

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$

b) Rút gọn biểu thức: $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{6}{x-9} \right) : \frac{2024}{\sqrt{x}+3}$ (với $x \geq 0, x \neq 9$)

c) Xác định hàm số $y = ax + b$ (d) biết đồ thị hàm số (d) đi qua điểm $P(-1;3)$ và song song với đường thẳng $y = 4 - 2x$

Câu 2. (2,0 điểm) a) Giải phương trình: $2x^2 - 3x - 5 = 0$

b) Cho phương trình: $x^2 - 5x + 3 = 0$ có hai nghiệm dương x_1, x_2 . Không giải phương trình

hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1\sqrt{x_2+1} + x_2\sqrt{x_1+1}}{x_1^2x_2 + 3x_2}$

Câu 3. (2,0 điểm) a) Bác Nam đến siêu thị Điện máy Xanh để mua một cái quạt máy và một máy sấy tóc với tổng số tiền phải trả theo giá niêm yết là 540 nghìn đồng. Tuy nhiên, trong tuần lễ tri ân khách hàng nên siêu thị đã giảm giá quạt máy là 15% và giảm máy sấy tóc là 12%. So với giá niêm yết của từng giá sản phẩm. Nên bác Nam được giảm giá 78 nghìn đồng khi mua cả 2 sản phẩm nói trên. Hỏi giá niêm yết (khi chưa giảm giá) của một quạt máy và một máy sấy tóc là bao nhiêu?

b) Một thùng Inox hình trụ có đường kính đáy là 8dm và cao 15dm. Hỏi thùng đó đựng được nhiều nhất bao nhiêu lít nước? (Bỏ qua độ dày của tấm Inox làm thùng, lấy $\pi \approx 3,14$)

Câu 4 (3,5 điểm) Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE với đường tròn (O) (D nằm giữa A và E)

a) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{ADB} = \widehat{ABE}$ và $BD \cdot CE = CD \cdot BE$

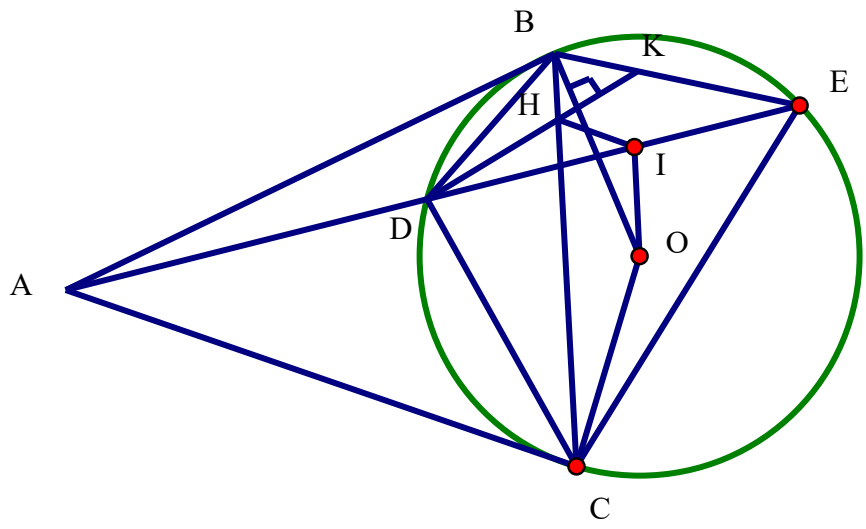
c) Đường thẳng qua D và vuông góc với OB cắt BC, BE lần lượt tại H và K. Chứng minh rằng $DH = HK$.

Câu 5. (0,5 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy - 4x + 3y + 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - y + 3} + \sqrt{y - x + 1} = 2 \end{cases}$$

..... **HẾT**

HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1		2.0đ
a (0,75)	$A = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} $ $= 2$	0.5 0.25
b (0,75)	$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) : \frac{2024}{\sqrt{x}+3}$ $B = \left(\frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) : \frac{2024}{\sqrt{x}+3}$ $= \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{2024}$ $= \frac{1}{2024}$	0.25 0.25 0,25
c (0,5)	Đồ thị hàm số: $y = ax + b$ (d) song song với đường thẳng (d'): $y = 4 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b \neq 4 \end{cases}$ Với $a = -2$ ta thay vào đường thẳng (d): $y = -2x + b$ ta có Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $P(-1; 3)$ nên ta có: $3 = -2 \cdot (-1) + b$ suy ra $b = 1$ (TM) Vậy hàm số (d) cần tìm là $y = -2x + 1$	0.25 0.25
2		
a (1)	$2x^2 - 3x - 5 = 0$. Ta có: $\Delta' = 9 + 40 = 49 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$ Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = -1; x_2 = 5/2$	0.5 0.5
b (1)	Do phương trình có 2 nghiệm dương nên theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$ $A = x_1 \sqrt{x_2 + 1} + x_2 \sqrt{x_1 + 1}$ $A^2 = x_1^2 (x_2 + 1) + 2x_1 x_2 \sqrt{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} + x_2^2 (x_1 + 1)$ $A^2 = (x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1) + (x_1^2 + x_2^2) + 2 \cdot 3 \sqrt{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1}$ $A^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 6\sqrt{3 + 5 + 1}$ $A^2 = 3 \cdot 5 + 5^2 - 2 \cdot 3 + 18 = 52$ $\Rightarrow A = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ $B = x_1^2 x_2 + 3x_2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 3 \cdot 5 = 15$ $T = \frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{13}}{15}$	0.25 0.25 0.25

Câu 3 (1,5đ)	Gọi giá niêm yết của một cái quạt máy và một máy sấy tóc lần lượt là x(nghìn đồng) và y(nghìn đồng). ĐK $0 < x, y < 540$	0,25
	Vì tổng số tiền 2 sản phẩm giá niêm yết là 540 nghìn đồng nên ta có: $x + y = 540$ (1)	0,25
	Tuy nhiên do giảm giá 1 quạt máy là 15% nên số tiền bác Tâm phải trả khi mua 1 quạt máy là $x(100\% - 15\%) = 85\%x = 0,85x$ nghìn đồng	
	Do giảm giá 1 máy sấy tóc là 12% nên số tiền bác Tâm phải trả khi mua 1 máy sấy tóc là $y(100\% - 12\%) = y.88\% = 0,88y$ nghìn đồng	0,25
	Theo bài ra ta có phương trình: $0,85x + 0,88y = 540 - 78 = 460$ (2)	
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 540 \\ 0,85x + 0,88y = 462 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình ta có nghiệm: $\begin{cases} x = 440 \\ y = 100 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$	0,25
	Vậy giá niêm yết của quạt máy là 440 nghìn đồng và máy sấy tóc là 100 nghìn đồng	0,25
b (0,5)	Thể tích của thùng Inox là : $V = \pi R^2 . h = 3,14.4^2.15 = 753,6dm^3 = 753,6l$	0,25
	Vậy thùng đựng được nhiều nhất 753,6l nước.	0,25
4		3,5đ
a(1,25)	 Hình vẽ đúng đến câu b (0,5 điểm)(Vẽ hình đúng đến câu a cho 0,25 điểm)	0,5
	Vì AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên ta có $\widehat{ABO} = 90^\circ$	0,5
	$\widehat{ACO} = 90^\circ$ Xét tứ giác ABOI có $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,5
	Do đó ABOC là tứ giác nội tiếp.	0,25
b (1,25)	Chứng minh $\triangle ADB \sim \triangle ABE (G - G)$	0,25
	$\rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ABE}$	0,25

	$\Delta ADB \sim \Delta ABE (G - G)$ Ta có $\Rightarrow \frac{BD}{BE} = \frac{AD}{AB} (1)$ CMTT $\Delta ADC \sim \Delta ACE (G - G) \Rightarrow \frac{CD}{CE} = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{AB} (2) \text{ (Vì } AB = AC \text{)}$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{BD}{BE} = \frac{CD}{CE} \Rightarrow BD.CE = BE.CD$	0,25 0,25 025
c (0,5	Gọi I là trung điểm của DE, khi đó OI vuông góc với DE, nên 5 điểm A, B, I, O, C thuộc đường tròn đk AO $\Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{BCI} = \frac{1}{2} sđ \widehat{BI}$ DK // AB (Vì cùng vuông góc với OB) $\Rightarrow \widehat{HDI} = \widehat{BAI} \Rightarrow \widehat{HDI} = \widehat{HCI}$. Suy ra CDHI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HID} = \widehat{HCD} = \widehat{BED} \Rightarrow HI // KE$ Mà I là trung điểm của DE nên H là trung điểm của DK	0,25 0,25
Câu 5 (0,5 điểm)	$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy - 4x + 3y + 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - y + 3} + \sqrt{y - x + 1} = 2 \end{cases}$ ĐK $\begin{cases} x^2 - y + 3 \geq 0 \\ y - x + 1 \geq 0 \end{cases}$ $(1) \Leftrightarrow y^2 - 3(x-1)y + 2x^2 - 4x + 2 = 0$ Tính $\Delta = (x-1)^2 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-1 \\ y = 2x-2 \end{cases}$ Với $y=x-1$ thay vào (2) ta được $\sqrt{x^2 - x + 4} = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1(t / m) \\ x = 0(t / m) \end{cases}$ Với $y=2x-2$ thay vào (2) ta được $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{x-1} = 2$ Ta có $\sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{x-1} \geq 2$ Dấu bằng xảy ra khi $x=1$ và $y = 0(t/m)$ Vậy hệ phương trình có các nghiệm $(x;y)=(0,-1); (1;0)$	0,25 0,25

Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

