

ĐỀ CHÍNH THỨC

Năm học 2023 - 2024

(Đề gồm có 02 trang)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên:SBD:.....

Câu 1 (4 điểm)1/ Cho $x = 2 - \sqrt{3}$. Tính $3^{x^2 - 4x + 3}$ 2/ Cho x, y là 2 số khác nhau thỏa mãn: $x^2 + y = y^2 + x$.Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x^2 + y^2 + xy}{xy - 1}$ 3/ Cho $x = 2025^3 - 2023^3$. Tính $\sqrt{\frac{x-2}{6}}$ **Câu 2** (4 điểm)

1/ Rút gọn biểu thức

$$A = \left(\frac{x}{x^2 - 25} + \frac{5 - x}{x^2 + 5x} \right) : \frac{2x - 5}{2x^2 + 10} + \frac{2x}{5 - x}, \text{ với } x \neq 0; x \neq \pm 5; x \neq \frac{5}{2}.$$

2/ Cho a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$ Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ 3/ Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d): $(m - 4)x + (m - 3)y = 1$ (m là tham số). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất.**Câu 3** (4 điểm)

1/ Trong túi đựng 48 viên bi cùng kích thước và khối lượng với hai màu đỏ và xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi. Biết rằng xác suất lấy được viên bi đỏ bằng 92% xác suất lấy được viên bi màu xanh. Hỏi trong túi có bao nhiêu viên bi màu đỏ, bao nhiêu viên bi màu xanh?

$$2/ \text{Giải phương trình: } \frac{1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{1}{(x + 1)^2} + \frac{1}{48}.$$

3/ Cho đa thức $A(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a là số nguyên dương. Biết rằng: $A(5) - A(4) = 2024$.

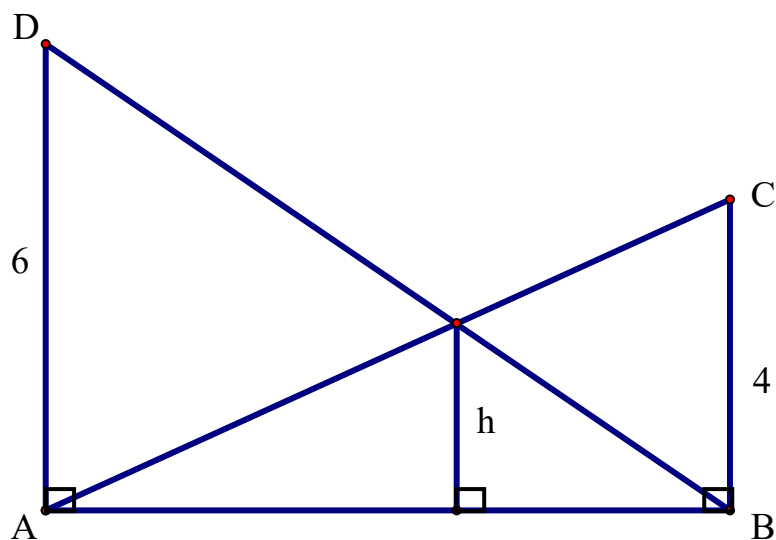
Chứng minh: $A(7) - A(2)$ chia hết cho 5**Câu 4** (6 điểm)Cho ΔABC cân tại A. Trên AB, AC lần lượt lấy D, E sao cho $AD = AE$.

a/ Tứ giác BDEC là hình gì?

b/ Tìm vị trí của D sao cho $BD = DE = EC$.

c/ Với giả thiết phần b và $BD \perp DC$. Tính BC biết $EC = 5\text{cm}$.

Câu 5 (2 điểm)

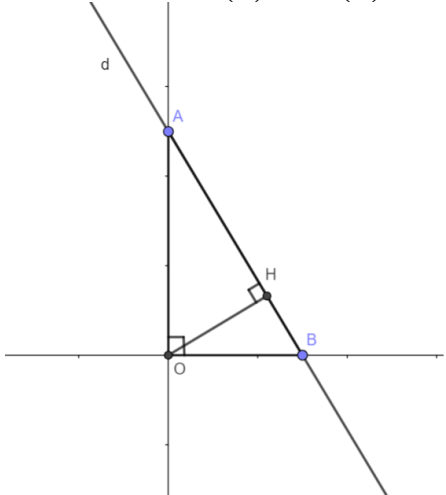


Tính độ dài h với các dữ liệu trong hình vẽ.

