

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Môn: Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 03/4/2016

Số báo danh: Họ tên:

ĐỀ BÀI

Câu 1 (4,0 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^3 - 6x^2 - x + 30$.

b) Chứng minh rằng: $A = n^4 - 10n^2 + 9$ chia hết cho 384 với mọi số tự nhiên lẻ n .

Câu 2 (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $B = \left(\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} - 1 \right) : \left(\frac{9 - x^2}{x^2 + x - 6} - \frac{x - 3}{2 - x} - \frac{x - 2}{x + 3} \right)$.

a) Rút gọn B;

b) Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức B là số nguyên;

c) Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức B lớn hơn 1.

Câu 3 (6,0 điểm)

a) Cho $a + b + c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tính giá trị của biểu thức: $C = a^4 + b^4 + c^4$.

b) Tìm đa thức $f(x)$ biết rằng $f(x)$ chia cho $x - 2$ thì dư 2, $f(x)$ chia cho $x - 3$ thì dư 7, còn $f(x)$ chia cho $x^2 - 5x + 6$ thì được thương là $1 - x^2$ và còn dư.

c) Chứng minh rằng với $a, b, c > 0$ thì $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$.

Câu 4 (4,0 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có BD là đường chéo lớn. Qua A kẻ đường thẳng cắt BD, BC, DC lần lượt tại I, N, M. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của B trên AD và DC. Chứng minh rằng:

a) $IN \cdot IM = IA^2$;

b) $\frac{1}{AI} = \frac{1}{AN} + \frac{1}{AM}$;

c) $DC \cdot DK + DA \cdot DH = DB^2$.

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC. Ba đường cao AA_1, BB_1, CC_1 cắt nhau ở H.

Chứng minh rằng: $\frac{A_1H}{A_1A} + \frac{B_1H}{B_1B} + \frac{C_1H}{C_1C} = 1$.

-----**Hết**-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

UBND TỈNH LAI CHÂU
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
CẤP TỈNH NĂM HỌC 2015-2016

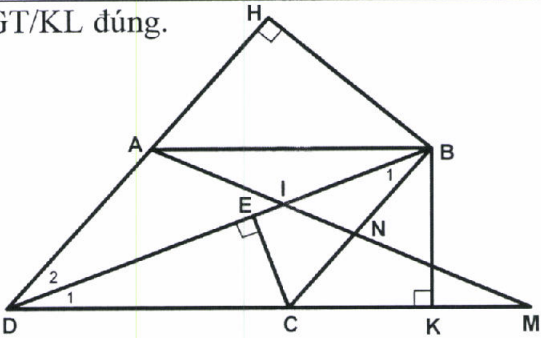
HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Gồm 03 trang)

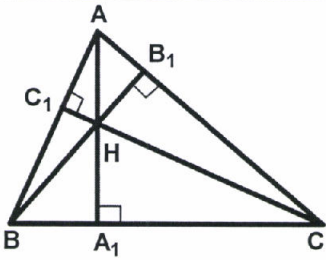
Môn: Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 03/4/2016

