

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi: 12 tháng 4 năm 2022

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 02 trang)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (5 điểm): Chọn 01 đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.

- Cho $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 0$. Tính $(x+y)^{2022} + (x+y)^{2023}$ được kết quả là:
A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
- Giá trị biểu thức $x^4 - 1001x^3 + 1001x^2 - 1001x + 1001$ tại $x=1000$ bằng:
A. 1000000000. B. 1000. C. 0. D. 1.
- Cho $x^2 + y^2 = 26$ và $xy = 5$, giá trị của $(x-y)^2$ là:
A. 4 B. 16 C. 21 D. 36.
- Một xí nghiệp dự định sản xuất 2000 sản phẩm trong 40 ngày. Nhưng nhờ tổ chức hợp lý nên thực tế xí nghiệp đã sản xuất mỗi ngày vượt mức 10 sản phẩm. Do đó xí nghiệp sản xuất không những vượt mức dự định 100 sản phẩm mà còn hoàn thành trước thời hạn. Xí nghiệp đã rút ngắn được số ngày hoàn thành công việc là:
A. 20 ngày. B. 15 ngày. C. 10 ngày. D. 5 ngày.
- Cho tam giác cân ABC có AM là đường trung tuyến, biết $AB = 15$ cm, $BC = 18$ cm. Gọi D là điểm đối xứng với A qua BC . Diện tích tứ giác $ABCD$ là:
A. 108 cm^2 . B. 216 cm^2 . C. 270 cm^2 . D. 66 cm^2 .
- Cho biểu thức $C = x(y+z) - y(z+x) - z(x-y)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :
A. Giá trị biểu thức C không phụ thuộc vào x, y, z .
B. Giá trị biểu thức C phụ thuộc vào cả x, y và z
C. Giá trị biểu thức C chỉ phụ thuộc vào y .
D. Giá trị biểu thức C chỉ phụ thuộc vào x .
- Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Đáp án nào đúng ?
A. $MN = \frac{AB+CD}{2}$ B. $MN = \frac{AB+BC+CD+DA}{4}$
C. $MN \leq \frac{AB+CD}{2}$ D. $MN \geq \frac{AB+CD}{2}$
- Số nghiệm của phương trình: $x^3 - 3x + 2 = 0$ là mấy ?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- Phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$ có tập nghiệm S là:

A. $S = \{-1\}$

B. $S = \{-1; 2; -2\}$

C. $S = \{2; -2\}$

D. $S = \{-1; 2\}$

10. Tính độ dài của một chiếc hộp hình lập phương, biết rằng độ dài mỗi cạnh của hộp tăng thêm 2 cm thì diện tích phải sơn 6 mặt bên ngoài của hộp đó tăng thêm 216 cm^2

A. 4 cm

B. 8 cm

C. 6 cm

D. 5 cm

PHẦN II. TỰ LUẬN (15 điểm)

Câu 1. (6 điểm)

1. Cho biểu thức $M = \left(\frac{2}{a-1} + \frac{a^3 - 2a^2 - 2a - 3}{a^3 - 1} \right) : \frac{a^3 + 4a}{4a^2}$

a) Tìm điều kiện xác định và chứng minh $M = \frac{4a}{a^2 + 4}$

b) Tìm a để $M > 0$

c) Tìm giá trị của a để biểu thức M đạt giá trị lớn nhất.

2. Tìm a, b sao cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 - 3x + 2$

Câu 2. (3 điểm)

1. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 + 8y^2 + 4xy - 2x - 4y = 4$.

2. Cho ba số $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b}$. Tính giá trị của biểu thức

sau: $P = (a-b)(b-c)(c-a)(a+2b+3c)^{2022} + 2023$

Câu 3. (5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh AB lấy điểm E và trên cạnh AD lấy điểm F sao cho $AE = AF$. Vẽ AH vuông góc với BF (H thuộc BF), AH cắt DC và BC lần lượt tại hai điểm M, N

1) Chứng minh $DM = AF$ và tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật

2) Biết diện tích tam giác BCH gấp bốn lần diện tích tam giác AEH . Chứng minh rằng $\triangle CBH \sim \triangle AEH$ và $AC = 2EF$

3) Chứng minh rằng: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$

Câu 4. (1 điểm)

Cho số tự nhiên $n > 3$. Chứng minh rằng nếu $2^n = 10a + b$ ($a, b \in \mathbb{N}$, $0 < b < 10$) thì tích ab chia hết cho 6

- Hết -

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm. Học sinh không sử dụng tài liệu.

