

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài: 150 phút không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1. (6 điểm).

1. Cho biểu thức: $P = \frac{2x + \sqrt{16x} + 6}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - 2$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x nguyên để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

2. Tính $A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} - \sqrt{5}$.

Bài 2. (4 điểm).

1. Giải phương trình: $\sqrt{10x - x^2 - 16} + 3 = 3\sqrt{x - 2} + \sqrt{8 - x}$.

2. Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{6xy} = \frac{1}{6}.$$

Bài 3. (4 điểm).

1. Cho các hàm số bậc nhất $d_1: y = \frac{1}{2}x + 3$; $d_2: y = -x + 6$; $d_3: y = mx$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d_3 cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại hai điểm A và B sao cho A có hoành độ âm còn B có hoành độ dương.

2. Cho a, b là các số dương. Chứng minh:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

Bài 4. (5 điểm). Cho ΔABC có ba góc nhọn cân tại A. Các đường cao AD, BE cắt nhau tại H.

1. Chứng minh: ΔABC đồng dạng ΔDEC .

2. Chứng minh: $\cos ABC = \frac{DE}{AB}$.

3. Chứng minh: $\frac{1}{DE^2} + \frac{BH \cdot BE}{BD \cdot BC} - 1 = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{CH^2}$.

Bài 5. (1 điểm). Trong hình vuông cạnh bằng 1 cho 33 điểm bất kỳ. Chứng minh rằng trong các điểm đã cho có thể tìm được 3 điểm lập thành tam giác có diện tích không lớn hơn $\frac{1}{32}$.