PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN NÔNG CỐNG	KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MŨI NHỌN CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2022 – 2023 MÔN: TOÁN 8
Đề chính thức	*Thời gian: 150 phút, không kể thời gian phát đề* (Đề thi này có 05 câu, gồm 01 trang) Ngày thi 04/3/2023

Câu 1 (4,0 điểm).

1. Cho biểu thức $P=\frac{x^2+x}{x^2-2x+1}:\left(\frac{x+1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{2-x^2}{x^2-x}\right)$ với x ≠ 0; x ≠ ±1

Rút gọn và chứng minh P ≥ 4 với mọi x > 1.

2. Cho ba số a, b, c đôi một khác nhau thoả mãn $a^3+b^3+c^3=3abc$ và abc ≠ 0.

Tính giá trị của biểu thức $B=\frac{8(a+b)}{c}+\frac{3(b+c)}{a}-\frac{2034(c+a)}{b}$

Câu 2 (4,0 điểm).

1. Giải phương trình $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2)=72$

2. Cho x, y là các số hữu tỉ khác 1 thoả mãn: $\frac{2x-1}{x-1}+\frac{2y-1}{y-1}=1$. Chứng minh:

$M=x^2+y^2-xy$ là bình phương của một số hữu tỉ.

Câu 3 (4,0 điểm).

1. Tìm các số nguyên x, y thoả mãn $y^2+2xy-3x-2=0$

2. Tìm tất cả các số nguyên dương a, b sao cho $a+b^2$ chia hết cho a^2b-1.

Câu 4 (6,0 điểm).

Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2a. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là AB vẽ hai tia Ax; By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm D bất kì (D khác A). Qua O kẻ đường vuông góc với OD tại O, cắt By tại C. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên CD.

1. Chứng minh $\Delta ADH \# \Delta BOH$ và ΔAHB vuông.

2. Gọi I là giao điểm của AC và BD; E là giao điểm của AH và DO; F là giao điểm của BH và CO. Chứng minh E; I; F thẳng hàng.

3. Tìm vị trí của D trên Ax để diện tích tứ giác ABCD nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Câu 5 (2,0 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn abc = 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\frac{a}{b^4+c^4+a}+\frac{b}{a^4+c^4+b}+\frac{c}{a^4+b^4+c}$

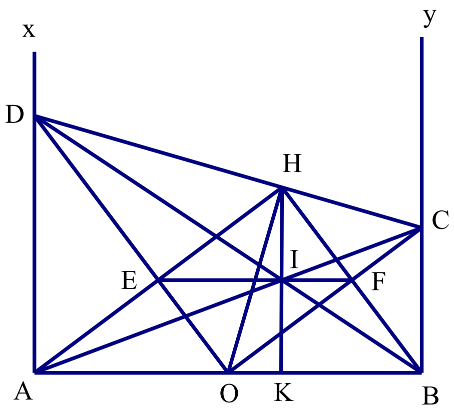
-------------------------------*Hết*------------------------------

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN NÔNG CỐNG

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
MŨI NHỌN CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2022 – 2023
MÔN: TOÁN 8

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 (4,0 điểm)	1	Với x ≠0; x ≠ ±1. Ta có: $P=\frac{x(x+1)}{\left(x-1\right)^2}:\frac{(x+1)(x-1)+x+2-x^2}{x(x-1)}$	0,5
		$=\frac{x(x+1)}{\left(x-1\right)^2}:\frac{x^2-1+x+2-x^2}{x(x-1)}=\frac{x(x+1)}{\left(x-1\right)^2}:\frac{x+1}{x(x-1)}$	0,25
		$=\frac{x(x+1)}{\left(x-1\right)^2}.\frac{x(x-1)}{x+1}=\frac{x^2}{x-1}$ Vậy x ≠0; x ≠ ±1 thì $P=\frac{x^2}{x-1}$	0,25
		Ta có $P=\frac{x^2}{x-1}=\frac{x^2-1+1}{x-1}=x+1+\frac{1}{x-1}=x-1+\frac{1}{x-1}+2$	0,25
		Vì x > 1 nên x – 1 > 0; $\frac{1}{x-1}>0$	0,25
		Suy ra $x-1+\frac{1}{x-1}\geq 2\sqrt{(x-1).\left(\frac{1}{x-1}\right)}$ =2	0,25
		Dấu "=" xảy ra khi: $x-1=\frac{1}{x-1}\Rightarrow (x-1)^2=1\Rightarrow x-1=\pm 1$ Giải ra ta được x = 0 (không thoả mãn đk); x = 2 thoả mãn điều kiện. Vậy P ≥ 4 với mọi x > 1	0,25
	2	$a^3+b^3+c^3=3abc$ (a, b, c đôi một khác nhau, abc ≠0) $\Leftrightarrow \left(a+b\right)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc=0$ $\Leftrightarrow (a+b+c)^3-3c(a+b)(a+b+c)-3ab(a+b+c)=0$	0,25
		$\Leftrightarrow (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)=0$	0,5
		$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a+b+c).\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]=0$	0,25
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a+b+c=0 \\ \begin{cases} a-b=0 \\ b-c=0 \\ c-a=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a+b=-c \\ b+c=-a \\ c+a=-b \end{cases} \\ a=b=c\ (loai\ vi\ a\neq 0;b\neq 0;c\neq 0) \end{array}\right.$	0,5
		$B=\frac{8(-c)}{c}+\frac{3(-a)}{a}-\frac{2034(-b)}{b}=2023$	0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
2 (4.0 điểm)	1	$(x-7)(x-5)(x-4)(x-2)=72$	
		$\Leftrightarrow (x^2-9x+14)\left(x^2-9x+20\right)=72$	0,5
		Đặt $x^2-9x+14=t$	0,25
		Khi đó ta có phương trình	
		$t(t+6)=72 \Leftrightarrow (t+12).(t-6)=0$	
		Giải ra ta được t = -12; t = 6	0,5
		Với t = -12 thì $x^2-9x+14=-12 \Leftrightarrow \left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{23}{4}=0$	
		vô nghiệm.	0,5
		$x^2-9x+14=6 \Leftrightarrow (x-1)(x-8)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=8 \end{array}\right.$	
		Vậy tập nghiệm của phương trình là S = {1; 8}	0,25
	2	Biến đổi điều kiện	
		$\frac{2x-1}{x-1}+\frac{2y-1}{y-1}=1$	
		$\Leftrightarrow \frac{(2x-1).(y-1)+(2y-1)(x-1)}{(x-1).(y-1)}=\frac{(x-1).(y-1)}{(x-1).(y-1)}$	0,25
		$\Rightarrow 3xy=2(x+y)-1$	
		$M=x^2+y^2-xy=(x+y)^2-3xy=(x+y)^2-2(x+y)+1$	0,75
		$=(x+y-1)^2$	0,5
		Vậy M là bình phương của một số hữu tỉ	0,5
3 (4,0 điểm)	1	$y^2+2xy-3x-2=0 \Leftrightarrow y^2+2xy+x^2=x^2+3x+2$	
		$\Leftrightarrow (x+y)^2=(x+1).(x+2)$	0,5
		Với x, y nguyên trái là một số chính phương, vế phải là tích của 2 số tự nhiên liên tiếp nên để thoả mãn thì	0,5
		x+1 = 0 hoặc x + 2 = 0	
		Giải với x = -1 thì tìm được y = 1	0,5
		Với x = -2 thì y = 2	
		Vậy giá trị nguyên của x, y cần tìm là:	0,25
		(x; y)$\in${(-1; 1); (-2; 2)}	0,25
	2	Từ điều kiện $a+b^2$ chia hết cho a^2b-1 mà a, b nguyên dương nên $a+b^2=k(a^2b-1)$ (k nguyên dương).	0,25
		$\Leftrightarrow a+k=ka^2b-b^2 \Leftrightarrow a+k=b(ka^2-b)$	

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Đặt $ka^2 - b = m\ (m \in Z) \Rightarrow a + k = bm$ Mà a, k nguyên dương suy ra m nguyên dương. Do b. m nguyên dương nên suy ra (b-1).(m-1) $\geq$ 0 $\Leftrightarrow bm - b - m + 1 \geq 0$ $\Leftrightarrow a + k - b - ka^2 + b + 1 \geq 0$ $\Leftrightarrow (a+1) - k(a+1).(a-1) \geq 0$ $\Leftrightarrow (a+1)(1 - ka + k) \geq 0$ Mà a nguyên dương nên 1 – ka + k $\geq$ 0 $\Leftrightarrow$ k(a-1) $\leq$ 1 Lại có k, a nguyên dương nên k(a-1) = 0 hoặc k(a-1) = 1 Với k (a – 1) = 0 mà k nguyên dương nên a = 1, khi đó $b^2 + 1 = k(b-1) \Leftrightarrow b^2 - 1 + 2 = k(b-1)$ $\Leftrightarrow (b-1)(b+1) - k(b-1) = -2$ $\Leftrightarrow (b-1)(b+1-k) = -2$ Mà b nguyên dương nên: TH1: b – 1 = 1 và b + 1 – k = -2, ta tính được b = 2 và k = 5 TH2: b – 1 = 2 và b + 1 – k = -1 Ta tính được b = 3 và k = 5. Với k(a-1) = 1 mà k nguyên dương nên k = 1; a = 2 lai có a + k = bm $\Leftrightarrow$ bm = 3 nên b = 1 hoặc b = 3. Vậy (a; b)$\in${(1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 3)}	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
4 **(6,0 điểm)**			
	1	ΔADO # ΔBOC vì $\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{B} = 90^0 \\ \widehat{ADO} = \widehat{BOC}\ (cung\ \ phu\ \widehat{DOA}) \end{cases}$ $\Rightarrow \dfrac{AD}{BO} = \dfrac{OD}{OC}$ (1)	0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		ΔDHO # ΔOHC vì $\begin{cases} \widehat{ODH} = \widehat{HOC}\ (cung\ \ phu\ \widehat{HOD}) \\ \widehat{DHO} = \widehat{CHO} = 90^0 \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{DH}{OH} = \frac{OD}{OC}(2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\frac{DH}{OH} = \frac{AD}{BO}$ ΔADH # ΔBOH vì $\begin{cases} \frac{DH}{OH} = \frac{AD}{BO} \\ \widehat{ADH} = \widehat{HOB}\ (cung\ bu\ voi\ \widehat{AOH}) \end{cases}$ Từ ΔADH # ΔBOH suy ra $\widehat{DHA} = \widehat{OHB}$ Ta có $\widehat{AHB} = \widehat{AHO} + \widehat{BHO} = \widehat{AHO} + \widehat{DHA} = 90^0$ Vậy ΔAHB vuông tại H	0,5 0,5 0,5
	2	Chứng minh 3 điểm E; I; F thẳng hàng Theo câu a ta có ADH # ΔBOH mà ΔOHB cân tại O nên ΔDHA cân tại A suy ra DA = DH. Mà oA = OH suy ra OD là đường trung trực của AH nên EH = EA (3). Chứng minh tương tựu ta có CH = CB Mặt khác OB = OH nên OC là đường trung trực của BH nên FH = FB (4) Từ (3) và (4) suy ra EF là đường trung bình của tam giác HAB nên EF//AB (*). Gọi HI giao với AB tại K vì AD//BC nên $\frac{AD}{BC} = \frac{BI}{IB}$ Thay AD = DH; CH = CB (ΔOBH cân tại C và ΔDHA cân tại D). $\Rightarrow \frac{DH}{HC} = \frac{DI}{IB} \Rightarrow BC//HI \Rightarrow AD//HK//BC$ Ta có HI//BC suy ra $\frac{HI}{BC} = \frac{DI}{DB}; KI//BC \Rightarrow \frac{KI}{BC} = \frac{AI}{AC}$ AD//BC $\Rightarrow \frac{DI}{DB} = \frac{AI}{AC}\ suy\ ra\ \frac{HI}{BC} = \frac{KI}{BC} \Rightarrow HI = IK$ Mà EH = EA suy ra EI là đường trung bình ΔHAK $\Rightarrow$ EI //AB (**). Từ (*) và (**) suy ra E; I; F thẳng hàng	0,5 0,5 0,5 0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
	3	Tứ giác ABCD là hình thang vuông nên ta có: $S_{ABCD}=\dfrac{(AD+BC).AB}{2}=\dfrac{2a(AD+BC)}{2}=a(AD+BC)$ Ta có AD = DH; CH = CB suy ra AD + BC = CD $S_{ABCD}=a.CD$ do đó S nhỏ nhất khi và chỉ khi CD nhỏ nhất. Ta có CD ≥ AB \; dấu "=" xảy ra ⇔ CD ⊥ Ax suy ra ABCD là hình chữ nhật ⇔ CD = AB = 2a và AD = BC ⇔ AD = DH = CB = CH = AB: 2 = a Vậy AD = a thì S_{ABCD} nhỏ nhất và GTNN là $2a^2$	0,5 0,5 0,5 0,5
5 (2,0 điểm)		Ta chứng minh $a^4 + b^4 \ge ab.(a^2 + b^2)$ với mọi a, b dương Thật vậy: $a^4+b^4\ge ab(a^2+b^1)\Leftrightarrow a^4+b^4\ge a^3b+ab^3$ $\Leftrightarrow (a-b)(a^3-b^3)\ge 0\Leftrightarrow (a-b)^2(a^2+ab+b^2)\ge 0$ Luôn đúng với mọi a, b Suy ra $a^4+b^4+c\ge ab(a^2+b^2)+c\Leftrightarrow a^4+b^4+c\ge abc^2>0$ với a, b, c > 0 và abc = 1. Nên ta có: $\dfrac{c}{a^4+b^4+c}\le\dfrac{c}{ab(a^2+b^2)+abc^2}\Leftrightarrow\dfrac{c}{a^4+b^4+c}\le\dfrac{c}{ab.(a^2+b^2+c^2)}$ $\dfrac{c}{a^4+b^4+c}\le\dfrac{c^2}{abc.(a^2+b^2+c^2)}\Leftrightarrow\dfrac{c}{a^4+b^4+c}\le\dfrac{c^2}{a^2+b^2+c^2}$ Vậy tương tự với các biểu thức còn lại ta suy ra được: $T=\dfrac{a}{b^4+c^4+a}+\dfrac{b}{a^4+c^4+b}+\dfrac{c}{a^4+b^4+c}\le\dfrac{a^2+b^2+c^2}{a^2+b^2+c^2}=1$ Vậy T ≤ 1với mọi số thực dương a, b, c thoả mãn abc=1 Dấu "=" xảy ra ⇔ a = b = c = 1. Vậy giá trị lớn nhất của T = 1 khi a = b = c = 1	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5

Ghi chú:

- Học sinh làm cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

- Bài hình nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm điểm.