Họ và tên: Số báo danh:

Học sinh Trường THCS:

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 8

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (5đ)

Mỗi câu trả lời đúng x 0,5đ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	D	B	D	B	A	C	C	D	B

PHẦN II. TỰ LUẬN (15đ)

Câu	Nội dung	Điểm	
1	a) Điều kiện: $a \neq 0; a \neq 1$	0,5	4
	Ta có: $M = \left(\frac{2}{a-1} + \frac{a^3 - 2a^2 - 2a - 3}{a^3 - 1} \right) : \frac{a^3 + 4a}{4a^2}$	1	
	$= \frac{a^3 - 1}{a^3 - 1} \cdot \frac{4a}{a^2 + 4} = \frac{4a}{a^2 + 4}$	1,5	
	b) $M > 0 \Leftrightarrow 4a > 0 \Leftrightarrow a > 0$ Kết hợp với điều kiện suy ra $M > 0$ khi $a > 0$ và $a \neq 1$	0,25	
	c) Ta có: $M = \frac{4a}{a^2 + 4} = \frac{(a^2 + 4) - (a^2 - 4a + 4)}{a^2 + 4} = 1 - \frac{(a-2)^2}{a^2 + 4}$	0,25	
	Vì $\frac{(a-2)^2}{a^2 + 4} \geq 0$ với mọi a nên $1 - \frac{(a-2)^2}{a^2 + 4} \leq 1$ với mọi a	0,25	
	Dấu "=" xảy ra khi $\frac{(a-2)^2}{a^2 + 4} = 0 \Leftrightarrow a = 2$	0,25	
	Vậy $Max_M = 1$ khi $a = 2$.	0,25	
1.2	$*g(x) = x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ $*f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4; g(x)$ $\Leftrightarrow f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4 = (x-1)(x-2)Q(x) \quad (1) \quad (\forall x \in \mathbb{R})$ Thay $x_1 = 1; x_2 = 2$ vào (1) ta có: $a + b + 6 = 0$ và $8a + 4b + 16 = 0 \Rightarrow a = 2$ và $b = -8$ Vậy $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4; g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \end{cases}$	0,5 0,5 1	2
2.1	$x^2 + 8y^2 + 4xy - 2x - 4y = 4 \Leftrightarrow (x + 2y - 1)^2 + 4y^2 = 5$ Do $4y^2 : 4; (x + 2y - 1)^2 \geq 0; 4y^2 \geq 0 \quad \forall x, y; (x + 2y - 1)^2, 4y^2$ là số chính phương nên $\begin{cases} 4y^2 = 4 \\ (x + 2y - 1)^2 = 1 \end{cases}$	0,75	2

	$+ \text{TH1: } \begin{cases} y=1 \\ (x+2y-1)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ (x+1)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=0 \\ x=-2 \end{cases} \text{ (t/m)}$	0,5	
	+) TH2: $\begin{cases} y=-1 \\ (x+2y-1)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ (x-3)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=4 \\ x=2 \end{cases} \text{ (t/m)}$	0,5	
	Vậy các cặp số nguyên $(x; y) \in \{(0;1); (-2;1); (2;-1); (4;-1)\}$	0,25	
	Với $a, b, c \neq 0$, ta có: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b}$ $\Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \frac{b}{a} - \frac{a}{c} - \frac{c}{b} = 0 \Leftrightarrow \frac{a-c}{b} - \frac{a^2-c^2}{ac} + \frac{b(a-c)}{ac} = 0$	0,25	
2.2	$\Leftrightarrow (a-c) \left(\frac{1}{b} - \frac{a+c}{ac} + \frac{b}{ac} \right) = 0 \Leftrightarrow (a-c)(ac - ab - bc + b^2) = 0$ $\Leftrightarrow (a-c)[a(c-b) - b(c-b)] = 0$	0,25	1
	$\Leftrightarrow (a-c)(c-b)(a-b) = 0$	0,25	
	$\Rightarrow P = (a-b)(b-c)(c-a)(a+2b+3c)^{2022} + 2023$ $= 0 + 2023 = 2023$	0,25	
3			5

