

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Chủ đề	Nội dung
Biểu thức chứa căn bậc hai.	- Căn bậc hai, căn thức bậc hai và hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = A$. - Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai. - Các câu hỏi liên quan đến biểu thức chứa căn bậc hai.
Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.	- Phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn. - Các phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ phương trình đưa được về hệ bậc nhất hai ẩn. - Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.
Hình học tổng hợp.	- Hệ thức lượng trong tam giác vuông. - Đường tròn, góc với đường tròn (Giới hạn hết bài: Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai

Bài 1: Cho biểu thức

$$A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \frac{11\sqrt{x}-3}{9-x}, B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 9.$$

a) Tính giá trị của B khi $x = \frac{1}{9}$;

b) Rút gọn A ;

c) Tìm x nguyên để $P = A.B$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}-5} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}-2}{4\sqrt{x}+1} \text{ với } x \geq 0; x \neq 25.$$

a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 64$;

b) Rút gọn A ;

c) Đặt $P = A.B$. Tìm giá trị nguyên của x để $\sqrt{P} \leq \frac{1}{3}$.

Bài 3: Cho biểu thức:

$$A = \frac{x+\sqrt{x}+1}{x+4} \text{ và } B = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1.$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$;

b) Rút gọn biểu thức B ;

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $C = A.B$.

Bài 4: Cho biểu thức $C = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{6}{x-\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

- Rút gọn biểu thức C ;
- Tính giá trị của biểu thức C khi $x=9$;
- Tìm điều kiện của x để $C > 9$;
- So sánh C với 1;
- Tìm điều kiện của x để $C < \frac{1}{2}$;
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức C ;
- Tìm x nguyên để C nhận giá trị nguyên.

Dạng 2. Giải hệ phương trình

Bài 5: Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 5x + 7y = 22 \end{cases};$$

b)
$$\begin{cases} 2(2x + 3y) = 3(2x - 3y) + 10 \\ 4x - 3y = 4(6y - 2x) + 3 \end{cases};$$

c)
$$\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{7}{y} = 30 \\ \frac{3}{x} + \frac{7}{y} = 31 \end{cases};$$

d)
$$\begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 30 \\ \frac{3}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 31 \end{cases};$$

e)
$$\begin{cases} \frac{3x}{x+1} + \frac{2}{y+4} = 4 \\ \frac{2x}{x+1} - \frac{5}{y+4} = 9 \end{cases};$$

f)
$$\begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \frac{1}{\sqrt{y+1}} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - \frac{2}{\sqrt{y+1}} = -7 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + 3\sqrt{y-2} = 8 \\ \sqrt{x-1} + 2\sqrt{y-2} = 5 \end{cases};$$

h)
$$\begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + 5\sqrt{y^2 + 4y + 4} = 13 \end{cases}.$$

Bài 6: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + 4y = 20 \\ x + my = 10 \end{cases}$ (m là tham số).

Với giá trị nào của m thì hệ đã cho:

- Có nghiệm duy nhất;
- Có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x + y = 1$.

Dạng 3. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài 7. Hai vòi nước cùng chảy chung vào một bể không có nước thì sau 12 giờ đầy bể. Nếu để vòi thứ nhất chảy một mình trong 5 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi thứ hai chảy một

mình trong 15 giờ thì được 75% thể tích của bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 8. Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc đó?

Bài 9. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45km/h. Biết tổng hai quãng đường dài 165km và thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường.

Bài 10: Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A.

Bài 11: Một chiếc ca nô đi xuôi dòng theo một khúc sông trong 3 giờ và đi ngược dòng trong vòng 4 giờ, được 380km. Một lần khác, ca nô này đi xuôi dòng trong 1 giờ và ngược dòng trong vòng 30 phút được 85km. Hãy tính vận tốc thực của ca nô và vận tốc dòng nước (biết vận tốc thực của ca nô và vận tốc dòng nước ở hai lần là như nhau).

Bài 12: Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3dm và cạnh đáy giảm đi 2dm thì diện tích của nó tăng thêm 12dm². Tính diện tích của tam giác ban đầu.

Bài 13. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Bài 14. Trong một kì thi, hai trường A và B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả hai trường đó có 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% số học sinh của trường trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi?

Dạng 4: Hình học tổng hợp

Bài 15: Cho đường tròn $(O; r)$ và dây cung AB ($AB < 2r$). Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC > AB$. Từ C kẻ hai tiếp tuyến tới đường tròn (O) tại P, K . Gọi I là trung điểm của AB .

- Chứng minh rằng 5 điểm C, P, I, K, O cùng thuộc một đường tròn;
- Chứng minh rằng $\triangle ACP$ và $\triangle PCB$ đồng dạng. Từ đó suy ra: $CP^2 = CB.CA$;
- Gọi giao điểm của OC và (O) là N . Chứng minh PN là phân giác của góc CPK ;
- Gọi H là trực tâm $\triangle CPK$. Hãy tính PH theo r .

Bài 16. Cho đường tròn (O) , đường kính AB cố định, một điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3} AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I . Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B . Nối AC cắt MN tại E .

- Chứng minh rằng 4 điểm I, E, C, B cùng thuộc một đường tròn;

- b) Chứng minh rằng $\triangle AME$ và $\triangle ACM$ đồng dạng và $AM^2 = AE.AC$;
- c) Chứng minh rằng $AE.AC - AI.IB = AI^2$;
- d) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Bài 17: Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Từ A, B kẻ 2 tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn $(O; R)$. Qua điểm M bất kì thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt ở E và F . Nối AM cắt OE tại P , nối MB cắt OF tại Q . Kẻ MH vuông góc với AB tại H .

- a) Chứng minh 5 điểm M, P, H, O, Q cùng thuộc một đường tròn;
- b) Chứng minh: $AE.BF = R^2$;
- c) Gọi giao điểm của đoạn thẳng EO với (O) là I . Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle AEM$;
- d) Gọi K là giao điểm của MH và BE . Chứng minh: $MK = KH$.

Bài 18: Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB vuông góc với đường kính CD , M là một điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A, C), BM cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB .

- a) Chứng minh 4 điểm C, B, K, H cùng thuộc một đường tròn;
- b) Chứng minh: $ACM = ACK$;
- c) Trên đoạn thẳng BM lấy E sao cho $BE = AM$. Chứng minh $\triangle ECM$ vuông cân tại C ;
- d) Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại A . Cho P là điểm nằm trên d sao cho $APM = BOM$; Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm đoạn HK .

Bài 19: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Đường cao AD, BE cắt nhau tại H , kéo dài BE cắt đường tròn $(O; R)$ tại F .

- a) Chứng minh 4 điểm C, D, H, E cùng thuộc 1 đường tròn;
- b) Chứng minh tam giác AHF cân;
- c) Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Chứng minh: ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE ;
- d) Cho BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí của điểm A trên (O) để $DH.DA$ lớn nhất.

Dạng 5: Toán nâng cao

Bài 20*: Giải phương trình : $(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})\left(2 + 2\sqrt{1-x^2}\right) = 8$.

Bài 21*: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x^2 + 4\sqrt{9-x^2}$.

Bài 22*: Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \sqrt{3x^2+1} + \sqrt{3y^2+1} + \sqrt{3z^2+1}$.

Bài 23* : Cho ba số dương a, b, c . Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3 \left(\frac{1}{a+2b} + \frac{1}{b+2c} + \frac{1}{c+2a} \right).$$

----- HẾT -----

Chúc các con và gia đình năm mới dồi dào sức khỏe, hạnh phúc, thành công!



Hà Nội, ngày ... tháng ... năm 2021

Giáo viên biên soạn

Phê duyệt của Tổ trưởng chuyên môn