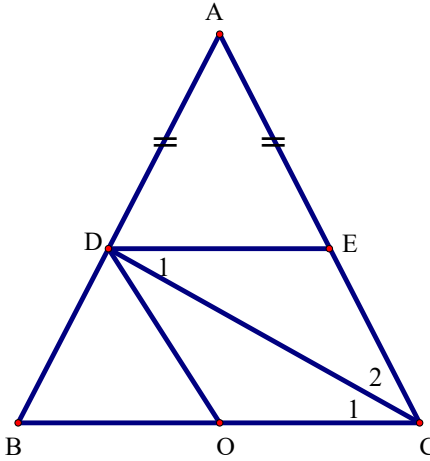
Thí sinh không được dùng máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1 4 đ	1/ 1.5đ	Cho $x = 2 - \sqrt{3}$. Tính $3^{x^2 - 4x + 3}$ Có $x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1 = (2 - \sqrt{3} - 2)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$. Nên $3^{x^2 - 4x + 3} = 3^2 = 9$	1 0.5
	2/ 1.5đ	Cho x, y là 2 số khác nhau thỏa mãn: $x^2 + y = y^2 + x$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x^2 + y^2 + xy}{xy - 1}$ Có: $x^2 + y = y^2 + x \Leftrightarrow x^2 - y^2 - (x - y) = 0$ $\Leftrightarrow (x - y)(x + y - 1) = 0$ Do $x \neq y$ nên $x - y \neq 0 \Rightarrow x + y - 1 = 0$ hay $x + y = 1$ $\Rightarrow A = \frac{x^2 + y^2 + xy}{xy - 1} = \frac{(x + y)^2 - xy}{xy - 1} = \frac{1 - xy}{xy - 1} = -1$	0.5 0.5 0.5
	3/ 1đ	Cho $x = 2025^3 - 2023^3$. Tính $\sqrt{\frac{x - 2}{6}}$ Đặt $a = 2023 \Rightarrow x = (a + 2)^3 - a^3 = 6a^2 + 12a + 8$ $\Rightarrow x - 2 = 6a^2 + 12a + 6 = 6(a + 1)^2$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{x - 2}{6}} = \sqrt{(a + 1)^2} = a + 1 = 2024$	0,25 0,25 0.5
2 4đ	1/ 1.5đ	Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x}{x^2 - 25} + \frac{5 - x}{x^2 + 5x} \right) : \frac{2x - 5}{2x^2 + 10} + \frac{2x}{5 - x}$ với $x \neq 0; x \neq \pm 5; x \neq \frac{5}{2}$. $\frac{x}{x^2 - 25} + \frac{5 - x}{x^2 + 5x} = \frac{5(2x - 5)}{x(x - 5)(x + 5)}$ $\left(\frac{x}{x^2 - 25} + \frac{5 - x}{x^2 + 5x} \right) : \frac{2x - 5}{2x^2 + 10} = \frac{10}{x - 5}$ $A = \frac{10}{x - 5} - \frac{2x}{x - 5} = \frac{-2(x - 5)}{x - 5} = -2$	0,5 0.5 0.5
	2/	Cho a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$	

1.5đ	Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ Ta có: $(3a - 2b)^2 \geq 0; 4b - 3c \geq 0, \quad \forall a, b, c$ Nên: $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0 \Leftrightarrow (3a - 2b)^2 = 4b - 3c = 0$ $\Leftrightarrow 3a - 2b = 4b - 3c = 0 \Leftrightarrow 3a = 2b; 4b = 3c$ $\Leftrightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$ $\Rightarrow a = 2k, b = 3k, c = 4k$ $\Rightarrow Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{8k^3 + 27k^3 + 64k^3}{24k^3} = \frac{99k^3}{24k^3} = \frac{33}{8}$	0,5 0,5 0,5
3 1đ	Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d): $(m-4)x + (m-3)y = 1$ (m là tham số). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất. + Với $m = 4$, ta có đường thẳng (d): $y = 1$, do đó khoảng cách từ O đến (d) là 1 (1) + Với $m = 3$, ta có đường thẳng (d): $x = -1$, do đó khoảng cách từ O đến (d) là 1 (2)  + Với $m \neq 3, m \neq 4$ thì đường thẳng (d) cắt Oy, Ox lần lượt tại $A\left(0; \frac{1}{m-3}\right)$ và $B\left(\frac{1}{m-4}; 0\right)$ Hạ OH vuông góc với AB, trong tam giác vuông OAB, ta có $OA = \frac{1}{ m-3 }; OB = \frac{1}{ m-4 }$ Theo công thức tính diện tích tam giác OAB, ta có $\frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}OH \cdot AB \Rightarrow OA \cdot OB = OH \cdot AB$ $\Rightarrow OH = \frac{OA \cdot OB}{AB} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{AB^2}{OA^2 \cdot OB^2} (*)$ Theo định lý Pythagore ta có $AB^2 = OA^2 + OB^2$	0,25 0,25

