

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KIM THÀNH**

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

Môn : Toán Lớp 7

Thời gian làm bài 120 phút

(Đề khảo sát gồm 01 trang)

Câu 1 (4,0 điểm):

a) Tính $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$

b) Chứng minh rằng với n nguyên dương thì $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10.

Câu 2 (4,0 điểm):

a) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x + 2y = 3xy + 3$

b) Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017}$; $B = \frac{1}{2016} + \frac{2}{2015} + \frac{3}{2014} + \dots + \frac{2015}{2} + \frac{2016}{1}$. Tính $\frac{A}{B}$

Câu 3 (3,0 điểm):

a) Cho $|x-2| + |y-1| + (x+y-z-2)^{2016} = 0$. Tính giá trị của : $A = 5x^2y^{2016}z^{2017}$

b) Cho các số dương a, b, c, d ; $c \neq d$ và $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. CMR $\frac{(a^{2016} + b^{2016})^{2017}}{(c^{2016} + d^{2016})^{2017}} = \frac{(a^{2017} - b^{2017})^{2016}}{(c^{2017} - d^{2017})^{2016}}$

Câu 4 (3,0 điểm):

a) Cho $a + b + c + d = 2000$ và $\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} = \frac{1}{40}$

Tính giá trị của : $S = \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{c+d+a} + \frac{c}{d+a+b} + \frac{d}{a+b+c}$

b) Xác định tổng các hệ số của đa thức $f(x) = (5 - 6x + x^2)^{2016} \cdot (5 + 6x + x^2)^{2017}$

Câu 5 (6,0 điểm):

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$.

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng $\triangle AMN$ đều.

c) Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:..... SBD.....

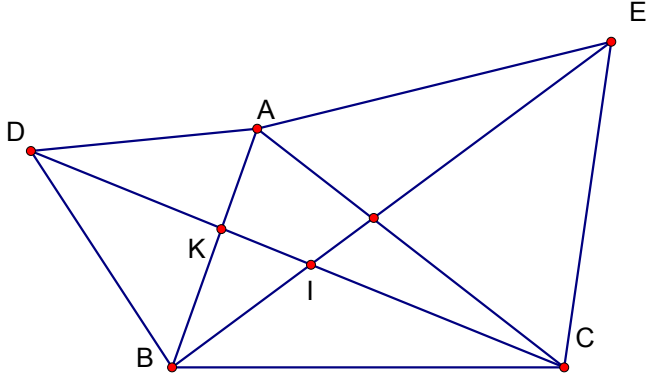
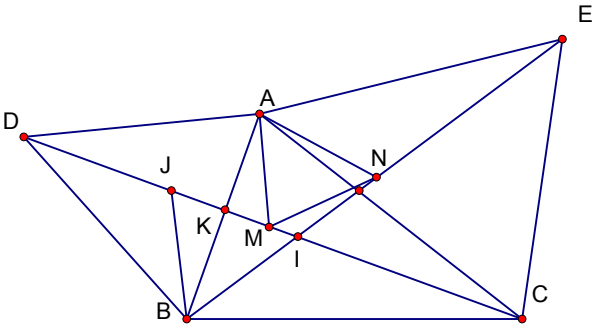
Chữ ký giám thị 1: Giám thị 2:

