PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ GIAO LƯU HỌC SINH THCS (LỚP 6, 7)
CẤP THÀNH PHỐ NĂM HỌC 2023-2024
Môn giao lưu: Toán 7
Thời gian: **120 phút**, không kể thời gian phát đề.
Ngày giao lưu: **11/5/2024.**
(Đề gồm 13 câu, 02 trang)

I. TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm).

Em hãy chọn chữ cái đứng trước đáp án đúng rồi viết vào bài làm.

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\sqrt{11^2-72}-\left|1\frac{1}{2}:\sqrt{\frac{25}{4}}-\left(\frac{2023}{2024}\right)^0\right|$ là:

A. $\frac{37}{5}$ **B.** $\frac{33}{5}$ **C.** $\frac{17}{4}$ **D.** $\frac{39}{4}$

Câu 2. Bốn đường thẳng phân biệt a, b, c, d cắt nhau tại O. Một đường thẳng xy không đi qua O cắt cả 4 đường thẳng lần lượt tại A, B, C, D. Tổng số cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt) được tạo thành là:

A. 8 **B.** 9 **C.** 16. **D**. 20.

Câu 3. Cho $\Delta ABC = \Delta MNP$ có $\hat{A} = 65^0$ và $\hat{B}:\hat{C} = 2:3$. Số đo góc N bằng:

A. 81^0 **B.** 69^0 **C.** 58^0 **D.** 46^0

Câu 4. Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y; x_1, x_2 là hai giá trị của x; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y. Biết $x_2 = -3$; $y_1 = 8$ và $4x_1 + 3y_2 = 24$. Khi đó x_1 và y_2 là:

A. $x_1 = -6; y_2 = 16$ **B.** $x_1 = -6; y_2 = -16$

C. $x_1 = 16; y_2 = -6$ **D.** $x_1 = 6; y_2 = 16$

Câu 5. Cho đa thức $f(x) = x^2 + ax + b$. Biết $f(x)$ chia hết cho $x+3$ và $f(x)$ chia hết cho $x-4$. Khi đó $2a-3b$ có giá trị là

A. 38. **B.** 21. **C.** 34. **D.** - 27.

Câu 6. Bạn Hạnh tung đồng xu một số lần liên tiếp. Biết xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là $\frac{4}{9}$ và tích của số lần xuất hiện mặt sấp với số lần xuất hiện mặt ngửa là 500. Hỏi bạn Hạnh đã tung đồng xu bao nhiêu lần?

A. 5. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 45.

Câu 7. Cho ΔABC có $\widehat{ABC} = 70^0; \widehat{ACB} = 50^0$. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ B. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $HB < HC$. **B.** $HB > HC$. **C.** $HB = HC$. **D.** $\widehat{BAC} = 70^0$.

Câu 8. Một bể cá dạng hình hộp chữ nhật bằng kính (không nắp) có chiều dài 80 cm, chiều rộng 50 cm. Mực nước trong bể cao 35 cm. Người ra cho vào bể một hòn đá thì thể tích tăng 20 000 cm^3. Hỏi mực nước trong bể lúc này cao bao nhiêu?

A. 40 cm. **B**. 30 cm. **C.** 60 cm. **D.** 50 cm.

II. TỰ LUẬN (16,0 điểm)

Câu 9 (4,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

1. $A = 99^{99} - \left\{1,(3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9.\left(3^{12} - 9^6 - 99^{90}\right)\right]\right\}$

2. $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right).\left(\frac{1}{3^2} - 1\right).\left(\frac{1}{4^2} - 1\right).\left(\frac{1}{5^2} - 1\right).....\left(\frac{1}{100^2} - 1\right)$

3. $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a,b,c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \le 0$

Câu 10 (4,0 điểm).

1. a. Tìm x biết: $7^{x+2} + 7^x = 21^6 - 379.7^{x-1}$

b. Tìm $x, y \in N$ thỏa mãn: $2024^x + 4049 = |y - 2024| + y$

2. Ba lớp $7A, 7B, 7C$ cùng mua tăm từ thiện. Lúc đầu dự định chia số gói tăm cho 3 lớp nói trên theo tỷ lệ $4,5,6$. Nhưng sau đó lại chia theo tỷ lệ $3,4,5$ nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 8 gói. Tính tổng số gói tăm mà 3 lớp mua?

Câu 11 (3,0 điểm).

1. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $xy - 3x - 2y + 1 = 0$

2. Số nguyên dương n được gọi là số *thú vị* nếu tồn tại số nguyên dương x, y, z, t sao cho $n = \frac{x^2 + y^2}{z^2 + t^2}$. Hỏi số 2028 có phải là số *thú vị* không? Vì Sao?

Câu 12 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD < CD$, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt các đường thẳng AB và AC lần lượt ở M và N.

1. Chứng minh rằng: $DM = EN$

2. Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I. Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của MN.

3. Từ điểm I kẻ đường thẳng d vuông góc MN. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.

Câu 13 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{|x - 2022| - |x - 2023| + |x - 2024| + 2022}{|x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|}$$

.....Hết.....

(Giám thị coi giao lưu không giải thích gì thêm)

Học sinh: ……Số báo danh: ……

Giám thị số 1: ……Giám thị số 2: ……

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIAO LƯU TOÁN 7

- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Học sinh vẽ hình sai cơ bản thì bài hình không chấm điểm

I. Trắc nghiệm (4,0 điểm).

Mỗi ý đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	D	D	A	C	D	B	A

II. Tự luận (16,0 điểm)

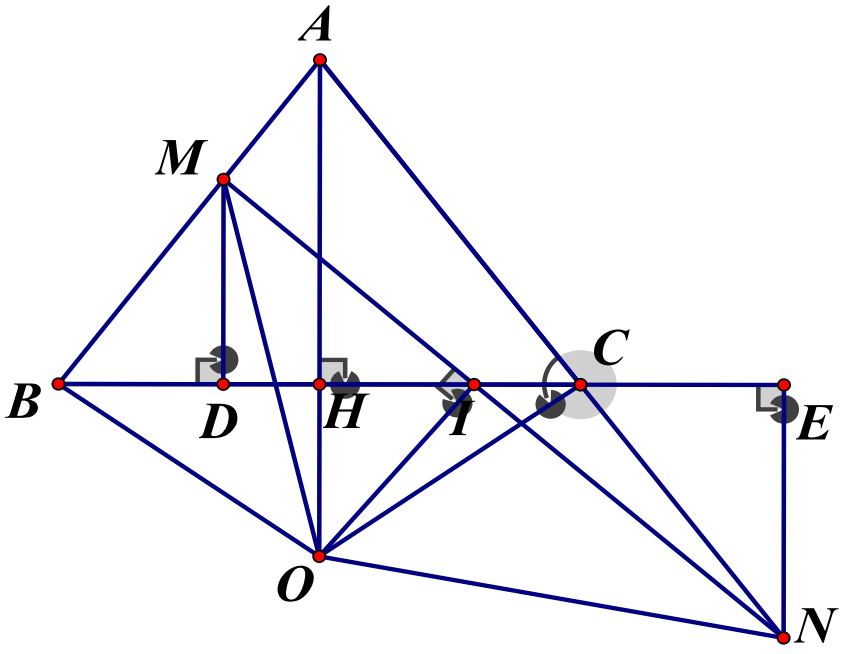
Câu		NỘI DUNG	Ghi chú
9 (4,0đ)		**Câu 9.** *(4,0 điểm).* Tính giá trị của các biểu thức sau: **1.** $A=99^{99}-\left\{1,(3)-\left[5.2^3-(-7)^2+\frac{1}{3}+99^9.\left(3^{12}-9^6-99^{90}\right)\right]\right\}$ **2.** $B=\left(\frac{1}{2^2}-1\right).\left(\frac{1}{3^2}-1\right).\left(\frac{1}{4^2}-1\right).\left(\frac{1}{5^2}-1\right).....\left(\frac{1}{100^2}-1\right)$ **3.** $Q=\frac{a^3+b^3+c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a-2b)^2+\lvert 4b-3c\rvert\le 0$	
	1. (1,5đ)	$A=99^{99}-\left\{1,(3)-\left[5.2^3-(-7)^2+\frac{1}{3}+99^9.\left(3^{12}-9^6-99^{90}\right)\right]\right\}$	
		$A=99^{99}-\left\{1,(3)-\left[5.2^3-(-7)^2+\frac{1}{3}+99^9.\left(3^{12}-3^{12}-99^{90}\right)\right]\right\}$	
		$=99^{99}-\left\{1,(3)-\left[5.2^3-(-7)^2+\frac{1}{3}-99^{99}\right]\right\}$	
		$=99^{99}-\left\{1,(3)-5.2^3+(-7)^2-\frac{1}{3}+99^{99}\right\}$	
		$=99^{99}-\frac{4}{3}+40-49+\frac{1}{3}-99^{99}=-10$ Vậy A = -10	
	2. (1,5đ)	$B=\left(\frac{1}{2^2}-1\right).\left(\frac{1}{3^2}-1\right).\left(\frac{1}{4^2}-1\right).\left(\frac{1}{5^2}-1\right).....\left(\frac{1}{100^2}-1\right)$	

		$B=\left(\frac{1}{2^2}-1\right).\left(\frac{1}{3^2}-1\right).\left(\frac{1}{4^2}-1\right).\left(\frac{1}{5^2}-1\right).....\left(\frac{1}{100^2}-1\right)$ $\Rightarrow -B=\left(1-\frac{1}{4}\right).\left(1-\frac{1}{9}\right).\left(1-\frac{1}{16}\right).\left(1-\frac{1}{25}\right).....\left(1-\frac{1}{10000}\right)$ $=\frac{3}{2^2}.\frac{8}{3^2}.\frac{15}{4^2}.....\frac{9999}{100^2}.$	
		$=\frac{1.3}{2^2}.\frac{2.4}{3^2}.\frac{3.5}{4^2}.....\frac{99.101}{100^2}$ $=\frac{1.2.3.....98.99}{2.3.4.....99.100}.\frac{3.4.5.....100.101}{2.3.4.....99.100}$ $=\frac{1}{100}.\frac{101}{2}=\frac{101}{200}.$ Vậy B = $-\frac{101}{200}$	
	3. **(1,0đ)**	$Q=\frac{a^3+b^3+c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a-2b)^2+\lvert 4b-3c\rvert \le 0$	
		Vì $(3a-2b)^2\ge 0;\lvert 4b-3c\rvert \ge 0$ nên để $(3a-2b)^2+\lvert 4b-3c\rvert \le 0$ thì: $\begin{cases}(3a-2b)^2=0\\ \lvert 4b-3c\rvert =0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3a=2b\\ 4b=3c\end{cases}\Rightarrow\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$	
		Đặt $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k\Rightarrow a=2k;b=3k;c=4k$ Thay vào Q ta có:	
		$Q=\frac{a^3+b^3+c^3}{abc}=\frac{(2k)^3+(3k)^3+(4k)^3}{2k.3k.4k}=\frac{k^3\left(2^3+3^3+4^3\right)}{24k^3}=\frac{33}{8}$	
10 **(4,0đ)**	**Câu 10.** (4,0 điểm). **1.** a. Tìm x biết: $7^{x+2}+7^x=21^6-379.7^{x-1}$ b. Tìm $x,y\in N$ thỏa mãn: $2024^x+4049=\lvert y-2024\rvert +y$ **2.** Ba lớp $7A,7B,7C$ cùng mua tăm từ thiện. Lúc đầu dự định chia số gói tăm cho 3 lớp nói trên theo tỷ lệ $4,5,6$; nhưng sau đó lại chia theo tỷ lệ $3,4,5$ nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 8 gói. Tính tổng số gói tăm 3 lớp mua?		
	1) **(1,0đ)**	**a.** Ta có: $7^{x+2}+7^x=21^6-379.7^{x-1}$ $7^{x+2}+7^x+379.7^{x-1}=21^6$	
		$7^{x-1}\left(7^3+7+379\right)=21^6$ $7^{x-1}.729=21^6$ $7^{x-1}.3^6=7^6.3^6$	

		$7^{x-1}=7^6$ $x-1=6$ $x=7$ Vậy $x=7$	
	1. **(1,0đ)**	**b.** $2024^x+4049=\|y-2024\|+y$ (1) TH1: Nếu $0\le y<2024$ Từ (1) suy ra $2024^x+4049=2024-y+y$ $2024^x+4049=2024$ (loại) Vì vế trái $2024^x+4049>4049$	
		TH2: Nếu $2024\le y$ Từ (1) suy ra $2024^x+4049=y-2024+y$ $2024^x+4049=2y-2024$ Với $x,y\in N$ ta có vế phải là số chẵn. Nên để bài toán xảy ra thì 2024^x phải là số lẻ Do $x\in N$ nên $x=0$ Với $x=0$ thay vào ta tìm được $y=3037$ (t/m) Vậy $(x;y)=(0;3037)$	
	2. **(2,0đ)**	Gọi tổng số tăm ba lớp $7A,7B,7C$ mua là x (gói) (Điều kiện $x\in N^*$) Gọi số tăm ba lớp $7A,7B,7C$ dự định mua lần lượt là a,b,c (gói) ($a,b,c\in N^*$). Theo bài ra ta có $\frac{a}{4}=\frac{b}{5}=\frac{c}{6}$	
		Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a}{4}=\frac{b}{5}=\frac{c}{6}=\frac{a+b+c}{4+5+6}=\frac{x}{15}$ suy ra $a=\frac{4x}{15};b=\frac{5x}{15};c=\frac{6x}{15}$ (1)	
		Gọi số tăm ba lớp $7A,7B,7C$ thực tế mua lần lượt là a',b',c' (gói) ($a',b',c'\in N^*$) Theo bài ra ta có $\frac{a'}{3}=\frac{b'}{4}=\frac{c'}{5}$	
		Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a'}{3}=\frac{b'}{4}=\frac{c'}{5}=\frac{a'+b'+c'}{3+4+5}=\frac{x}{12}$ suy ra $a'=\frac{3x}{12};b'=\frac{4x}{12};c'=\frac{5x}{12}$ (2)	
		Từ (1) và (2) suy ra $b=b'$; $a>a'$, $c<c'$ suy ra lớp nhận nhiều hơn dự định 8 gói là lớp $7C$. Do đó $\frac{5x}{12}-\frac{6x}{15}=8$	

<table>
<tr><td></td><td></td><td>$\frac{25x}{60}-\frac{24x}{60}=\frac{480}{60}$
$25x-24x=480$
$x=480$ (Thỏa mãn điều kiện)
Vậy tổng số gói tăm 3 lớp $7A,7B,7C$ mua là 480 gói.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">11
(3,0đ)</td><td colspan="2">Câu 11. (3,0 điểm)
1. Tìm các số nguyên x, y sao cho: $x-2xy+y-3=0$

2. Số nguyên dương n được gọi là số thú vị nếu tồn tại số nguyên dương x,y,z,t sao cho $n=\frac{x^2+y^2}{z^2+t^2}$. Hỏi số 2028 có phải là số thú vị không? Vì Sao?</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">1.
(1,5đ)</td><td>Ta có: xy – 3x – 2y + 1 = 0
x(y – 3) – 2(y – 3) – 6 + 1 = 0
(x – 2)(y – 3) = 5</td><td></td></tr>
<tr><td>Vì x, y là các số nguyên nên x – 2, y – 3 là các số nguyên và
x – 2, y – 3 $\in$ Ư(5) = {1; -1; 5; -5}.</td><td></td></tr>
<tr><td>Ta có bảng giá trị sau:
<table>
<tr><td>x – 2</td><td>1</td><td>-1</td><td>5</td><td>-5</td></tr>
<tr><td>y – 3</td><td>5</td><td>-5</td><td>1</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>x</td><td>3</td><td>1</td><td>7</td><td>-3</td></tr>
<tr><td>y</td><td>8</td><td>-2</td><td>4</td><td>2</td></tr>
</table>
Vậy (x, y) $\in$ {(3; 8), (1; -2), (7; 4), (-3; 2)}.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">2.
(1,5đ)</td><td>Giả sử 2028 là số thú vị, tồn tại số nguyên dương x,y,z,t thỏa mãn $x^2+y^2=2028\left(z^2+t^2\right)$ (1)
Trong các bộ số $(x;y;z;t)$ thỏa mãn (1) ta xét bộ số $(x;y;z;t)$ với $x+y+z+t$ nhỏ nhất.</td><td></td></tr>
<tr><td>Vì $2028\vdots 3$ nên $x^2+y^2\vdots 3$, khi đó x và y đều chia hết cho 3
Suy ra x^2+y^2 chia hết cho 9</td><td></td></tr>
<tr><td>Vì 2028 không chia hết cho 9 nên suy ra z^2+t^2 chia hết cho 3
Khi đó z và t đều chia hết cho 3</td><td></td></tr>
<tr><td>Suy ra $x=3x_1; y=3y_1; z=3z_1; t=3t_1$ (Với $x_1; y_1; z_1; t_1$ là các số nguyên dương)
Ta được: $(3x_1)^2+(3y_1)^2=2028\left[(3z_1)^2+(3t_1)^2\right]$
$x_1^{\,2}+y_1^{\,2}=2028\left(z_1^{\,2}+t_1^{\,2}\right)$</td><td></td></tr>
</table>

		Do đó bộ số $(x_1; y_1; z_1; t_1)$ thỏa mãn (1). mà $x_1 + y_1 + z_1 + t_1 < x + y + z + t$, điều này mâu thuẫn với cách chọn bộ số $(x; y; z; t)$	
		Vậy điều giả sử là sai, suy ra 2028 không phải là số thú vị.	
12 (4,0đ)	**Câu 12 (3,0 điểm).** Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD < CD$, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt các đường thẳng AB và AC lần lượt ở M và N. **1.** Chứng minh rằng: $DM = EN$ **2.** Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I. Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của MN. **3.** Từ điểm I kẻ đường thẳng d vuông góc MN. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.		
	Hình vẽ		
	1. (1,5đ)	**1.** Chứng minh rằng: $DM = EN$	
		Ta có : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (vì ΔABC cân tại A) $\widehat{ACB} = \widehat{ECN}$ (Hai góc đối đỉnh) (2) suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{ECN}$ hay $\widehat{MBD} = \widehat{ECN}$	
		Xét ΔMDB và ΔNEC có: $\widehat{BDM} = \widehat{CEN} = 90^0; BD = CE(gt); \widehat{MBD} = \widehat{ECN}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta MDB = \Delta NEC$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = EN.$ (hai cạnh tương ứng) .	
	2.	**2. .** Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I. Chứng minh rằng điểm I là	

	(1,5đ)	trung điểm của MN.	
		ΔMDI vuông tại D: $\widehat{DMI}+\widehat{MID}=90^0$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) ΔNEI vuông tại E: $\widehat{ENI}+\widehat{NIE}=90^0$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)	
		Mà $\widehat{MID}=\widehat{NIE}$ (đối đỉnh) nên $\widehat{DMI}=\widehat{ENI}$ và $DM=EN$ $\Rightarrow \Delta MDI=\Delta NEI(g.c.g)\Rightarrow IM=IN$ (cặp cạnh tương ứng)	
		Vậy BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN	
	3. (1,0đ)	**3.** Từ I kẻ đường thẳng d vuông góc với MN. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.	
		Kẻ $AH\perp BC\ (H\in BC)\Rightarrow \widehat{HAB}=\widehat{HAC}$ Gọi O là giao điểm của AH với đường thẳng d. Ta có: $\Delta OAB=\Delta OAC(c.g.c)\Rightarrow \widehat{OBA}=\widehat{OCA}$ (cặp góc tương ứng) (1) $\Rightarrow OC=OB$ (cặp cạnh tương ứng).	
		$\Delta OIM=\Delta OIN(c.g.c)\Rightarrow OM=ON$ (cặp cạnh tương ứng) $\Delta OBM=\Delta OCN(c.c.c)\Rightarrow \widehat{OBM}=\widehat{OCN}$ (cặp góc tương ứng) (2)	
		Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{OCA}=\widehat{OCN}=90^0$, do đó $OC\perp AC$ Vậy điểm O cố định.	
13 (1,0đ)		**Câu 13. (1,0 điểm)** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\dfrac{\lvert x-2022\rvert-\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert+2022}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert}$	
		$P=\dfrac{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert+2022-2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert}$ $P=1+\dfrac{2022-2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert}$ $\lvert x-2023\rvert\ge 0\Rightarrow 2022-2\lvert x-2023\rvert\le 2022$ $\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert=\lvert x-2022\rvert+\lvert 2024-x\rvert+\lvert x-2023\rvert$ $\ge\lvert x-2022+2024-x\rvert+\lvert x-2023\rvert=2+\lvert x-2023\rvert\ge 2$	

	$\Rightarrow \dfrac{1}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert} \le \dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow \dfrac{2022-2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert} \le \dfrac{2022}{2}$ $P=1+\dfrac{2022-2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert} \le 1+\dfrac{2022}{2}=1012$ Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x-2023=0 \\ (x-2022)(2024-x)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2023$ Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $P=1012$ khi và chỉ khi $x=2023$	