

Bài I (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$.

3) Cho biểu thức $P = A.B$. Tìm tất cả giá trị nguyên của x để $\sqrt{P} < \frac{1}{2}$.

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc?

Bài III (2,5 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{8}{x-3} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{4}{x-3} + \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 2$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 .

b) Tìm tất cả các giá trị của m để $\sqrt{-x_1} = \sqrt{2x_2}$.

Bài IV (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường phân giác AD của tam giác ABC , AD cắt đường tròn (O) tại điểm M (M khác A). Kẻ MI vuông góc với BC ($I \in BC$) và ME vuông góc với AB ($E \in AB$). Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC , đường thẳng này cắt AI tại G . Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại H .

1) Chứng minh bốn điểm B, E, M, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $\frac{AH}{AE} = \frac{AG}{AI}$.

3) Kẻ MF vuông góc với AC ($F \in AC$). Chứng minh ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm).

Với x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$K = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2.$$

..... HẾT

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.