

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (4.0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $A = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$.

b) Cho $A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + x - 1$. Rút gọn biểu thức A và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức A .

Bài 2. (6.0 điểm)

a) Giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x + 6 = 0$.

b) Giải phương trình $x^2 - 2x + 3 = 2\sqrt{2x^2 - 4x + 3}$.

c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 53 \end{cases}$$

Bài 3. (2.0 điểm)

Cho x, y, z là các số thực dương sao cho $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = 6$.

a) Chứng minh rằng $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{3x+3y+2z} + \frac{1}{3y+3z+2x} + \frac{1}{3z+3x+2y}$.

Bài 4. (3.0 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 2$ không chia hết cho 3.

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0$.

Bài 5. (1.5 điểm)

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $D = 60^\circ, C = 30^\circ, AB = 2\text{cm}, CD = 6\text{cm}$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Bài 6. (3.5 điểm)

Cho điểm M thuộc đường tròn (O) và đường kính AB ($M \neq A, M \neq B$ và $MA < MB$). Tia phân giác của góc AMB cắt AC tại C . Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt các đường thẳng AM và BM lần lượt tại D và H .

a) Chứng minh hai đường thẳng AH và BD cắt nhau tại điểm N nằm trên đường tròn (O) .

b) Gọi E là hình chiếu của H trên tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) . Chứng minh tứ giác $ACHE$ là hình vuông.

c) Gọi F là hình chiếu của D trên tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) . Chứng minh bốn điểm E, M, N, F thẳng hàng.

HẾT.

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.