

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN TÂY HỒ

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Năm học 2017-2018

MÔN TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (2 điểm): Giải phương trình và hệ phương trình sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 3x^2 - 26x + 48 = 0 \\ \text{b)} & \begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \sqrt{y+2} = 4 \\ 6\sqrt{x-1} - 2\sqrt{y+2} = 2 \end{cases} \end{array}$$

Bài 2 (2 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Lúc 7 giờ, một ca nô chạy xuôi dòng từ bến A đến bến B dài 30 km. Ca nô nghỉ tại B 30 phút. Sau đó, ca nô ngược dòng với vận tốc riêng không đổi từ B về đến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 4 km/h.

Bài 3 (2 điểm):

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = -mx + m - 1$ (m là tham số)

- Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm A, B phân biệt.
- Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A và B . Tìm các giá trị của m thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 17$.

Bài 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn. Vẽ đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại F và E , CF cắt BE tại H .

- Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.
- Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$. Tính số đo cung EHF , diện tích hình quạt $IEHF$ của đường tròn (I) nếu $BAC = 60^\circ$, $AH = 4\text{cm}$.
- Gọi AH cắt BC tại D . Chứng minh FH là tia phân giác của DFE .
- Chứng minh rằng hai tiếp tuyến của (O) tại E, F và AH đồng quy tại một điểm.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho $a > 0; b > 0$ và $a^2 + b^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$S = ab + 2(a + b)$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 (2 điểm):

$$\text{a) Ta có } \Delta' = 13^2 - 3 \cdot 48 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{13+5}{3} = 6 \\ x = \frac{13-5}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ 6; \frac{8}{3} \right\}$

$$\text{b) Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{x-1} \\ b = \sqrt{y+2} \end{cases} \text{ Điều kiện: } a, b \geq 0$$

$$\text{Hệ phương trình tương đương với } \begin{cases} 2a + b = 4 \\ 6a - 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ \sqrt{y+2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 2)$

Bài 2 (2 điểm)

+) Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h). Do vận tốc của dòng nước là 4 km/h nên ta có điều kiện $x > 4$.

Vận tốc của ca nô khi chạy xuôi dòng là $x + 4$ (km/h)

Vận tốc của ca nô khi chạy ngược dòng là $x - 4$ (km/h).

+) Do chiều dài giữa 2 bến A và B là 30 km nên

Thời gian để ca nô đi xuôi dòng là $\frac{30}{x+4}$ (h)

Thời gian để ca nô đi ngược dòng là $\frac{30}{x-4}$ (h).

+) Do ca nô nghỉ tại B 30 phút nên tổng thời gian ca nô cả đi lẫn về là: 11 giờ 30 phút - 7 giờ - 30 phút = 4 giờ.

Ta có phương trình sau:

$$\frac{30}{x+4} + \frac{30}{x-4} = 4$$

$$\Leftrightarrow 30(x-4) + 30(x+4) = 4(x^2 - 16)$$

$$\Leftrightarrow 30x - 120 + 30x + 120 = 4x^2 - 64$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 60x - 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 15x - 16 = 0$$

Giải phương trình trên ta được 2 nghiệm là $x_1 = 16$ và $x_2 = -1$.

Đối chiếu với điều kiện của x ta chọn nghiệm $x = 16$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 16 km/h.

Bài 3 (2 điểm)

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$\begin{aligned} -x^2 &= -mx + m - 1 \\ \Leftrightarrow x^2 - mx + m - 1 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Có } a = 1; b = -m; c = m - 1 \Rightarrow \Delta = m^2 - 4m + 4 = (m - 2)^2$$

Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm A, B phân biệt thì phương trình

$$(1) \text{ phải có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ (m - 2)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 2$$

Vậy với $m \neq 2$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm A, B .

b) Với $m \neq 2$, phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Áp dụng định lý Viet ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m - 1 \end{cases}$$

