

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Tính tổng giá trị của $A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2023}$

b) Thực hiện phép tính sau một cách hợp lý $B = \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11}-16^9}$

c) Tính giá trị của biểu thức sau: $C = \left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right)\dots\dots\left(\frac{1}{100}-1\right)$

d) Chứng minh rằng: $\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}\right) : \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}\right) = 1$

Câu 2. (4,0 điểm) Tìm số tự nhiên x biết:

a) $(3x+7)-2023 = 2^3.3$; b) $(2x-1)^3 + 2 = 127$

c) $1+3+5+7+9+\dots+(2x-1)=225$

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{8n+19}{4n+1}$ có giá trị là một số nguyên.

b) Cho $A = \frac{2023^{30}+5}{2023^{31}+5}$ và $B = \frac{2023^{31}+5}{2023^{32}+5}$. Hãy so sánh A và B .

c) Cho N là một hợp số, khi phân tích N ra thừa số nguyên tố thì nó chỉ chứa hai thừa số nguyên tố khác nhau là p_1 và p_2 . Hãy tính số lượng ước của N^2 , biết N^3 có tất cả 40 ước.

Câu 4. (3,0 điểm)

a) Cho $K = 10^{2019} + 10^{2020} + 10^{2021} + 10^{2022} + 2023$. Hỏi K có phải là số chính phương không?

b) Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho a chia cho 5 thì dư 3, a chia cho 7 thì dư 4.

c) Tìm số nguyên tố p , sao cho các số $p+10$ và $p+20$ cũng là số nguyên tố.

Câu 5. (4,0 điểm)

Cho đoạn thẳng $AB = 6\text{cm}$, M là điểm nằm trên đoạn thẳng AB . Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AN = AM$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BN khi $MB = 4\text{cm}$.

b) Trên cùng nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ hai tia Ax và Ay sao cho $\widehat{BAx} = 30^\circ$; $\widehat{BAy} = 105^\circ$. Tính $\widehat{xAy}$ và $\widehat{NAy}$.

c) Hãy xác định vị trí của M trên đoạn AB để BN có độ dài lớn nhất, khi đó độ dài của đoạn BN bằng bao nhiêu?

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC , D là điểm chính giữa cạnh BC , E là điểm chính giữa cạnh AC . Hai đoạn đường thẳng AD và BE cắt nhau tại I . Hãy tính tỉ số diện tích tam giác AIE và tam giác BID .