	1) Ta có: $\widehat{DAM} = \widehat{ABF}$ (cùng phụ với $\widehat{BAH}$) $AB = AD$ (gt); $\widehat{BAF} = \widehat{ADM} = 90^\circ$ (ABCD là hình vuông) $\Rightarrow \triangle ADM = \triangle BAF$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = AF$, mà $AF = AE$ (gt) nên $AE = DM$ Lại có: $AE \parallel DM$ (vì $AB \parallel DC$) Suy ra tứ giác $AEMD$ là hình bình hành . Mặt khác $\widehat{DAE} = 90^\circ$ (gt) Vậy tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật 2) Ta có $\triangle ABH \sim \triangle FAH$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{BH}{AH}$ hay $\frac{BC}{AE} = \frac{BH}{AH}$ ($AB = BC$; $AE = AF$) Lại có: $\widehat{HAB} = \widehat{HBC}$ (cùng phụ với $\widehat{ABH}$) $\Rightarrow \triangle CBH \sim \triangle AEH$ (c.g.c) $\Rightarrow \frac{S_{CBH}}{S_{EAH}} = \left(\frac{BC}{AE}\right)^2$, mà $\frac{S_{CBH}}{S_{EAH}} = 4$ (gt) $\Rightarrow \left(\frac{BC}{AE}\right)^2 = 4 \Rightarrow BC^2 = (2AE)^2$ $\Rightarrow BC = 2AE \Rightarrow E$ là trung điểm của AB, F là trung điểm của AD Do đó: $BD = 2EF$ hay $AC = 2EF$ (dfcm) 3) Do $AD \parallel CN$ (gt). Áp dụng hệ quả định lý Ta let ta có: $\Rightarrow \frac{AD}{CN} = \frac{AM}{MN} \Rightarrow \frac{AD}{AM} = \frac{CN}{MN}$ Lại có: $MC \parallel AB$ (gt). Áp dụng hệ quả định lý Ta let ta có: $\frac{MN}{AN} = \frac{MC}{AB} \Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{MC}{MN}$ hay $\frac{AD}{AN} = \frac{MC}{MN}$ $\Rightarrow \left(\frac{AD}{AM}\right)^2 + \left(\frac{AD}{AN}\right)^2 = \left(\frac{CN}{MN}\right)^2 + \left(\frac{CM}{MN}\right)^2$ $= \frac{CN^2 + CM^2}{MN^2} = \frac{MN^2}{MN^2} = 1$ (Pytago) $\Rightarrow \left(\frac{AD}{AM}\right)^2 + \left(\frac{AD}{AN}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AD^2}$ (dfcm)	1,5	
		1,5	
		0,5	
		0,5	
		0,25	
		0,25	
		0,25	
		0,25	
5	Ta có $2^n = 10a + b$ nên $b \div 2$ suy ra $ab \div 2$ (1) Ta chứng minh $ab \div 3$ (2) Thật vậy, từ đẳng thức $2^n = 10a + b$ suy ra 2^n có chữ số tận cùng là	0,25	1

	b. Đặt $n = 4k + r$ (k, r thuộc $\mathbb{N}$, $0 \leq r \leq 3$) ta có: $2^n = 16^k 2^r$. Nếu $r = 0$ thì $2^n = 16^k$ tận cùng là 6 suy ra $b = 6$ nên $ab \vdots 6$. Nếu $1 \leq r \leq 3$ thì $2^n - 2^r = 2^r(16^k - 1) \vdots 10$ suy ra 2^n tận cùng là 2^r suy ra $b = 2^r$ dẫn đến $10a = 2^n - 2^r = 2^r(16^k - 1) \vdots 3$ suy ra $a \vdots 3$ nên $ab \vdots 3$. Từ (1) và (2) suy ra $ab \vdots 6$	0,25 0,25 0,25	
--	--	-------------------------------------	--

(Học sinh có cách giải khác, đúng vẫn cho điểm tối đa).