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KIM THÀNH**

**HƯỚNG DẪN CHẤM
KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2016 - 2017
Môn : Toán lớp 7**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																									
1 (4,0)	a (2,0)	$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}$ $A = \frac{3}{5} + \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \quad .$ $A = \frac{5}{5} = 1. \text{ Vậy } A = 1$	0,75 0,75 0,5																									
	b (2,0)	Ta có $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ $= (3^{n+2} + 3^n) - (2^{n+2} + 2^n)$ $= 3^n \cdot (3^2 + 1) - 2^{n-1} \cdot (2^3 + 2)$ $= 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10$ $= (3^n - 2^{n-1}) \cdot 10 : 10. \text{ Vậy } 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$	0,5 0,5 0,5 0,5																									
2 (4,0)	a (2,0)	Ta có $x + 2y = 3xy + 3$ $\Rightarrow 3x + 6y = 9xy + 9 \Rightarrow (3x - 9xy) + (6y - 2) = 7$ $\Rightarrow 3x \cdot (1 - 3y) - 2 \cdot (1 - 3y) = 7 \Rightarrow (3x - 2) \cdot (1 - 3y) = 7$ Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $3x - 2 ; 1 - 3y$ là các số nguyên. Mà $(3x - 2) \cdot (1 - 3y) = 7 \Rightarrow 3x - 2 ; 1 - 3y$ là ước của 7. Ta lại có $U(7) = \{\pm 1; \pm 7\} \Rightarrow 3x - 2 ; 1 - 3y \in \{\pm 1; \pm 7\}$ Bảng giá trị <table><tr><td>$3x-2$</td><td>-7</td><td>-1</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>$1-3y$</td><td>-1</td><td>-7</td><td>7</td><td>1</td></tr><tr><td>x</td><td>-5/3</td><td>1/3</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>2/3</td><td>8/3</td><td>-2</td><td>0</td></tr><tr><td></td><td>KTM</td><td>KTM</td><td>TM</td><td>TM</td></tr></table> Vậy $(x,y) \in \{(1;-2);(3;0)\}$	$3x-2$	-7	-1	1	7	$1-3y$	-1	-7	7	1	x	-5/3	1/3	1	3	y	2/3	8/3	-2	0		KTM	KTM	TM	TM	0,25 0,25 0,5 0,25
	$3x-2$	-7	-1	1	7																							
$1-3y$	-1	-7	7	1																								
x	-5/3	1/3	1	3																								
y	2/3	8/3	-2	0																								
	KTM	KTM	TM	TM																								
b (2,0)	$B = \frac{1}{2016} + \frac{2}{2015} + \frac{3}{2014} + \dots + \frac{2015}{2} + \frac{2016}{1}$ $B = \left(\frac{1}{2016} + 1 \right) + \left(\frac{2}{2015} + 1 \right) + \left(\frac{3}{2014} + 1 \right) + \dots + \left(\frac{2015}{2} + 1 \right) + 1$ $B = \frac{2017}{2016} + \frac{2017}{2015} + \frac{2017}{2014} + \dots + \frac{2017}{2} + \frac{2017}{2017}$	0,75																										