Theo đề bài

$$x_1^2 + x_2^2 = 17$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 17$$

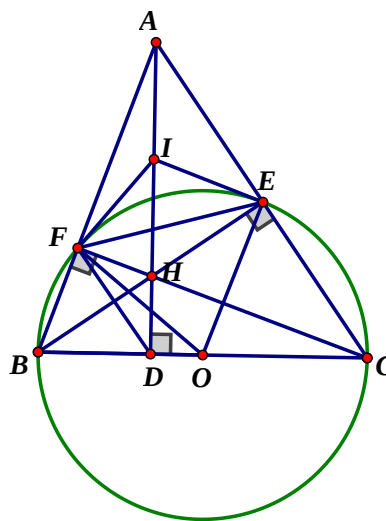
$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy với $m = 5$ hoặc $m = -3$ thì hoành độ giao điểm của (d) và (P) thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 17.$$

Bài 4 (3,5 điểm):



a) - Xét (O) đường kính BC có:

$$\angle BEC = 90^\circ; \angle BFC = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).}$$

$$\Rightarrow BE \perp AC; CF \perp AB.$$

$$\text{- Xét tứ giác } AEHF \text{ có: } \angle AEH + \angle HFA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà 2 góc ở vị trí đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.

b) - Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$. Mà $\angle AEH = \angle HFA = 90^\circ$

$$\Rightarrow I \text{ là trung điểm của } AH \Rightarrow AI = \frac{AH}{2} = 2cm$$

$$\text{- Xét } (I) \text{ có: } \angle BAC = 60^\circ \Rightarrow \angle EHF = 2 \cdot \angle BAC = 120^\circ.$$

- Có: $l_{EHF} = \frac{\pi \cdot r \cdot n^0}{180^0} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 120^0}{180^0} = \frac{4}{3} \pi (cm)$

$$S_{IEHF} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^0}{360^0} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 120^0}{360^0} = \frac{4}{3} \pi (cm^2)$$

c) - Xét $\triangle ABC$ có: $BE \perp AC; CF \perp AB$. Mà CF cắt BE tại H

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại D .

- Xét tứ giác $BFHD$ có: $HFB + HDB = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà 2 góc ở vị trí đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác $BFHD$ nội tiếp đường tròn.

$\Rightarrow HBD = HFD$ (góc nội tiếp chắn HD).

- Tứ giác $AEHF$ nội tiếp $\Rightarrow HFE = HAE$ (góc nội tiếp cùng chắn HE).

Mà $HBD = HAE$ (cùng phụ với ACB).

$\Rightarrow HFE = HFD \Rightarrow FH$ là tia phân giác của DFE .

d) - Xét $\triangle AEH$ vuông tại E có: I là trung điểm của AH

$\Rightarrow IE = IH \Rightarrow \triangle IEH$ cân tại $I \Rightarrow IEH = IHE$

Mà $BHD = IHE$ (đối đỉnh); $BHD = ECO$ (cùng phụ với EBC); $ECO = OEC$ ($\triangle OEC$ cân)

$\Rightarrow IEH = OEC$ Mà $OEC + OEH = 90^0 \Rightarrow IEH + OEH = 90^0 \Rightarrow OEI = 90^0$

$\Rightarrow EI$ là tiếp tuyến của (O) tại E .

Chứng minh tương tự có: FI là tiếp tuyến của (O) tại F .

Mà I là trung điểm của $AH \Rightarrow$ Hai tiếp tuyến của (O) tại E, F và AH đồng quy

Bài 5 (0,5 điểm)

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương $a > 0; b > 0$ ta được:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow 1 \geq 2ab \Leftrightarrow ab \leq \frac{1}{2} \quad (1)$$

Ta có:

$$a^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow (a + b)^2 - 2ab = 1 \Leftrightarrow (a + b)^2 = 1 + 2ab$$

$$\Leftrightarrow (a + b)^2 \leq 1 + 1 \Leftrightarrow (a + b)^2 \leq 2 \Leftrightarrow a + b \leq \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có: } S = ab + 2(a + b) \leq \frac{1}{2} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: } a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là } S = \frac{1}{2} + 2\sqrt{2} \text{ tại } a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$$