

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2018 – 2019

UBND HUYỆN PHÚC THỌ
PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO

MÔN: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 90 phút.

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $M = \left(\frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right)$ và $N = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0, x \neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức N khi $x = 4$ b) Rút gọn biểu thức $B = M : N$ c) Chứng minh $B > \frac{1}{3}$ **Câu 2. (2,0 điểm)**

Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$

b) $\sqrt{4x+20} + \sqrt{x+5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x+45} = 4$

Câu 3. (2,0 điểm)Cho đường thẳng $y = (k+1)x + k$ (d)a) Tìm giá trị của k để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$ b) Tìm giá trị của k để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x + 3$ c) Tìm điểm cố định mà (d) luôn đi qua với mọi k

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho AC là đường kính của đường tròn tâm $(O; R)$. Trên tiếp tuyến tại A của $(O; R)$, lấy điểm I sao cho IA lớn hơn R . Từ I vẽ tiếp tuyến thứ hai với $(O; R)$ với tiếp điểm là B . Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt đường thẳng BC tại H .

- a) Chứng minh $BC \perp OI$
- b) Chứng minh rằng tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật
- c) Tia OB cắt IH tại K . Chứng minh tam giác IOK cân.
- d) Khi $AI = 2R$, tính diện tích tam giác ABC

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(1+a)(1+b)(1+c)}{(1-a)(1-b)(1-c)}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $M = \left(\frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} \right)$ và $N = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0, x \neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức N khi $x = 4$

b) Rút gọn biểu thức $B = M : N$

c) Chứng minh $B > \frac{1}{3}$

Lời giải

a) Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức N , ta được:

$$N = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}-3} = \frac{2}{2-3} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$b) B = M : N = \left(\frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$B = \left(\frac{x+3}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-3)} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$B = \frac{x+3+\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-3)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-3)\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$$

$$\text{c) Xét } B - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{3} = \frac{3(\sqrt{x}+1)}{3(\sqrt{x}+3)} + \frac{-1 \cdot (\sqrt{x}+3)}{3(\sqrt{x}+3)}$$

$$B - \frac{1}{3} = \frac{3\sqrt{x}+3-\sqrt{x}-3}{3(\sqrt{x}+3)} = \frac{2\sqrt{x}}{3(\sqrt{x}+3)}$$

Mà $x > 0$ nên $\sqrt{x} > 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} > 0$ và $3(\sqrt{x}+3) > 0$

$$\text{Do đó: } B - \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{x}}{3(\sqrt{x}+3)} > 0$$

$$\text{Vậy } B > \frac{1}{3}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$

b) $\sqrt{4x + 20} + \sqrt{x + 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x + 45} = 4$

Lời giảia) Điều kiện xác định: $x \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(2x + 1)^2} = 6$$

$$\Leftrightarrow |2x + 1| = 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 6 \\ 2x + 1 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 5 \\ 2x = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = \frac{-7}{2} \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện xác định)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{-7}{2}; \frac{5}{2} \right\}$

b) Điều kiện xác định

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 20 \geq 0 \\ x + 5 \geq 0 \\ 9x + 45 \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$\sqrt{4x + 20} + \sqrt{x + 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x + 45} = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x + 5)} + \sqrt{x + 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9(x + 5)} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x + 5} + \sqrt{x + 5} - \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{x + 5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x + 5} + \sqrt{x + 5} - \sqrt{x + 5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x + 5} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x + 5} = 2$$

$$\Leftrightarrow x + 5 = 4$$

$$x = -1 \text{ (thỏa điều kiện } x \geq -5)$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1\}$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho đường thẳng $y = (k+1)x + k$ (d)

- a) Tìm giá trị của k để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$
- b) Tìm giá trị của k để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x + 3$
- c) Tìm điểm cố định mà (d) luôn đi qua với mọi k

Lời giải

a) Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$ nên thay $x = 1; y = 2$ vào phương trình: $y = (k+1)x + k$, ta được: $2 = (k+1).1 + k$

$$\Leftrightarrow 2 = k + 1 + k$$

$$\Leftrightarrow 2k = 1$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$$

b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x + 3$ khi

$$\begin{cases} k+1=2 \\ k \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow k=1$$

Vậy $k=1$ thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x + 3$

c) Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (d) luôn đi qua

Thay $x = x_0; y = y_0$ vào phương trình $y = (k + 1)x + k$, ta được:

$$y_0 = (k + 1)x_0 + k \Leftrightarrow kx_0 + x_0 + k = y_0$$

$$\Leftrightarrow kx_0 + x_0 + k - y_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow k(x_0 + 1) + x_0 - y_0 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Để (1) luôn đúng với mọi } k \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ x_0 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

