

UBND HUYỆN YÊN MÔ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 6
MÔN THI: TOÁN
NĂM HỌC 2023 - 2024
Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi gồm 05 câu, trong 02 trang

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý :

a) $A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69}.$

b) $Q = \frac{1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2022.2023}{2022.2023.2024}$

2. Tìm các số tự nhiên x , biết:

a) $[(4-x).3 + 51] : 3 - 2^2 = 14$

b) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2019} = 2^{2023} - 8$

Câu 2: (4,0 điểm)

1. Một số tự nhiên khi chia cho 7 dư 4, khi chia cho 17 dư 7. Hỏi nếu chia số đó cho 119 thì dư bao nhiêu?

2. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho phân số $B = \frac{2x+2023}{x+1000}$ có giá trị là một số nguyên.

3. Tìm số nguyên tố p sao cho $p+6, p+12, p+18, p+24$ cũng là các số nguyên tố.

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Trong hộp có 10 viên bi xanh, 11 viên bi đỏ và 19 viên bi vàng.

a) Không nhìn vào hộp, hỏi cần lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn có được 7 viên bi màu đỏ? Vì sao?

b) Lấy ngẫu nhiên một viên bi, xem màu rồi trả lại. Lặp lại hoạt động trên 40 lần ta được bảng kết quả sau:

Loại bi	Bi xanh	Bi đỏ	Bi vàng
Số lần	6	16	18

Tính xác suất thực nghiệm của sự kiện lấy được viên bi màu đỏ.

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $2xy - 4x - y = 3.$

Câu 4: (6,0 điểm)

1. Vẽ đường thẳng xy . Lấy điểm O trên đường thẳng xy , vẽ điểm A thuộc tia Ox sao cho $OA = 4\text{cm}$, vẽ điểm B thuộc tia Oy sao cho $OB = 2\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng OA .

a) Tính độ dài đoạn thẳng MB ?

b) Điểm O có phải là trung điểm của đoạn thẳng MB không? Vì sao?

c) Giả sử trên đường thẳng xy vẽ thêm 26 điểm phân biệt (không trùng với các điểm A, B, O, M). Hỏi khi đó trên hình có tất cả bao nhiêu đoạn thẳng?

2. Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là 132m . Nếu giảm chiều rộng đi 5m và tăng chiều dài lên 5m thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 30% diện tích khu đất để trồng rau, $\frac{11}{30}$ diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu mét vuông?

Câu 5: (2,0 điểm)

1. Chứng minh rằng trong 27 số tự nhiên tùy ý luôn tồn tại hai số sao cho tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 50.

2. Tìm số tự nhiên n để phân số $M = \frac{6n-3}{4n-6}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

-----Hết-----

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4,0 điểm)	1. (2,0 điểm)	
	$A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69}$ $= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{64} - \frac{1}{69} \right)$	0,5
	$= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{69} \right) = \frac{13}{276}$	0,5
	b) Đặt $A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 2022 \cdot 2023$, ta được $Q = \frac{A}{2022 \cdot 2023 \cdot 2024}$ Ta có: $3A = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 3 + \dots + 2022 \cdot 2023 \cdot 3$ $= 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (4 - 1) + 3 \cdot 4 \cdot (5 - 2) + \dots + 2022 \cdot 2023 \cdot (2024 - 2021)$ $= 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 - 1 \cdot 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 5 - 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 2022 \cdot 2023 \cdot 2024 - 2021 \cdot 2022 \cdot 2023$ $= 2022 \cdot 2023 \cdot 2024$	0,5
	$\Rightarrow A = \frac{2022 \cdot 2023 \cdot 2024}{3} = 674 \cdot 2023 \cdot 2024$	0,25
	Suy ra: $Q = \frac{674 \cdot 2023 \cdot 2024}{2022 \cdot 2023 \cdot 2024} = \frac{1}{3}$	0,25
	2. (2,0 điểm)	
	a) $\left[(4 - x) \cdot 3 + 51 \right] : 3 - 2^2 = 14$ $(4 - x) \cdot 3 + 51 = 54$ $(4 - x) \cdot 3 = 3$ $4 - x = 1$ $x = 3$	0,5