		Thay vào (*) ta được $\frac{1}{OH^2} = \frac{OA^2 + OB^2}{OA^2 \cdot OB^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ Áp dụng biểu thức trên, ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = (m-3)^2 + (m-4)^2 = 2\left(m - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$ $\Rightarrow OH^2 \leq 2 \Rightarrow OH \leq \sqrt{2} \quad (3)$ Từ (1), (2), (3) ta có khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) lớn nhất là $\sqrt{2}$ khi $m = \frac{7}{2}$	0.25
			0.25
3 4đ	1 1.5đ	Trong túi đựng 48 viên bi cùng kích thước và khối lượng với hai màu đỏ và xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi. Biết rằng xác suất lấy được viên bi đỏ bằng 92% xác suất lấy được viên bi màu xanh. Hỏi trong túi có bao nhiêu viên bi màu đỏ, bao nhiêu viên bi màu xanh? Gọi số viên bi màu đỏ có trong túi là x (viên) (đk: $0 < x < 48$) Số viên bi màu xanh có trong túi là $48 - x$ (viên) Xác suất lấy được viên bi màu đỏ là $\frac{x}{48}$ Xác suất lấy được viên bi màu xanh là $\frac{48-x}{48}$ Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x}{48} = 0,92 \cdot \frac{48-x}{48} \Leftrightarrow x = 0,92(48-x) \Leftrightarrow x = 44,16 - 0,92x$ $\Leftrightarrow x + 0,92x = 44,16 \Leftrightarrow x = 23$ Vậy số viên bi màu đỏ có trong túi là 23 (viên) Số viên bi màu xanh có trong túi là $48 - 23 = 25$ (viên)	0,25
			0.25
			0.5
			0.25
			0,25
	2 1.5đ	Giải phương trình: $\frac{1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{48}$. ĐKXĐ: $x \neq \pm 1, x \neq -3$. Ta có: (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)(x+3)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{48}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{(x-1)(x+3)(x+1)^2} = \frac{1}{48}$ $\Leftrightarrow (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 1) = 192$ Đặt $x^2 + 2x - 1 = a$ ta có phương trình: $(a-2)(a+2) = 192$ $\Leftrightarrow a^2 = 196 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ a = -14 \end{cases}$ Với $a = 14 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn	0,25
			0.25
			0.25
			0.25

		ĐKXĐ)	0,25
		Với $a = -14 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = -14$. Phương trình vô nghiệm.	0,25
		Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-5; 3\}$	0,25
3 1đ		Cho đa thức $A(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a là số nguyên dương. Biết rằng: $A(5) - A(4) = 2024$. Chứng minh: $A(7) - A(2)$ chia hết cho 5	0,5
		Chỉ ra $A(5) = 125a + 25b + 5c + d$ $A(4) = 64a + 16b + 4c + d$ $\Rightarrow A(5) - A(4) = 61a + 9b + c = 2024$ Chỉ ra $A(7) = 343a + 49b + 7c + d$ $A(2) = 8a + 4b + 2c + d$ $\Rightarrow A(7) - A(5) = 335a + 45b + 5c = 5(61a + 9b + c) + 30a$ $\Rightarrow A(7) - A(5) = 5.2024 + 5.6a$ chia hết cho 5 vì a nguyên dương Hoặc dùng hằng đẳng thức biến đổi tương đương	0,5
4 (6đ)		Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên AB, AC lần lượt lấy D, E sao cho $AD = AE$. a/ Tứ giác BDEC là hình gì? b/ Tìm vị trí của D sao cho $BD = DE = EC$. c/ Với giả thiết phần b và $BD \perp DC$. Tính BC biết $EC = 5\text{cm}$. Vẽ hình và các kí hiệu theo giả thiết	0,5
		 a/ Chỉ ra $DE \parallel BC$ và $\hat{B} = \hat{C}$	

		$\Rightarrow$ Tứ giác BDEC là hình thang cân b/ Chỉ ra $\triangle ECD$ cân tại E nên $\widehat{D}_1 = \widehat{C}_2$ (1) DE//BC nên $\widehat{D}_1 = \widehat{C}_1$ (1) $\Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ $\Rightarrow$ CD là phân giác của góc C c/ Chỉ ra: $\widehat{B} = \widehat{C} = 2\widehat{C}_1 \Rightarrow 3\widehat{C}_1 = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ$ O là trung điểm của BC, trong $\triangle BCD$ vuông tại D ta có: DO = BO $\Rightarrow \triangle OBD$ đều $\Rightarrow BC = 2DO = 2BD = 2EC = 2.5 = 10\text{cm}$	1.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
5 (2đ)		Chứng minh được $\frac{1}{AD} + \frac{1}{BC} = \frac{1}{h}$ Và tính được $h = 2,4\text{cm}$	1.5 0.5