Vậy (d) luôn đi qua điểm cố định $M(-1; -1)$ với mọi k

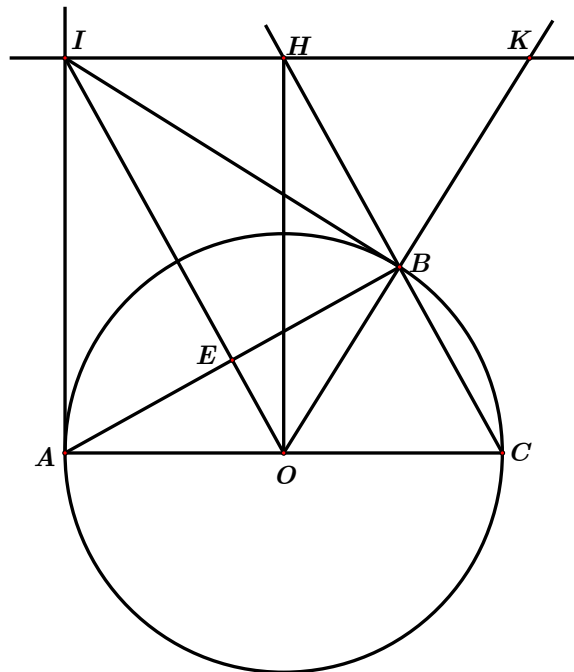
Câu 4. (3,5 điểm)

Cho AC là đường kính của đường tròn tâm $(O; R)$. Trên tiếp tuyến tại A của $(O; R)$, lấy điểm I sao cho IA lớn hơn R . Từ I vẽ tiếp tuyến thứ hai với $(O; R)$ với tiếp điểm là B . Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt đường thẳng BC tại H

- Chứng minh $BC \parallel OI$
- Chứng minh rằng tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật
- Tia OB cắt IH tại K . Chứng minh tam giác IOK cân.
- Khi $AI = 2R$, tính diện tích tam giác ABC

Lời giải

- Chứng minh $BC \parallel OI$



Xét $(O; R)$ có AI và BI là các tiếp tuyến cắt nhau tại I nên $IA = IB$

Ta lại có: $OA = OB = R$

Do đó: OI là đường trung trực của đoạn thẳng AB

$\Rightarrow OI \perp AB$

Vì ΔABC nội tiếp đường tròn đường kính AC nên $\widehat{ABC} = 90^\circ$
 $\Rightarrow AB \perp BC$

$$\left. \begin{array}{l} OI \perp AB \\ BC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow BC // OI$$

b) Chứng minh rằng tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật

Xét tứ giác $AOHI$ có:

$$\widehat{IAO} = 90^\circ \text{ (vì } AI \text{ là tiếp tuyến của } (O;R) \text{ tại } A) \text{ (1)}$$

$$\widehat{AOH} = 90^\circ \text{ (vì } OH \perp AC) \text{ (2)}$$

Xét ΔAIO và ΔOHC có:

$$\widehat{IAO} = \widehat{HOC} = 90^\circ$$

$$OA = OC = R$$

$$\widehat{IOA} = \widehat{HCO} \text{ (Hai góc đồng vị, } BD // OI)$$

Do đó: $\Delta AIO = \Delta OHC (g.c.g)$

$$\Rightarrow IO = HC \text{ (Hai cạnh tương ứng)}$$

Mà $IO // HC$

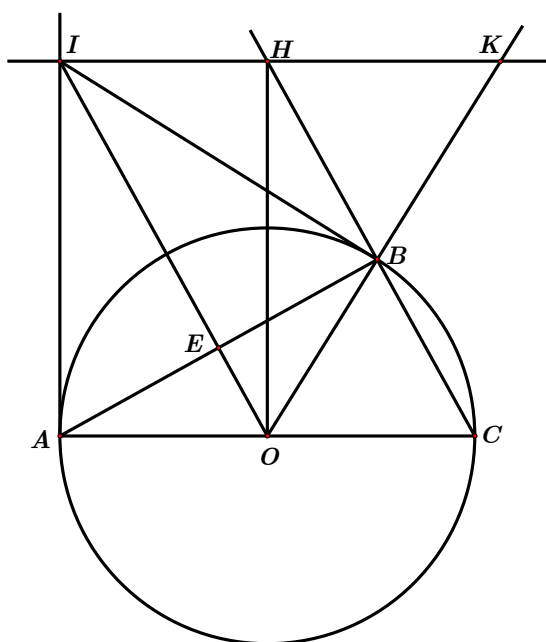
$\Rightarrow$ Tứ giác $IOCH$ là hình bình hành.

