

Câu 1: (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} \right) : \sqrt{3}$

Câu 2: (2,0 điểm) Chứng minh: $2n^2(n+1) + n(n+1)$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n.

Câu 3: (2,0 điểm) Cho đường thẳng (d): $y = (m - 2021)x + 2022$ (m là tham số) và điểm A(2;4). Biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng OA (với O là gốc tọa độ). Tìm giá trị của m.

Câu 4 : (2,0 điểm) Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của AB và BC. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với BC và cắt đường thẳng AC tại D, đường thẳng ME cắt BD tại I. Gọi K là giao điểm của AH và CI. Chứng minh: K là trung điểm của AH.

Câu 5: (1,5 điểm) Cho a, b, c đôi một khác nhau thỏa: $a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$
Chứng minh : $(a+b)(b+c)(c+a) = 1$

Câu 6: (1,5 điểm) Gia đình bác An có nuôi 3 con bò sữa để tăng thêm thu nhập cho gia đình, trung bình mỗi con bò cho khoảng 2500 lít sữa/năm và bán được khoảng 15500 đồng/lít. Biết rằng tiền chi phí đầu tư, chăm sóc mỗi năm bằng 40% tiền bán sữa. Hãy tính xem mỗi năm gia đình bác An thu nhập thêm được bao nhiêu tiền?

Câu 7: (1,5 điểm) Giải phương trình: $\frac{x+\sqrt{1-x^2}}{1-2x^2} = 1$

Câu 8: (1,5 điểm) Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$. Vẽ CH vuông góc với đường thẳng AB tại H. Biết rằng đường chéo AC là đường phân giác của góc A. Tính diện tích tứ giác ABCD biết $CH = 4\text{cm}$.

Câu 9: (1,5 điểm) Cho $M = (a^2 + 2bc - 1)(b^2 + 2ac - 1)(1 - c^2 - 2ab)$, trong đó a, b, c là các số nguyên thỏa: $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh M là số chính phương.

Câu 10: (1,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $AC = 4\sqrt{3}\text{ cm}$ và các đường trung tuyến AD, BE vuông góc với nhau ở G ($D \in BC, E \in AC$). Tính độ dài các đoạn thẳng AD, BE.

Câu 11: (1,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, góc C bằng 30° , trên tia đối của tia AB

lấy điểm D sao cho $DB = 2BC$. Chứng minh: $\frac{1}{AC^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{CD^2}$.

Câu 12: (1,5 điểm) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a + b + c = 3$.

Chứng minh rằng: $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

----- HẾT -----

(Thí sinh không được sử dụng máy tính)

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

Giám thị 1 : Ký tên :

Giám thị 2 : Ký tên :