độ của \overline{AB} là

A. $(1;5)$.

B. $(-1;-5)$.

C. $(1;-1)$.

D. $(3;-1)$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = (2 - 1; 2 - (-3)) = (1; 5)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x - y + 5 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}_2 = (1; 2)$.

B. $\vec{n}_1 = (2; -1)$.

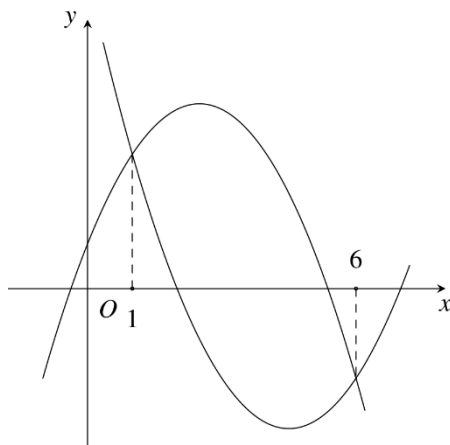
C. $\vec{n}_4 = (-1; 5)$.

D. $\vec{n}_3 = (2; 5)$.

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}_1 = (2; -1)$.

Câu 11. Cho đồ thị của hai hàm số bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $g(x) = dx^2 + ex + f$ như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây đúng với phương trình $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$?

A. Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x = 1$ và $x = 6$.

B. Phương trình có 1 nghiệm là $x = 1$.

C. Phương trình có 1 nghiệm là $x = 6$.

D. Phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - (-3)) = (1; 5)$.

Điều kiện: $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy phương trình có hai nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 6$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm là $x = 1$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(0; 5)$ và đường thẳng $d: x - y + 5 = 0$. Viết phương trình tổng quát đường thẳng Δ biết Δ qua A và $\Delta \perp d$.

A. $\Delta: x - y + 5 = 0$. **B.** $\Delta: x + y + 5 = 0$. **C.** $\Delta: x - y - 5 = 0$. **D.** $\Delta: x + y - 5 = 0$.

Lời giải

$\Delta \perp d$ nên phương trình tổng quát đường thẳng Δ có dạng: $x + y + c = 0$.

Vì $A \in \Delta$ nên ta có: $0 + 5 + c = 0 \Leftrightarrow c = -5$.

Vậy $\Delta: x + y - 5 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho tam thức bậc hai: $f(x) = x^2 - 2mx + 5m - 8$, m là tham số.

a) Với $m = 1$, thì $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

b) $f\left(\frac{5}{2}\right) > 0$.

c) $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \in (1; 5)$.

d) Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Lời giải

a) Đúng

Với $m = 1$, thì $f(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

b) Sai

$f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2m \cdot \frac{5}{2} + 5m - 8 = \frac{-7}{4} < 0$.

c) Sai

$$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 5m + 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \phi$$

d) Đúng

$$\text{Có } x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 \leq m^2 - 5m + 8 \Leftrightarrow |x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8}$$

$$|x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8} \Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 5m + 8} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của BPT là } [m - \sqrt{m^2 - 5m + 8}; m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}].$$

$$\text{Theo bài ra ta có } b - a = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 5m + 8} = 4 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$$

Tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$, đường thẳng Δ là $x + y - 2 = 0$.

a) Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $(-1;3)$.

b) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ có tọa độ là $M(-5;10)$.

c) Đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ là đường thẳng $x - y + 1 = 0$.

d) Đường thẳng d đi qua B và tạo với Δ một góc 45° là đường thẳng $x + 3 = 0$ hoặc $y - 4 = 0$

Lời giải

a) Đúng

$$\text{Ta có tọa độ trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ có tọa độ là } \begin{cases} x = \frac{1 + (-3)}{2} = -1 \\ y = \frac{2 + 4}{2} = 3 \end{cases}.$$

b) Sai

$$\text{Gọi } M(x;y) \text{ khi đó } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x) + 2(-3-x) = 0 \\ (2-y) + 2(4-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases}.$$

c) Đúng

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{n_\Delta} = (1;1)$.

Khi đó $\vec{n} = (1;-1)$, do đó đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ là

$$(x - 1) - (y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0.$$

d) Đúng

Gọi pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}_d = (a;b)$.

Vì góc tạo bởi d và Δ là một góc 45° nên

$$\cos 45^\circ = \frac{|\vec{n}_d \cdot \vec{n}_\Delta|}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_\Delta|} = \frac{|a + b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{(a + b)^2}{2(a^2 + b^2)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Trường hợp 1: Khi $a = 0$, chọn $b = 1$ khi đó đường thẳng d là $y - 4 = 0$.

Trường hợp 2: Khi $b = 0$, chọn $a = 1$ khi đó đường thẳng d là $x + 3 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của tham số m để bất phương trình $x^2 + 6x + m + 7 \leq 0$ vô nghiệm?

Lời giải

Đáp án: 8

Ta có: $x^2 + 6x + m + 7 \leq 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + m + 7 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 3^2 - (m + 7) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Do m thuộc đoạn $[-10; 10]$ nên $m \in \{3; 4; 5; \dots; 10\}$.

Câu 2. Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -20x^2 + 2200x - 19980$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{20}{x} + 100$. Nếu muốn lợi nhuận đạt trên 20 triệu đồng một tháng thì doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Đáp án: 26

Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $C(x) = x.G(x) = x\left(\frac{20}{x} + 100\right) = 20 + 100x$.

Khi đó lợi nhuận của doanh nghiệp trong một tháng là

$$L(x) = F(x) - C(x) = -20x^2 + 2200x - 19980 - 20 - 100x = -20x^2 + 2100x - 20000.$$

Để lợi nhuận đạt trên 20 triệu đồng thì $L(x) > 20000$.

$$\text{Suy ra } -20x^2 + 2100x - 20000 > 20000 \Leftrightarrow -20x^2 + 2100x - 40000 > 0 \Leftrightarrow 25 < x < 80.$$

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất 26 sản phẩm.

Câu 3. Ở một phường, từ A đến B có 10 con đường khác nhau, trong đó có 2 đường một chiều từ A đến B và 8 đường hai chiều từ A đến B . Một người muốn đi từ A đến B rồi trở về A mà không đi lại đường cũ. Hỏi người đó có bao nhiêu cách đi và về.

Lời giải

Đáp án: 72

Để đi từ A đến B rồi trở về bằng hai con đường khác nhau ta có hai trường hợp.

TH1:

Đi từ A đến B theo đường hai chiều: Có 8 cách lựa chọn, ứng với mỗi cách đó có 7 cách đi từ B về A . Do đó, có $8 \cdot 7 = 56$ cách đi.

TH2:

Đi từ A đến B theo đường một chiều: Có 2 cách lựa chọn, ứng với mỗi cách đó có 8 cách đi từ B về A . Do đó, có $2 \cdot 8 = 16$ cách đi.

Vậy có $56 + 16 = 72$ cách.

Câu 4. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển, tại thời điểm t , vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 32t \\ y = -4 + 24t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 25t; 3 - 35t)$. Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 3,8

Khi tàu A đứng yên, vị trí ban đầu của nó có tọa độ $P(3; -4)$; vị trí tàu B ứng với thời gian t là $Q(4 - 25t; 3 - 35t)$;

$$PQ = \sqrt{(1 - 25t)^2 + (7 - 35t)^2} = \sqrt{1850t^2 - 540t + 50}.$$

$$\text{Đoạn } PQ \text{ ngắn nhất ứng với } t = -\frac{b}{2a} = \frac{540}{2 \cdot 1850} = \frac{27}{185}.$$

$$\text{Khi đó: } PQ_{\min} = \sqrt{1850 \cdot \left(\frac{27}{185}\right)^2 - 540 \cdot \frac{27}{185} + 50} \approx 3.81(\text{km}).$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1.

a) Giải bất phương trình sau: $(x+1)(x^2+5) < x^3-1$

b) Tính tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2-5x+2 \leq 0$.

Lời giải

a) Giải bất phương trình sau: $(x+1)(x^2+5) < x^3-1$

Ta có:

$$(x+1)(x^2+5) < x^3-1$$

$$\Leftrightarrow x^3+x^2+5x+5 < x^3-1$$

$$\Leftrightarrow x^2+5x+4 < 0$$

$$\text{Ta có: } x^2+5x+4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-4 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-4	-1	$+\infty$		
x^2+5x+4		+	0	-	0	+

Suy ra: $x^2+5x+4 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < -1$

Vậy $S = (-4; -1)$.

b) Tính tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2-5x+2 \leq 0$.

Đặt $f(x) = 2x^2-5x+2$.

$$\text{Ta có: } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$		
$f(x)$		+	0	-	0	+

Do đó: $2x^2-5x+2 \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Vậy các nghiệm nguyên của bất phương trình trên là: $x=1; x=2$.

Suy ra tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình trên là 3.

Câu 2. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số có 9 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5?

Lời giải

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số có 9 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5?

Gọi số có 9 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3a_4\dots a_9}$. Do số này chia hết cho 5 nên $a_9 = 0$ hoặc $a_9 = 5$.

TH1. $a_9 = 0$.

Khi đó số a_1 có 9 cách chọn, số a_2 có 8 cách chọn, ..., số a_8 có 2 cách chọn. Theo quy tắc nhân thì có $9.8.7\dots 2 = 9!$ số thoả mãn.

TH2. $a_9 = 5$.

Khi đó số a_1 có 8 cách chọn, số a_2 có 8 cách chọn, ..., số a_8 có 2 cách chọn. Theo quy tắc nhân thì có $8.8.7\dots 2 = 8.8!$ số thoả mãn.

Vậy có thể tạo được $9! + 8.8! = 17.8!$ số thoả mãn.

Câu 3. a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm không thẳng hàng $A(-3;4); B(1;1); C(2;-5)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ một khoảng bằng $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng Δ có dạng: $x + by + c = 0$ với b, c là hai số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = b^2 + c^2$.

Lời giải

a) Gọi tọa độ của điểm D là $(a;b)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4;-3), \overrightarrow{DC} = (2-a;-5-b)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-a=4 \\ -5-b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=-2 \end{cases}$.

Vậy $D(-2;-2)$.

b) Vì điểm $M(4;2) \in \Delta \Rightarrow 4 + 2b + c = 0 \Rightarrow c = -4 - 2b$. (1)

Ta có: $d(A, \Delta) = \frac{|1+c|}{\sqrt{1+b^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow 10(1+c)^2 = 9(1+b^2)$. (2)

Thay $c = -4 - 2b$ vào (2) ta được phương trình: $31b^2 + 120b + 81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \text{ (tm)} \\ b = -\frac{27}{31} \text{ (ktm)} \end{cases}$.

Vậy $b = -3, c = 2 \Rightarrow T = b^2 + c^2 = 13$.

-----**HẾT**-----



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $\Delta < 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta > 0$. D. $\Delta \geq 0$.

Câu 2. Cho tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là

- A. $S = (-2; 3)$. B. $S = [-2; 3]$.
 C. $S = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A. $S = (-5; 5)$. B. $x > \pm 5$.
 C. $-5 < x < 5$. D. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 8-x$ là:

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \{2; 3\}$.

Câu 5. Có 4 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 6 kiểu dây đồng hồ đeo tay. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ đeo tay gồm một mặt và một dây?

- A. 4. B. 6. C. 24. D. 10.

Câu 6. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn một bông hoa trong bó hoa đó.

- A. 240. B. 210. C. 18. D. 120.

