

MÔN THI: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{20} - \sqrt{5} - 2$.

b) Cho biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)^2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức B và so sánh giá trị của B với 1.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Đường thẳng $y = -x + b$ (với $b > 0$) lần lượt cắt các tia Ox, Oy tại E, F. Chứng minh rằng tam giác OEF vuông cân và tìm b để tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác OEF là một điểm thuộc (P), với O là gốc tọa độ.

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Tổng của hai số bằng 23. Hai lần số này lớn hơn số kia 1 đơn vị. Tìm hai số đó.

b) Hai đội công nhân cùng dọn vệ sinh khu vực khán đài Lễ hội Pháo hoa quốc tế Đà Nẵng trong 1 giờ 12 phút thì xong. Nếu đội A làm 40 phút và đội B làm 2 giờ thì xong việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội hoàn thành công việc trong bao lâu?

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 5 = 0$ (*), với m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{4x_1^2 + 4mx_1 + m^2} + \sqrt{x_2^2 + 4mx_2 + 4m^2} = 7m + 2$.

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AC, BD (A khác B, D). Trên đoạn thẳng BC lấy điểm E (E khác B, C), đường thẳng ED cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

a) Chứng minh rằng $AB = CD$ và $\widehat{CFD} = \widehat{BCA}$.

b) Đường thẳng qua E, vuông góc với BC cắt tia AF tại G. Chứng minh rằng tứ giác CEFG nội tiếp và $CE \cdot EG = CB \cdot CE$.

c) Gọi H là giao điểm của tia GE và AD. Đường thẳng qua H, song song với AC cắt đường thẳng qua E, song song với FC tại K. Chứng minh rằng ba điểm G, C, K thẳng hàng.