	b) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2019} = 2^{2023} - 8$ $\Rightarrow 2^x (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019}) = 8 \cdot (2^{2020} - 1) \quad (*)$	0,5
	Xét $A = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019}$ $2A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2020}$ $2A - A = 2^{2020} - 1 \Leftrightarrow A = 2^{2020} - 1$	0,5
	Thay $A = 2^{2020} - 1$ vào (*) ta được: $2^x (2^{2020} - 1) = 8 \cdot (2^{2020} - 1) \Leftrightarrow 2^x = 8$	0,25
	$\Rightarrow x = 3$. Vậy $x = 3$	0,25
Câu 2 (4,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	Gọi số đó là a. Ta có: a chia cho 7 dư 4, chia cho 17 dư 7 $\Rightarrow a + 10 \div 7; a + 10 \div 17$	0,25
	Mà $(7, 17) = 1$ nên $a + 10 \div (7 \cdot 17) \Rightarrow a + 10 \div 119$ $\Rightarrow a + 10 = 119k \quad (k \in \mathbb{N})$	0,25
	$\Rightarrow a = 119k - 119 + 109 = 119(k - 1) + 109$	0,25
	Vậy a chia cho 119 dư 109.	0,25
	2. (1,5 điểm)	
	Ta có $B = \frac{2x + 2023}{x + 1000} = \frac{2(x + 1000) + 23}{x + 1000} = 2 + \frac{23}{x + 1000}$	0,5
	Để B có giá trị là số nguyên thì $x + 1000$ là ước của 23	0,25
	$\Rightarrow x + 1000 \in \{-1; 1; -23; 23\}$	0,25
	$\Rightarrow x \in \{-1001; -999; -1023; -977\}$	0,25
	Vậy $x \in \{-1001; -999; -1023; -977\}$ thì B nhận giá trị nguyên.	0,25
	3. (1,5 điểm)	
	Với $p = 2; p = 3$ thấy không thỏa mãn	0,25
	Với $p = 5$, ta có: $p + 6 = 5 + 6 = 11; p + 12 = 5 + 12 = 17; p + 18 = 5 + 18 = 23; p + 24 = 5 + 24 = 29$ đều là số nguyên tố (thỏa mãn)	0,5
	Với $p > 5$, ta xét các khả năng:	

	$p = 5k + 1; p = 5k + 2; p = 5k + 3; p = 5k + 4$ (với $k \in \mathbb{N}^*$) đều không thỏa mãn	0,5																								
	Vậy $p = 5$	0,25																								
Câu 3 (4,0 điểm)	1. (2,0 điểm)																									
	a) Xét trường hợp xấu nhất, trong 35 lần lấy bi đầu tiên lấy ra được 10 viên bi màu xanh, 19 viên bi màu vàng và 6 viên bi màu đỏ.	0,75																								
	Như vậy để chắc chắn lấy được 7 viên bi màu đỏ thì cần lấy ra ít nhất 36 viên bi.	0,25																								
	b) Có 16 kết quả thuận lợi cho biến cố “lấy được viên bi màu đỏ” .	0,5																								
	Xác suất của biến cố đó là $\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$.	0,5																								
	2. (2,0 điểm)																									
	Ta có $2xy - 4x - y = 3 \Rightarrow (2xy - 4x) - (y - 2) = 5 \Rightarrow (2x - 1)(y - 2) = 5$	0,75																								
	Do x, y là các số nguyên nên ta có bảng giá trị	1,0																								
<table><tr><td>$2x - 1$</td><td>1</td><td>5</td><td>-1</td><td>-5</td></tr><tr><td>$y - 2$</td><td>5</td><td>1</td><td>-5</td><td>-1</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>-2</td></tr><tr><td>y</td><td>7</td><td>3</td><td>-3</td><td>1</td></tr><tr><td>Đánh giá</td><td>TM</td><td>TM</td><td>TM</td><td>TM</td></tr></table>	$2x - 1$		1	5	-1	-5	$y - 2$	5	1	-5	-1	x	1	3	0	-2	y	7	3	-3	1	Đánh giá	TM	TM	TM	TM
$2x - 1$	1		5	-1	-5																					
$y - 2$	5		1	-5	-1																					
x	1		3	0	-2																					
y	7	3	-3	1																						
Đánh giá	TM	TM	TM	TM																						
Vậy các cặp số nguyên $(x; y) \in \{(1; 7), (3; 3), (0; -3), (-2; 1)\}$	0,25																									
Câu 4 (6,0 điểm)	1. (3,5 điểm)																									
		0,5																								
	a) Vì điểm M là trung điểm của đoạn thẳng OA nên $OM = MA = \frac{OA}{2} = \frac{4}{2} = 2(\text{cm})$	0,25																								
	Ta có điểm B thuộc tia Oy (1) Vì điểm A thuộc tia Ox và điểm M là trung điểm của đoạn thẳng OA nên điểm M thuộc tia Ox (2) Vì điểm O thuộc đường thẳng xy nên Ox và Oy là hai tia đối nhau (3) Từ (1), (2), (3) suy ra điểm O nằm giữa hai điểm M và B	0,5																								

