

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

(Đề thi gồm có 01 trang)

Thời gian thi: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (6,0 điểm).

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{25-x^2}{x^2-2x-15} - \frac{x-3}{x-5} + \frac{x+5}{x+3} \right) \cdot \frac{3}{3-x}$.

a) Nêu ĐKXD và rút gọn P.

b) Tìm x để $P > 1$.

Câu 2: (4,0 điểm).

a) Tìm cặp số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 - 2x + 2^{2y} - 2^{y+3} + 17 = 0$.

b) Hai bạn Lan và Hoa vào cửa hàng sách, Lan mua một số quyển vở, Hoa không những mua gấp đôi số quyển vở của Lan mua mà còn nhiều hơn một quyển nữa.

Tính số quyển vở mỗi bạn mua. Biết rằng số quyển vở Lan mua là một số nguyên tố, số quyển vở Hoa mua là lập phương của một số tự nhiên.

Câu 3: (3,0 điểm).

a) Cho $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ và $y = \frac{(a+b-c)(a+c-b)}{(a+b+c)(b+c-a)}$

(Với $bc \neq 0$; $a+b+c \neq 0$; $b+c-a \neq 0$).

Tính giá trị của biểu thức: $A = (x+y+xy+1)^2$.

b) Một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c và chu vi là 2. Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2$.

Câu 4: (7,0 điểm).

Cho hình chữ nhật ABCD có $AB > AD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau ở O. Kẻ AH vuông góc với BD ($H \in BD$).

a) Chứng minh: $\triangle AHB \sim \triangle ADC$.

b) Trên tia đối của tia CB lấy điểm M sao cho AM cắt đường chéo BD tại P, cắt cạnh CD tại N. Chứng minh rằng $\frac{ND}{NC} \cdot \frac{MC}{MB} \cdot \frac{PB}{PD} = 1$.

c) Trên BH lấy điểm I sao cho $\frac{BI}{BH} = \frac{CN}{CD}$. Chứng minh: $AI \perp NI$.