

Câu 1 (2,5 điểm).

- a) Tính giá trị biểu thức: $A = \left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{7}\right)\left(1 - \frac{2}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{2}{97}\right)\left(1 - \frac{2}{99}\right)$.
- b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương m và n thì $mn(m^2 - 1)(n^2 + 2)$ chia hết cho 9.

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Tìm các số x, y biết: $\frac{1+2x}{4y} = \frac{1+3x}{5y} = \frac{1+4x}{12}$.

b) Cho 3 số a, b, c thỏa mãn:

$$\frac{11}{b+c} + \frac{11}{c+a} + \frac{11}{a+b} = \frac{7a}{b+c} + \frac{7b}{c+a} + \frac{7c}{a+b} = \frac{77}{10}.$$

Tính tổng $S = a + b + c$.

Câu 3 (1,5 điểm). Tìm x để biểu thức $P = |x-1| + |x-2| + |x-3| + \dots + |x-10|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4 (1,5 điểm). Cho đa thức $f(x)$, biết rằng khi chia $f(x)$ cho $x-1$ thì dư 3, chia cho $x-2$ thì dư 5, chia cho $(x-1)(x-2)$ thì được thương là $2x$ và còn dư. Tìm đa thức $f(x)$.

Câu 5 (3,0 điểm). Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Kẻ AH vuông góc với BC tại H , tia phân giác của \widehat{HAC} cắt BC tại D .

- a) Chứng minh $BA = BD$.
- b) Trên tia đối của tia AB lấy điểm K sao cho $AK = HD$. Kẻ DE vuông góc với AC tại E . Chứng minh $KE // AD$.
- c) Gọi F là giao điểm của HK với AD , chứng minh F là trung điểm của đoạn thẳng HK .