

Câu I. (4 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

1. $A = -5^{22} - \{-222 - [-122 - (100 - 5^{22}) + 2022]\}$.

2. $B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$.

3. $C = \frac{5.4^6.9^4 - 3^9.(-8)^4}{4.2^{13}.3^8 + 2.8^4.(-27)^3}$.

Câu II. (4 điểm) Tìm số nguyên x , biết:

1. $14.7^{2021} = 35.7^{2021} - 3.49^x$.

2. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$.

Câu III. (4 điểm)

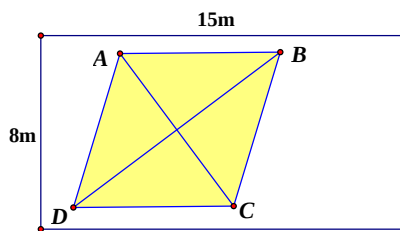
1. Tìm số nguyên n để $A = 2n^2 + n - 6$ chia hết cho $2n + 1$.

2. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng: $p^2 - 1 : 24$.

3. Tìm các số nguyên tố x và y biết $x^2 - 6y^2 = 1$.

Câu IV. (5 điểm)

1. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15m$, chiều rộng $8m$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75m^2$. Tính độ dài đường chéo AC , biết $BD = 9m$.



2. Cho 2 tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm$, $OM = 1cm$; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

3. Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

Câu V. (3 điểm)

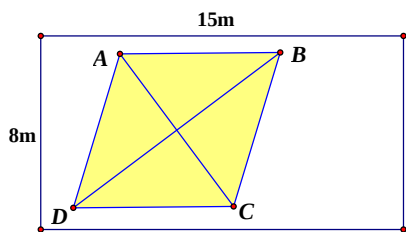
1. Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn: $3xy + 2x - 5y = 6$.

2. Tìm số tự nhiên n để phân số $M = \frac{6n-3}{4n-6}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

HẾT

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 6

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu I	1	$A = -5^{22} - \{-222 - [-122 - (100 - 5^{22}) + 2022]\}$ $A = -5^{22} + 222 + [-122 - (100 - 5^{22}) + 2022]$ $A = -5^{22} + 222 - 122 - (100 - 5^{22}) + 2022$ $A = -5^{22} + 222 - 122 - 100 + 5^{22} + 2022$ $A = (-5^{22} + 5^{22}) + (222 - 122 - 100) + 2022 = 2022$	0,5 0,5 0,5
	2	$B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$ $B = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$ $B = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{21}{2}$ $B = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+21) = \frac{1}{2}(1+2+3+4+\dots+20) = \frac{1}{2} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} = 105$	0,75 0,25 0,5
	3	$C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3} = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot 8^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 - 2 \cdot 8^4 \cdot 27^3}$ $C = \frac{5 \cdot 2^{12} \cdot 3^8 - 3^9 \cdot 2^{12}}{2^{15} \cdot 3^8 - 2^{13} \cdot 3^9} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 (5-3)}{2^{13} \cdot 3^8 (2^2-3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot 2}{2^{13} \cdot 3^8} = 1$	1,0
Câu II	1	$14 \cdot 7^{2021} = 35 \cdot 7^{2021} - 3 \cdot 49^x$ $3 \cdot 49^x = 35 \cdot 7^{2021} - 14 \cdot 7^{2021}$ $3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7^{2021} - 2 \cdot 7^{2021}$ $3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7^{2022} - 2 \cdot 7^{2022}$ $3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7^{2022} - 2 \cdot 7^{2022}$ $3 \cdot 7^{2x} = 7^{2022} (5-2) = 3 \cdot 7^{2022}$ $7^{2x} = 7^{2022}$ $2x = 2022$ $x = 2022 : 2 = 1011$ Vậy $x=1011$.	0.5 0.5 0.5 0.5
	2	$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \left(\frac{1}{9} + 1\right) + \left(\frac{2}{8} + 1\right) + \left(\frac{3}{7} + 1\right) + \dots + \left(\frac{8}{2} + 1\right) + 1$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{10}{9} + \frac{10}{8} + \frac{10}{7} + \dots + \frac{10}{2} + \frac{10}{10}$	0,25 0,75