Câu	ý	Hướng dẫn chấm	Điểm
1 (4,0 điểm)	a	$x^3 - 6x^2 - x + 30 = x^3 + 2x^2 - 8x^2 - 16x + 15x + 30$	0,5
		$= (x + 2)(x^2 - 8x + 15)$	0,5
		$= (x + 2)(x^2 - 3x - 5x + 15)$	0,5
		$= (x + 2)(x - 3)(x - 5)$	0,5
	b	$A = (n^4 - n^2) - (9n^2 - 9) = (n^2 - 1)(n^2 - 9) = (n - 3)(n - 1)(n + 1)(n + 3)$	0,5
		Vì n là số tự nhiên lẻ nên đặt $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)	0,25
		$\Rightarrow A = (2k - 2).2k.(2k + 2)(2k + 4) = 16.(k - 1).k.(k + 1).(k + 2)$	0,5
		$\Rightarrow A$ chia hết cho 16. (*)	0,25
		Mặt khác: $(k - 1).k.(k + 1).(k + 2)$ là tích của 4 số tự nhiên liên tiếp	0,25
		$\Rightarrow A$ có chứa bội của 2, 3, 4 nên A là bội của 24 $\Rightarrow A$ chia hết cho 24 (**)	
		Từ (*) và (**) $\Rightarrow A$ chia hết cho $16.24 = 384$	0,25
2 (4,0 điểm)	a	ĐKXD: $x \neq \pm 3$ & $x \neq 2$	0,25
		$B = \frac{x^2 - 3x - x^2 + 9}{(x + 3)(x - 3)} : \left[\frac{9 - x^2}{(x - 2)(x + 3)} + \frac{x - 3}{x + 2} - \frac{x - 2}{x + 3} \right]$	0,5
		$= \frac{-3x + 9}{(x + 3)(x - 3)} : \frac{9 - x^2 + (x - 3)(x + 3) - (x - 2)(x - 2)}{(x + 3)(x - 2)}$	0,25
		$= \frac{-3(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} : \frac{9 - x^2 + x^2 - 9 - (x - 2)^2}{(x + 3)(x - 2)}$	0,25
		$= \frac{-3(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} \cdot \frac{(x + 3)(x - 2)}{-(x - 2)^2}$	0,25
		$= \frac{3}{x - 2}$	0,25
	b	$B \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (x - 2) \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$	0,5
		$\Rightarrow \begin{cases} x - 2 = -1 \\ x - 2 = 1 \\ x - 2 = -3 \\ x - 2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (TM)} \\ x = 3 \text{ (loại)} \\ x = -1 \text{ (TM)} \\ x = 5 \text{ (TM)} \end{cases}$	0,5
		Vậy $x \in \{-1; 1; 5\}$ thì giá trị của biểu thức B là số nguyên.	0,25

	c	$B > 1 \Rightarrow \frac{3}{x-2} > 1 \Rightarrow \frac{3}{x-2} - 1 > 0$	0,25
		$\Rightarrow \frac{5-x}{x-2} > 0 \Rightarrow 2 < x < 5$	0,5
		Vậy $2 < x < 5$ thì $B > 1$.	0,25
3 (6,0 điểm)	a	Vì $a + b + c = 0 \Rightarrow a = -(b + c)$	0,25
		$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \Rightarrow a^2 - b^2 - c^2 = 2bc$	0,25
		$\Rightarrow (a^2 - b^2 - c^2)^2 = 4b^2c^2 \Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 = 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2$	0,5
		$\Rightarrow 2(a^4 + b^4 + c^4) = (a^2 + b^2 + c^2)^2$	0,5
		Vì $a^2 + b^2 + c^2 = 1 \Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 = \frac{1}{2}$. Vậy $M = \frac{1}{2}$	0,5
	b	Ta có: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$	0,25
		Vì $f(x)$ chia cho $x^2 - 5x + 6$ được thương là $1 - x^2$ và còn dư $\Rightarrow f(x) = (x^2 - 5x + 6)(1 - x^2) + ax + b$	0,5
		Vì $f(x)$ chia cho $x - 2$ dư 2 $\Rightarrow f(2) = 2$ (1)	0,25
		Vì $f(x)$ chia cho $x - 3$ dư 7 $\Rightarrow f(3) = 7$ (2)	0,25
		Từ (1) & (2) $\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ 3a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -8 \end{cases}$	0,5
		Vậy $f(x) = (x^2 - 5x + 6)(1 - x^2) + 5x - 8 = -x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 2$	0,25
	c	Vì $a, b, c > 0$ nên áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:	
		$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b+c} \cdot \frac{b+c}{4}} = a$	0,25
		$\frac{b^2}{c+a} + \frac{c+a}{4} \geq 2\sqrt{\frac{b^2}{c+a} \cdot \frac{c+a}{4}} = b$	0,25
		$\frac{c^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq 2\sqrt{\frac{c^2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4}} = c$	0,25
		$\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c+a}{4} + \frac{c^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq a + b + c$	0,25
		$\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq a + b + c - \frac{a+b+c}{2}$	0,5
		$\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$	0,5
4 (4,0 điểm)		Vẽ hình, ghi GT/KL đúng.	
			0,25

