

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN BÌNH LỤC**

**ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG
HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2022-2023
MÔN: TOÁN**

(Thời gian làm bài: 120 phút)

Bài 1 (4,0 điểm). Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^2}{x^3-4x} + \frac{6}{6-3x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$

- Rút gọn biểu thức A
- Tính giá trị của biểu thức A tại x thỏa mãn $|x + 1| = |-1|$
- Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Bài 2 (3,5 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

- $2x^2 + 3x - 27$
- $3x(x+2)(3x^2 + 6x + 2) + 1$

2. Cho a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Chứng minh $\frac{a^2}{a^2+2bc} + \frac{b^2}{b^2+2ac} + \frac{c^2}{c^2+2ab} = 1$

Bài 3 (3,0 điểm).

1. Giải phương trình $\frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{2}{x^2-10x+24} + \frac{3}{x^2-15x+54} = \frac{2}{9}$

2. Tìm số nguyên x để $x^2 - 2x - 4$ là số chính phương

Bài 4 (6,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng a, M là một điểm bất kì trên cạnh BC. Tia Ax vuông góc với AM cắt đường thẳng CD tại K. Gọi I là trung điểm của MK. Tia AI cắt đường thẳng CD tại E. Đường thẳng qua M song song với AB cắt AI tại N.

- Tứ giác MNKE là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh $AM^2 = KC \cdot KE$
- Chứng minh chu vi tam giác MEC không đổi khi M di động trên cạnh BC.
- Gọi F là giao điểm của AM với đường thẳng DC.

Chứng minh $\frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AM^2}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M

Bài 5 (3,5 điểm).

1. Cho $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$.

Chứng minh $\frac{1}{x^2+2yz} + \frac{1}{y^2+2xz} + \frac{1}{z^2+2xy} \geq 9$

2. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước sau 4 giờ thì đầy bể. Người ta mở 2 vòi chảy trong 2 giờ, sau đó tắt vòi 1 đi, vòi 2 chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì bể đầy. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì đầy bể.

---Hết---

Giám thị 1: Họ và tên học sinh:

Giám thị 2: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8

Câu	Đáp án	Điểm						
1	a) Rút gọn (2điểm) $A = \left(\frac{x^2}{x^3-4x} + \frac{6}{6-3x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$ (ĐKXD: $x \neq 0; x \neq 2; x \neq -2$) $A = \left(\frac{x^2}{x(x-2)(x+2)} - \frac{6}{3(x-2)} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$ $= \left(\frac{3x^2}{3x(x-2)(x+2)} - \frac{6x(x+2)}{3x(x+2)(x-2)} + \frac{3x(x-2)}{3x(x+2)(x-2)} \right) : \left(\frac{(x-2)(x+2)}{x+2} + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$ $= \frac{3x^2-6x^2-12x+3x^2-6x}{3x(x-2)(x+2)} : \frac{x^2-4+10-x^2}{x+2}$ $= \frac{-18x}{3x(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x+2}{x+2}$ $= \frac{-18x}{3x(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x+2}{6}$ $= \frac{-1}{x-2}$	0,25 0,25 1,0 0,5						
	b) (1 điểm). Vì x thỏa mãn $x+1 = -1$ $\Leftrightarrow x=0 \text{ (tmđk) hoặc } x=-2 \text{ (không tmđk)}$ Tại $x=0$ ta có $A = \frac{1}{2}$	0,5 0,5						
	c) (1 điểm). Để A có giá trị nguyên thì $\frac{-1}{x-2}$ có giá trị nguyên $\Rightarrow x-2 \in \{1; -1\}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$x-2$</td><td>1</td><td>-1</td></tr> <tr> <td>x</td><td>3(tmđk)</td><td>1(tmđk)</td></tr> </table> Vậy: $x=3; x=1$ thì biểu thức A có giá trị nguyên	$x-2$	1	-1	x	3(tmđk)	1(tmđk)	0,25 0,5 0,25
$x-2$	1	-1						
x	3(tmđk)	1(tmđk)						
2	1) Phân tích đa thức thành nhân tử (2 điểm) a) $2x^2 + 3x - 27 = 2x^2 + 9x - 6x - 27 = x(2x+9) - 3(2x+9)$ $= (2x+9)(x-3)$ a) $3x(x+2)(3x^2+6x+2)+1$ $= (3x^2+6x)(3x^2+6x+2)+1$ Đặt $3x^2+6x=t$. Ta có: $t(t+2)+1$ $= t^2+2t+1 = (t+1)^2 = (3x^2+6x+1)^2$	0,5 0,5 0,5 0,5						
	2) Cho a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn: $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$ Chứng minh: $\frac{a^2}{a^2+2bc} + \frac{b^2}{b^2+2ac} + \frac{c^2}{c^2+2ab} = 1$ (1,5 điểm). Từ Gt: $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = a^2 + b^2 + c^2$ $\Rightarrow ab + ac + bc = 0$ Nên $a^2 + 2bc = (a-b)(a-c)$ Tương tự ta có: $b^2 + 2ac = (b-a)(b-c); c^2 + 2ab = (c-a)(c-b)$ Khi đó: $\frac{a^2}{a^2+2bc} + \frac{b^2}{b^2+2ac} + \frac{c^2}{c^2+2ab}$ $= \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} = \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$ $= \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1$	0,25 0,5 0,25 0,5						

3	1)Giải phương trình: $\frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{2}{x^2-10x+24} + \frac{3}{x^2-15x+54} = \frac{2}{9}$ (ĐKXĐ: $x \neq 3; x \neq 4; x \neq 6; x \neq 9$) $\Leftrightarrow \frac{1}{(x-3)(x-4)} + \frac{2}{(x-4)(x-6)} + \frac{3}{(x-6)(x-9)} = \frac{2}{9}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-6} = \frac{2}{9}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-3} = \frac{2}{9}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{(x-3)(x-9)} = \frac{6}{27} \Rightarrow (x-3)(x-9) = 27$ $\Leftrightarrow x^2 - 12x = 0$ $\Leftrightarrow x = 0; x = 12$ (tmđk) Vậy : S= {0; 12}	0,5 0,5 0,25 0,25																				
	2) Tìm số nguyên x để : $x^2 - 2x - 4$ là số chính phương Đặt $x^2 - 2x - 4 = y^2$ với y nguyên $\Rightarrow$ Tìm $x; y$ nguyên thỏa mãn : $x^2 - 2x - 4 = y^2$. $\Rightarrow (x-1)^2 - y^2 = 5$ $\Rightarrow (x-1-y)(x-1+y) = 5$ <table><tr><td>$x-1-y$</td><td>1</td><td>5</td><td>-1</td><td>-5</td></tr><tr><td>$x-1+y$</td><td>5</td><td>1</td><td>-5</td><td>-1</td></tr><tr><td>x</td><td>4</td><td>4</td><td>-2</td><td>-2</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>-2</td><td>-2</td><td>2</td></tr></table> Vậy giá trị x là : 4; -2	$x-1-y$	1	5	-1	-5	$x-1+y$	5	1	-5	-1	x	4	4	-2	-2	y	2	-2	-2	2	0,25 0,25 0,75 0,25
$x-1-y$	1	5	-1	-5																		
$x-1+y$	5	1	-5	-1																		
x	4	4	-2	-2																		
y	2	-2	-2	2																		
5	1) Cho $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$. Chứng minh: $\frac{1}{x^2+2yz} + \frac{1}{y^2+2xz} + \frac{1}{z^2+2xy} \geq 9$ +)Đặt : $x^2 + 2yz = a; y^2 + 2xz = b; z^2 + 2xy = c$ (Vì $x, y, z > 0$ nên $a, b, c > 0$) Ta có: $a + b + c = x^2 + 2yz + y^2 + 2xz + z^2 + 2xy$ $= (x + y + z)^2 = 1$ (vì $x + y + z = 1$) +)Ta chứng minh: $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$ (1) Thật vậy: (1) $\Leftrightarrow 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1 \geq 9$ $\Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 6$. Vì $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$. Tương tự: $\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 2; \frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 2$ Vậy (1) đã được chứng minh +) Từ (1) $\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} = 9 \Rightarrow \frac{1}{x^2+2yz} + \frac{1}{y^2+2xz} + \frac{1}{z^2+2xy} \geq 9$	0,5 0,5 0,5																				
	2) Gọi thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là x(giờ; $x > 4$) -Trong 1 giờ vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ (bể) Trong 1 giờ vòi 2 chảy được $\frac{1}{4} - \frac{1}{x}$ (bể)	0,25 0,25																				

- *Lưu ý: Cách làm khác đúng cho điểm tương đương*