

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài I (2,0 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = -\frac{2\sqrt{x}+5}{2\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm x để biểu thức $P = A:B$ đạt giá trị nguyên nhỏ nhất.

Bài II (2,0 điểm) Giải toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Hai công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 6 giờ làm xong. Nếu người công nhân thứ nhất làm riêng trong 3 giờ rồi dừng lại và người công nhân thứ hai làm tiếp công việc đó trong 1,5 giờ thì cả hai công nhân đã hoàn thành được 40% công việc. Hỏi nếu mỗi công nhân làm riêng thì trong bao nhiêu giờ mới xong công việc trên?

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + \frac{3}{\sqrt{y}-1} = 9 \\ x - \frac{2}{\sqrt{y}-1} = 1 \end{cases}$$

2) Cho phương trình bậc hai ẩn x : $x^2 - (m-1)x - m + 3 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình (1) khi $m = -5$.
- b) Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - |x_2| = 3$.

Bài IV (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính AB . Điểm C trên nửa đường tròn (C khác A và B), gọi D là điểm chính giữa cung AC . Tia AD cắt tia BC tại E , AC cắt BD tại H , tia EH cắt đường kính AB tại F .

- 1) Chứng minh bốn điểm C, E, D, H cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đó.
- 2) Chứng minh $HC.HA = HD.HB$ và tam giác HCF là tam giác cân.
- 3) Lấy điểm T đối xứng với điểm H qua O . Gọi K là giao điểm của ET và BD . Gọi S là giao điểm thứ hai của đường thẳng HT với đường tròn (I) đường kính EH . Chứng minh IK vuông góc với ES .

Bài V (0,5 điểm) Với các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a, b, c \leq \frac{1}{2}$ và $a + b + c = \frac{3}{4}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = a^2 + b^2 + c^2.$$

..... Hết

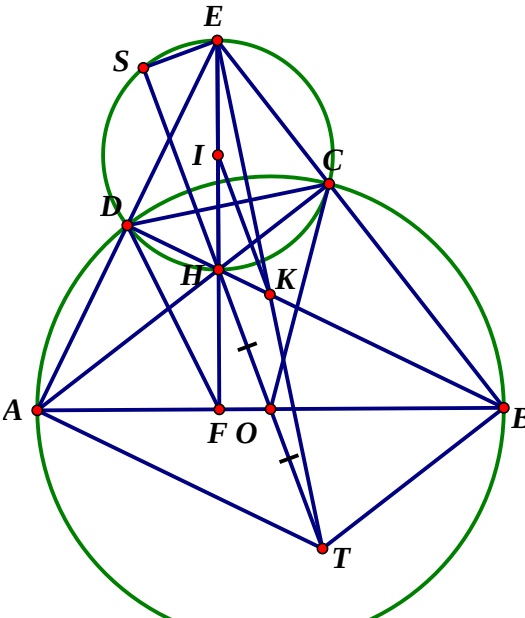
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHUNG

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.
- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Đáp án	Điểm
I ý 1 (0,5đ)	Thay $x = 4$ (tmđkxđ) vào biểu thức A ta có $A = \frac{-9}{4}$.	0,5
I ý 2 (1,0đ)	$B = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}$	0,25
	$B = \frac{2\sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - (2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$.	0,25
I ý 3 (0,5đ)	$P = A : B = -1 + \frac{-3}{2(\sqrt{x}+1)}$. Do $x > 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow P > \frac{-5}{2}$.	0,25
	Vậy P đạt giá trị nguyên nhỏ nhất là -2 tại $x = \frac{1}{4}$ (tm).	0,25
II (2đ)	Gọi thời gian để hai công nhân một mình hoàn thành công việc lần lượt là: x, y (giờ) ($x > 0, y > 0$)	0,25
	Coi toàn bộ công việc là: 1 đơn vị. (hs thiếu ý này trừ 0,25đ)	0,25
	Lập luận 1 ta được pt: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)	0,25
	Lập luận 2 ta được pt: $3 \cdot \frac{1}{x} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta được hpt: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 3 \cdot \frac{1}{x} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$ (hs thiếu ý này trừ 0,25đ)	0,25
	Giải hpt ta được $x = 10$ (tm), $y = 15$ (tm). (hs giải hpt tắt quá trừ 0,25đ)	0,5
III ý 1 (1đ)	Vậy thời gian hai công nhân một mình hoàn thành cv là 10 giờ và 15 giờ.	0,25
	Đkxđ: $y \geq 0, y \neq 1$; (hs thiếu hoặc sai trừ 0,25đ)	0,25
	hpt $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 3; y = 4$ (tm). (Hs có bước thể hiện phương pháp giải: Thiếu -0,25đ)	0,5
	Vậy hpt có nghiệm $(x; y) = (3; 4)$.	0,25