Câu 7. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$. Số hoán vị ba phần tử của A bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 8. Số các tổ hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$) là

- A. $\frac{n!}{k!}$. B. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $\frac{k!}{n!(n-k)!}$. D. $\frac{n!}{(n-k)!}$

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(2; -5)$, $C(4; 0)$ và O là gốc tọa độ. Tìm tọa độ điểm M biết $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

- A. $M(-1; -11)$. B. $M(1; 11)$. C. $M(-1; 11)$. D. $M(1; -11)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 3 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $M(1; 2)$. B. $P(-1; 2)$. C. $N(-2; 1)$. D. $Q(1; -2)$.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2 - x}$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 12. Cho Δ là đường thẳng qua $M(2; -3)$ và song song với $d: x - 4y + 2025 = 0$. Điểm thuộc đường thẳng Δ là

- A. $E(-2; 5)$. B. $F(3; -4)$. C. $K(-1; -3)$. D. $H(-6; -5)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho biểu thức $f(x) = (m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 6$, (m là tham số). Khi đó:

- a) Biểu thức $f(x)$ là một tam thức bậc hai với mọi m .
 b) Khi $m = 2$ thì $f(x)$ luôn dương.
 c) Khi $m = -1$ thì bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $S = [-1; 3]$.
 d) Có tất cả 6 giá trị nguyên của m để biểu thức $f(x)$ luôn dương.

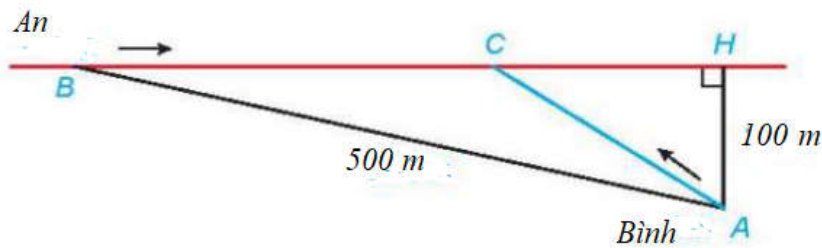
Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3; -2)$, $B(2; -6)$, $C(5; 1)$.

- a) $\vec{OA} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$.
 b) Nếu biểu diễn $\vec{OC} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$ thì $7m + 14n = 4$.
 c) Phương trình đường thẳng BC là $7x - 3y - 32 = 0$.
 d) Điểm M trên đường thẳng BC sao cho AM có độ dài ngắn nhất là $M\left(\frac{13}{58}; \frac{47}{58}\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2mx + 1 - m^2}$ xác định với mọi giá trị x thuộc $[1; 3]$.

Câu 2. Hằng ngày bạn An lái xe máy trên con đường thẳng từ nhà đến trường. Bạn Bình đứng ở vị trí điểm A cách lề đường 100 m. Khi thấy An đến địa điểm B, cách Bình một khoảng 500 m Bình bắt đầu chạy ra lề đường để gặp An tại điểm C. Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không có bạn nào phải chờ người kia. Biết vận tốc của bạn Bình là 8 km/h , vận tốc của bạn An là 30 km/h .



Câu 3. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 9.

Câu 4. Một chiếc ra đa được đặt tại vị trí $A(1; 3)$ trên biển có tầm hoạt động là R . Hai chiếc tàu nằm ở hai vị trí M, N là hai vị trí xa nhất mà ra đa có thể dò được. Biết rằng M, N nằm trên đường thẳng $d: 3x + 4y + 75 = 0$ và tam giác AMN cân ở A có $\widehat{MAN} = 120^\circ$. Tính bán kính hoạt động của ra đa

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1. a) Giải bất phương trình $x^2 - 3x - 4 < 0$.

b) Chi phí để làm ra một ly trà sữa truyền thống là 8 ngàn đồng. Nếu bán một ly với giá x ngàn đồng thì mỗi ngày quán sẽ bán $(40 - 2x)$ ly. Để một ngày thu được nhiều lãi nhất thì tiền lãi trong một ngày của quán là bao nhiêu?

- Câu 2.** a) Mã xác thực do một ngân hàng gửi vào điện thoại của khách hạn cho mỗi lần giao dịch là một dãy 6 kí tự từ các chữ số từ 0 đến 9. Có thể tạo ra bao nhiêu mã xác thực khác nhau như vậy?
b) Chương trình văn nghệ “Mừng Đảng mừng Xuân” ở một trường THPT X có 6 tiết mục múa, 3 tiết mục nhảy và 7 tiết mục hát. Có bao nhiêu cách sắp xếp chương trình sao cho không để hai tiết mục hát diễn liên tiếp.
- Câu 3.** a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $D(1;-1), P(-2;1)$. Điểm $A(a;b)$ thuộc trục tung thỏa mãn cách đều hai điểm D và P . Tính $a + 2b$.
b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ANP có $A(-4;-1), N(0;1)$ và $P(4;5)$.Viết phương trình tổng quát của đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ANP .

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $\Delta < 0$. **B.** $\Delta = 0$. **C.** $\Delta > 0$. **D.** $\Delta \geq 0$

Lời giải

Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Câu 2. Cho tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là

- A.** $S = (-2; 3)$. **B.** $S = [-2; 3]$.
C. $S = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu, ta có tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là $S = [-2; 3]$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A.** $S = (-5; 5)$. **B.** $x > \pm 5$.
C. $-5 < x < 5$. **D.** $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$. Vậy $S = (-5; 5)$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 8-x$ là:

- A.** $S = \{1; 5\}$. **B.** $S = \{1\}$. **C.** $S = \{5\}$. **D.** $S = \{2; 3\}$.

Lời giải

Thay các giá trị vào phương trình có $x = 5$ vào thỏa mãn phương trình.

Câu 5. Có 4 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 6 kiểu dây đồng hồ đeo tay. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ đeo tay gồm một mặt và một dây?

- A.** 4. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 10.

Lời giải

Để chọn một chiếc đồng hồ đeo tay, ta có

Có 4 cách chọn mặt.

Có 6 cách chọn dây.

Vậy có $4 \times 6 = 24$ cách chọn một chiếc đồng hồ đeo tay gồm một mặt và một dây.

Câu 6. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn một bông hoa trong bó hoa đó.

- A.** 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Lời giải

Có 5 cách chọn một bông hoa hồng trắng.

Có 6 cách chọn một bông hoa hồng đỏ.

Có 7 cách chọn một bông hoa hồng vàng.

Vậy có $5 + 6 + 7 = 18$ cách chọn một bông hoa hồng.

Câu 7. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$. Số hoán vị ba phần tử của A bằng

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Hoán vị ba phần tử của 3 là $3! = 6$.

Câu 8. Số các tổ hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$) là

- A. $\frac{n!}{k!}$. **B. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.** C. $\frac{k!}{n!(n-k)!}$. D. $\frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Số các tổ hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$) là $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;1)$, $B(2;-5)$, $C(4;0)$ và O là gốc tọa độ. Tìm tọa độ điểm M biết $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

- A. $M(-1;-11)$.** B. $M(1;11)$. C. $M(-1;11)$. D. $M(1;-11)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;-6) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (2;-12)$; $\overrightarrow{AC} = (3;-1)$.

Vậy $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = (-1;-11)$ nên tọa độ điểm $M(-1;-11)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta : x + 2y - 3 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $M(1;2)$. **B. $P(-1;2)$.** C. $N(-2;1)$. D. $Q(1;-2)$.

Lời giải

Ta có điểm $P(-1;2)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ nên $P(-1;2) \in \Delta$.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2 - x}$

- A. 0 **B. 1** C. 2 D. 3

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình, ta được $x^2 - 2x - 4 = 2 - x$.

Ta có: $\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$.

Thay lần lượt hai giá trị trên vào bất phương trình $2 - x \geq 0$, ta thấy chỉ có $x = -2$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 12. Cho Δ là đường thẳng qua $M(2;-3)$ và song song với $d : x - 4y + 2025 = 0$. Điểm thuộc đường thẳng Δ là

- A. $E(-2;5)$. B. $F(3;-4)$. C. $K(-1;-3)$. **D. $H(-6;-5)$.**

Lời giải

Ta có Δ song song với $d : x - 4y + 2025 = 0$ nên $\overrightarrow{n_\Delta} = \overrightarrow{n_d} = (1;-4)$.

$\Rightarrow \Delta : (x - 2) - 4(y + 3) = 0 \Rightarrow \Delta : x - 4y - 14 = 0$.

Vì $x_H - 4y_H - 14 = -6 - 4(-5) - 14 = 0$ nên $H \in \Delta$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho biểu thức $f(x) = (m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 6$, (m là tham số). Khi đó:

- a) Biểu thức $f(x)$ là một tam thức bậc hai với mọi m .
b) Khi $m = 2$ thì $f(x)$ luôn dương.
c) Khi $m = -1$ thì bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $S = [-1;3]$.
d) Có tất cả 6 giá trị nguyên của m để biểu thức $f(x)$ luôn dương.

Lời giải

a) Sai.

Biểu thức $f(x)$ là một tam thức bậc hai khi $m \neq 1$.

b) Đúng.

Khi $m = 2$ thì $f(x) = x^2 - 2x + 6$ là biểu thức luôn dương do $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = -5 < 0 \end{cases}$.

c) Đúng.

Khi $m = -1$ thì $f(x) = -2x^2 + 4x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

d) Đúng.

+ Khi $m = 1$ thì $f(x) = 6$ luôn dương.

+ Khi $m \neq 1$ thì $f(x)$ là một tam thức bậc hai

Để $f(x)$ luôn dương thì $\begin{cases} a = m - 1 > 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 - 6(m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 1 < m < 7 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 7$

Vậy $1 < m < 7$. Do đó có 6 giá trị nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3; -2)$, $B(2; -6)$, $C(5; 1)$.

a) $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$.

b) Nếu biểu diễn $\overrightarrow{OC} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ thì $7m + 14n = 4$.

c) Phương trình đường thẳng BC là $7x - 3y - 32 = 0$.

d) Điểm M trên đường thẳng BC sao cho AM có độ dài ngắn nhất là $M\left(\frac{13}{58}; \frac{47}{58}\right)$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $A(3; -2) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$.

b) Sai.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (3; -2)$, $\overrightarrow{OB} = (2; -6)$, $\overrightarrow{OC} = (5; 1)$.

Giả sử $\overrightarrow{OC} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB} \Rightarrow \begin{cases} 5 = 3m + 2n \\ 1 = -2m - 6n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{16}{7} \\ n = -\frac{13}{14} \end{cases}$. Suy ra $7m + 14n = 3$.

c) Đúng.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $B(2; -6)$, $C(5; 1)$ là

$$\frac{x - 2}{5 - 2} = \frac{y + 6}{1 + 6} \Leftrightarrow 7x - 3y - 32 = 0.$$

d) Sai

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng BC .

Khi đó AM ngắn nhất khi và chỉ khi $M \equiv H$

Do $AH \perp BC$ nên phương trình AH có dạng $3x + 7y + c = 0$.

Do $A(3; -2) \in AH$ nên $3 \cdot 3 + 7 \cdot (-2) + c = 0 \Leftrightarrow c = 5$.

Phương trình AH là $3x + 7y + 5 = 0$.

Do $H = AH \cap BC$ nên tọa độ H thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 7y + 5 = 0 \\ 7x - 3y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{40} \\ y = -\frac{23}{40} \end{cases}$$

Vậy $M\left(-\frac{13}{40}; -\frac{23}{40}\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2mx + 1 - m^2}$ xác định với mọi giá trị x thuộc $[1;3]$.

Lời giải

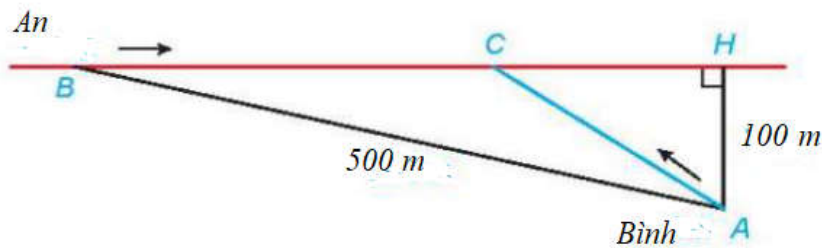
Đáp án: 1

Phân giải chi tiết

Hàm số y xác định khi $-x^2 + 2mx + 1 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow m - 1 \leq x \leq m + 1$.

Hàm số xác định với mọi $x \in [1;3]$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 \leq 1 \\ 3 \leq m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 2. Hằng ngày bạn An lái xe máy trên con đường thẳng từ nhà đến trường. Bạn Bình đứng ở vị trí điểm A cách lề đường 100 m. Khi thấy An đến địa điểm B, cách Bình một khoảng 500 m. Bình bắt đầu chạy ra lề đường để gặp An tại điểm C. Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không có bạn nào phải chờ người kia. Biết vận tốc của bạn Bình là 8 km/h , vận tốc của bạn An là 30 km/h .



Lời giải

Đáp án: 446

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác vuông AHB ta được $BH = \sqrt{0,5^2 + 0,1^2} = \frac{\sqrt{26}}{10} (\text{km})$

Gọi $BC = x (\text{km}, x > 0)$

$$\Rightarrow CH = \frac{\sqrt{26}}{10} - x, x \leq \frac{\sqrt{26}}{10}$$

Ta cần xác định vị trí điểm C để Bình và An gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia nghĩa là ta cần tìm x để thời gian hai bạn di chuyển đến điểm C là bằng nhau.

Thời gian An đi từ B đến C là: $\frac{x}{30} (\text{h})$

Quãng đường AC mà Bình đã đi là: $AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{26}}{10} - x\right)^2 + 0,1^2}$

Thời gian Bình đi từ A đến C là: $\frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{26}}{10} - x\right)^2 + 0,1^2}}{8}$

$$\text{Ta có: } \frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{26}}{10} - x\right)^2 + 0,1^2}}{8} = \frac{x}{30} \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{\sqrt{26}}{10} - x\right)^2 + 0,1^2}{64} = \frac{x^2}{900}$$

$$\Leftrightarrow 900 \cdot \left(\frac{26}{100} - \frac{\sqrt{26}}{5}x + x^2 + 0,01\right) = 64x^2 \Leftrightarrow 234 - 180\sqrt{26}x + 900x^2 + 9 = 64x^2$$

$$\Leftrightarrow 836x^2 - 180\sqrt{26}x + 243 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \simeq 0,446 (\text{tm}) \\ x \simeq 0,652 (\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy vị trí C thoả mãn đề bài là cách B một khoảng 446 m .

Câu 3. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 9.

Lời giải

Đáp án: 102

Gọi $n = \overline{abc}$ là số cần lập.

$m = \overline{a'b'c'}$ là số gồm 3 chữ số khác nhau.

$m' = \overline{a_1b_1c_1}$ là số gồm 3 chữ số khác nhau mà chia hết cho 9.

Số các số có ba chữ số khác nhau tạo từ các chữ số trên là $6.5.4 = 120$ số.

Số các số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 9 được tạo từ các bộ số $\{1, 2, 6\}$, $\{1, 3, 5\}$, $\{2, 3, 4\}$. Suy ra ta có 18 số

Vậy số các số thoả mãn là : $120 - 18 = 102$ số.

Câu 4. Một chiếc ra đa được đặt tại vị trí $A(1;3)$ trên biển có tầm hoạt động là R . Hai chiếc tàu nằm ở hai vị trí M, N là hai vị trí xa nhất mà ra đa có thể dò được. Biết rằng M, N nằm trên đường thẳng $d : 3x + 4y + 75 = 0$ và tam giác AMN cân ở A có $\widehat{MAN} = 120^\circ$. Tính bán kính hoạt động của ra đa

Lời giải

Đáp án: 36

$$\text{Ta có } d(A; d) = \frac{|3.1 + 4.3 + 75|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 18$$

Ta có tam giác AMN cân tại A có góc $\widehat{MAN} = 120^\circ \Rightarrow AM = AN = 2d(I; MN) = 2.18 = 36(\text{km})$

Vậy bán kính hoạt động của ra đa là $R = 36(\text{km})$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: a) Giải bất phương trình $x^2 - 3x - 4 < 0$.

b) Chi phí để làm ra một ly trà sữa truyền thống là 8 ngàn đồng. Nếu bán một ly với giá x ngàn đồng thì mỗi ngày quán sẽ bán $(40 - 2x)$ ly. Để một ngày thu được nhiều lãi nhất thì tiền lãi trong một ngày của quán là bao nhiêu?

Lời giải

a) Đặt $f(x) = x^2 - 3x - 4$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$. Ta có bảng xét dấu của $f(x)$ sau đây

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-1; 4)$

b) Gọi y là tiền lãi của quán trong một ngày.

$$\text{Ta có: } y = (x - 8)(40 - 2x) = -2x^2 + 56x - 320 = 72 - 2(x - 14)^2 \leq 72.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 14$.

Vậy quán bán một ly trà sữa với giá 14 ngàn đồng thì mỗi ngày sẽ thu được nhiều lãi nhất là 72 ngàn đồng.

- Câu 2.** a) Mã xác thực do một ngân hàng gửi vào điện thoại của khách hạn cho mỗi lần giao dịch là một dãy 6 kí tự từ các chữ số từ 0 đến 9. Có thể tạo ra bao nhiêu mã xác thực khác nhau như vậy?
- b) Chương trình văn nghệ “Mừng Đảng mừng Xuân” ở một trường THPT X có 6 tiết mục múa, 3 tiết mục nhảy và 7 tiết mục hát. Có bao nhiêu cách sắp xếp chương trình sao cho không để hai tiết mục hát diễn liên tiếp.

Lời giải

Gọi dãy 6 kí tự là \overline{abcdef}

a : có 10 cách chọn

b: có 10 cách chọn

c: có 10 cách chọn

d: có 10 cách chọn

e: có 10 cách chọn

f: có 10 cách chọn

Theo quy tắc nhân ta có : $10.10.10.10.10.10 = 1000000$ mã xác thực

b)

Sắp xếp 6 tiết mục múa và 3 tiết mục nhảy ta có : $9!$ cách.

Xen kẽ các tiết mục hát vào các tiết mục múa và hát có A_{10}^7 cách.

Vậy số cách sắp xếp chương trình $9!.A_{10}^7$ cách

- Câu 3.** a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $D(1;-1), P(-2;1)$. Điểm $A(a;b)$ thuộc trục tung thỏa mãn cách đều hai điểm D và P . Tính $a + 2b$.

Lời giải:

Do $A \in Oy$ nên $A(0;b)$.

Ta có $DA = \sqrt{(b+1)^2 + 1}, PA = \sqrt{(b-1)^2 + 4}$.

$$DA = PA \Rightarrow (b+1)^2 + 1 = (b-1)^2 + 4 \Rightarrow b = \frac{3}{4}.$$

$$a + 2b = \frac{3}{2} = 1,5.$$

- b)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ANP có $A(-4;-1), N(0;1)$ và $P(4;5)$.Viết phương trình tổng quát của đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ANP .

Lời giải:

Gọi $I = (2;3)$ là trung điểm của đoạn NP .

Đường trung tuyến AI nhận vectơ $\overrightarrow{AI} = (6;4)$ làm vectơ chỉ phương.

và nhận vectơ $\vec{n} = (2;-3)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của $AI : 2(x-2) - 3(y-3) = 0$

suy ra: $2x - 3y + 5 = 0$.

-----**HẾT**-----



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tam thức bậc hai $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -\frac{1}{3}$. B. $x > -\frac{1}{3}$. C. $x = -\frac{1}{3}$. D. $x \in \emptyset$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 12 < 0$ là

- A. $S = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$. B. $S = (-4; 3)$.
C. $S = (-3; 4)$. D. $S = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 6\sqrt{2}x + 18 > 0$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \mathbb{R} \setminus \{3\sqrt{2}\}$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \{3\sqrt{2}\}$.

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4x-3} = \sqrt{x^2-x+1}$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 0.

Câu 5: Tổ I có 6 học sinh nam, 4 học sinh nữ; tổ II có 5 học sinh nam, 5 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn mỗi tổ một học sinh lên bảng?

- A. 100. B. 600. C. 20. D. 72.

Câu 6: Từ thành phố A đến thành phố B có 5 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 6 con đường đi. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B?

- A. 5^6 . B. 30. C. 11. D. 6^5 .

Câu 7: Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm có 9 học sinh để giữ chức danh tổ trưởng và tổ phó?

- A. 2^9 . B. C_9^2 . C. 9^2 . D. A_9^2 .

Câu 8: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ đi lao động?

- A. $C_6^1 + C_9^1$. B. $C_6^1 C_{15}^1$. C. $C_6^1 + C_{15}^1$. D. $C_6^1 C_9^1$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; -3); B(4; 2)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(3; 5)$. B. $(5; -1)$. C. $(-3; -5)$. D. $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 10: Đường thẳng $\Delta : x + 2y - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(3; -1)$. B. $P(1; -1)$. C. $N(2; 1)$. D. $Q(-2; 2)$.

Câu 11: Biết phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} = x + 2$ có nghiệm là $x = -\frac{a}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị biểu thức $T = a + b$ bằng

- A. 1. B. 8. C. 11. D. 3.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng Δ' đi qua điểm O và vuông góc với đường thẳng $\Delta : x + y - 3 = 0$ có phương trình tổng quát là

- A. $x - y = 0$. B. $x + y = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x - y + 1 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 + 19x + 17$.

a) Các hệ số của tam thức là $a = 2; b = 19, c = 17$.

b) Tập nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là $S = \left\{1; \frac{-17}{2}\right\}$.

c) $f(x)$ dương trong khoảng $\left(\frac{-17}{2}; -1\right)$ và âm trong hai khoảng $\left(-\infty; -\frac{17}{2}\right)$ và $(-1; +\infty)$.

d) Tổng tất cả các giá trị nguyên của x để $f(x)$ âm là $T = -35$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-1;3), B(2;-1), C(0;3)$.

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng AC là $\overrightarrow{AC} = (1; 0)$

b) Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (4; -3)$

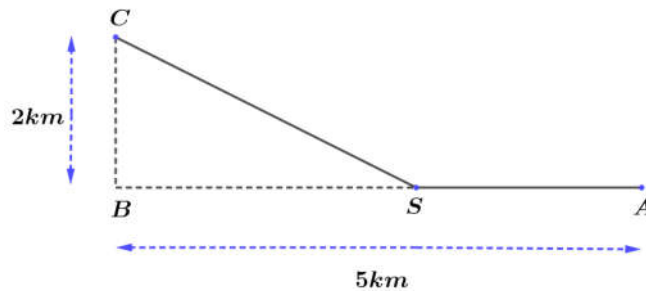
c) Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Phương trình tham số của CG là $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = 4t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$.

d) Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB là $6x - 8y + 5 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho phương trình bậc hai $x^2 + (m - 3)x + m^2 - m + 1 = 0$. Có bao nhiêu số nguyên m để tam thức bậc hai trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $1 < x_1 < x_2$.

Câu 2: Một kĩ sư thiết kế đường dây điện từ vị trí A đến vị trí S và từ vị trí S đến vị trí C . Tiền công thiết kế mỗi ki-lô-mét đường dây từ A đến S và từ S đến C lần lượt là 3 triệu đồng và 2 triệu đồng. Biết tổng số tiền công là 17 triệu đồng. Tính số ki-lô-mét đường dây đã thiết kế.



Câu 3: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$, từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn?

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách nhỏ nhất giữa hai chất điểm là bao nhiêu mét?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1:

a) Xét dấu biểu thức sau $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$.

b) Giải phương trình $(1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2} < 0$.

Câu 2:

a) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

b) Alice leo cầu thang gồm 9 bậc. Alice có thể bước 1 hoặc 2 bậc mỗi lần, chỉ bước lên không bước xuống. Alice có thể leo cầu thang 9 bậc này bằng bao nhiêu cách khác nhau?



Câu 3:

a) Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thang $ABCD$, đáy lớn $CD = 3AB$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC, BD . Biết $A(1; -1), C(5; 3)$. Tìm tọa độ điểm I .

b) Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $M(2; -1)$ sao cho nó cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A, B sao cho M là **trung điểm** của đoạn AB .

-----**HẾT**-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tam thức bậc hai $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -\frac{1}{3}$. B. $x > -\frac{1}{3}$. C. $x = -\frac{1}{3}$. **D. $x \in \emptyset$.**

Lời giải

Vì $f(x) = 9x^2 + 6x + 1 = (3x + 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 12 < 0$ là

- A. $S = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$. B. $S = (-4; 3)$.
C. $S = (-3; 4)$. D. $S = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $x^2 - x - 12 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 12 < 0$ là $S = (-3; 4)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 6\sqrt{2}x + 18 > 0$ là

- A. $S = \emptyset$. **B. $S = \mathbb{R} \setminus \{3\sqrt{2}\}$.** C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \{3\sqrt{2}\}$.

Lời giải

Ta có: $x^2 - 6\sqrt{2}x + 18 > 0 \Leftrightarrow (x - 3\sqrt{2})^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3\sqrt{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 6\sqrt{2}x + 18 > 0$ là $S = \mathbb{R} \setminus \{3\sqrt{2}\}$.

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4x - 3} = \sqrt{x^2 - x + 1}$ là

- A. 2.** B. 1. C. 4. D. 0.

Lời giải

$\sqrt{4x - 3} = \sqrt{x^2 - x + 1} \Rightarrow 4x - 3 = x^2 - x + 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1$ hoặc $x = 4$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chúng đều thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là 1 và 4.

Câu 5: Tổ I có 6 học sinh nam, 4 học sinh nữ; tổ II có 5 học sinh nam, 5 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn mỗi tổ một học sinh lên bảng?

- A. 100.** B. 600. C. 20. D. 72.

Lời giải

Số lượng học sinh tổ I là: $6 + 4 = 10$.

Số lượng học sinh tổ II là: $5 + 5 = 10$.

Số cách chọn mỗi tổ một học sinh lên bảng là $10 \cdot 10 = 100$ cách.

Câu 6: Từ thành phố A đến thành phố B có 5 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 6 con đường đi. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B?

- A. 5^6 . **B. 30.** C. 11. D. 6^5 .

Lời giải

Ta có: Số cách đi từ thành phố A đến thành phố B: 5.

Số cách đi từ thành phố B đến thành phố C: 6.

Cuối cùng số cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải qua thành phố B là $5 \cdot 6 = 30$.

Câu 7: Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm có 9 học sinh để giữ chức danh tổ trưởng và tổ phó?

- A. 2^9 . B. C_9^2 . C. 9^2 . **D. A_9^2 .**

Lời giải

Số cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm có 9 học sinh giữ chức danh tổ trưởng và tổ phó là A_9^2 cách.

Câu 8: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ đi lao động?

- A. $C_6^1 + C_9^1$. B. $C_6^1 C_{15}^1$. C. $C_6^1 + C_{15}^1$. **D. $C_6^1 \cdot C_9^1$.**

Lời giải

Chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam có: C_6^1 cách chọn.

Chọn 1 học sinh nữ từ 9 học sinh nữ có: C_9^1 cách chọn.

Vậy có $C_6^1 C_9^1$ cách chọn 2 học sinh đi lao động trong đó có đúng 1 nam và 1 nữ.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; -3); B(4; 2)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(3; 5)$.** B. $(5; -1)$. C. $(-3; -5)$. D. $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 5)$.

Câu 10: Đường thẳng $\Delta : x + 2y - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(3; -1)$. B. $P(1; -1)$. C. $N(2; 1)$. **D. $Q(-2; 2)$.**

Lời giải

Ta có $3 + 2(-1) - 2 = -1 \neq 0 \Rightarrow M \notin \Delta$.

$1 + 2(-1) - 2 = -3 \neq 0 \Rightarrow P \notin \Delta$.

$2 + 2 \cdot 1 - 2 = 2 \neq 0 \Rightarrow N \notin \Delta$.

$-2 + 2 \cdot 2 - 2 = 0 \Rightarrow Q \in \Delta$.

Câu 11: Biết phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} = x + 2$ có nghiệm là $x = -\frac{a}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá

trị biểu thức $T = a + b$ bằng

- A. 1. B. 8. **C. 11.** D. 3.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$x^2 - 3x = x^2 + 4x + 4$$

$$7x = -4$$

$$x = -\frac{4}{7}$$

Thay $x = -\frac{4}{7}$ vào phương trình ban đầu ta thấy thỏa mãn. Vậy $a = 4; b = 7 \Rightarrow T = 11$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng Δ' đi qua điểm O và vuông góc với đường thẳng $\Delta : x + y - 3 = 0$ có phương trình tổng quát là

- A. $x - y = 0$.** B. $x + y = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Do $\Delta' \perp \Delta \Rightarrow \Delta'$ có phương trình dạng $x - y + c = 0$.

$O \in \Delta' \Leftrightarrow 0 - 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$. Vậy $\Delta' : x - y = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 + 19x + 17$.

a) Các hệ số của tam thức là $a = 2; b = 19; c = 17$.

b) Tập nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là $S = \left\{1; -\frac{17}{2}\right\}$.

c) $f(x)$ dương trong khoảng $\left(\frac{-17}{2}; -1\right)$ và âm trong hai khoảng $\left(-\infty; -\frac{17}{2}\right)$ và $(-1; +\infty)$.

d) Tổng tất cả các giá trị nguyên của x để $f(x)$ âm là $T = -35$.

Lời giải

a) **Đúng.** Các hệ số $a = 2; b = 19; c = 17$

b) **Sai.** Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 19x + 17 = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{-1; \frac{-17}{2}\right\}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là $S = \left\{-1; \frac{-17}{2}\right\}$.

c) **Sai.** Ta có: $a = 2 > 0$ nên $f(x)$ trong hai khoảng $\left(-\infty; -\frac{17}{2}\right)$ và $(-1; +\infty)$ và âm trong khoảng $\left(\frac{-17}{2}; -1\right)$.

d) **Đúng.** Ta có $f(x) < 0 \Leftrightarrow -8,5 < x < -1$. Lại có $x \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $x \in \{-8; -7; \dots; -2\}$. Tổng các giá trị nguyên của x để $f(x)$ âm là

$$T = -2 + (-3) + (-4) + (-5) + (-6) + (-7) + (-8) = -35.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-1; 3), B(2; -1), C(0; 3)$.

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng AC là $\overrightarrow{AC} = (1; 0)$

b) Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (4; -3)$

c) Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Phương trình tham số của CG là $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = 4t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$.

d) Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB là $6x - 8y + 5 = 0$.

Lời giải

a) **Đúng**

b) **Sai**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -4) \Rightarrow \vec{n} = (4; 3)$.

c) **Sai**

Vì G là trọng tâm của ΔABC nên tọa độ $G\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{CG} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

Chọn vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -4)$. Khi đó phương trình tham số của CG là:

$$\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 4t \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$$

d) **Đúng**

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra tọa độ điểm $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Do d là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên $\vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (3; -4)$.

Vậy phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB là $3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 4(y - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow 3x - 4y + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow 6x - 8y + 5 = 0.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho phương trình bậc hai $x^2 + (m - 3)x + m^2 - m + 1 = 0$. Có bao nhiêu số nguyên m để tam thức bậc hai trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $1 < x_1 < x_2$.

Lời giải

Đáp án: 0

Ta có:

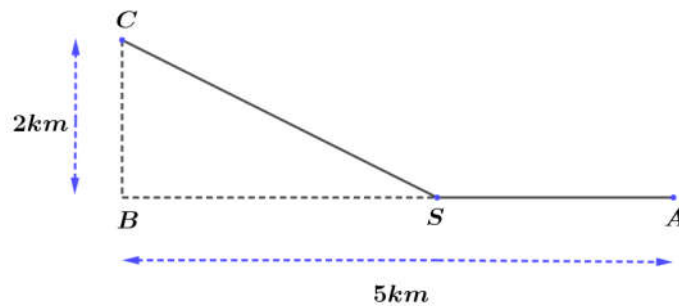
Phương trình $x^2 + (m - 3)x + m^2 - m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $1 < x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 < x_1 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 - 1 > 0 \\ x_2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 - 2m + 5 > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \\ x_1 + x_2 - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{3} < m < 1 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \\ 3 - m - 2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{3} < m < 1 \\ m^2 - m + 1 - \frac{3 - m}{1} + 1 > 0 \\ 3 - m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{3} < m < 1 \\ m^2 - 1 > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{3} < m < 1 \\ m < -1 \vee m > 1 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{3} < m < -1.$$

Suy ra không có số nguyên m nào thỏa mãn.

Câu 2: Một kĩ sư thiết kế đường dây điện từ vị trí A đến vị trí S và từ vị trí S đến vị trí C . Tiền công thiết kế mỗi ki-lô-mét đường dây từ A đến S và từ S đến C lần lượt là 3 triệu đồng và 2 triệu đồng. Biết tổng số tiền công là 17 triệu đồng. Tính số ki-lô-mét đường dây đã thiết kế.



Lời giải

Đáp án: 6,4

Ta có:

Đặt $BS = x$ (km), ($0 < x < 5$). Khi đó $CS = \sqrt{4 + x^2}$; $AS = 5 - x$.

Số ki-lô-mét đường dây đã thiết kế $(5 - x) + \sqrt{4 + x^2}$

Ta có phương trình $3(5 - x) + 2\sqrt{4 + x^2} = 17$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{4 + x^2} = 2 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6 + 4\sqrt{6}}{5} \approx 0,76 \text{ (vì } 0 < x < 5\text{)}.$$

Vậy số ki-lô-mét đường dây đã thiết kế là $\left(5 - \frac{-6 + 4\sqrt{6}}{5}\right) + \sqrt{4 + \left(\frac{-6 + 4\sqrt{6}}{5}\right)^2} \approx 6,4$ (km).

Câu 3: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$, từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn?

Lời giải

Đáp án: 840

Nhận thấy rằng không thể có 3 chữ số chẵn hoặc 4 chữ số chẵn vì lúc đó luôn tồn tại hai chữ số chẵn cạnh nhau. Do đó,

Trường hợp 1: Cả 4 chữ số đều lẻ có $4! = 24$ số.

Trường hợp 2: Có 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn. Khi đó có $C_4^1 \cdot C_4^3 \cdot 4! = 384$

Trường hợp 3: Có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.

Chọn 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn từ X có $C_4^2 \cdot C_4^2$ số.

Xếp thứ tự 2 chữ số lẻ có $2!$ cách.

Hai chữ số lẻ tạo thành 3 khoảng trống, xếp hai chữ số chẵn vào 3 khoảng trống và sắp thứ tự có $A_3^2 = 6$ cách.

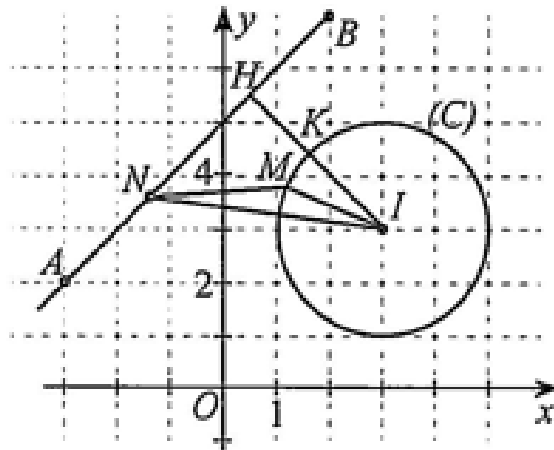
\Rightarrow trường hợp này có $C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot 2 \cdot 6 = 432$ số.

Do đó, có $24 + 384 + 432 = 840$ số.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách nhỏ nhất giữa hai chất điểm là bao nhiêu mét?

Lời giải

Đáp án: 1,54



Quỹ đạo chuyển động của chất điểm thứ nhất là đường tròn (C) có phương trình:

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 4.$$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5;5) \Rightarrow \vec{n} = (1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB nên phương trình

đường thẳng AB là: $x - y + 5 = 0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB .

$$\text{Ta có: } IH = \frac{|3 - 3 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}.$$

Vì $\frac{5}{\sqrt{2}} > 2$, tức là $IH > R$ nên đường thẳng AB và đường tròn (C) không có điểm chung.

Gọi K là giao điểm của đoạn thẳng IH và đường tròn.

$$\text{Ta có } HK = IH - IK = \frac{5}{\sqrt{2}} - 2 \approx 1,54(m).$$

Xét M là điểm bất kì trên đường tròn, N là điểm bất kì trên đường thẳng AB .

Ta có: $MN \geq IN - IM$.

$$\text{Mà } IM = IK, IN \geq IH \Rightarrow MN \geq IH - IK = HK \approx 1,54(m)$$

Vậy tại mọi thời điểm, khoảng cách nhỏ nhất giữa hai chất điểm là $1,54 m$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1:

a) Xét dấu biểu thức sau $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$.

Lời giải

Ta có $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$; $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$2x^2 - x - 1$	+	+	0	-	0	+
$x^2 - 4$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	+		-	0	+	-

Dựa vào bảng xét dấu trên, ta có

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \cup (2; +\infty),$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-2; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; 2).$$

b) Giải phương trình $(1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2} < 0$.

Lời giải

$$\text{Đặt } f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2}.$$

$$f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2} \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1 = 1, x_2 = -3 - 2\sqrt{2},$$

$$\text{Hệ số } a = 1 - \sqrt{2} < 0 \text{ nên } f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -3 - 2\sqrt{2}) \cup (1; +\infty)$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } S = (-\infty; -3 - 2\sqrt{2}) \cup (1; +\infty)$$

Câu 2:

a) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcd} với $a, b, c, d \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, a, b, c, d đôi một khác nhau

Vì \overline{abcd} là số chẵn $\Rightarrow d \in \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d \in \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn, b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

b) Alice leo cầu thang gồm 9 bậc. Alice có thể bước 1 hoặc 2 bậc mỗi lần, chỉ bước lên không bước xuống. Alice có thể leo cầu thang 9 bậc này bằng bao nhiêu cách khác nhau?



Lời giải

Ta thấy số lần bước 1 bậc và số lần bước 2 bậc có sự liên hệ với nhau, cụ thể nếu đặt a là số lần bước 1 bậc và b là số lần bước 2 bậc thì ta luôn có $a + b = 9$. Vì vậy khi biết số lần bước 1 bậc và số lần bước 2 bậc thì việc cuối cùng là sắp thứ tự bước 1 bậc và bước 2 bậc ở những lần nào sẽ cho chúng ta số cách bước lên cầu thang của Alice.

TH1: chỉ bước 1 bậc mỗi lần có 1 cách bước như thế.

TH2: 1 lần 2 bậc và 7 lần 1 bậc. Ta có 8 lần thực hiện có thể minh họa bởi 8 ô



Ta chọn 1 ô để thực hiện bước 2 bậc ở lần đó vậy có C_8^1 cách bước như thế.

TH3: 2 lần 2 bậc và 5 lần 1 bậc tương tự TH2 ta có C_7^2 cách bước như thế.

TH4: 3 lần 2 bậc và 3 lần 1 bậc có C_6^3 cách bước như thế.

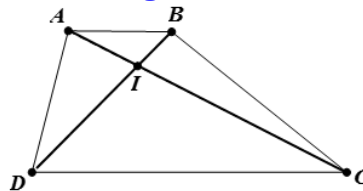
TH5: 4 lần 2 bậc và 1 lần 1 bậc có C_5^4 cách bước như thế.

Vậy tổng số cách bước cầu thang của Alice là $1 + C_8^1 + C_7^2 + C_6^3 + C_5^4 = 55$.

Câu 3:

a) Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thang $ABCD$, đáy lớn $CD = 3AB$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC, BD . Biết $A(1; -1), C(5; 3)$. Tìm tọa độ điểm I .

Lời giải



Gọi $I(x; y)$. Ta có $\vec{CI} = (x - 5; y - 3), \vec{AI} = (x - 1; y + 1)$. $IC = AB // CD$ và $CD = 3AB$ nên theo định lý Thales, ta có

$$\frac{IC}{IA} = \frac{CD}{AB} = 3 \Rightarrow IC = 3IA \Rightarrow \vec{CI} = -3\vec{AI}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 3 - 3x \\ y - 3 = -3y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2; 0).$$

b) Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $M(2; -1)$ sao cho nó cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A, B sao cho M là **trung điểm** của đoạn AB .

Lời giải

Giả sử $A(a; 0), B(0; b)$.

$$M \text{ là trung điểm của đoạn } AB \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a+0}{2} = 2 \\ \frac{0+b}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } AB : \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow AB : x - 2y - 4 = 0$$

-----HÉT-----

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 4$ (m là tham số thực).

- a) $f(x)$ là tam thức bậc hai với mọi giá trị của tham số m .
- b) Khi $m = -\frac{1}{2}$ thì $f(x) < 0, \forall x \in [-2; 3]$.
- c) Khi $m = 1$ thì hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- d) Có 2 giá trị nguyên âm của tham số m để $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

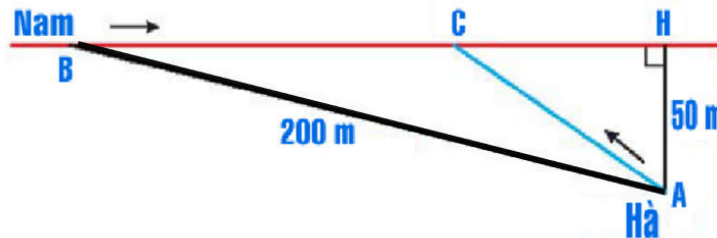
Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(-1; 3), B(3; 5), C(4; 1)$.

- a) Tọa độ véc tơ \overrightarrow{AB} là $(4; 2)$.
- b) Tọa độ trọng tâm của tam giác ΔABC là $(3; 3)$.
- c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $x - 2y + 7 = 0$.
- d) Chiều cao CK của tam giác ΔABC là $\frac{9}{5}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Câu 2: Hằng ngày bạn Nam đều đón bạn Hà đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Hà đứng tại vị trí A cách lề đường $50m$ để chờ Nam. Khi nhìn thấy Nam đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Hà bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Hà là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Nam là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia.



Câu 3: Số 252000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

Câu 4: Có hai tàu điện ngầm A và B chạy trong nội đô thành phố cùng xuất phát từ hai ga, chuyển động đều theo đường thẳng. Trên màn hình radar của trạm điều khiển, sau khi xuất phát t giờ ($t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 7 + 6t \\ y = -8 + 8t \end{cases}$, vị trí của tàu B có tọa độ là $(9 + 8t; -4 + 2t)$. Sau bao nhiêu phút kể từ thời điểm xuất phát hai tàu gần nhau nhất?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1:

- a) Lập bảng xét của tam thức $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$?
- b) Tìm m để tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2(2m - 3)x + 4m^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

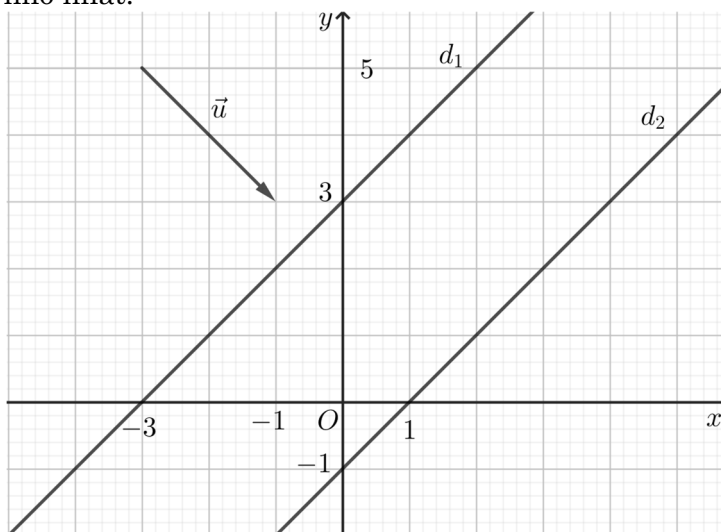
Câu 2:

a) Trong tủ đồ của bạn Nam hiện có 5 cái áo đỏ và 3 cái áo đen, 2 cái quần đỏ và 4 cái quần đen. Nam muốn phối một bộ đồ gồm một quần và một áo khác màu, tính số cách phối đồ của Nam?

b) Xếp 3 nữ sinh và 3 nam sinh vào 6 cái ghế kê thành hai dãy đối diện nhau, mỗi ghế chỉ ngồi một người. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho tất cả nam sinh ngồi đối diện nữ sinh.

Câu 3:

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vectơ \vec{u} và hai đường thẳng d_1, d_2 như hình vẽ dưới đây. Biết hai điểm A, B lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho \overrightarrow{AB} cùng phương với \vec{u} và tổng $T = OA + OB + AB$ nhỏ nhất.



Tìm tọa độ vectơ \overrightarrow{OM} với M là trung điểm của AB .

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(5;1)$. Gọi M là trung điểm của BC , điểm B thuộc đường thẳng $x + y + 6 = 0$, $N(0;1)$ là trung điểm của AM . Điểm $D(-1;-7)$ không thuộc đường thẳng AM và A, D nằm khác phía so với đường thẳng BC sao cho khoảng cách từ A và D đến đường thẳng BC bằng nhau. Tính giá trị biểu thức $T = a.b$, trong đó $A(a;b)$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + mx + n$ ($m, n \in \mathbb{R}$) có $\Delta < 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) < 0 \forall x \in (0; +\infty)$.

D. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{m}{2}$.

Lời giải

Tam thức $f(x) = x^2 + mx + n$ ($m, n \in \mathbb{R}$) có $\Delta < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 2: Bất phương trình $x^2 + 4x + 4 > 0$ có tập nghiệm là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

B. \mathbb{R} .

C. \emptyset .

D. $\{-2\}$.

Lời giải

Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 4x + 4$ có $\Delta = 0$ và $a = 1 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \neq -2$.

Câu 3: Bất phương trình $x^2 + 3x - 4 > 0$ có tập nghiệm là:

A. $(1; 4)$.

B. $(-4; 1)$.

C. $[-4; 1]$.

D. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Xét $f(x) = x^2 + 3x - 4$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $x^2 + 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

Câu 4: Bình phương hai vế của phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = 2x - 2$. Ta được phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

A. $3x^2 - 4x + 1 = 4x^2 - 8x + 4$.

B. $3x^2 - 4x + 1 = 4x^2 + 8x + 4$.

C. $3x^2 - 4x + 1 = 2x - 2$.

D. $3x^2 - 4x + 1 = 4x^2 + 4$.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = 2x - 2$.

Ta được phương trình $3x^2 - 4x + 1 = 4x^2 - 8x + 4$.

Câu 5: Trên giá sách có 6 cuốn sách Ngữ văn khác nhau, 7 cuốn sách Toán khác nhau và 8 cuốn sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra một cuốn sách?

A. 336.

B. 42.

C. 48.

D. 21.

Lời giải

Theo quy tắc cộng, có $6 + 7 + 8 = 21$ cách lấy ra một cuốn sách.

Câu 6: Tung một con xúc xắc hai lần liên tiếp và ghi lại kết quả. Có tất cả bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?

A. $6!$.

B. 6^6 .

C. 12.

D. 36.

Lời giải

Theo quy tắc nhân, có tất cả $6 \cdot 6 = 36$ kết quả khác nhau có thể xảy ra.

Câu 7: Số cách xếp 5 người vào một ghế dài có 5 chỗ ngồi là

A. 120.

B. 5.

C. 15.

D. 150.

Lời giải

Số cách xếp 5 người vào một ghế dài có 5 chỗ ngồi là $5! = 120$.

Câu 8: Gọi S là tập các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập các chữ số 1, 2, 5, 6, 8, 9. Số phần tử của tập S là

A. A_6^3 .

B. A_9^3 .

C. C_9^3 .

D. C_6^3 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập các chữ số 1,2,5,6,8,9 là một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử 1,2,5,6,8,9. Do đó có A_6^3 số thỏa mãn.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3;2)$ và $\vec{b} = (5;-1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 9.

B. 13.

C. 17.

D. 7.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) = 13$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $-2x + 3y + 5 = 0$. Xác định một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d

A. $\vec{n} = (3;2)$.

B. $\vec{n} = (2;3)$.

C. $\vec{n} = (-2;3)$.

D. $\vec{n} = (-3;2)$.

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình $-2x + 3y + 5 = 0$ nên một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n} = (-2;3)$.

Câu 11: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng

$\Delta : 2x - y + 4 = 0$ là

A. $-x + 2y - 5 = 0$.

B. $x + 2y - 3 = 0$.

C. $x + 2y = 0$.

D. $x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Ta có $d \perp \Delta$ nên d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2)$.

Mà đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là:

$x + 1 + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d : x + 2y - 3 = 0$.

Câu 12: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 1} = \sqrt{-x^2 + 3x - 1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta nhận được

$x^2 - 2x - 1 = -x^2 + 3x - 1$

$\Rightarrow 2x^2 - 5x = 0$

$\Rightarrow x = 0$ hoặc $x = \frac{5}{2}$.

Thay lần lượt $x = 0, x = \frac{5}{2}$ vào phương trình đã cho ta thấy $x = \frac{5}{2}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $f(x) = x^2 - 2(m + 1)x + 4$ (m là tham số thực).

a) $f(x)$ là tam thức bậc hai với mọi giá trị của tham số m .

b) Khi $m = -\frac{1}{2}$ thì $f(x) < 0, \forall x \in [-2;3]$.

c) Khi $m = 1$ thì hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ có tập xác định là \mathbb{R} .

d) Có 2 giá trị nguyên âm của tham số m để $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

a) **Đúng.**

Vì $a = 1 \neq 0$ nên $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 4$ là tam thức bậc hai với mọi giá trị của m .

b) **Sai.**

Vì khi $m = -\frac{1}{2}$ ta có $f(x) = x^2 - x + 4$.

Tam thức có hệ số $a = 1 > 0$ và $\Delta = -15 < 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

c) **Đúng.**

Vì khi $m = 1$ ta có $y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$.

Do đó hàm số xác định khi $x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

d) **Đúng.**

Vì $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Mà $m \in \mathbb{Z}^-$ nên $m \in \{-2; -1\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên âm của tham số m để $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(-1;3), B(3;5), C(4;1)$.

a) Tọa độ véc tơ \overrightarrow{AB} là $(4;2)$.

b) Tọa độ trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ là $(3;3)$.

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $x - 2y + 7 = 0$.

d) Chiều cao CK của tam giác $\triangle ABC$ là $\frac{9}{5}$.

Lời giải

a) **Đúng**

Tìm được $\overrightarrow{AB} = (4;2)$. Vậy a) **Đúng**

b) **Sai**

Trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ là: $(2;3)$. Suy ra b) **Sai**

c) **Đúng.**

Đường thẳng AB nhận véc tơ $\overrightarrow{AB} = (4;2)$ làm véc tơ chỉ phương.

Chọn véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (2;-4)$ hoặc $\vec{n}_1 = (1;-2)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;-3)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng: $(x+1) - 2(y-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 7 = 0$. Vậy c) **Đúng.**

d) **Sai**

$CK = d(C, AB) = \frac{|4 - 2 \cdot 1 + 7|}{\sqrt{1 + 2^2}} = \frac{9\sqrt{5}}{5}$. Vậy d) **Sai**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Lời giải

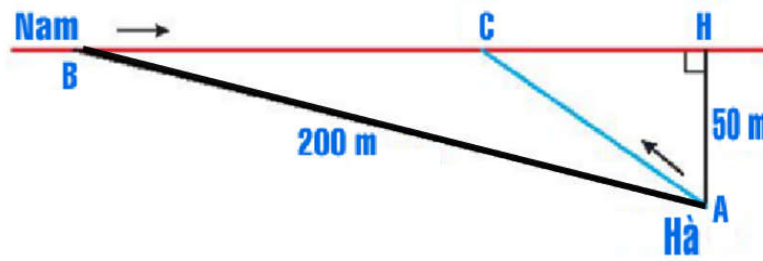
Đáp án: 5

Ta thấy vế trái của bất phương trình là tam thức bậc hai có hệ số $a = 1 > 0, \Delta' = m^2 + 2m - 3$.

Nên để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta cần có $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$.

Câu 2: Hằng ngày bạn Nam đều đón bạn Hà đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Hà đứng tại vị trí A cách lề đường $50m$ để chờ Nam. Khi nhìn thấy Nam đạp xe đến địa điểm B ,

cách mình một đoạn 200 m thì Hà bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Hà là 5 km/h , vận tốc xe đạp của Nam là 15 km/h . Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia.



Lời giải

Đáp án: 100

Vận tốc của bạn Hà: $v_1 = 5(\text{km/h})$, vận tốc của bạn Nam: $v_2 = 15(\text{km/h})$.

Áp dụng định lý Pithago vào tam giác vuông AHB : $BH = \sqrt{(0,2)^2 - (0,05)^2} = \frac{\sqrt{15}}{20} (\text{km})$

Gọi $BC = x(\text{km})$, $x > 0$. Suy ra: $CH = \frac{\sqrt{15}}{20} - x$, $x \leq \frac{\sqrt{15}}{20}$.

Thời gian Nam đi từ B đến C là: $t_2 = \frac{S_{BC}}{v_2} = \frac{x}{15}(\text{h})$.

Quãng đường AC Hà đã đi là: $AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}$

Thời gian Hà đã đi từ A đến C là: $t_1 = \frac{S_{AC}}{v_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5}(\text{h})$.

Theo yêu cầu bài toán: $\frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5} = \frac{x}{15} \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}{25} = \frac{x^2}{225}$

$\Leftrightarrow 8x^2 - \frac{9\sqrt{15}}{10}x + \frac{9}{25} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 0,3 \\ x \approx 0,1 \end{cases}$

Vì $0 < x \leq \frac{\sqrt{15}}{20} \approx 0,19$ nên $x \approx 0,1$ thỏa mãn.

Vậy hai bạn Hà và Nam di chuyển đến vị trí C cách điểm B một đoạn $x \approx 0,1(\text{km}) = 100(\text{m})$.

Câu 3: Số 252000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

Lời giải

Đáp án: 144

Ta có $252000 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$ trong đó $m, n, p, q \in \mathbb{N}$ sao cho $0 \leq m \leq 5$; $0 \leq n \leq 2$; $0 \leq p \leq 3$; $0 \leq q \leq 1$.

- Có 6 cách chọn m .
- Có 3 cách chọn n .
- Có 4 cách chọn p .
- Có 2 cách chọn q .

Vậy theo qui tắc nhân ta có $6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 144$ ước số tự nhiên.

Câu 4: Có hai tàu điện ngầm A và B chạy trong nội đô thành phố cùng xuất phát từ hai ga, chuyển động đều theo đường thẳng. Trên màn hình ra đa của trạm điều khiển, sau khi xuất phát t giờ

($t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 7 + 6t \\ y = -8 + 8t \end{cases}$, vị trí của tàu B có tọa độ là $(9 + 8t; -4 + 2t)$. Sau bao nhiêu phút kể từ thời điểm xuất phát hai tàu gần nhau nhất?

Lời giải

Đáp án: 30

Sau khi xuất phát t giờ ($t \geq 0$), vị trí của tàu A là $M(7 + 6t; -8 + 8t)$ và vị trí của tàu B là $N(9 + 8t; -4 + 2t)$. Do đó $\overline{MN} = (2 + 2t; 4 - 6t)$.

Khi đó $MN = \sqrt{(2 + 2t)^2 + (4 - 6t)^2} = \sqrt{40t^2 - 40t + 20} = \sqrt{10(2t - 1)^2 + 10} \geq \sqrt{10}$. Vậy khoảng cách hai tàu gần nhất là $\sqrt{10} \text{ km}$ khi $t = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ p}$.

PHẦN IV. Tự luận

a) Lập bảng xét của tam thức $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$?

b) Tìm m để tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2(2m - 3)x + 4m^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

Lời giải

a) Vì $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$ có nghiệm kép là $x = \frac{1}{2}$ nên $f(x)$ cùng dấu với a với $\forall x \neq \frac{1}{2}$, mà

$$a = -4 < 0 \Rightarrow f(x) < 0, \forall x \neq \frac{1}{2}.$$

b) Ta có: $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ -12m + 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}.$

Câu 1:

a) Trong tủ đồ của bạn Nam hiện có 5 cái áo đỏ và 3 cái áo đen, 2 cái quần đỏ và 4 cái quần đen. Nam muốn phối một bộ đồ gồm một quần và một áo khác màu, tính số cách phối đồ của Nam?

b) Xếp 3 nữ sinh và 3 nam sinh vào 6 cái ghế kê thành hai dãy đối diện nhau, mỗi ghế chỉ ngồi một người. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho tất cả nam sinh ngồi đối diện nữ sinh.

Lời giải

a)

Trường hợp 1: Áo đỏ quần đen có $5.4 = 20$ cách.

Trường hợp 2: Áo đen quần đỏ có $3.2 = 6$ cách.

Vậy có tổng cộng $20 + 6 = 26$ cách phối đồ.

b)

Cách 1:

Xếp 3 nam không đối diện: $6.4.2 = 48$ cách

Xếp 3 bạn nữ: $3! = 6$ cách

Số cách xếp: 288 cách.

Cách 2:

Xếp 3 nam vào 1 dãy: $P_3 = 6$ cách.

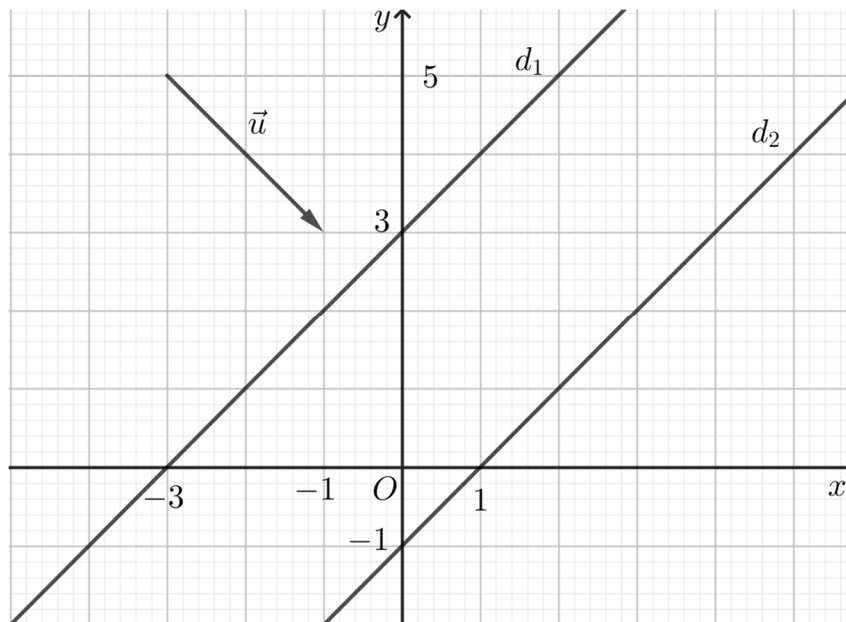
xếp 3 nữ vào dãy còn lại $P_3 = 6$ cách.

Hoán vị các cặp ngồi đối diện: $2^3 = 8$.

Số cách xếp: 288 cách.

Câu 2:

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ \vec{u} và hai đường thẳng d_1, d_2 như hình vẽ dưới đây. Biết hai điểm A, B lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho \overline{AB} cùng phương với \vec{u} và tổng $T = OA + OB + AB$ nhỏ nhất.



Tìm tọa độ vectơ \overrightarrow{OM} với M là trung điểm của AB .

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $C(5;1)$. Gọi M là trung điểm của BC , điểm B thuộc đường thẳng $x + y + 6 = 0$, $N(0;1)$ là trung điểm của AM . Điểm $D(-1;-7)$ không thuộc đường thẳng AM và A, D nằm khác phía so với đường thẳng BC sao cho khoảng cách từ A và D đến đường thẳng BC bằng nhau. Tính giá trị biểu thức $T = a.b$, trong đó $A(a;b)$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{u} = (2; -2)$, $d_1 : y = x - 1$, $d_2 : y = x + 3$. Suy ra $A(a; a - 1)$, $B(b; b + 3)$.

$\overrightarrow{AB} = (b - a; b - a + 4)$ cùng phương với $\vec{u} = (2; -2)$ nên

$$b = a - 2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}.$$

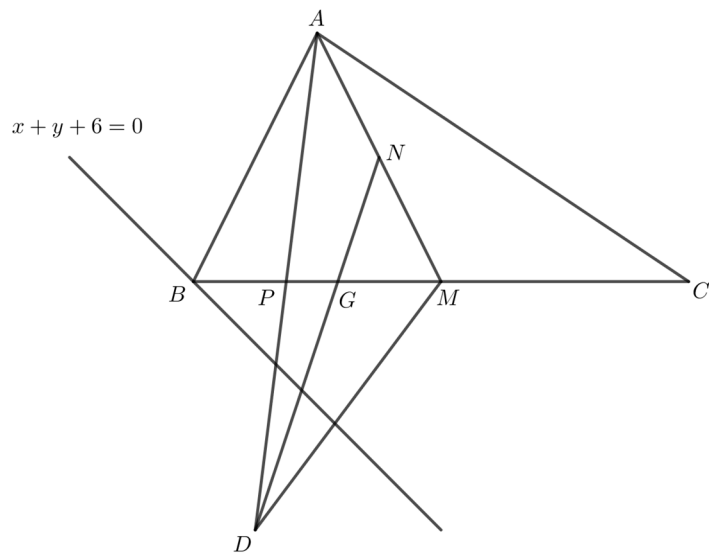
Mặt khác $T = OA + OB + AB \geq 2AB = 4\sqrt{2}$, do đó $T = OA + OB + AB$ nhỏ nhất khi O thuộc đoạn thẳng AB .

Ta có $\overrightarrow{OB} = (a - 2; a + 1)$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$, khi đó điểm O

thuộc đoạn thẳng AB .

$$\text{Suy ra } M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

b) Gọi P là trung điểm của AB , vì A, D nằm khác phía so với đường thẳng BC và khoảng cách từ A và D đến đường thẳng BC bằng nhau nên $P \in BC$.



Gọi $G = DN \cap MP$, suy ra G là trọng tâm tam giác ADM , $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DN} \Rightarrow G\left(-\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.

$\overrightarrow{GC} = \left(\frac{16}{3}; \frac{16}{3}\right)$ nên đường thẳng $BC : x - y - 4 = 0 \Rightarrow B(-1; -5) \Rightarrow M(2; -2) \Rightarrow A(-2; 4)$.

Vậy $T = -8$.

-----**HẾT**-----



ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2025 – 2026

MÔN: TOÁN 10

ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi
A. $x < -4$ hoặc $x > -1$. B. $x < 1$ hoặc $x > 4$. C. $-4 < x < -1$. D. $x \in \mathbb{R}$.
- Câu 2:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:
A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. \mathbb{R} . C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.
- Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:
A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.
- Câu 4:** Giá trị nào sau đây là nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 7} = x + 1$?
A. $x = 0$. B. $x = -1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.
- Câu 5:** Bạn An có 8 cái bút bi màu xanh, 5 cái bút bi màu đen và 2 cái bút bi màu tím. Hỏi có mấy cách để bạn An chọn được một cái bút bi.
A. 80. B. 15. C. 3. D. 40.
- Câu 6:** Một người có 5 chiếc đồng hồ khác nhau, 6 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một chiếc đồng hồ và một chiếc cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:
A. 30. B. 11. C. 2. D. 900.
- Câu 7:** Từ các chữ số 1; 3; 4; 6; 7; 9 có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau?
A. 216. B. 324. C. 512. D. 720.
- Câu 8:** Lớp 10A có 38 học sinh, giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra 3 học sinh trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm bí thư. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?
A. A_{38}^3 . B. C_{38}^3 . C. P_{38} . D. A_{35}^3 .
- Câu 9:** Trong mặt phẳng Oxy , cho vectơ $\vec{a} = (-2; 5)$, $\vec{b} = (-1; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $2\vec{a} + \vec{b}$?
A. $(-5; 13)$. B. $(5; 13)$. C. $(-3; 8)$. D. $(-1; 2)$.
- Câu 10:** Trong mặt phẳng Oxy , một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ là
A. $\vec{a} = (2; 3)$. B. $\vec{b} = (3; 2)$. C. $\vec{c} = (3; -2)$. D. $\vec{d} = (-2; 3)$.
- Câu 11:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 1} = \sqrt{-x^2 + 3x - 1}$ là
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 12:** Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1; -2)$, $N(4; 3)$ là
A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $f(x) = (m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 3 - m$ với m là tham số

a) Khi $m = -1$, bất phương trình $f(x) > 0$ có tập nghiệm $S = (-2; +\infty)$.

b) Khi $m = -3$, bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm $S = [4 - \sqrt{22}; 4 + \sqrt{22}]$.

c) Có ba số nguyên m để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

d) Có hai số nguyên m để biểu thức $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} không nhỏ hơn 2.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;3), B(4;5), C(2;-3)$.

a) $\vec{AB} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$.

b) Trung điểm của đoạn thẳng BC là $M(3;1)$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 4t \end{cases}$.

d) Hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng BC là $H\left(\frac{54}{17}; \frac{29}{17}\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phân tử của tập S bằng?

Câu 2: Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau: 40 khách đầu tiên có giá 600 nghìn đồng/người. Nếu có nhiều hơn 40 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5 nghìn đồng/người cho toàn bộ hành khách. Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 31500 nghìn đồng. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Câu 3: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8 lập được bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 2 và 3.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(4;4)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình: $x - y - 3 = 0$. Khi đặt máy tại vị trí $M(a;b)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất. Tính $a + b$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau: 50 khách đầu tiên có giá 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách. Giả sử số người nhiều hơn 50 là x . Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 15080000 đồng.

a) Xác định số tiền mà công ty thu được theo x

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Câu 2: a) Có 3 môn thi Văn, Sử, Địa cần xếp vào 3 buổi thi, mỗi buổi một môn sao cho môn Văn không thi buổi đầu. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Có 12 nhà khoa học Toán và 6 nhà khoa học Vật Lí. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đội gồm 4 nhà khoa học trong đó có cả nam, nữ và cả Toán, Vật Lí?

Câu 3: Có một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 100 m$, chiều rộng $AB = 50m$. Trong ao có một cái chòi ở vị trí điểm M . Khoảng cách từ M đến AB là $5m$, khoảng cách từ M đến AD là $10m$. Người ta muốn làm một cây cầu đi qua M và nối với hai bờ AB và AD tạo thành một tam giác vuông cân AEF .

a) Chọn hệ trục tọa độ Oxy có điểm O trùng với điểm A , các tia Ox, Oy tương ứng trùng với các tia AD, AB . Chọn 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng Oxy tương ứng 1 mét trên thực tế. Hãy xác định tọa độ các điểm A, B, C, D ứng với hệ trục trên.

b) Tính khoảng cách ngắn nhất từ trung điểm I của BC đến một điểm cây cầu.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -4$ hoặc $x > -1$. B. $x < 1$ hoặc $x > 4$. C. $-4 < x < -1$. **D. $x \in \mathbb{R}$.**

Lời giải

Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ có $\begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta = -7 < 0 \end{cases}$. Nên tam thức nhận giá trị âm với mọi $x \in \mathbb{R}$

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.** B. \mathbb{R} . C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Ta có $x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 > 0, \forall x \neq 3$. Nên Tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. **B. $[-1; 7]$.** C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Lời giải

Đặt $f(x) = -x^2 + 6x + 7$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 7]$.

Câu 4: Giá trị nào sau đây là nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 7} = x + 1$?

- A. $x = 0$. B. $x = -1$. C. $x = -3$. **D. $x = 3$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 + 7} = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 7 = x^2 + 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 5: Bạn An có 8 cái bút bi màu xanh, 5 cái bút bi màu đen và 2 cái bút bi màu tím. Hỏi có mấy cách để bạn An chọn được một cái bút bi.

- A. 80. **B. 15.** C. 3. D. 40.

Lời giải

- Nếu chọn một bút bi màu xanh có 8 cách.
- Nếu chọn một bút bi màu đen có 5 cách.
- Nếu chọn một bút bi màu tím có 2 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 5 + 2 = 15$ cách chọn.

Câu 6: Một người có 5 chiếc đồng hồ khác nhau, 6 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một chiếc đồng hồ và một chiếc cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

- A. 30.** B. 11. C. 2. D. 900.

Lời giải

Chọn một chiếc đồng hồ có 5 cách.

Chọn một chiếc cà vạt có 6 cách.

Theo quy tắc nhân số cách chọn một chiếc đồng hồ và một chiếc cà vạt là $5.6 = 30$ cách.

Câu 7: Từ các chữ số 1; 3; 4; 6; 7; 9 có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau?

- A. 216. B. 324. C. 512. **D. 720.**

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1;3;4;6;7;9 là một hoán vị của sáu chữ số này. Số các số tự nhiên được lập là: $6! = 720$.

Câu 8: Lớp 10A có 38 học sinh, giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra 3 học sinh trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm bí thư. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?

A. A_{38}^3 .

B. C_{38}^3 .

C. P_{38} .

D. A_{35}^3 .

Lời giải

Mỗi cách chọn 3 học sinh và phân công một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm bí thư là một chỉnh hợp chập 3 của 38. Vậy số cách chọn là: A_{38}^3 .

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho vectơ $\vec{a} = (-2;5)$, $\vec{b} = (-1;3)$. Tìm tọa độ của vectơ $2\vec{a} + \vec{b}$?

A. $(-5;13)$.

B. $(5;13)$.

C. $(-3;8)$.

D. $(-1;2)$.

Lời giải

Ta có:

$$2\vec{a} = (-4;10)$$

$$\vec{b} = (-1;3)$$

$$2\vec{a} + \vec{b} = (-5;13)$$

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ là

A. $\vec{a} = (2;3)$.

B. $\vec{b} = (3;2)$.

C. $\vec{c} = (3;-2)$.

D. $\vec{d} = (-2;3)$.

Lời giải

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{d} = (-2;3)$

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 1} = \sqrt{-x^2 + 3x - 1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta nhận được:

$$x^2 - 2x - 1 = -x^2 + 3x - 1 \Rightarrow 2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{5}{2}.$$

Thay lần lượt $x = 0$, $x = \frac{5}{2}$ vào phương trình đã cho ta thấy $x = \frac{5}{2}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 12: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-2)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (3;5)$ và đi qua $M(1;-2)$ nên có phương trình tham

số là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $f(x) = (m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 3 - m$ với m là tham số

a) Khi $m = -1$, bất phương trình $f(x) > 0$ có tập nghiệm $S = (-2; +\infty)$.

b) Khi $m = -3$, bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm $S = [4 - \sqrt{22}; 4 + \sqrt{22}]$.

c) Có ba số nguyên m để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

d) Có hai số nguyên m để biểu thức $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} không nhỏ hơn 2.

Lời giải

a) Sai.

Vì khi $m = -1$, bất phương trình $f(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

Do đó tập nghiệm là $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

b) Đúng vì $m = -3$ bất phương trình $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [4 - \sqrt{22}; 4 + \sqrt{22}]$.

c) Sai

Xét $m = -2 \Rightarrow f(x) = 6x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{-5}{6}$ nên không thỏa mãn điều kiện.

Xét $m \neq -2$ thì $f(x)$ là tam thức bậc hai nên

$$f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ 2m^2 - 3m - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq \frac{5}{2}.$$

Vậy có bốn số nguyên m thỏa mãn là $-1; 0; 1; 2$.

d) Đúng

Để $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} không nhỏ hơn 2 thì

$$\begin{cases} m + 2 > 0 \\ \frac{-\Delta}{4a} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 > 0 \\ \frac{-2m^2 + 3m + 5}{m + 2} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2m^2 + m + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ \frac{-1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq m \leq 1$$

Vậy có hai số nguyên m thỏa mãn là $0; 1$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;3), B(4;5), C(2;-3)$.

a) $\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$.

b) Trung điểm của đoạn thẳng BC là $M(3;1)$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 4t \end{cases}$.

d) Hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng BC là $H\left(\frac{54}{17}; \frac{29}{17}\right)$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\overrightarrow{AB} = (6;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 2\vec{j}.$$

b) Đúng.

Trung điểm của đoạn thẳng BC là $M\left(\frac{4+2}{2}; \frac{5-3}{2}\right)$ hay $M(3;1)$.

c) Sai.

$\overrightarrow{BC} = (-2;-8)$, suy ra một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC là $\overrightarrow{u_{BC}} = (1;4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 4t \end{cases}$.

d) Đúng.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng BC .

$$H \in BC \Rightarrow H(2+t; -3+4t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t+4; 4t-6).$$

$$AH \perp BC \text{ nên } \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_{BC}} = 0 \Leftrightarrow t+4+4(4t-6) = 0 \Rightarrow t = \frac{20}{17}.$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{54}{17}; \frac{29}{17}\right).$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng?

Lời giải

Đáp án: 5

Bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$

\Leftrightarrow phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = b, x_2 = a$ sao cho $x_1 - x_2 = 4$.

$$\Delta' = m^2 - 5m + 8 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

Theo hệ thức Viète ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 5m - 8 \end{cases}$$

$$x_1 - x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(5m - 8) = 16 \Leftrightarrow 4m^2 - 20m + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$$

Khi đó $S = \{1; 4\}$, vậy tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Câu 2: Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau: 40 khách đầu tiên có giá 600 nghìn đồng/người. Nếu có nhiều hơn 40 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5 nghìn đồng/người cho toàn bộ hành khách. Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 31500 nghìn đồng. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Lời giải

Đáp án: 90

Với số lượng khách là $(40 + x)$ người thì mỗi khách sẽ trả một khoản tiền $(600 - 5x)$ nghìn đồng.

Vậy tổng số tiền công ty thu được trong chuyến du lịch đó là:

$$T(x) = (40 + x)(600 - 5x) = -5x^2 + 400x + 24000.$$

Để công ty không bị lỗ thì $T(x) \geq 31500 \Leftrightarrow T(x) - 31500 \geq 0$

Xét tam thức bậc hai: $f(x) = T(x) - 31500 = -5x^2 + 400x - 7500$.

$\Delta > 0, f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là 30 và 50. bảng xét dấu $f(x)$:

x	0	30	50	$+\infty$		
$f(x)$		-	0	+	0	-

Kết luận: $f(x) \geq 0$ khi $x \in [0; 50]$. Vậy nếu số khách tối đa là 100 người ($x = 50$) thì công ty sẽ không lỗ khi tổ chức chuyến du lịch này.

Câu 3: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8 lập được bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 2 và 3.

Lời giải

Đáp số: 35

Số chia hết cho 2 và 3 là số chẵn và có tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

Gọi $a_1a_2a_3$ là số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 2 và 3 được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8.

Trường hợp 1: $a_3 = 0$

Khi đó các chữ số a_1, a_2 được lập từ các tập $\{1; 2\}, \{1; 5\}, \{1; 8\}, \{2; 4\}, \{4; 5\}, \{4; 8\}$.

Trường hợp này có $6 \cdot 2! = 12$ số.

Trường hợp 2: $a_3 = 2$

Khi đó các chữ số a_1, a_2 được lập từ các tập $\{1; 0\}, \{4; 0\}, \{1; 3\}, \{3; 4\}, \{5; 8\}$.

Trường hợp này có $2 + 3.2! = 8$ số.

Trường hợp 3: $a_3 = 4$

Khi đó các chữ số a_1, a_2 được lập từ các tập $\{2;0\}, \{2;3\}, \{3;5\}, \{3;8\}$.

Trường hợp này có $1 + 3.2! = 7$ số.

Trường hợp 4: $a_3 = 8$

Khi đó các chữ số a_1, a_2 được lập từ các tập $\{0;1\}, \{0;4\}, \{1;3\}, \{2;5\}, \{3;4\}$.

Trường hợp này có $2 + 3.2! = 8$ số.

Vậy có tất cả $12 + 8 + 7 + 8 = 35$ số cần tìm.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(4;4)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình: $x - y - 3 = 0$. Khi đặt máy tại vị trí $M(a;b)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất. Tính $a + b$

Lời giải

Đáp án: 8

Gọi $d: x - y - 3 = 0$

Để nhận được tín hiệu sớm nhất khi M gần vị trí A nhất

$M \in d$. Do đó M gần vị trí A nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên đường thẳng d

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d , $\Delta \perp d$ suy ra phương trình Δ có dạng: $x + y + c = 0 (c \in \mathbb{R})$

Δ đi qua điểm $A(4;4)$ nên $4 + 4 + c = 0 \Rightarrow c = -8$. Suy ra Δ có dạng: $x + y - 8 = 0$

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in \Delta \end{cases} \Rightarrow M = d \cap \Delta$$

Suy ra tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy máy thu đặt ở vị trí $M\left(\frac{11}{2}; \frac{5}{2}\right)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất.

Suy ra $a = \frac{11}{2}$, $b = \frac{5}{2} \Rightarrow a + b = 8$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau: 50 khách đầu tiên có giá 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách. Giả sử số người nhiều hơn 50 là x . Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 15080000 đồng.

a) Xác định số tiền mà công ty thu được theo x

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Lời giải

a) Với số lượng khách là $(50 + x)$ người thì mỗi khách sẽ trả một khoản tiền $(300000 - 5000x)$ đồng.

Vậy tổng số tiền công ty thu được trong chuyến du lịch đó là:

$$T(x) = (50 + x)(300000 - 5000x) = -5000x^2 + 50000x + 15000000.$$

b) Xét tam thức bậc hai: $f(x) = T(x) - 15080000 = -5000x^2 + 50000x - 80000$.

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là 2 và 8. Ta có bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	2	8	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Kết luận: $f(x) \geq 0$ khi $x \in [2; 8]$. Vậy nếu số khách tối đa là 58 người ($x = 8$) thì công ty sẽ không lỗ khi tổ chức chuyến du lịch này.

Câu 2: a) Có 3 môn thi Văn, Sử, Địa cần xếp vào 3 buổi thi, mỗi buổi một môn sao cho môn Văn không thi buổi đầu. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Có 12 nhà khoa học Toán và 6 nhà khoa học Vật Lí. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đội gồm 4 nhà khoa học trong đó có cả nam, nữ và cả Toán, Vật Lí?

Lời giải

a)

- Số cách chọn môn thi cho buổi thi đầu tiên không phải môn Văn có 2 cách chọn.

- Số cách chọn môn thi cho buổi thi thứ hai có 2 cách chọn.

- Số cách chọn môn thi cho buổi thi cuối cùng có 1 cách chọn.

Vậy số cách xếp cần tìm: $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ cách.

b)

Cách 1:

Chọn 4 bạn đều là nhà khoa học lý: $C_6^4 = 15$ cách.

Chọn 4 bạn đều là nhà khoa học toán: $C_{12}^4 = 495$ cách.

Chọn 4 bạn có nhà khoa học có toán và lý nhưng không có nữ: $C_{14}^4 - C_6^4 - C_8^4 = 916$ cách.

Vậy số cách cần tìm là: $C_{18}^4 - (15 + 495 + 916) = 1634$ cách.

Cách 2:

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Có 1 nữ nhà khoa học Toán, 3 nam nhà khoa học Lý: $C_4^1 \cdot C_6^3 = 80$ cách.

Trường hợp 2: Có 1 nữ nhà khoa học Toán, 2 nam nhà khoa học Lý, 1 nam nhà khoa học Toán: $C_4^1 \cdot C_6^2 \cdot C_8^1 = 480$ cách.

Trường hợp 3: Có 1 nữ nhà khoa học Toán, 1 nam nhà khoa học Lý, 2 nam nhà khoa học Toán: $C_4^1 \cdot C_6^1 \cdot C_8^2 = 672$ cách.

Trường hợp 4: Có 2 nữ nhà khoa học Toán, 2 nam nhà khoa học Lý: $C_4^2 \cdot C_6^2 = 90$ cách.

Trường hợp 5: Có 2 nữ nhà khoa học Toán, 1 nam nhà khoa học Lý, 1 nam nhà khoa học Toán: $C_4^2 \cdot C_6^1 \cdot C_8^1 = 288$ cách.

Trường hợp 6: Có 3 nữ nhà khoa học Toán, 1 nam nhà khoa học Lý: $C_4^3 \cdot C_6^1 = 24$ cách.

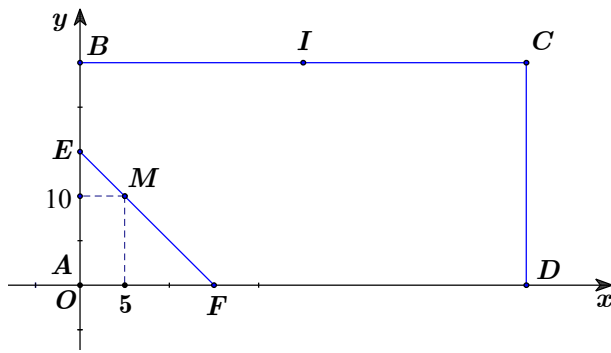
Vậy số cách cần tìm là: $80 + 360 + 672 + 90 + 288 + 24 = 1634$ cách.

Câu 3: Có một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 100$ m, chiều rộng $AB = 50$ m. Trong ao có một cái chòi ở vị trí điểm M . Khoảng cách từ M đến AB là 5 m, khoảng cách từ M đến AD là 10 m. Người ta muốn làm một cây cầu đi qua M và nối với hai bờ AB và AD tạo thành một tam giác vuông cân AEF .

a) Chọn hệ trục tọa độ Oxy có điểm O trùng với điểm A , các tia Ox, Oy tương ứng trùng với các tia AD, AB . Chọn 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng Oxy tương ứng 1 mét trên thực tế. Hãy xác định tọa độ các điểm A, B, C, D ứng với hệ trục trên.

b) Tính khoảng cách ngắn nhất từ trung điểm I của BC đến một điểm cây cầu.

Lời giải



a) Ta có tọa độ các điểm là $A(0;0)$, $B(0;50)$, $C(100;50)$, $D(100;0)$, $I(50;50)$.

b) Gọi $E(0;b)$, $F(a;0)$. Phương trình đường thẳng EF là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Có tam giác AEF vuông cân và $M \in EF$ nên $\begin{cases} a = b \\ \frac{5}{a} + \frac{10}{a} = 1 \end{cases} \Rightarrow a = b = 15$.

Suy ra phương trình đường thẳng EF là $x + y - 15 = 0$.

Khoảng cách từ trung điểm I của BC đến một điểm của đường thẳng ngắn nhất chính là khoảng cách từ I đến EF

$$\text{bằng } d(I, EF) = \frac{|50 + 50 - 15|}{\sqrt{2}} = \frac{85\sqrt{2}}{2} \approx 60,1.$$

-----HẾT-----