

Câu 1: Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{500}$

b) $\sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{45}$

c) $\frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - 2\sqrt{27} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

d) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1} - \frac{3\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}+3} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

Câu 2: Giải phương trình:

a) $3\sqrt{x} - 1 = 8$

b) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = |-2|$

c) $2\sqrt{9(x-3)} - \frac{1}{5}\sqrt{25(x-3)} + \frac{1}{7}\sqrt{49(x-3)} = 20$

d) $2x + \sqrt{2x+19} = 1$

Câu 3: Cho 2 biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{5}{\sqrt{x}+1} - \frac{8\sqrt{x}-6}{x-1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1$$

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$

b) Rút gọn B

c) Tìm các giá trị của x để $A.B = \frac{\sqrt{x}}{2}$.

Câu 4:

1) Một con thuyền ở điểm A di chuyển từ bờ sông a sang bờ sông b với vận tốc trung bình là 5km/h vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong 15 phút. Biết đường đi của con thuyền là AE.

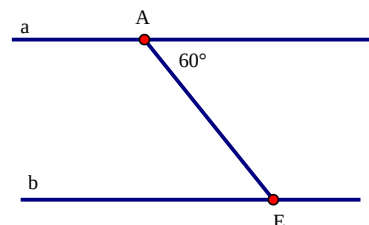
Tính chiều rộng khúc sông.

2) Cho $\triangle ABC$ vuông tại B, đường cao BH, biết $AB = 9\text{cm}$, $AC = 15\text{cm}$.

a) Giải tam giác vuông ABC

b) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC. Chứng minh tứ giác BEHF là hình chữ nhật và tính độ dài EF.

c) Tính $BE.EA + BF.FC$ và chứng minh $S_{BEHF} = \frac{BH^3}{AC}$



Câu 5: Cho 3 số dương a, b, c

Chứng minh rằng $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

$$a) \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{500}$$

$$= \sqrt{0,2 \cdot 500}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= 10$$

$$b) \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{45}$$

$$= \sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{16 \cdot 5} - \sqrt{9 \cdot 5}$$

$$= 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{5}$$

$$c) \frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - 2\sqrt{27} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{9 \cdot 3} + |\sqrt{3}-2|$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{3} - 6\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} \quad (\text{do } \sqrt{3}-2 < 0)$$

$$= \sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$$

$$= 2 - 6\sqrt{3}$$

$$d) \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1} - \frac{3\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}+3} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{5}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{5}+3} + \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}$$

Câu 2:

$$a) 3\sqrt{x} - 1 = 8 \quad (\text{điều kiện } x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 8 + 1$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 9 \quad \Leftrightarrow \sqrt{x} = 9:3 \quad \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \quad \Leftrightarrow x = 9 \quad (tm)$$

$$\text{Vậy } S = \{9\}$$

$$b) \sqrt{x^2 - 6x + 9} = |-2| \quad (\text{điều kiện: } x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow |x-3| = 2$$

$$\text{TH1: } x-3 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (nhận)}$$

$$\text{TH2: } x - 3 = -2$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \{1; 5\}$$

$$\text{c) } 2\sqrt{9(x-3)} - \frac{1}{5}\sqrt{25(x-3)} + \frac{1}{7}\sqrt{49(x-3)} = 20 \text{ (ĐK: } x \geq 3 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-3} - \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{x-3} + \frac{1}{7} \cdot 7(x-3) = 20$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-3} - \sqrt{x-3} + \sqrt{x-3} = 20$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-3} = 20$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = \frac{100}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{100}{9} + 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{127}{3} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{127}{3} \right\}$$

$$\text{d) } 2x + \sqrt{2x+19} = 1 \text{ (điều kiện: } x \geq \frac{-19}{2} \text{)}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 19 + \sqrt{2x+19} = 20 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2x+19} \right)^2 + \sqrt{2x+19} - 20 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x+19} \text{ (điều kiện: } t \geq 0 \text{)}$$

$$(*) \Leftrightarrow t^2 + t - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 5t - 4t - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t+5) - 4(t+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+5)(t-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t+5=0 \\ t-4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=-5 \text{ (loại)} \\ t=4 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+19} = 4$$

$$\Rightarrow 2x + 19 = 16$$

$$\Leftrightarrow 2x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3}{2} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{-3}{2} \right\}$$

Câu 3:

a) Với $x = 9$ (TM ĐK), thay vào A ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9} + 2}{\sqrt{9} - 1} = \frac{3 + 2}{3 - 1} = \frac{5}{2}$$

Vậy $A = \frac{5}{2}$ khi $x = 9$.

$$\text{b) } B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) + 5(\sqrt{x} - 1) - (8\sqrt{x} - 6)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{x + \sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 5 - 8\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{c) Ta có: } A.B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$A.B = \frac{\sqrt{x}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 4 = x + \sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \sqrt{x} + \frac{1}{4} \right) - \frac{15}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{\sqrt{15} + 1}{2} & \text{(nhận)} \\ \sqrt{x} = \frac{-\sqrt{15} + 1}{2} & \text{(loại)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{16 + 2\sqrt{15}}{4} = \frac{8 + \sqrt{15}}{2}$$

Câu 4:

1) - Đòi: 15 phút = $\frac{1}{4}$ giờ

- Kẻ $EH \perp a$ ($H \in a$)

- Chiều dài đoạn AE là: $5 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1,25$ (km)

- Xét $\triangle AHE$ vuông tại H có: $EH = \sin 60^\circ \cdot AE$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1,25 \approx 1,08$ (km)

Vậy chiều rộng khúc sông là 1,08(km).

2)

a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có: $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Rightarrow BC = 12$ (cm)

Ta có: $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \Rightarrow \hat{A} \approx 53^\circ$

Ta có: $\hat{A} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} \approx 37^\circ$

b) Xét tứ giác $BEHF$ có: $\widehat{EBF} = \widehat{HEB} = \widehat{HFB} = 90^\circ$ nên tứ giác $BEHF$ là hình chữ nhật.

Khi đó: $AH = EF$ (tính chất hình chữ nhật)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B đường cao BH có: $BH \cdot AC = AB \cdot BC (= 2S_{\triangle ABC})$

Suy ra: $BH = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{9 \cdot 12}{15} = 7,2$ (cm)

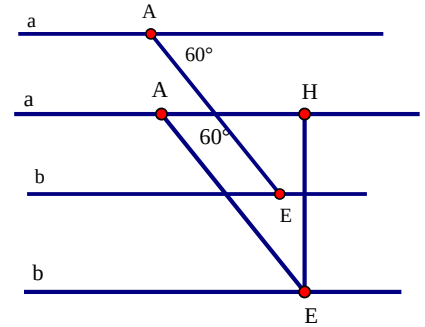
Vậy $EF = 7,2$ (cm)

c) Xét $\triangle ABH$ vuông tại H đường cao HE có: $BE \cdot EA = EH^2$

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H đường cao HF có: $BF \cdot FC = FH^2$

Suy ra: $BE \cdot EA + BF \cdot FC = EH^2 + FH^2 = EF^2 = (7,2)^2 = 51,84$ (cm)

Ta có: $S_{BEHF} = BE \cdot BF = \frac{BE \cdot BA \cdot BF \cdot BC}{BH \cdot AC} = \frac{BH^2 \cdot BH^2}{BH \cdot AC} = \frac{BH^3}{AC}$



Câu 5:

Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có:

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^2}{c^2}} = 2\frac{a}{c}$$

$$\frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq 2\sqrt{\frac{b^2}{c^2} \cdot \frac{c^2}{a^2}} = 2\frac{b}{a}$$

$$\frac{c^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} \geq 2\sqrt{\frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{a^2}{b^2}} = 2\frac{c}{b}$$

Cộng theo vế ta được:

$$2\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}\right) \geq 2\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____