5 (2,0 điểm)	a	$AB \parallel DM \text{ (gt)} \Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{IB}{ID} \text{ (1)}$	0,5
		$AD \parallel BN \text{ (gt)} \Rightarrow \frac{IN}{IA} = \frac{IB}{ID} \text{ (2)}$	0,5
		Từ (1) & (2) $\Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{IN}{IA} \Rightarrow IA^2 = IN \cdot IM$	0,5
	b	Từ (1) $\Rightarrow \frac{IA}{IA + IM} = \frac{IB}{IB + ID} \Rightarrow \frac{IA}{AM} = \frac{IB}{BD} \text{ (3)}$	0,25
		Từ (2) $\Rightarrow \frac{IA}{IN} = \frac{ID}{IB} \Rightarrow \frac{IA}{IA + IN} = \frac{ID}{ID + IB} \Rightarrow \frac{IA}{AN} = \frac{ID}{DB} \text{ (4)}$	0,25
		Từ (3) & (4) $\Rightarrow \frac{IA}{AN} + \frac{IA}{AM} = \frac{ID}{DB} + \frac{IB}{DB} = \frac{DB}{DB} = 1$	0,25
		$\Rightarrow \frac{1}{AI} = \frac{1}{AN} + \frac{1}{AM}$	0,25
	c	Kẻ $CE \perp DB$	
		$\triangle DEC \text{ \& } \triangle DKB \text{ có: } \widehat{DEC} = \widehat{DKB} = 90^\circ; \widehat{D}_1 \text{ chung} \Rightarrow \triangle DEC \sim \triangle DKB \text{ (g.g)}$	0,25
		$\Rightarrow \frac{DE}{DK} = \frac{DC}{DB} \Rightarrow DC \cdot DK = DE \cdot DB \text{ (5)}$	0,25
		$\triangle BEC \text{ \& } \triangle DHB \text{ có: } \widehat{BEC} = \widehat{DHB} = 90^\circ; \widehat{B}_1 = \widehat{D}_2 \text{ (gt)} \Rightarrow \triangle BEC \sim \triangle DHB \text{ (g.g)}$	0,25
		$\Rightarrow \frac{BC}{DB} = \frac{BE}{DH} \text{ mà } BC = DA \text{ (gt)} \Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{BE}{DH} \Rightarrow DA \cdot DH = BE \cdot DB \text{ (6)}$	0,25
		Từ (5) & (6) $\Rightarrow DC \cdot DK + DA \cdot DH = DB \cdot (DE + BE) = DB^2$	0,25
		Vẽ hình, ghi GT/KL đúng.	
			0,25
		$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AA_1 = \frac{1}{2} AC \cdot BB_1 = \frac{1}{2} AB \cdot CC_1$ $S_{BHC} = \frac{1}{2} BC \cdot A_1H, S_{AHC} = \frac{1}{2} AC \cdot B_1H, S_{AHB} = \frac{1}{2} AB \cdot C_1H$	0,5
		$\frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} = \frac{A_1H}{A_1A}, \frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} = \frac{B_1H}{B_1B}, \frac{S_{AHB}}{S_{ABC}} = \frac{C_1H}{C_1C},$	0,75
		$\Rightarrow \frac{A_1H}{A_1A} + \frac{B_1H}{B_1B} + \frac{C_1H}{C_1C} = \frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{AHB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$	0,5

Lưu ý:

- Điểm bài thi là tổng điểm của các câu thành phần. Thang điểm toàn bài là 20 điểm, không được làm tròn (điểm lẻ từng ý trong một câu nhỏ nhất là 0,25).

- Thí sinh làm bài bằng cách khác, lập luận chặt chẽ, logic, ra kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.

-----Hết-----