III ý 2a (0,75đ)	Với $m = -5$ pt (1) trở thành: $x^2 + 6x + 8 = 0$	0,25
	Giải pt ta được tập nghiệm $S = \{-2; -4\}$.	0,5
III ý 2 (0,75đ)	Pt (1) có hai nghiệm trái dấu $a.c < 0 \Leftrightarrow -m + 3 < 0 \Leftrightarrow m > 3$.	0,25
	Nx: $x_1 - x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1 = x_2 + 3 \Rightarrow x_1 > 0 \Rightarrow x_2 < 0$. (vì hai nghiệm trái dấu)	0,25
	Do đó $x_1 - x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow m - 1 = 3 \Leftrightarrow m = 4(tm)$. Vậy $m = 4$.	0,25
IV Phần 2 (0,25đ) (Vẽ hình đến ý a)		0,25
IVa (0,75đ)	+ Chỉ ra góc EDH vuông, từ đó E, D, H thuộc đường tròn đường kính EH	0,25
	+ Chỉ ra góc ECH vuông, từ đó E, C, H thuộc đường tròn đường kính EH	0,25
	+ M, A, B, O cùng thuộc đường tròn có tâm I là trung điểm EH (hs không chỉ ra vị trí của tâm I : trừ 0,25đ)	0,25
IVb (1,5đ)	+ Chỉ ra trong (O) có $DAH = CBH = \left(\frac{1}{2} \text{sd} CD\right)$.	0,25
	+ Từ đó $\triangle DHA$ đồng dạng với $\triangle CHB$ (g- g)	0,25
	+ Từ đó suy ra $HD.HB = HA.HC$	0,25
	+ Lập luận D là điểm chính giữa cung AC nên BD là phân giác góc ABE .	0,25
	+ Chỉ ra: H là trực tâm $\triangle EAB$ suy ra EF vuông góc với AB .	0,25
	+ Suy ra tam giác HCF cân tại H . (lưu ý: có nhiều cách để chứng minh)	0,25
IVc (0,5đ)	+ Chỉ ra K là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle EAB$, đường kính ET . Nên IK song song với HT .	0,25
	+ Chỉ ra góc HSE vuông nên HT vuông góc với SE từ đó IK vuông góc với SE .	0,25
Bài V (0,5đ)	Đặt $x = 4a - 1; y = 4b - 1; z = 4c - 1$ Từ đó: $x + y + z = 0$ và $-1 \leq x, y, z \leq 1$	0,25
	$M = \left(\frac{x+1}{4}\right)^2 + \left(\frac{y+1}{4}\right)^2 + \left(\frac{z+1}{4}\right)^2 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + 3}{16} \leq \frac{ x + y + z + 3}{16} \leq \frac{2 z + 3}{16} \leq \frac{5}{16}.$	
	P đạt gtn là $\frac{5}{16}$ chọn bộ $(a, b, c) = \left(\frac{1}{4}; 0; \frac{1}{2}\right) (tm)$.	0,25