

Thí sinh làm tất cả các câu sau:

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25} + \frac{3}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}$, với $x \geq 0; x \neq 25$.

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b. Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}+3}$.

c. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $A - B \geq \frac{1}{2}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a. Giải phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = 2x + 2\sqrt{x^2-16} - 12$.

b. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4|x+1| - \frac{3}{y-1} = 1 \\ |x+1| + \frac{1}{y-1} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (m+6)x + 4m + 8 = 0$, với m là tham số.

a. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m thỏa mãn $x_1 + 2 = \sqrt{x_2}$.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H ($D \in BC, E \in AC$). Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại F (F khác A).

a. Chứng minh rằng $\triangle BHF$ cân.

b. Kẻ đường kính AK . Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành.

c. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Chứng minh ba điểm H, G, O thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy - 2(x - y)$.