

Câu 1: (4.0 điểm)

Cho biểu thức $M = \frac{x^4 + 2}{x^5 + 1} + \frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{x^2 + 3}{x^4 + 4x^2 + 3}$

1. Rút gọn M

2. Tìm x để $M \geq 1$

Câu 2: (4.0 điểm)

a) Giải phương trình:

$$\frac{x^2 + 4x + 6}{x + 2} + \frac{x^2 + 16x + 72}{x + 8} = \frac{x^2 + 8x + 20}{x + 4} + \frac{x^2 + 12x + 42}{x + 6}$$

b) Cho a, b, c, d là các số thực khác 0 thỏa mãn:

$$a + b = c + d \text{ và } a^2 + b^2 = c^2 + d^2$$

$$\text{Chứng minh: } a^{2021} + b^{2021} = c^{2021} + d^{2021}$$

Câu 3: (4.0 điểm)

a) Cho m, n là 2 số nguyên. Chứng minh rằng nếu $5(m+n)^2 + mn$ chia hết cho 441 thì mn cũng chia hết cho 441.

b) Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn: $3x^2 - 18y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 27$

Câu 4: (6.0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có 2 đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Trên cạnh AB lấy M ($0 < MB < MA$) và trên cạnh BC lấy N sao cho $\widehat{MON} = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AN với DC, gọi K là giao điểm của ON với BE

1. Chứng minh $\triangle MON$ vuông cân

2. Chứng minh: $MN \parallel BE$ và $CK \perp BE$

3. Qua K vẽ đường song song với OM cắt BC tại H. Chứng minh:

$$\frac{KC}{KB} + \frac{KN}{KH} + \frac{CN}{BH} = 1$$

Câu 5: (2.0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực không âm, khác 1 thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a+bc} + \frac{1}{b+ac} + (a+b)(4+5c) \geq 8$$