$\Rightarrow IH // OC$ hay $IH // AC$ (vì O là trung điểm của AC)

$$\left. \begin{array}{l} IH // AC \\ OH \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow IH \perp OH \Rightarrow \widehat{OHI} = 90^\circ \text{ (3)}$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật.

c) Tia OB cắt IH tại K . Chứng minh tam giác IOK cân.



Vì tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật nên $\widehat{AIH} = 90^\circ$

Ta có: $\widehat{OIK} = 90^\circ - \widehat{AIO}$

Ta lại có: $\widehat{AOI} = 90^\circ - \widehat{AIO}$ (vì $\triangle OAI$ vuông tại A)

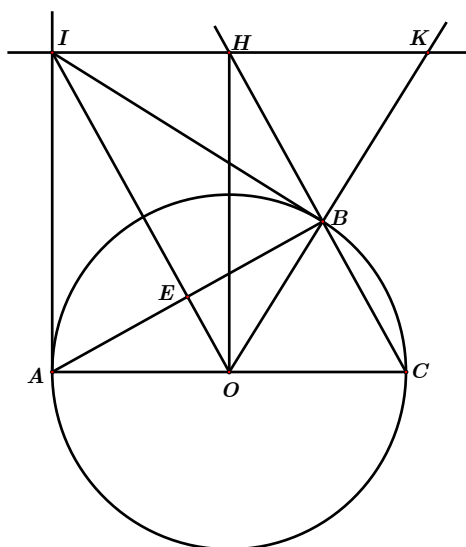
$$\Rightarrow \widehat{AOI} = \widehat{OIK}$$

Mà $\widehat{IOK} = \widehat{AOI}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: $\widehat{OIK} = \widehat{OKI}$

Vậy $\triangle IOK$ cân tại K

d) Khi $AI = 2R$, tính diện tích tam giác ABC



Gọi E là giao điểm của OI và AB

Theo câu a) ta có: OI là đường trung trực của đoạn thẳng AB

$$\Rightarrow AB \perp OI \text{ tại } E \text{ và } AE = EB$$

Xét $\triangle IAO$ vuông tại A , có $AE \perp OI$.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{OA^2}$

$$\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{(2R)^2} + \frac{1}{R^2} = \frac{1}{4R^2} + \frac{1}{R^2} = \frac{5}{4R^2}$$

$$\Rightarrow AE^2 = \frac{4R^2}{5}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{2R}{\sqrt{5}} \Rightarrow AB = \frac{4R}{\sqrt{5}} \text{ (Vì } E \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB)$$

Áp dụng định lí Pitago vào $\triangle ABC$ vuông tại B

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = (2R)^2 - \left(\frac{4R}{\sqrt{5}}\right)^2 = 4R^2 - \frac{16R^2}{5} = \frac{4R^2}{5}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{2R}{\sqrt{5}}$$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{4R}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2R}{\sqrt{5}} = \frac{4R^2}{5}$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(1+a)(1+b)1+c}{(1-a)(1-b)1-c}$

Lời giải

Vì $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 1$ nên ta có:

$$1 - a = b + c > 0; \quad 1 - b = a + c > 0; \quad 1 - c = a + b > 0$$

Ta có:

$$1 + a = 1 + (1 - b - c) = (1 - b) + (1 - c) \geq 2\sqrt{(1 - b)(1 - c)} \quad (\text{BĐT Cauchy})$$

$$\text{Tương tự: } 1 + b \geq 2\sqrt{(1 - a)(1 - c)} \quad (\text{BĐT Cauchy})$$

$$1 + c \geq 2\sqrt{(1 - a)(1 - b)} \quad (\text{BĐT Cauchy})$$

$$(1 + a)(1 + b)(1 + c) \geq 8\sqrt{(1 - a)^2(1 - b)^2(1 - c)^2} = 8(1 - a)(1 - b)(1 - c)$$

$$\Rightarrow \frac{(1 + a)(1 + b)1 + c}{(1 - a)(1 - b)1 - c} \geq 8$$

Dấu “=” xảy ra khi $1 - a = 1 - b = 1 - c \Leftrightarrow a = b = c$

$$\text{Mà } a + b + c = 1 \Rightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 8 khi $a = b = c = \frac{1}{3}$