

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ
THÀNH PHỐ HƯNG YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Có 01 trang)

NĂM HỌC: 2020-2021
Môn thi: Toán - Lớp 9
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 21/ 12/ 2020

Bài 1 (4,0 điểm).

a) Cho $A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1}$. Rút gọn $B = 1 - \sqrt{2A - 4\sqrt{x} + 1}$ với $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$

b) Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn $x - 2y + z = 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{y} + \sqrt{z}} = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{z}}$$

Bài 2 (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - 10x + 27 = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-4}$

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $(y+3)x^{2020} - y^2 - 6y - 8 = 0$

Bài 3 (4,0 điểm)

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2)$ và cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A và B khác gốc tọa độ O mà thỏa mãn $OA + OB = 6$

b) Cho hai số nguyên a, b thỏa mãn: $a^2 + b^2 + 1 = 2(ab + a + b)$. Chứng minh a và b là hai số chính phương liên tiếp.

Bài 4 (6,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O , đường kính BC cố định và một điểm A chuyển động trên nửa đường tròn (A khác B và C). Hạ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa A dựng hai nửa đường tròn tâm P đường kính HB và tâm Q đường kính HC , chúng lần lượt cắt AB và AC tại E và F . Gọi I và K lần lượt là hai điểm đối xứng với H qua AB và AC

a) Chứng minh rằng: $AE \cdot AB = AF \cdot AC = \frac{IK^2}{4}$

b) Chứng minh tỷ số $\frac{AH^3}{BC \cdot BE \cdot CF}$ không đổi.

c) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $PEFQ$ đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị đó.

Bài 5 (2,0 điểm).

Cho a, b, c là các số dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c+2a}} + \sqrt{\frac{b}{c+a+2b}} + \sqrt{\frac{c}{a+b+2c}}$$

-----Hết-----