

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(x^2 + 2x + 4 + \frac{16}{x-2} \right) \left(x^2 - 2x + 4 - \frac{16}{x+2} \right) - 9x^2$ với $x \neq -2, x \neq 2$.

1) Rút gọn A .

2) Tìm x sao cho $A = 12$.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^3 - 3x(x^2 - 2)^2 + 2(x^2 - 2)^3 = 0$.

2) Cho đa thức $P(x)$ với hệ số thực thỏa mãn $P(2) = 10$; $P(-2) = -6$. Tìm đa thức $P(x)$ biết chia đa thức $P(x)$ cho đa thức $x^2 - 4$ được thương là $2x + 6$ và còn dư.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $2x^3 - (y + 3)x^2 + 3x - 2y = 1$

2) Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn: $2a^3 + 6b^3 + 22c^3 = 23d^3$

Chứng minh rằng $2a + 6b + 22c + d$ là hợp số.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$) đường cao AH . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AC, AB . Gọi I là giao điểm của AH và EF , BI cắt AC tại P , CI cắt AB tại K . Đường thẳng qua A song song BI cắt đường thẳng BC tại Q .

1) Chứng minh B là trung điểm của QH .

2) Chứng minh $\frac{AP}{PC} = \frac{AB^2}{BC^2}$ và $\frac{AP}{PC} + \frac{AK}{BK} = 1$.

3) Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC , O là trung điểm của BC , D là hình chiếu vuông góc của H trên AM . Chứng minh I là trực tâm của tam giác AMO và $\widehat{BDC} = 90^\circ$.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $2x \geq z$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{xz}{4y^2 + 2yz} + \frac{y^2}{xz + yz} + \frac{x + z}{2x + z}$

----- Hết -----