SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**NĂM HỌC 2024 - 2025**
	ĐỀ THI MÔN: TOÁN
	Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Viết vào tờ giấy thi đáp án đúng mà em chọn (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết Câu 1: A).

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $P(x)=\sqrt{x-10}$ là

A. $x\le 10$. **B.** $x\ne 10$. **C.** $x=10$. **D.** $x\ge 10$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=3x+2$ đi qua điểm nào trong các điểm sau ?

A. $(1;2)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 3. Phương trình nào sau đây có tích hai nghiệm bằng 2 ?

A. $x^2+2x-3=0$. **B.** $x^2-2x=0$. **C.** $x^2-3x+2=0$. **D.** $x^2+4x+3=0$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại $A, AB=5cm, AC=12cm$. Độ dài cạnh BC bằng

A. $13cm$. **B.** $17cm$. **C.** $7cm$. **D.** $12cm$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (*1,0 điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-5y=16 \\ 3x+2y=-3 \end{cases}$.

Câu 6 (*1,0 điểm*). Cho biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right)+\dfrac{9}{\sqrt{x}+2}$, với $x\ge 0$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Câu 7 (*2,0 điểm*). Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=4x-m-1$.

a) Tìm toạ độ giao điểm của (P) và (d) khi $m=2$.

b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn giá trị x_1, x_2 bằng độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài đường cao ứng với cạnh huyền là $h=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 8 (*1,0 điểm*). Nhân ngày Quốc tế thiếu nhi, cô chủ nhiệm lớp đi mua bút làm quà tặng cho học sinh. Cửa hàng cô đến mua đang có chương trình ưu đãi như sau: giảm giá 20% so với giá niêm yết từ cái thứ 1 đến cái thứ 30 cho mỗi cái bút; từ cái thứ 31 trở đi được áp dụng mức giảm giá tiếp theo là 40% so với giá niêm yết cho mỗi cái bút.

a) Cô mua 40 cái bút hết 900000 đồng. Tính giá niêm yết của một cái bút ?

b) Nếu cô có 1260000 đồng thì cô mua được bao nhiêu cái bút ?

Câu 9 (*2,5 điểm*). Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB, đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A, điểm C di động trên d sao cho C không trùng với A và $CA>R$. Từ C kẻ tiếp tuyến CD của đường tròn (O) (D là tiếp điểm và D không trùng với A).

a) Chứng minh tứ giác $AODC$ nội tiếp đường tròn.

b) Gọi H là giao điểm của AD và OC, BC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là $K(K\ne B)$, đoạn thẳng CH cắt đường tròn (O) tại điểm I. Chứng minh rằng $IC.IO=IH.CO$ và $\widehat{CKH}=2.\widehat{IAO}$.

c) Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E. Đường thẳng qua O vuông góc AB cắt CE tại M. Tìm vị trí của C để biểu thức $T=9.\dfrac{CA}{CM}+\dfrac{ME}{MO}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 10 (*0,5 điểm*). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{b}{a^2+1}+\dfrac{c}{b^2+1}+\dfrac{a}{c^2+1}+\dfrac{1}{4}(ab+bc+ca)$.

HẾT

TRƯỜNG THCS LẬP THẠCH
Nhóm giáo viên Toán

ĐÁP ÁN THAM KHẢO
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN TOÁN

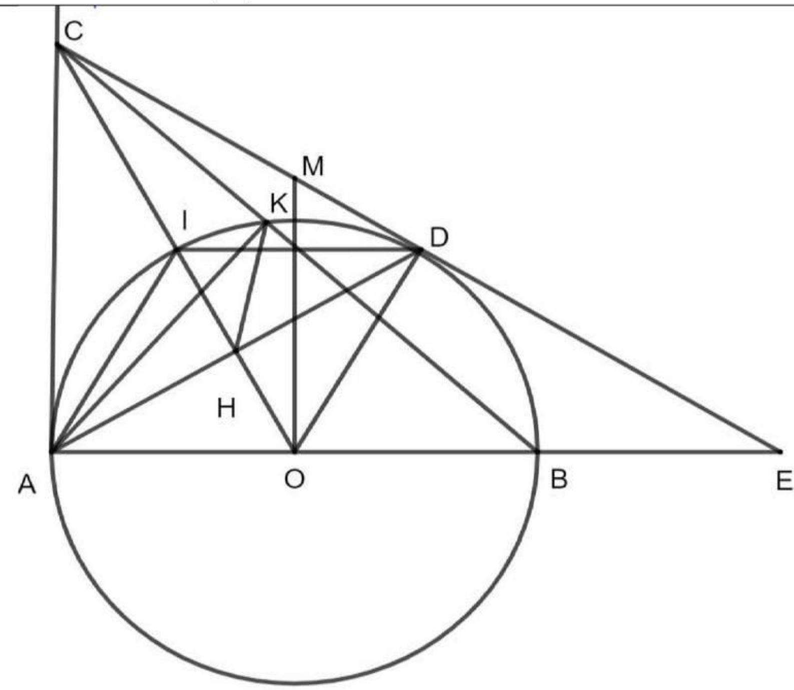
I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (*2,0 điểm*)

