

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (4,0 điểm) Cho $P = \frac{x\sqrt{x} - 2x - \sqrt{x} + 2}{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 2} + \frac{x\sqrt{x} + 2x - \sqrt{x} - 2}{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 2}$

1. Rút gọn P. Với giá trị nào của x thì $P > 1$
2. Tìm x nguyên biết P đạt giá trị nguyên lớn nhất

Bài 2. (4,0 điểm). Giải phương trình:

1. $(x^2 - 6x + 8)(x^2 - 10x + 18) + 12x - 39 = 0.$

2. $x^2 + 5x = 2\sqrt{x^2 + 5x - 2} - 2$

Bài 3. (4,0 điểm).

1. Tìm các số nguyên x để biểu thức $x^4 - x^2 + 2x + 2$ là số chính phương.
2. Chứng minh rằng với mọi a, b, c dương ta luôn có:

$$\frac{1}{a(1+b)} + \frac{1}{b(1+c)} + \frac{1}{c(1+a)} \geq \frac{3}{1+abc}.$$

Bài 4: (6,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn, Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

Chứng minh rằng:

1. $AF \cdot AB = AH \cdot AD = AE \cdot AC$
2. H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.
3. Gọi M, N, P, I, K, Q lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, AC, AB, EF, ED, DF. Chứng minh rằng các đường thẳng MI, NQ, PK đồng quy.
4. Gọi độ dài các đoạn thẳng AB, BC, CA lần lượt là a, b, c; Độ dài các đoạn thẳng AD, BE, CF là a', b', c'. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $\frac{(a+b+c)^2}{a'^2 + b'^2 + c'^2}$

Bài 5: (2,0 điểm). Cho hai số dương a, b thỏa mãn: $a + b = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức: $A = \frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2 + b^2}$

..... **Hết**

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: