

Bài I (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau

a) $x(x-7)+x-7=0$;

b) $\frac{x-1}{x-2}+3=\frac{x-8}{2-x}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=12 \\ 2x+3y=3 \end{cases}$.

3) Giải bất phương trình $x^2-3x+1 \geq 2(x-1)-x(3-x)$.

Bài II (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{x-15}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị biểu thức A với $x=4$.

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

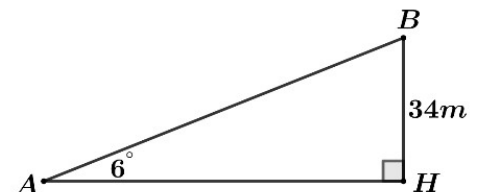
3) Cho $P=\frac{B}{A}$. Tìm các số nguyên tố x để $P < 1$.

Bài III. (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Anh Nam dự định mua một lò vi sóng và một máy rửa bát với tổng số tiền theo giá niêm yết là 8 610 000 đồng. Vì hôm đó cửa hàng có chương trình khuyến mãi giảm 5% cho lò vi sóng và 6% cho máy rửa bát nên anh Nam đã mua thêm một máy rửa bát nữa để tặng người thân. Tổng số tiền anh trả cho cửa hàng là 13 527 000 đồng. Hỏi giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát là bao nhiêu?

Bài IV (4,0 điểm)

1) Một người đi xe đạp lên một đoạn đường dốc từ A đến B có độ nghiêng 6° so với mặt đất. Biết đỉnh dốc cao khoảng 34 m so với phương nằm ngang. Hỏi đoạn đường dốc đó dài bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



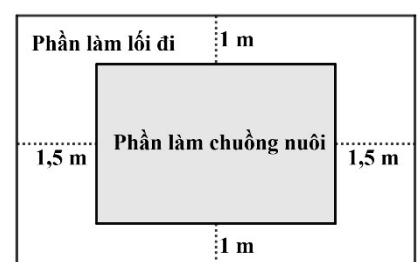
2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB=2R$. Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn. Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC > R$. Từ C kẻ tiếp tuyến CD của đường tròn (O) (D là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm O, A, C, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh OC vuông góc với AD và OC song song với BD .

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BD tại M , CO cắt AM tại N , CD cắt OM tại E , CM cắt OD tại F . Chứng minh N, E, F thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm). Bác Vinh dự định dành ra một thửa đất có dạng hình chữ nhật trong mảnh đất lớn của gia đình để làm khu chăn nuôi. Bác dự định để phần đất ở giữa dạng hình chữ nhật để làm chuồng nuôi, phần còn lại ốp gạch làm lối đi (như hình bên). Biết tổng diện tích chuồng nuôi và lối đi là 864 m^2 . Hỏi bác Vinh nên chọn các kích thước của thửa đất là bao nhiêu để diện tích phần chuồng nuôi là lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



Bài	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1) Giải các phương trình sau	1,5
	a) $x(x-7) + x - 7 = 0$	0,5
	$(x+1)(x-7) = 0$	0,25
	$x = -1$ hoặc $x = 7$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -1; x = 7$	0,25
	b) $\frac{x-1}{x-2} + 3 = \frac{x-8}{2-x}$	0,5
	Điều kiện xác định: $x \neq 2$	0,25
	$\frac{x-1}{x-2} + \frac{3(x-2)}{x-2} + \frac{x-8}{x-2} = 0$ $5x - 15 = 0$ $x = 3$ (thỏa mãn) Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 3$	0,25
	2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 12 & (1) \\ 2x + 3y = 3 & (2) \end{cases}$	0,5
	Từ phương trình (1) ta có $x = 2y + 12$ (3) Thế vào phương trình (2) ta được $2(2y + 12) + 3y = 3$ $7y = -21$ $y = -3$	0,25
	Thế $y = -3$ vào phương trình (3) ta được $x = 2 \cdot (-3) + 12 = 6$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (6; -3)$	0,25
	3) Giải bất phương trình $x^2 - 3x + 1 \geq 2(x-1) - x(3-x)$	0,5
Bài II 2,0 điểm	$x^2 - 3x + 1 \geq 2x - 2 - 3x + x^2$ $3 \geq 2x$	0,25
	$x \leq \frac{3}{2}$	0,25
	Vậy bất phương trình có nghiệm là $x \leq \frac{3}{2}$	0,25
	1) Tính giá trị biểu thức A với $x = 4$	0,5
	$x = 4$ thỏa mãn điều kiện	0,25
	Thay $x = 4$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$. Vậy với $x = 4$ thì $A = \frac{2}{3}$.	0,25

	2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.	1,0
	$B = \frac{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{x-15}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$B = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	3) Cho $P = \frac{B}{A}$. Tìm các số nguyên tố x để $P < 1$	0,5
Bài III 1,5 điểm	$P = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ Để $P < 1$ thì $P - 1 < 0$ hay $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - 1 < 0$ Suy ra $\frac{4}{\sqrt{x}-3} < 0$	0,25
	Mà $4 > 0$ nên suy ra $\sqrt{x}-3 < 0$ hay $x < 9$ Kết hợp với các điều kiện $x \geq 0$, $x \neq 9$, x là số nguyên tố, ta tìm được $x \in \{2; 3; 5; 7\}$ Vậy các số nguyên tố x để $P < 1$ là 2, 3, 5, 7.	0,25
	<i>Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình</i>	1,5
	Gọi giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát lần lượt là x và y (đơn vị: đồng; điều kiện: $x, y > 0$)	0,25
	Vì tổng số tiền theo giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát với là 8 610 000 đồng nên ta có phương trình $x + y = 8610000$ (1)	0,25
Bài IV 4,0 điểm	Thực tế anh Nam đã trả 13 527 000 đồng mua một lò vi sóng với giá khuyến mãi 5% và hai máy rửa bát với giá khuyến mãi 6% nên ta có phương trình $(100\% - 5\%)x + (100\% - 6\%)2y = 13527000$ hay $0,95x + 1,88y = 13527000$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 8610000 \\ 0,95x + 1,88y = 13527000 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 2860000 \\ y = 5750000 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)	0,25
	Vậy giá niêm yết của một lò vi sóng là 2860000 đồng, giá niêm yết của một máy rửa bát là 5750000 đồng.	0,25
	1) Hỏi đoạn đường dốc đó dài bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)	1,0

Xét tam giác ABH vuông tại H có $\sin \widehat{ABH} = \frac{BH}{AB}$	0,25
Thay số $\sin 6^\circ \approx \frac{34}{AB}$	0,25
Từ đó suy ra $AB \approx 325$ (m)	0,25
Vậy đoạn đường dốc đó dài khoảng 325 mét.	0,25
2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn. Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC > R$. Từ C kẻ tiếp tuyến CD của đường tròn (O) (D là tiếp điểm).	3,0
Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
a) Chứng minh bốn điểm O, A, C, D cùng nằm trên một đường tròn.	0,75
Vì CA, CD là các tiếp tuyến của (O) tại các tiếp điểm A, D nên $\widehat{CAO} = \widehat{CDO} = 90^\circ$.	0,25
Gọi I là trung điểm của CO suy ra $IC = IO = \frac{1}{2}CO$ $\triangle CAO$ vuông tại A có đường trung tuyến AI nên $IA = \frac{1}{2}CO$. Tương tự với $\triangle CDO$ ta có $ID = \frac{1}{2}CO$.	0,25
Vậy $IC = IO = IA = ID = \frac{1}{2}CO$ nên bốn điểm O, A, C, D cùng nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $\frac{1}{2}CO$.	0,25
b) Chứng minh OC vuông góc với AD và OC song song với BD.	1,0
Xét (O) có CA, CD là các tiếp tuyến cắt nhau tại C nên $CA = CD$	0,25
suy ra C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AD ; mà $OA = OD = R$ nên O nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AD ; Vậy CO là đường trung trực của đoạn thẳng AD , suy ra $CO \perp AD$	0,25

	$\triangle ADB$ có DO là đường trung tuyến, mà $DO = \frac{1}{2}AB$ nên $\triangle ADB$ vuông tại D . Suy ra $AD \perp DB$	0,25
	Vì OC và BD cùng vuông góc với AD nên OC song song với BD .	0,25
	c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BD tại M, CO cắt AM tại N, CD cắt OM tại E, CM cắt OD tại F. Chứng minh N, E, F thẳng hàng.	1,0
	$\triangle CAO$ và $\triangle MOB$ có $\widehat{CAO} = \widehat{MOB} = 90^\circ$; $AO = OB = R$; $\widehat{AOC} = \widehat{OBM}$ (2 góc so le trong, $CO \parallel MB$) nên $\triangle CAO = \triangle MOB$ (g.c.g) Suy ra $CO = MB$ mà $CO \parallel MB$ nên tứ giác $COBM$ là hình bình hành, suy ra $CM \parallel OB$ hay $CM \parallel AO$ Mà $CM = AO$ (cùng $= OB$) nên tứ giác $CMOA$ là hình bình hành, lại có $\widehat{CAO} = 90^\circ$ nên $CMOA$ là hình chữ nhật.	0,25
	Từ đó suy ra $CM \perp MO$, mà $CD \perp OF$, CD cắt MO tại E nên E là trực tâm của $\triangle OCF$, suy ra $FE \perp CO$ (1)	0,25
	Lại có $\widehat{ACN} = \widehat{NCE}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau), $\widehat{ACN} = \widehat{NOE}$ (2 góc so le trong, $AC \parallel MO$) nên $\widehat{NCE} = \widehat{NOE}$, suy ra $\triangle CEO$ cân tại E ; Mặt khác, vì $CMOA$ là hình chữ nhật nên N là trung điểm của CO . $\triangle CEO$ cân tại E nên đường trung tuyến EN đồng thời là đường cao, suy ra $EN \perp CO$ (2)	0,25
Bài V 0,5 điểm	Từ (1) và (2) suy ra N, E, F thẳng hàng.	0,25
	Hỏi bác Vinh nên chọn các kích thước của thửa đất là bao nhiêu để diện tích phần chuồng nuôi là lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.	0,5
	Gọi các kích thước cần tìm là x, y ($x, y > 0$) Diện tích chuồng $S = (x - 3)(y - 2) = xy - (2x + 3y) + 6 = 870 - (2x + 3y)$ Ta có $2x + 3y \geq 2\sqrt{2x \cdot 3y} = 144$ Suy ra $S \leq 870 - 144 = 726$	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} 2x = 3y \\ xy = 864 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = 36 \\ y = 24 \end{cases}$ Vậy bác Vinh nên chọn các kích thước của thửa đất là 36 m và 24 m để diện tích phần chuồng nuôi là lớn nhất là 726 m ²	0,25

-----HẾT-----