Câu	1	2	3	4
Đáp án	D	B	C	A

II. PHẦN TỰ LUẬN (*8,0 điểm*).

Câu	**Nội dung**
Câu 5.	$\begin{cases} x-5y=16 \\ 3x+2y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16+5y \\ 3(16+5y)+2y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16+5y \\ 48+15y+2y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16+5y \\ 17y=-51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16+5y \\ y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x,y) =(1;-3)
Câu 6.	a) $A=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right)+\dfrac{9}{\sqrt{x}+2}, x\ge 0$ $=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}.\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{9}{\sqrt{x}+2}$ $=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{9}{\sqrt{x}+2}$ $=\dfrac{3\sqrt{x}+10}{\sqrt{x}+2}$ Vậy với $x\ge 0$ thì $A=\dfrac{3\sqrt{x}+10}{\sqrt{x}+2}$
	b) Ta có: $A=\dfrac{3\sqrt{x}+10}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{3(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4}{\sqrt{x}+2}=3+\dfrac{4}{\sqrt{x}+2}$ Nếu *x* không là số chính phương thì *A* là số vô tỉ. Nếu x là số chính phương, để A $\in$ Z thì $\dfrac{4}{\sqrt{x}+2}$ $\in$ Z $\Rightarrow$ $\sqrt{x}+2$ $\in$ Ư(4) = $\{\pm1;\pm2;\pm4\}$ Vì $\sqrt{x}+2\ge 2\,\forall x\ge 0$ nên $\sqrt{x}+2\in\{2;4\}\Rightarrow\sqrt{x}\in\{0;2\}\Rightarrow x\in\{0;4\}$ (thỏa mãn) Vậy $x\in\{0;4\}$ thì *A* có giá trị nguyên.
Câu 7.	a, Với m = 2 thì (d) có dạng y = 4x-3 Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = 4x - 3$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$ Với x=1 thì y=1 Với x=3 thì y=9 Vậy với m = 2 thì toạ độ giao điểm của (P) và (d) là (1,1) và (3,9)
	b, Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 = 4x - m - 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + m + 1 = 0$ Ta có: $\Delta' = (-2)^2 - (m+1) = 3 - m$ Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thì $3 - m > 0 \Leftrightarrow m < 3$ Với m<3, áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1.x_2 = m+1 \end{cases}$ Để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông thì: $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1.x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 0 \\ 4 > 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases}$ (luôn đúng) $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$ Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông ta được: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{1}{h^2} \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1\ x_2)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = 5$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 5(x_1\ x_2)^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5(x_1\ x_2)^2$ $\Rightarrow 4^2 - 2(m+1) = 5(m+1)^2 \Leftrightarrow 5m^2 + 12m - 9 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m_1 = -3 & \text{(không thoả mãn)} \\ m_2 = \frac{3}{5} & \text{(thoả mãn)} \end{array}\right.$ Vậy với $m = \frac{3}{5}$ thoả mãn bài toán
Câu 8.	a) Gọi giá niêm yết của 1 cái bút là x nghìn đồng ($x > 0$) Vì cô chủ nhiệm mua 40 cái bút nên có 30 cái bút được giảm giá 20% so với giá niêm yết và 10 cái bút được giảm giá 40% so với giá niêm yết nên ta có phương trình:

	$30.0,8.x + 10.0,6.x = 900$ $\Leftrightarrow 30\text{x} = 900$ $\Leftrightarrow x = 30 \qquad (t/m)$ Vậy giá niêm yết 1 cái bút là 30000 đồng
	b) Gọi số bút cô chủ nhiệm mua được là a chiếc nếu cô có 1260000 đồng $\left(a \in N^*\right)$ Theo phần a nếu cô mua 40 cái bút hết 900000 đồng nên $a > 40$ Số bút được giảm 20% so với giá niêm yết là 30 chiếc, số bút được giảm 40% so với giá niêm yết là $a - 30$ chiếc. Vì tổng số tiền cô mua là 1260 nghìn đồng nên ta có phương trình: $30.0,8.30 + (a-30).0,6.30 = 1260$ $\Leftrightarrow 18\text{a} + 180 = 1260$ $\Leftrightarrow 18\text{a} = 1080$ $\Leftrightarrow a = 60 \qquad (t/m)$ Vậy nếu có 1260000 đồng cô mua được 60 chiếc bút.
Câu 9.	Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB, đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A, điểm C di động trên d sao cho C không trùng với A và $CA > R$. Từ C kẻ tiếp tuyến CD của đường tròn (O) (D là tiếp điểm và D không trùng với A)
	
	a) Chứng minh tứ giác $AODC$ nội tiếp đường tròn.

+) Vì CA, CD là các tiếp tuyến của đường tròn (O), nên:

$\widehat{CAO}=90^0;\widehat{CDO}=90^0$

+) Tứ giác $AODC$, có: $\widehat{CAO}+\widehat{CDO}=90^0+90^0=180^0$

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên Tứ giác $AODC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Gọi H là giao điểm của AD và OC, BC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K $(K\neq B)$, đoạn thẳng CH cắt đường tròn (O) tại điểm I. Chứng minh rằng $IC.IO=IH.CO$ và $\widehat{CKH}=2\widehat{IAO}$.

*) Chứng minh $IC.IO=IH.CO$

+) Do C là giao của hai tiếp tuyến, nên OC là phân giác của góc AOD.

Suy ra $\overset{\frown}{AI}=\overset{\frown}{ID}\Rightarrow \widehat{CAI}=\widehat{IAD}$ hay AI là phân giác của $\widehat{CAH}$

+) Xét tam giác CAH, có AI là phân giác của $\widehat{CAH}$ nên: $\dfrac{IC}{IH}=\dfrac{AC}{AH}$ (1)

+) Có $OA=OD=R$,

$CA=CD$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau). Do đó OC là trung trực của AD hay $AH\perp OC$

+) Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ACO có AH là đường cao ứng với cạnh huyền CO, ta có: $AC.AO=AH.CO\Rightarrow \dfrac{AC}{AH}=\dfrac{CO}{AO}=\dfrac{CO}{OI}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{IC}{IH}=\dfrac{CO}{OI}\Rightarrow IC.OI=IH.CO$

*) Chứng minh $\widehat{CKH}=2\widehat{IAO}$

Nối AK, ta có $\widehat{AKB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $AK\perp BC$

+) Trong tam giác vuông ABC, có AK là đường cao ứng với cạnh huyền BC, nên:

$CA^2=CK.CB$ (3)

+) Trong tam giác vuông AOC, có AH là đường cao ứng với cạnh huyền OC, nên:

$CA^2=CH.CO$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $CK.CB=CH.CO\Rightarrow$ Tứ giác $OHKB$ nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{CKH}=\widehat{BOH}$ (cùng bù với $\widehat{HKB}$)

Mặt khác $\widehat{BOI}=2.\widehat{IAO}$ (Góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BI)

$\Rightarrow \widehat{CKH}=2.\widehat{IAO}$

c) Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E. Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt CE tại M. Tìm vị trí của C để biểu thức $T=9.\dfrac{CA}{CM}+\dfrac{ME}{MO}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có $OM//AC\Rightarrow \widehat{COM}=\widehat{OCA}=\widehat{OCM}\Rightarrow \Delta CMO$ cân tại M.

$\Rightarrow MC=MO$

Khi đó:

$$T=9.\frac{CA}{CM}+\frac{ME}{MO}$$

$$=9.\frac{CA}{MO}+\frac{ME}{MO}$$

$$=9.\frac{AE}{OE}+\frac{OE}{OD}$$

	$=9.\left(1+\frac{OA}{OE}\right)+\frac{OE}{OA}$ $=9+\left(9.\frac{OA}{OE}+\frac{OE}{OA}\right)$ $\geq 9+2\sqrt{9.\frac{OA}{OE}.\frac{OE}{OA}}=15$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 9OA^2=OE^2 \Leftrightarrow OE=3.OA=3R$ Ta có $\Delta EOD \sim \Delta ECA\left(g-g\right) \Rightarrow \frac{OE}{OD}=\frac{CE}{CA}=3$ $CE^2-CA^2=AE^2 \Leftrightarrow 9.CA^2-CA^2=16.R^2 \Leftrightarrow CA=R\sqrt{2}$ Vậy $\min T=15 \Leftrightarrow CA=R\sqrt{2}$.
Câu 10.	Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{b}{a^2+1}+\frac{c}{b^2+1}+\frac{a}{c^2+1}+\frac{1}{4}\left(ab+bc+ca\right)$. Ta có $\frac{b}{a^2+1}=b-\frac{a^2b}{a^2+1}\geq b-\frac{a^2b}{2a}=b-\frac{ab}{2}$ (Cauchy ngược dấu) Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{c}{b^2+1}\geq c-\frac{bc}{2}$ và $\frac{a}{c^2+1}\geq a-\frac{ac}{2}$ Do đó: $P\geq\left(a+b+c\right)-\frac{1}{2}\left(ab+bc+ca\right)+\frac{1}{4}\left(ab+bc+ca\right)=3-\frac{1}{4}\left(ab+bc+ca\right)$ Lại có $\left(ab+bc+ca\right)\leq\frac{\left(a+b+c\right)^2}{3}=3$ Nên $P\geq 3-\frac{1}{4}.3=\frac{9}{4}$ Vậy $\min P=\frac{9}{4}\Leftrightarrow a=b=c=1$.