		$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)x=10\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)\Rightarrow x=10$ Vậy x=10.	1,0															
Câu III	1	Ta có: $A=2n^2+n-6=n(2n+1)-6$ Vì A chia hết cho 2n+1 nên $n(2n+1)-6:2n+1$ mà $n(2n+1):2n+1$ nên $6:2n+1\Rightarrow 2n+1\in U(6)=\{\pm 1;\pm 2;\pm 3\pm 6\}$. Do 2n+1 là số lẻ nên $2n+1\in U(6)=\{\pm 1;\pm 3\}$. Ta có bảng sau:	0,25 0,5															
		<table><tr><td>2n+1</td><td>1</td><td>-1</td><td>3</td><td>-3</td></tr><tr><td>2n</td><td>0</td><td>-2</td><td>2</td><td>-4</td></tr><tr><td>n</td><td>0</td><td>-1</td><td>1</td><td>-2</td></tr></table>	2n+1	1	-1	3	-3	2n	0	-2	2	-4	n	0	-1	1	-2	0,5
		2n+1	1	-1	3	-3												
		2n	0	-2	2	-4												
	n	0	-1	1	-2													
	Vậy với $n\in\{-2;-1;0;1\}$ thì A=2n ² +n-6 chia hết cho 2n+1.	0,25																
	2	Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ và p không chia hết cho 3 Ta có: $p^2-1=p^2-p+p-1=p(p-1)+(p-1)=(p-1)(p+1)$ Do p là số lẻ nên $p=2k+1(k\in N^*)$ $\Rightarrow p^2-1=(p-1)(p+1)=2k(2k+2)=4k(k+1):8(1)$ Mặt khác , p-1,p,p+1 là ba số tự nhiên liên tiếp nên có một số chia hết cho 3, mà p không chia hết cho 3 nên p-1 hoặc p+1 chia hết cho 3. Từ đó suy ra: $\Rightarrow p^2-1=(p-1)(p+1):3(2)$ Vì (3;8)=1 và từ (1) và (2) nên suy ra $p^2-1:24$.	0,25 0,5 0,5 0,25															
		3	Ta có: $x^2-6y^2=1\Rightarrow x^2-1=6y^2\Rightarrow x^2-x+x-1=6y^2\Rightarrow (x+1)(x-1)=6y^2$ Vì $6y^2:2\Rightarrow (x+1)(x-1):2$ mà $(x+1)+(x-1)=2x:2$ nên x-1 và x+1 là 2 số chẵn liên tiếp $\Rightarrow (x+1)(x-1):8\Rightarrow 6y^2:8\Rightarrow 3y^2:4$ mà (3,4)=1 nên $y^2:4\Rightarrow y:2$ mà y là số nguyên tố nên y=2 Với y=2, suy ra $x^2-6.2^2=1\Rightarrow x^2-24=1\Rightarrow x^2=25=5^2\Rightarrow x=5$ Vậy (x;y)=(5;2) .	0,25 0,5 0,25														
			1	 Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8=120\ m^2$ Diện tích phần trồng hoa hình thoi là:	0,5													

		$120 - 75 = 45 \text{ m}^2$ Độ dài đường chéo AC là: $45.2 : 9 = 10 \text{ m}$.	0,5																				
			0,5																				
	2	x A M O B y Vì hai điểm A,M cùng thuộc tia Ox và $(OM < OA)$ nên điểm M nằm giữa O và A $\Rightarrow OM + MA = OA \Rightarrow MA = OA - OM = 5 - 1 = 4\text{cm}$ và suy ra MO và MA là 2 tia đối nhau (1) Vì Ox và Oy là hai tia đối nhau và M thuộc Ox, B thuộc Oy nên OM và OB là hai tia đối nhau $\Rightarrow O$ nằm giữa B và M $\Rightarrow OM + OB = MB$ $\Rightarrow MB = 3 + 1 = 4\text{cm}$ và suy ra MO và MB là 2 tia trùng nhau (2) Từ (1) và (2) suy ra MA và MB là 2 tia đối nhau, hay M nằm giữa A, B và $MA = MB = 4\text{cm}$ nên M là trung điểm của AB.	0,75 0,75 0,5																				
	3	Giả sử có 30 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là: $30(30 - 1) : 2 = 435$ (đường thẳng) Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $5(5 - 1) : 2 = 10$ (đường thẳng) Nếu 5 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 (đường thẳng) Do đó số đường thẳng giảm đi là: $10 - 1 = 9$ (đường thẳng) Vậy vẽ được $435 - 9 = 426$ (đường thẳng).	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5																				
	Câu V	1	$3xy + 2x - 5y = 6 \Rightarrow x(3y + 2) - 5y = 6 \Rightarrow 3x(3y + 2) - 15y = 18$ $\Rightarrow 3x(3y + 2) - 15y - 10 = 18 - 10 \Rightarrow 3x(3y + 2) - 5(3y + 2) = 8$ $\Rightarrow (3x - 5)(3y + 2) = 8$ $\Rightarrow 3y + 2 \in U(8) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$ Mà $3y + 2$ là số chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow 3y + 2 \in \{-1; 2; -4; 8\}$. Ta có bảng sau: <table><tr><td>$3y + 2$</td><td>-4</td><td>-1</td><td>2</td><td>8</td></tr><tr><td>$3x - 5$</td><td>-2</td><td>-8</td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>-1</td><td>3</td><td>2</td></tr></table> Vậy $(x; y) \in \{(1; -2), (-1; -1), (3; 0), (2; 2)\}$.	$3y + 2$	-4	-1	2	8	$3x - 5$	-2	-8	4	1	y	-2	-1	0	2	x	1	-1	3	2
$3y + 2$	-4	-1	2	8																			
$3x - 5$	-2	-8	4	1																			
y	-2	-1	0	2																			
x	1	-1	3	2																			
	2	Ta có: $M = \frac{6n - 3}{4n - 6} = \frac{3}{2} + \frac{6}{4n - 6}$	0,25																				

		Vì phân số $\frac{6}{4n-6}$ có tử 6>0 nên để M đạt giá trị lớn nhất khi 4n-6 đạt giá trị dương nhỏ nhất với n là số nguyên.	0,25
		Do đó $4n-6=2 \Rightarrow 4n=8 \Rightarrow n=2$. Khi đó $M = \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{9}{2}$	0,25
		Vậy giá trị lớn nhất của M là 4,5 khi n=2.	