	Suy ra: $MB = OM + OB = 2 + 2 = 4(\text{cm})$	0,25
	b) Điểm O là trung điểm của đoạn thẳng MB.	0,5
	Vì điểm O nằm giữa hai điểm M và B; $OM = OB (= 2\text{cm})$	0,5
	c) Trên đường thẳng xy vẽ thêm 26 điểm phân biệt nữa thì trên hình có tất cả 30 điểm phân biệt. Cứ hai điểm phân biệt có thể dựng được một đoạn thẳng.	0,25
	Chọn một điểm, điểm này tạo với 29 điểm còn lại được 29 (đoạn thẳng)	0,25
	Vì có tất cả 30 điểm nên có 30 lần chọn như vậy, suy ra số đoạn thẳng trên hình là $30 \cdot 29$ (đoạn thẳng)	0,25
	Nhưng với cách tính như thế thì mỗi đoạn thẳng đã được tính hai lần. Do đó số đoạn thẳng thực tế trên hình là $(30 \cdot 29) : 2 = 435$ (đoạn thẳng)	0,25
	2. (2,5 điểm)	
	Khi giảm chiều rộng $5m$ và tăng chiều dài $5m$ thì chu vi không đổi. Ta có nửa chu vi lúc sau là: $132 : 2 = 66 (m)$	0,5
	Lúc sau chiều dài gấp đôi chiều rộng hay chiều rộng bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài. Suy ra chiều rộng lúc sau bằng $\frac{1}{3}$ nửa chu vi.	0,5
Câu	Chiều rộng khu đất đó là: $66 \cdot \frac{1}{3} + 5 = 27 (m)$	0,25
	Chiều dài khu đất đó là: $66 - 27 = 39 (m)$	0,25
	Diện tích khu đất đó là: $27 \cdot 39 = 1053 (m^2)$	0,25
	Đổi: $30\% = \frac{3}{10}$ Diện tích đất làm nhà chiếm số phần là: $1 - \frac{3}{10} - \frac{11}{30} = \frac{1}{3}$ (diện tích khu đất)	0,25
	Diện tích đất xây nhà là: $1053 \cdot \frac{1}{3} = 351 (m^2)$	0,25
	Vậy diện tích đất xây nhà là $351m^2$	0,25
	1. (1,0 điểm)	
	- Tất cả các số dư trong phép chia cho 50 được chia thành 26 nhóm sau: (0); (1; 49); (2; 48);; (24; 26); (25).	0,25
	- Lấy 27 số tự nhiên chia cho 50 nhận được 27 số dư, 27 số dư này sẽ thuộc vào 26 nhóm trên.	0,25

5 (2,0 điểm m)	- Theo nguyên lý Dirichle tồn tại ít nhất hai số dư thuộc vào 1 nhóm, tức là tồn tại 2 số có tổng số dư trong phép chia cho 50 bằng 50 hoặc hiệu số dư trong phép chia cho 50 bằng 0	0,5
	2. (1,0 điểm)	
	Ta có: $M = \frac{6n-3}{4n-6} = \frac{3}{2} + \frac{6}{4n-6}$	0,25
	Vì $\frac{6}{4n-6}$ có tử $6 > 0$ nên để M đạt giá trị lớn nhất khi $4n-6$ đạt giá trị dương nhỏ nhất với n là số tự nhiên	0,25
	Do đó $4n-6=2 \Rightarrow 4n=8 \Rightarrow n=2$. Khi đó $M = \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{9}{2}$	0,25
	Vậy GTLN của M là 4,5 khi n=2	0,25

Chú ý:

1. Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.
2. Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau.
3. Đối với bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.
4. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho điểm đủ từng phần như hướng dẫn, thang điểm chi tiết do Ban chấm thi thống nhất.
5. Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và đảm bảo thống nhất thực hiện trong toàn Ban chấm thi.
6. Tuyệt đối không làm tròn điểm.

Hết