		$B = 2017 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} \right)$	0,75
		Do đó $\frac{A}{B} = \frac{1}{2017}$	0,5
3 (3,0)	a (1,5)	Vì $ x-2 \geq 0$ với $\forall x$; $ y-1 \geq 0$ với $\forall x$; $(x+y-z-2)^{2016} \geq 0$ với $\forall x, y, z$ Do đó $ x-2 + y-1 + (x+y-z-2)^{2016} = 0$ khi $\begin{cases} x-2 = 0 \\ y-1 = 0 \\ (x+y-z-2)^{2016} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ y-1 = 0 \\ x+y-z-2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$	0,25
		Do đó $A = 5 \cdot 2^2 \cdot 1^{2016} \cdot 1^{2017} = 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 = 20$ Vậy $A = 20$	0,5 0,25
		Vì a, b, c, d là các số dương và $c \neq d$, mà $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nên $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ $\Rightarrow \frac{a^{2016}}{c^{2016}} = \frac{b^{2016}}{d^{2016}} = \frac{a^{2016} + b^{2016}}{c^{2016} + d^{2016}} \Rightarrow \left(\frac{a^{2016}}{c^{2016}} \right)^{2017} = \left(\frac{a^{2016} + b^{2016}}{c^{2016} + d^{2016}} \right)^{2017}$	0,25
		hay $\frac{a^{2016 \cdot 2017}}{c^{2016 \cdot 2017}} = \frac{(a^{2016} + b^{2016})^{2017}}{(c^{2016} + d^{2016})^{2017}} \quad (1)$ $\Rightarrow \frac{a^{2017}}{c^{2017}} = \frac{b^{2017}}{d^{2017}} = \frac{a^{2017} - b^{2017}}{c^{2017} - d^{2017}} \Rightarrow \left(\frac{a^{2017}}{c^{2017}} \right)^{2016} = \left(\frac{a^{2017} - b^{2017}}{c^{2017} - d^{2017}} \right)^{2016}$	0,25
	b (1,5)	hay $\frac{a^{2017 \cdot 2016}}{c^{2017 \cdot 2016}} = \frac{(a^{2017} - b^{2017})^{2016}}{(c^{2017} - d^{2017})^{2016}} \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{(a^{2016} + b^{2016})^{2017}}{(c^{2016} + d^{2016})^{2017}} = \frac{(a^{2017} - b^{2017})^{2016}}{(c^{2017} - d^{2017})^{2016}}$	0,5
		Vậy $\frac{(a^{2016} + b^{2016})^{2017}}{(c^{2016} + d^{2016})^{2017}} = \frac{(a^{2017} - b^{2017})^{2016}}{(c^{2017} - d^{2017})^{2016}}$	0,25
4 (3,0)	a (1,5)	Ta có $S = \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{c+d+a} + \frac{c}{d+a+b} + \frac{d}{a+b+c}$	0,25
		$S + 4 = \frac{a+b+c+d}{b+c+d} + \frac{a+b+c+d}{c+d+a} + \frac{a+b+c+d}{d+a+b} + \frac{a+b+c+d}{a+b+c}$	0,25
		$S + 4 = (a + b + c + d) \cdot \left(\frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} + \frac{1}{a+b+c} \right)$	0,25
		Do đó $S = -4 + 2000 \cdot \frac{1}{40}$ $= -4 + 50 = 46$. Vậy $S = 46$	0,5 0,5

	b (1,5)	Vì tổng các hệ số của đa thức $f(x)$ bằng $f(1)$. Mà đa thức $f(x) = (5 - 6x + x^2)^{2016} \cdot (5 + 6x + x^2)^{2017}$ có $f(1) = (5 - 6 \cdot 1 + 1^2)^{2016} \cdot (5 + 6 \cdot 1 + 1^2)^{2017}$ $= 0 \cdot (5 + 6 \cdot 1 + 1^2)^{2017} = 0$ Vậy đa thức đã cho có tổng các hệ số bằng 0	0,5 0,5 0,25 0,25
5 (6,0)	a (2,0)	 Ta có: $AD = AB$; $\widehat{DAC} = \widehat{BDE}$ và $AC = AE$ Suy ra $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c.g.c). Vậy $\triangle ADC = \triangle ABE$	0,5 0,75 0,75
		Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ADC}$ mà $\widehat{BKC} = \widehat{AKD}$ (đối đỉnh). Khi đó xét $\triangle BIK$ và $\triangle DAK$ suy ra $\widehat{BIK} = \widehat{DAK} = 60^\circ$ (đpcm)	0,25 0,5
	b (2,0)	 Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow CM = EN$ và $\widehat{ACM} = \widehat{AEN}$ $\Rightarrow \triangle ACM = \triangle AEN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$ và $\widehat{CAM} = \widehat{EAN}$ $\widehat{MAN} = \widehat{CAE} = 60^\circ$ Do đó $\triangle AMN$ đều. Vậy $\triangle AMN$ đều.	0,25 0,5 0,5
	c (2,0)	Trên tia ID lấy điểm J sao cho $IJ = IB \Rightarrow \triangle BIJ$ đều $\Rightarrow BJ = BI$ và $\widehat{JBI} = \widehat{DBA} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{IBA} = \widehat{JBD}$, kết hợp $BA = BD$ $\Rightarrow \triangle IBA = \triangle JBD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{DJB} = 120^\circ$ mà $\widehat{BID} = 60^\circ$	0,5 0,5 0,5

		$\Rightarrow \widehat{DIA} = 60^0$ Từ đó suy ra IA là phân giác của góc : $\widehat{DIE}$	0,5
--	--	--	-----

Chú ý: Nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.