

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2022 – 2023

MÔN: TOÁN

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 02 trang)

Bài 1. (4,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị của tham số m để $A = \sqrt{x} + m$ có nghiệm.

Bài 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{2x^2 + x + 9} + \sqrt{2x^2 - x + 1} = x + 4$.

b) Cho m, n là hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh: $mn - m - n + 1 \vdots 192$.

Bài 3. (2,0 điểm)

Một xe tải có chiều rộng là 2,4 m chiều cao là 2,5 m muốn đi qua một cái cổng hình Parabol (Hình minh họa). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 4m và khoảng cách từ đỉnh cổng tới mỗi chân cổng là $2\sqrt{5}$ m (bỏ qua độ dày của cổng).

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy gọi Parabol

(P): $y = ax^2$ với $a < 0$ là hình biểu diễn cổng mà xe tải muốn đi qua. Chứng minh $a = -1$.

b) Hỏi xe tải có đi qua cổng được không? Tại sao?

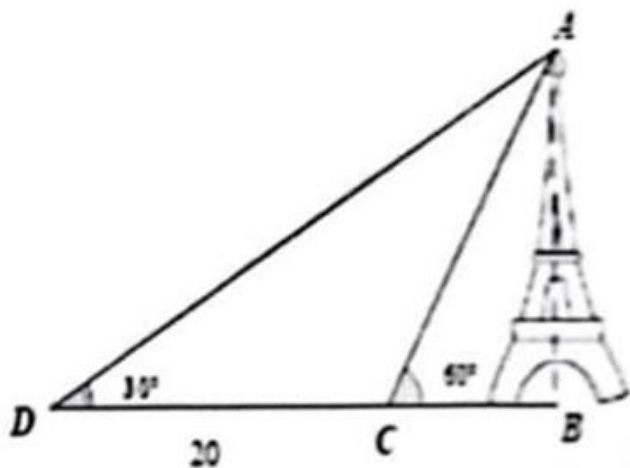


Bài 4. (2,0 điểm) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $ab + bc + ca = 3$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{1+a^2(b+c)} + \frac{1}{1+b^2(c+a)} + \frac{1}{1+c^2(a+b)} \leq \frac{1}{abc}$

Bài 5. (3,0 điểm)

Một cái tháp được xây dựng bên bờ một con sông, từ một điểm đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Từ một điểm khác cách điểm ban đầu 20 m người ta cũng nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 30° (Hình minh họa). Tính chiều cao của tháp và bề rộng của con sông.



Bài 6. (5,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Vẽ đường tròn tâm K đường kính BC , cắt cạnh AB và AC lần lượt tại điểm F và E . Gọi H là giao điểm của BE và CF .

a) Chứng minh: $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.

b) Từ A vẽ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (K) (với M, N là hai tiếp điểm; N thuộc cung EC). Chứng minh: ba điểm M, H, N thẳng hàng.

-----HẾT-----